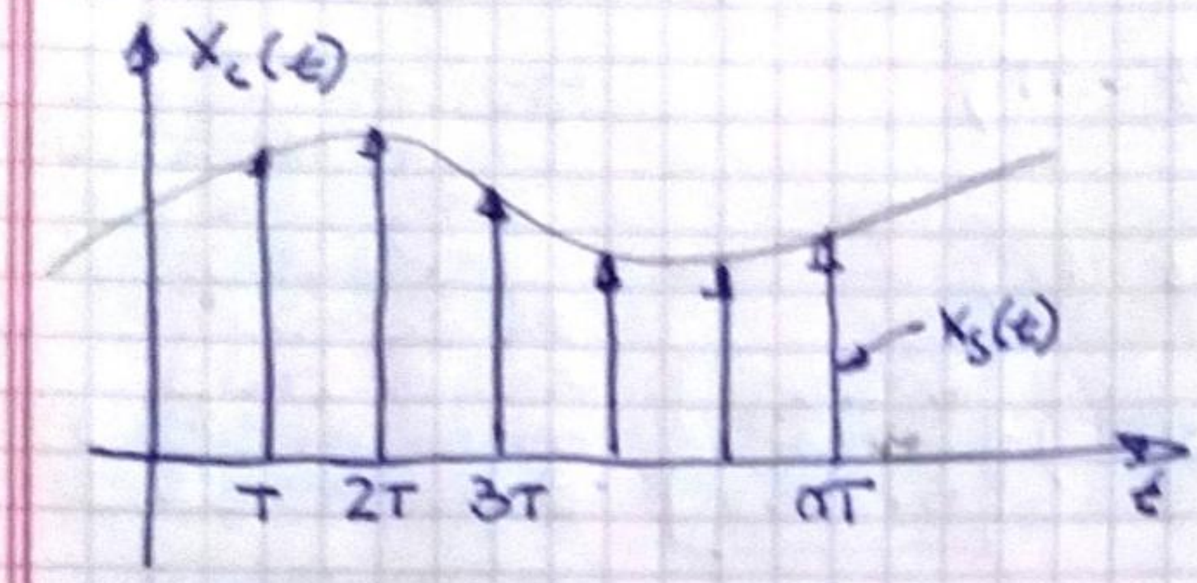
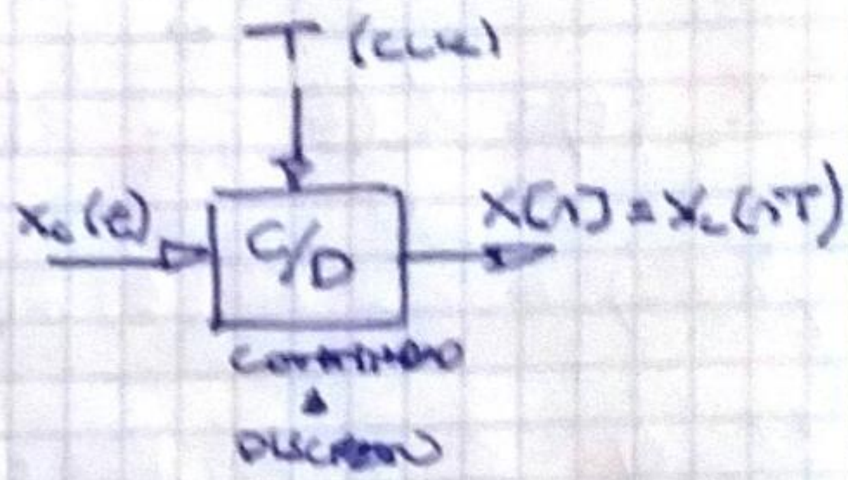
1/

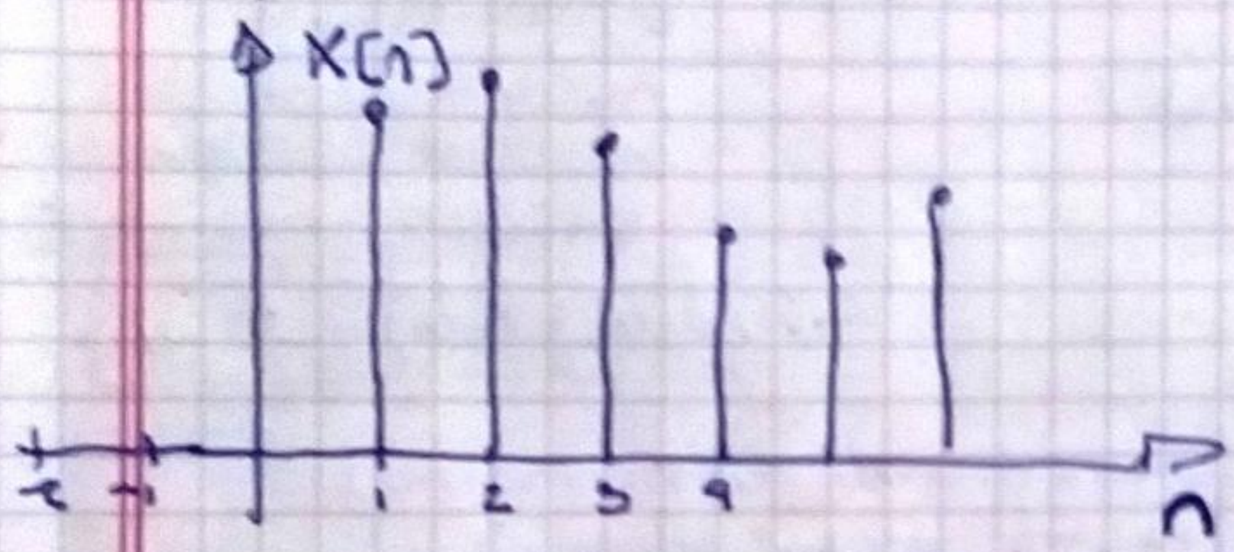
APUNTES 2DA PARTE
1RA CLASE (CLASE 10)

MUESTREO PERIÓDICO DE SEÑAL CONTINUA

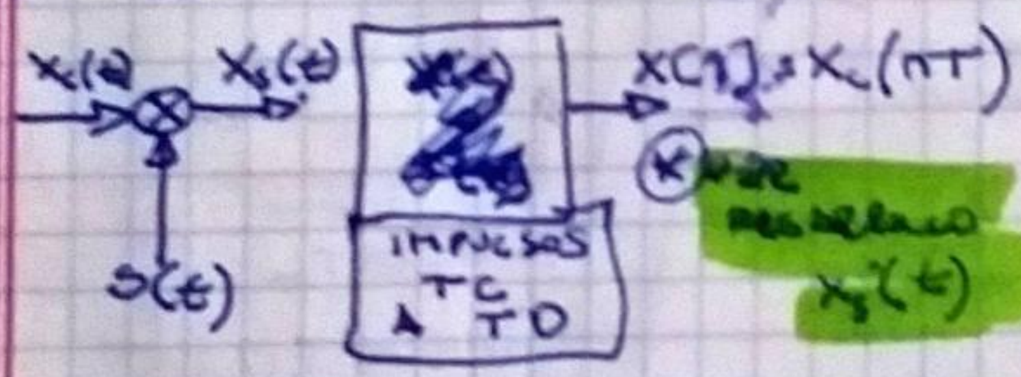




C/D → PUEDE SER UN ADC, O UN PROCESO NO



$$\boxed{x_\delta(t) = x_c(t) \cdot \tilde{\delta}(t)}$$



* PUEDE REPRESENTARSE $x_\delta(t)$

DIRAC. COMB $\delta(t)$

$$\delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nt)$$

$$\underset{\text{CONTINUO}}{\delta(t)} = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\,dt = 1 & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases}$$

$\delta(t)$ → REPRESENTADO COMO SERIE DE FOURIER

$$\tilde{\delta}(t) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{j\frac{2\pi}{T}kt}$$

SIENDO $a_k = \frac{1}{T}$ EL COEFICIENTE DE LA SERIE DE FOURIER

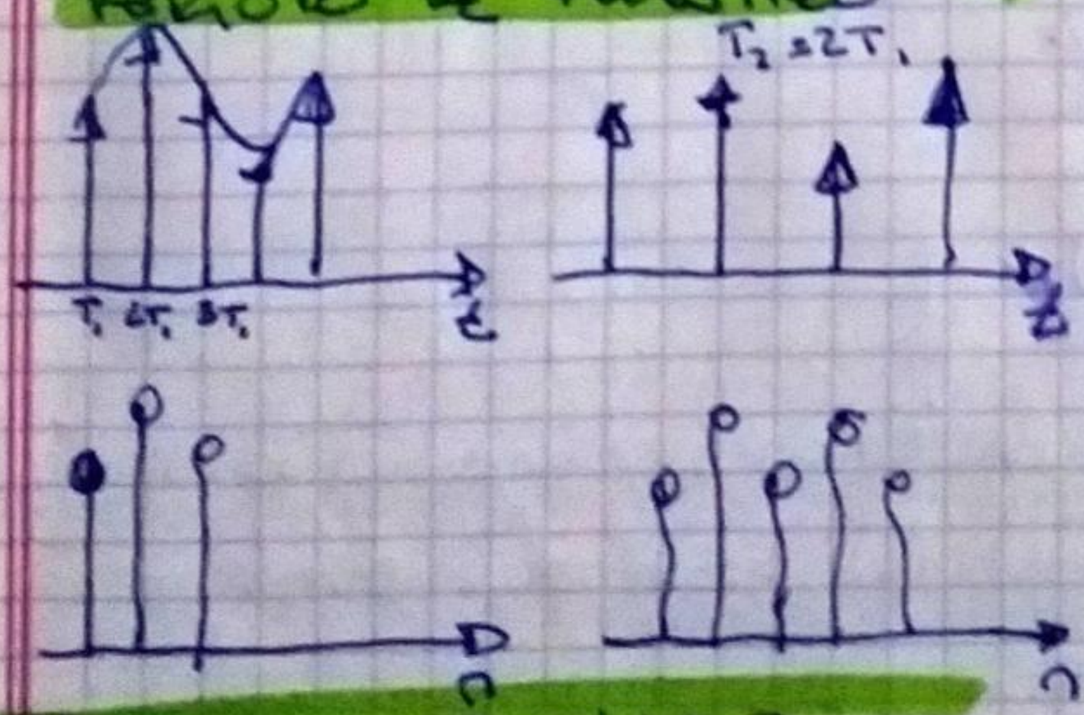
* VER REPRESENTACIÓN DEL TREN DE IMPULSOS EN SERIE DE FOURIER

$$\tilde{\delta}(j\omega) = \frac{2\pi}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - k\omega_s)$$

$$\omega_s = \frac{2\pi}{T}$$

(*) VER T.F. DE TREN DE IMPULSOS

* CONSIDERACIÓN CAMBIO PERÍODO DE MUESTREO (F7)



EN T.D. EL ESPACIADO ENTRE MUESTRAS ES = 1 → INDEPENDIENTE DEL PERÍODO DE MUESTREO

Scanned by TapScanner

RESUMEN DE $X_s(t)$ (PROCESO DE MODULACIÓN DE TIEMPO)

$$X_s(t) = X_c(t)\,S(t)$$

$$X_s(t) = X_c(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$$

$$X_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_c(t)\,\delta(t - nT)$$

MULTIPLICAR UNA SEÑAL POR UN IMPULSO DA COMO RESULTADO OTRO IMPULSO CUYA ÁREA ES IGUAL AL VALOR DE LA SEÑAL EN ESE INSTANTE

$$\boxed{x(t)\,\delta(t-t_0) = x(t_0)\,\delta(t-t_0)}$$

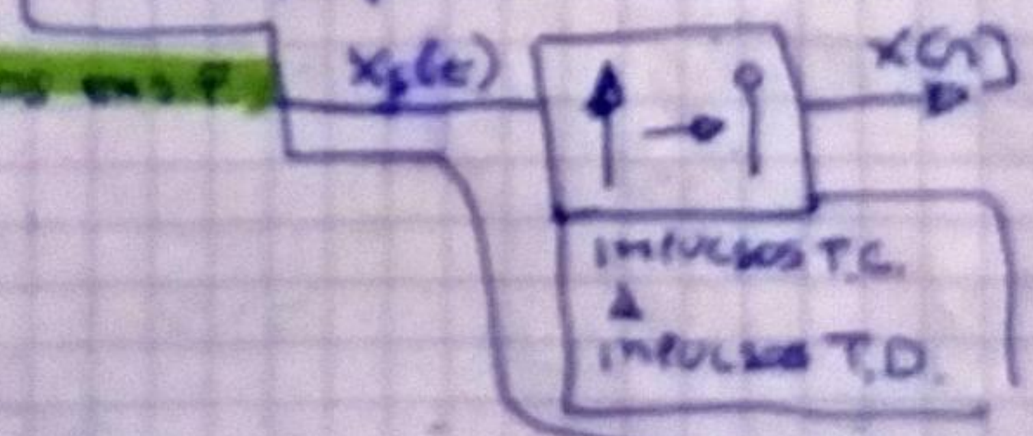
$$X_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_c(nT)\,\delta(t - nT)$$

→ EN ESTE PASO HEMOS DISCRETIZADO EL TIEMPO YA QUE:

$$\boxed{x[n] = x_c(nT)}$$

$$X_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]\,\delta(t - nT)$$

LOS SIMILARES DE T. CONTINUO PARTA TRANSFORMADA LOS $\delta(t)$ (T.C) a $\delta[n]$ (CONTINUAS EN T.D.)



REP. DE LA TRENA DE IMPULSOS EN F.

$$S(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$$

$$S(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk\frac{2\pi}{T}t}$$

COMO $S(t)$ ES PERIÓDICA

LOS a_k SON:

$$\boxed{a_k = \frac{1}{T}\int_T S(t)\,e^{-jk\frac{2\pi}{T}t}\,dt}$$

LO ÚNICO QUE ES A CALCULAR LA TRANSF. DE FOURIER DE LA SEÑAL EN UN PERIODO. ESTO ES:

$$a_k = \frac{1}{T} S(j\omega)\Big|_{\omega = k\frac{2\pi}{T}}$$

Scanned by TapScanner

1) CALCULAMOS LA SEÑAL EN UN PERIODO

EN ESTE CASO ES $\delta(t) = \tilde{s}(t)$

2) CALCULAMOS SU T.F.

$$\delta(t) \xrightarrow{T.F.} 1 \rightarrow \boxed{\tilde{S}(j\omega) = 1}$$

3) VALUAMOS LA T.F EN $\omega = \frac{2\pi}{T}k \quad \forall k$

$$Q_k = \frac{1}{T} \underbrace{S(j\omega)\Big|_{\frac{2\pi}{T}k}}_{1} \rightarrow \boxed{Q_k = \frac{1}{T} \quad \forall \cdot k}$$

DE AQUÍ Q:

$$\boxed{s(t) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{jk\frac{2\pi}{T}t}}$$

TREN DE IMPULSOS REPRESENTADO EN SERIE DE FOURIER

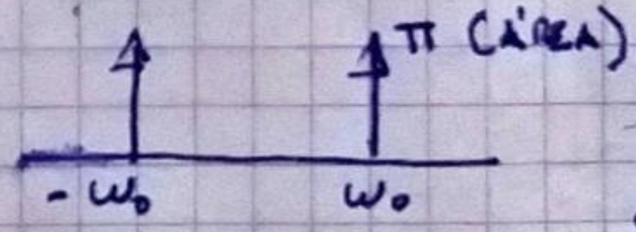
ANEXO (*) REPASO. T.F. DE SEÑALES PERIÓDICAS EN T.C.

$$\boxed{\tilde{S}(j\omega) = 2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} Q_k \, \delta\left(j\left(\omega - \frac{2\pi}{T}k\right)\right)}$$

P/ CUALQUIER SEÑAL PERIÓDICA $\tilde{s}(t)$

POR EJ:

$$\cos(\omega_0 t) \xrightarrow{TF}$$



$$\boxed{\pi\left(\delta(j(\omega+\omega_0)) + \delta(j(\omega-\omega_0))\right)}$$

¿DE DONDE SALE ESTO?

$$\boxed{\cos(\omega_0 t) = \frac{1}{2}\left(e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}\right) \xrightarrow{TF} \pi\left(\delta(\omega-\omega_0) + \delta(\omega+\omega_0)\right)}$$

$Q_1 = Q_{-1} = \pi$:

(*) AGREGAR MÁS EJEMPLOS DE T.F. EN T.C DE SEÑALES PERIÓDICAS

$$\sin(\omega_0 t) \longrightarrow \frac{1}{2j}\left(e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}\right)$$

$$\xrightarrow{TF} \boxed{j\pi\left[\delta(\omega-\omega_0) - \delta(\omega+\omega_0)\right]}$$ (OPPENHEIM)

Scanned by TapScanner

TRANSFORMADA DE FOURIER DEL TREN DE IMPULSOS

$$\mathcal{F}(j\omega) = 2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \, \delta\left(j\left(\omega - \frac{2\pi}{T}k\right)\right)$$

PARA $\mathcal{F}(t)$ LOS a_k DIFERENTES

$$a_k = \frac{1}{T} \quad \forall \; k$$

$$\boxed{\mathcal{F}(j\omega) = \frac{2\pi}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta\left(j\left(\omega - \frac{2\pi}{T}k\right)\right)}$$

RECONSTRUCCIÓN DE $X_0(j\omega)$ (TRANSF. DE FOURIER DE LA SEÑAL MUESTREADA EN TIEMPO CONTINUO)

$$x_0(t) = x_c(t) \cdot \delta(t)$$

COMO PRODUCTO EN EL TIEMPO ES CONVOLUCIÓN EN FRECUENCIA TENEMOS:

$$\boxed{X_0(j\omega) = \frac{1}{2\pi} X_c(j\omega) * \mathcal{F}(j\omega)}$$

(INSERTANDO DESARROLLADO)

$$\delta(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$$

(2) $\boxed{\text{S.F.}}$ $\delta(t) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{j\frac{2\pi}{T}kt}$

(3) $\boxed{\text{T.F}}$ $\mathcal{F}(j\omega) = \frac{2\pi}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - \frac{2\pi}{T}k\right)$

$$X_0(j\omega) = \frac{1}{2\pi} X_c(j\omega) * \frac{2\pi}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(k\omega - \omega_s k)$$

$$\boxed{\omega_s = \frac{2\pi}{T}}$$

APLICANDO PROP. DISTRIBUTIVA

$$X_0(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c(j\omega) * \delta(j(\omega - k\omega_s))$$

APLICANDO CONVOL. DE SEÑAL CON IMPULSO

$$X_0(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c(j(\omega - k\omega_s))$$

CONVOLUCIÓN DE UNA SEÑAL CON UN IMPULSO

$$x(t) * \delta(t - t_0) = x(t - t_0)$$

Scanned by TapScanner

3/ REESCRIBO $X_s(j\omega)$ 8/

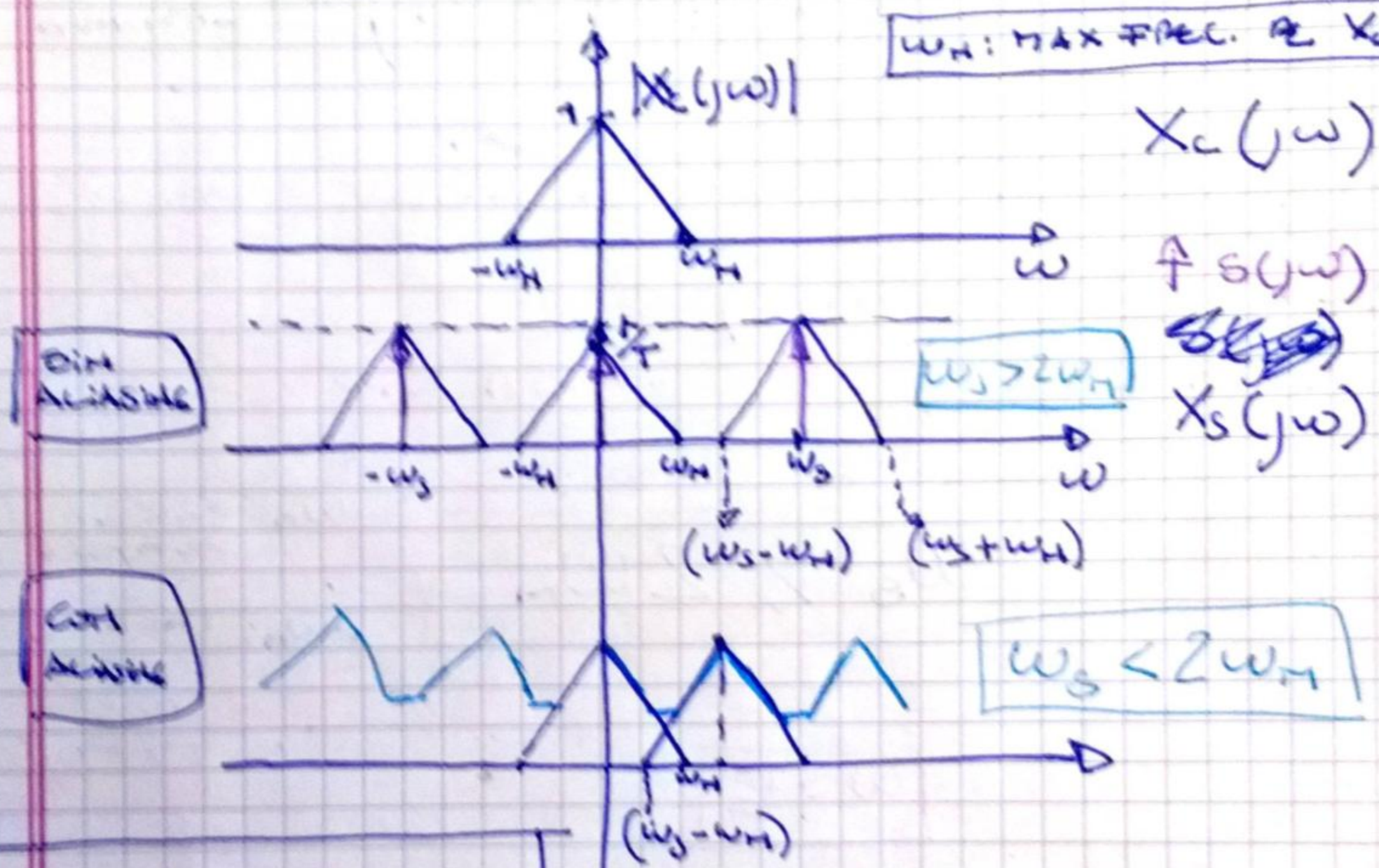
$$\boxed{X_s(j\omega) = \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c(j(\omega - k\omega_s))}$$

$\omega_s = \frac{2\pi}{T}$

T: PERÍODO DE MUESTREO

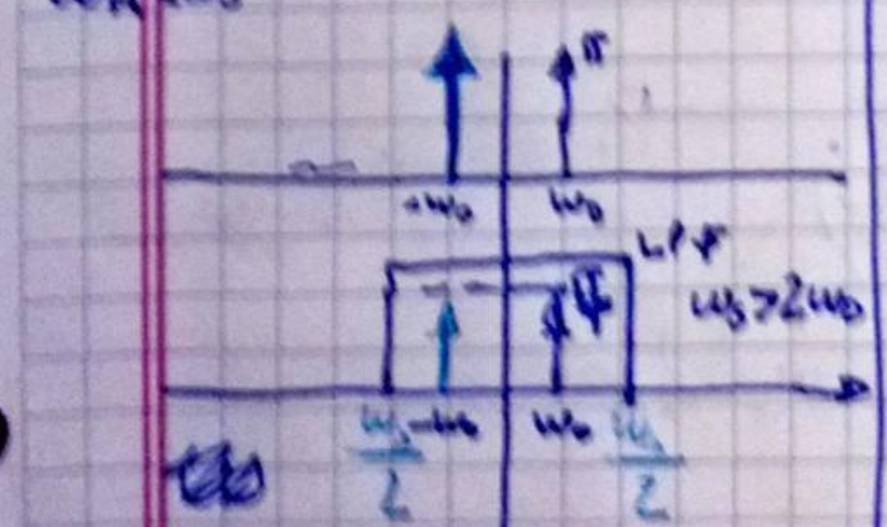
(3) → GRAFICAMOS $X_s(j\omega)$ PARA ANALIZAR ALIASING (F9)

$\boxed{\omega_M: \text{MAX FREC. DE } X_c(t)}$



$x_c(t) = \cos(\omega_0 t)$

$X_c(j\omega) = \pi[\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)]$



AQUÍ SE VE QUE PARA EVITAR ALIASING

$\omega_s - \omega_M > \omega_M$

$$\boxed{\omega_s > 2\omega_M}$$

$$\boxed{\omega_s = \frac{2\pi}{T}}$$

FILMINA (10) RECORDAR

Scanned by TapScanner

EJEMPLO DE ALIASING CON ω_0 ω_0 (F10)

(6) TEOREMA DE MUESTREO NYQUIST

EN BASE A LO VISTO EN (5)

SI $X_c(j\omega)$ ES LA T.F. DE

UNA SEÑAL EN BANDA LIMITADA

$(X_c(j\omega)=0$ PARA $|\omega|>\omega_n)$ → BANDA LIMITADA

$X_c(t)$ PUEDE RECONSTRUIRSE DESDE

$x[n]$ (SUS MUESTRAS)

$x[n] = x_c(nT)$ $\quad -\infty < n < \infty$

SI SE CUMPLE Q:

$$\boxed{\omega_s \geq 2\omega_M}$$

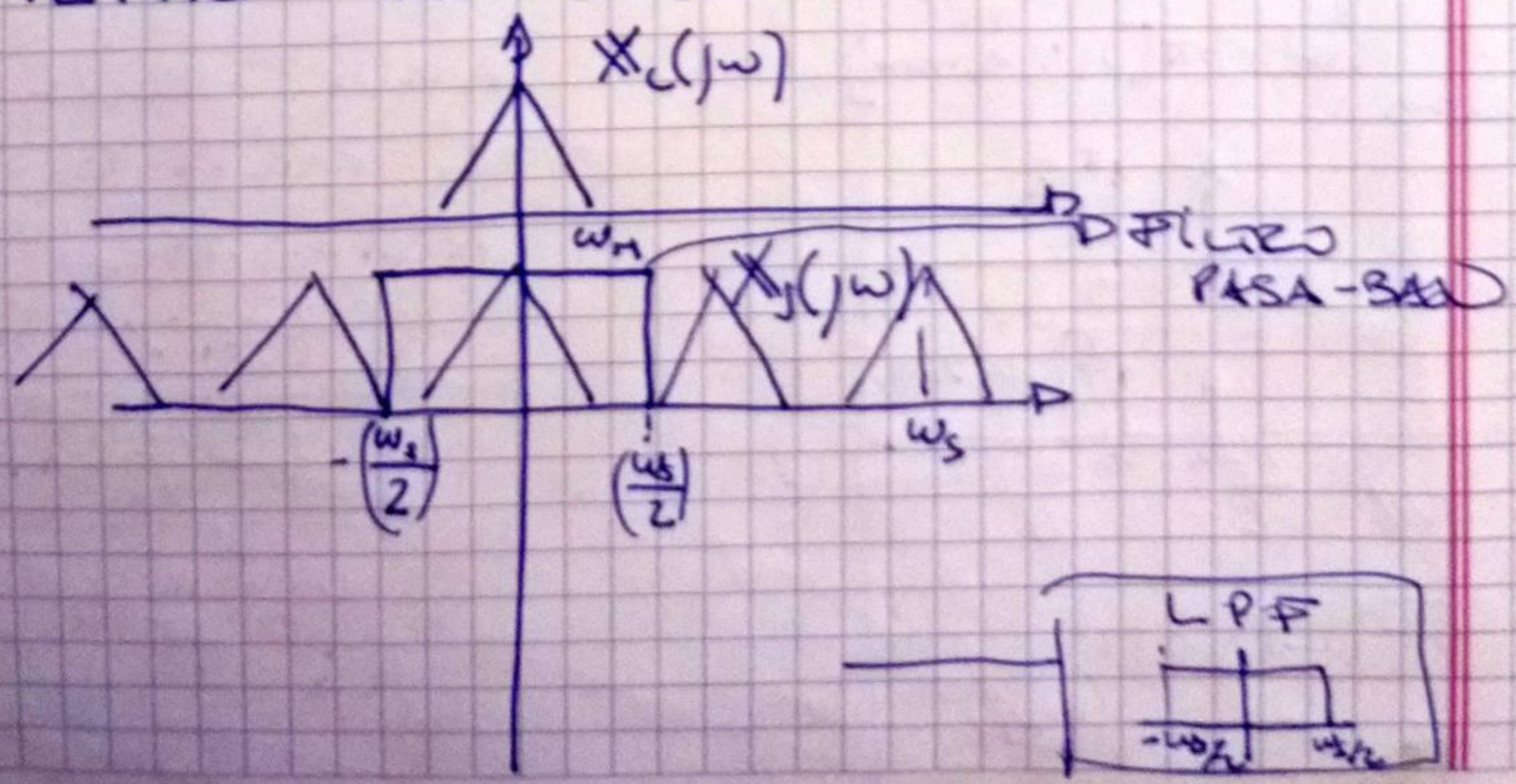
ω_M: FREC. DE NYQUIST

$2\cdot\omega_M$: TASA DE MUESTREO DE NYQUIST

$\frac{2\pi}{T} \geq 2\omega$

$$\boxed{\omega \leq \frac{\pi}{T}}$$

* FILTRO PASABAJO



Scanned by TapScanner

(7) $X_s(j\omega) \rightarrow X(e^{j\Omega})$

RELACIÓN ENTRE LAS T.F $x_c(t)$ y $x[n]$ $X_c(j\omega)$ y $X(e^{j\Omega})$ y $X_s(j\omega)$

$$\boxed{x[n] = x_c(nT)}$$

$$\boxed{x_s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_c(nT)\,\delta(t-nT)}$$

$X_s(t) =$ LA T.F. ES UNA OP. LINEAL POR LO TANTO LA T.F. DE UNA COMBINACIÓN, ES LA COMBINACIÓN DE LAS T.F.

(A) $$\boxed{X_s(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_c(nT)\,e^{-j\omega nT}}$$

LA T.F. DISCRETA DE $x[n]$ ES:

(B) $$\boxed{X(e^{j\Omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]\,e^{-j\Omega n}}$$

(C) $$\boxed{x[n] = x_c(nT)}$$

LA T.F. CONTINUA DE $x_s(t)$ (DE (4))

(D) $$\boxed{X_s(j\omega) = \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c\left(j\left(\omega - k\frac{2\pi}{T}\right)\right)}$$

PROPIEDAD DE DESPLAZAMIENTO EN EL TIEMPO

$$x(t) \longrightarrow X(j\omega)$$

$$x(t-t_0) \longrightarrow X(j\omega)e^{-j\omega t_0}$$

~~$\delta(t-nT) \rightarrow e^{-j\omega}$~~

DE DONDE

$$\delta(t-t_0) \xrightarrow{TF} 1 \cdot e^{-j\omega t_0}$$

POR LO Q SE VERIFICA Q: (UTILIZANDO (A), (B) y (C))

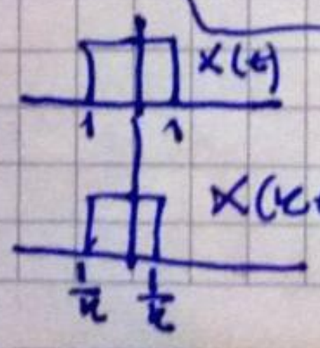
$$\boxed{X(e^{j\Omega}) = X_s\left(j\frac{\Omega}{T}\right) = \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c\left(j\left(\frac{\Omega}{T} - \frac{2\pi}{T}k\right)\right)}$$

$$X_s(j\omega)\Big|_{\text{con } \omega = \frac{\Omega}{T}}$$

EXPANSIÓN EN $\frac{1}{T}$ DE FREC

RECORDAMOS Q:

$x(kt)$ con $|k|>1$



COMPRESIÓN

EXPANSIÓN

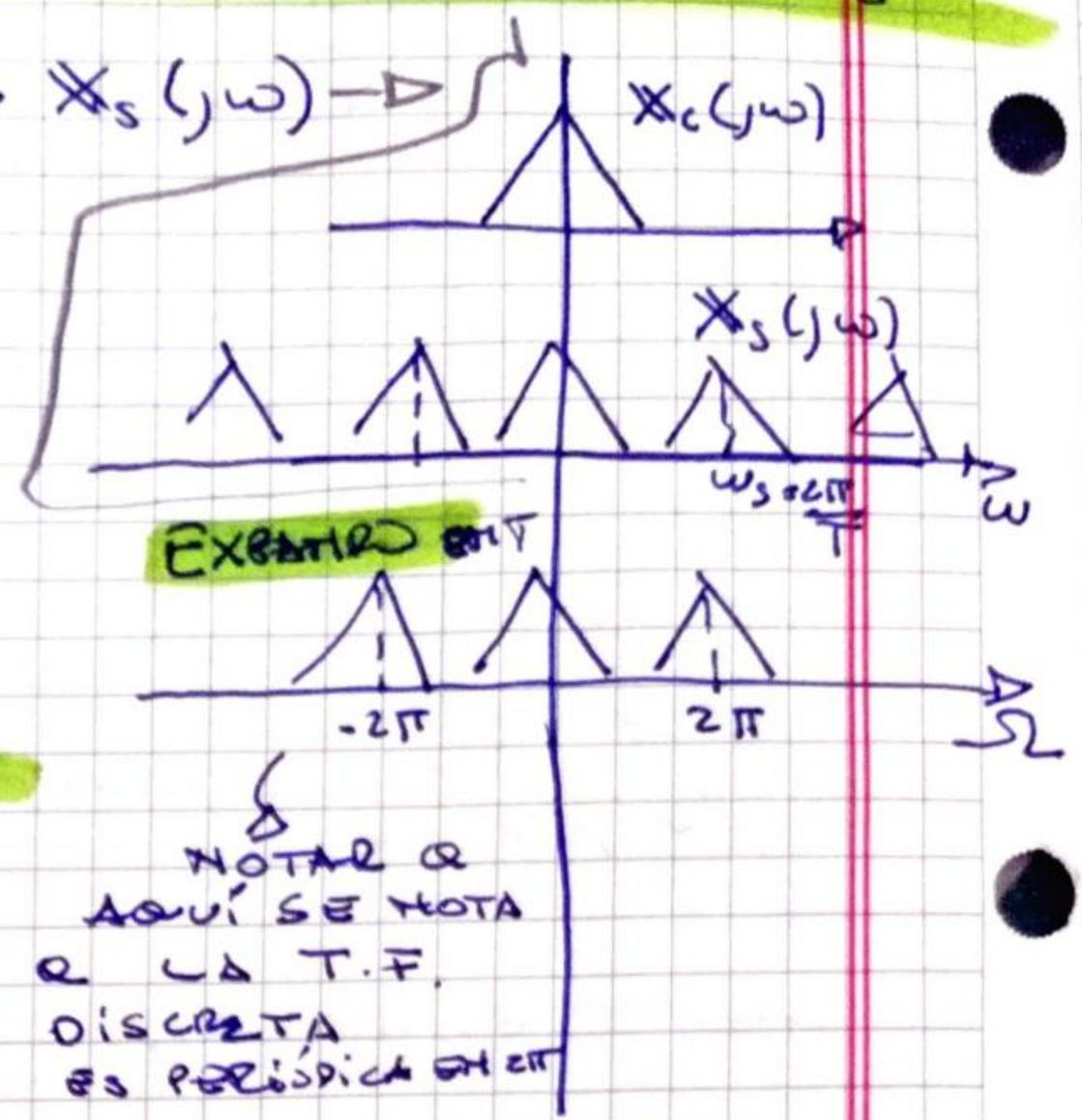
husares
Nombre:
Scanned by TapScanner

RESUMEN DE (7) DE $X_s(j\omega) \rightarrow X(e^{j\Omega})$

$x_s(t) \rightarrow x[n]$

¿CÓMO CALCULO LA T.F. DE $x[n]$?

1) T.F. DE $x_s(t) \longrightarrow X_s(j\omega) \rightarrow$



2) EXPANDO EL EJE EN T YA Q DEFINIMOS $\omega = \frac{\Omega}{T}$

PARA CONVERTIR EL EJE ω EN Ω

NOTAR Q AQUÍ SE NOTA Q LA T.F. DISCRETA ES PERIÓDICA EN 2π

EXPANSIÓN MULTIPLICO EL EJE POR T

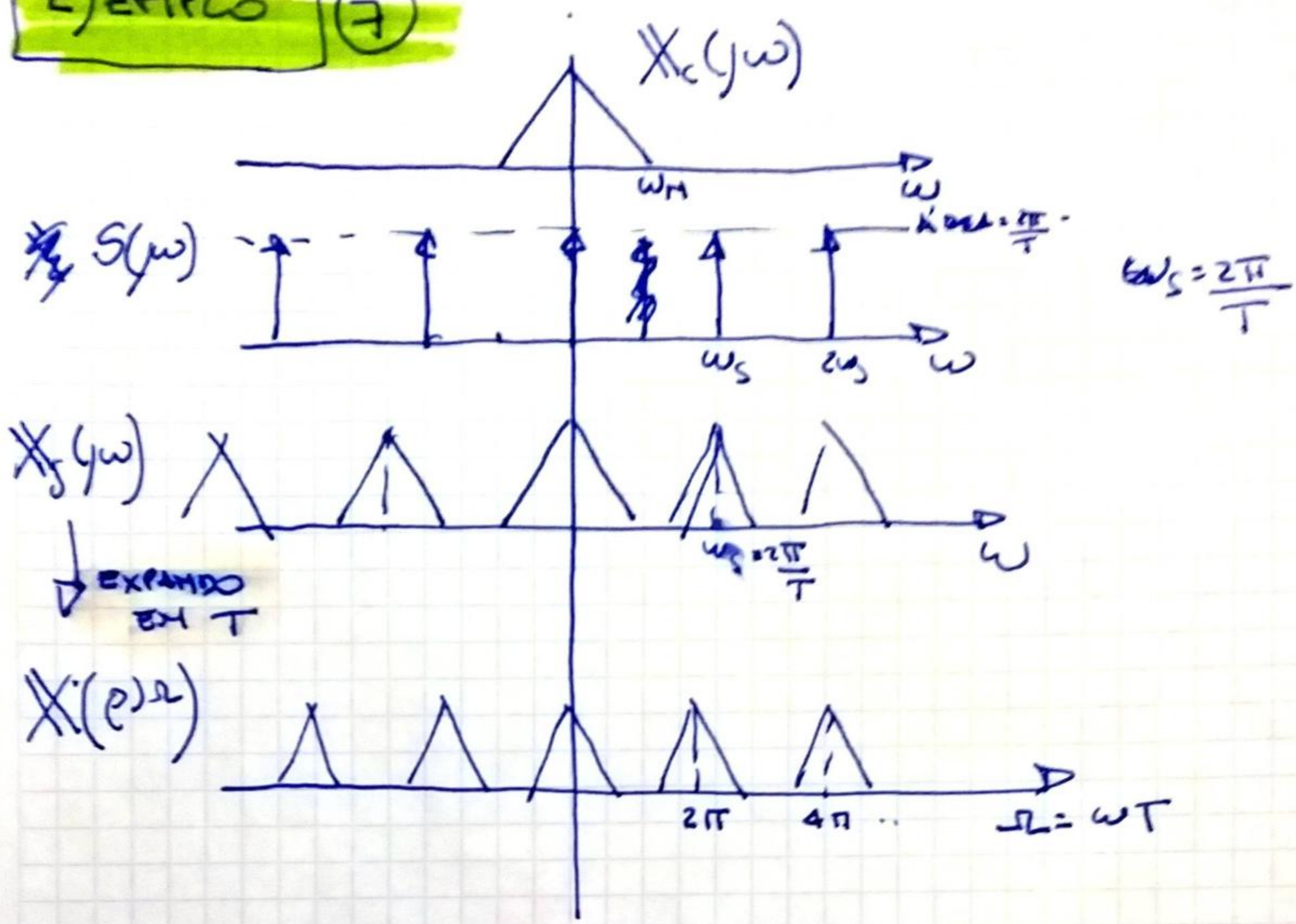
¿ESTA "EXPANSIÓN" EN T DEL EJE DE FRECUENCIA ESTÁ RELACIONADA CON LA "COMPRESIÓN" EN T DEL EJE DE TIEMPO CAMBIANDO LA UNIDAD DE TIEMPO DE $\underbrace{T}_{\text{ESPACIO ENTRE MUESTRAS TC}}$ A $\underbrace{1}_{\text{ESPACIO ENTRE MUESTRAS TD}}$

$\frac{T}{T} = 1$

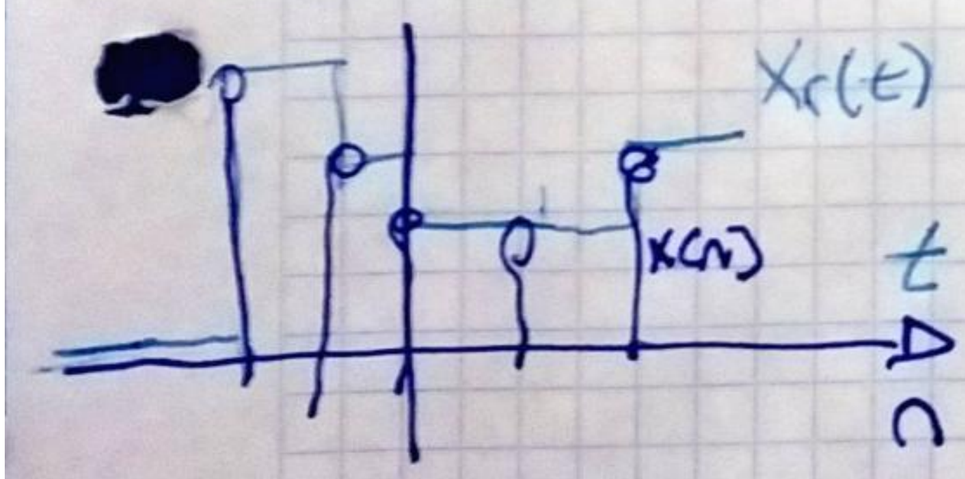
Scanned by TapScanner

41 bits

EJEMPLO 7



EJEMPLO 8



NOTA

Scanned by TapScanner

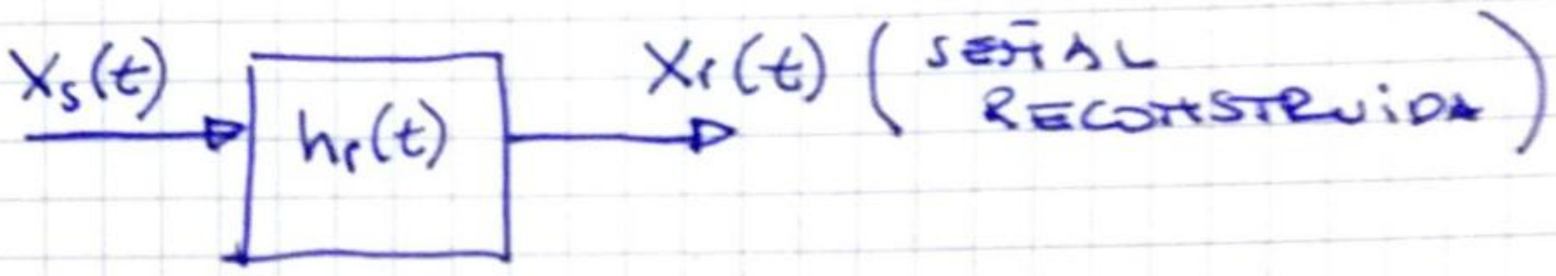
S/ (8) ¿Cómo obtener una señal continua a partir de sus muestras en tiempo discreto?

RECONSTRUCCIÓN DE SEÑAL BANDA LIMITADA

$X(e^{j\Omega}) \rightarrow X_r(e^{j\omega T})$

$$\boxed{X_\delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]\,\delta(t-nT)}$$ de (1)

FILTRO DE RECONSTRUCCIÓN CON RESP. AL IMPULSO $h_r(t)$



(A) $$\boxed{X_r(t) = X_\delta(t) * h_r(t)}$$

$$X_r(t) = h_r(t) * X_\delta(t)$$

$$X_r(t) = h_r(t) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]\,\delta(t-nT)$$

POR PROPIEDAD DE LINEALIDAD DISTRIBUYO LA CONVOLUCIÓN EN LA SUMA:

(B) $$\boxed{X_r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_r(t) * x[n]\,\delta(t-nT)}$$

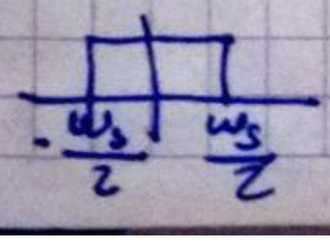
h_r DEBE SER UN FILTRO PASA BAJO

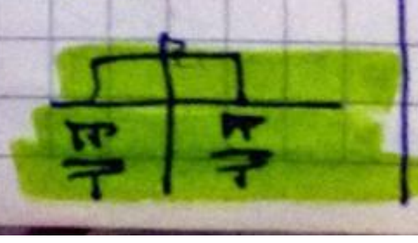
$h_r \rightarrow$ LPF

CON FREC. DE CORTE $\frac{\omega_s}{2} = \frac{2\pi}{T}\cdot\frac{1}{2} = \frac{\pi}{T}$

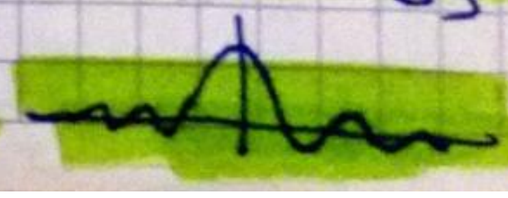
UN FILTRO IDEAL DE ESTAS CARACTERÍSTICAS TIENE

$H_r(j\omega) \Rightarrow$





EN EL TIEMPO SU RESP ES



Scanned by TapScanner

LA RESP. DE UN PASABAJO IDEAL CON CORTE EN $\frac{\pi}{T}$ ES

(C) $$h_r(t) = \frac{\sin\left(\frac{\pi t}{T}\right)}{\left(\pi t / T\right)}$$

$$h_r(t) = \frac{\sin(\omega_c t)}{\omega_c t}$$

$$\omega_c = \frac{\pi}{T}$$

POR LO Q LA EXPRESIÓN ANTERIOR CON ~~$h_r(t)$~~

REESCRIBIENDO (B)

$$X_r(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_r(t) * \delta(t-nT)\, x[n]$$

POR LA CONVOLUCIÓN CON UN IMPULSO

→ POR LA PROP. DE DESPLAZAMIENTO EN EL t

$$h_r(t) * \delta(t-nT) = h_r(t-nT)$$

$$X_r(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_r(t-nT)\, x[n]$$

(*) PROCESO DE RECONSTRUCCIÓN

REEMPLAZANDO (C) Y REEMPLAZANDO t POR $t-nT$

$$X_r(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{T}(t-nT)\right)}{\frac{\pi}{T}(t-nT)}\, x[n]$$

FILTRO INTERPOLADOR

(D)

AHORA VEREMOS CUANDO SE CUMPLE Q LA SEÑAL RECONSTRUIDA $X_r(t)$ ES IGUAL A LA SEÑAL ORIGINAL $X_c(t)$ →

(A PRIORI, DE (5) Y (6) Y A SABEMOS Q $\frac{2\pi}{T} > 2\omega_M \rightarrow \boxed{\frac{\pi}{T} > \omega_M}$

Scanned by TapScanner

6

(8) SEGUNDA PARTE: (ACTUALIZAMOS LA T.F)

LA T.F. DE (D) ~~COMO X(n) SON CTES.~~

$$\boxed{X_r(j\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) \cdot \underbrace{H_r(j\omega) \cdot e^{-j\omega T n}}} \quad (E)$$

PROP. DE DESPLAZAMIENTO EN EL TIEMPO

$\cancel{x(t) \to X(j\omega)}$

$\cancel{X(t-t_0) \to X(j\omega) e^{-j\omega t_0}}$

$x(t) \to X(j\omega)$

$x(t-t_0) \to X(j\omega) e^{-j\omega t_0}$

$H_r(j\omega)$

FILTRO PASABAJO IDEAL (GANANCIA T EN BANDA DE PASO)

$H_r(j\omega) = T \quad -\frac{\pi}{T} < \omega < \frac{\pi}{T}$

$H_r(j\omega) = 0 \quad \text{PARA } |\omega| > \frac{\pi}{T}$ → (F)

(6) $$X_r(j\omega) = H_r(j\omega) \underbrace{\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) e^{-j\omega T n}} = \boxed{H_r(j\omega) \cdot X(e^{j\omega T})}$$

↓ DE (7) (B)

$$X(e^{j\Omega})\Big|_{\Omega = \omega T}$$

TENIENDO EN CTA (F) Y (6) CONCLUIMOS QUE

$$X_r(j\omega) = \underbrace{T} \cdot X(e^{j\omega T})$$

↓

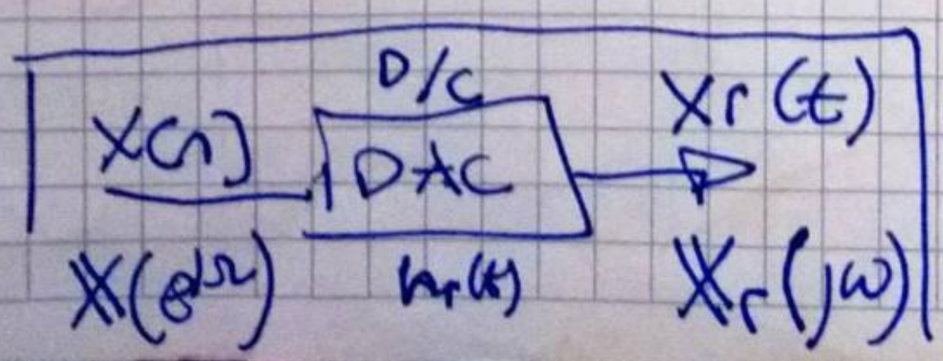
$H_r(j\omega)$ → TIENE GANANCIA T

COMPRESIÓN EN T

$\boxed{\Omega = \omega \cdot T}$

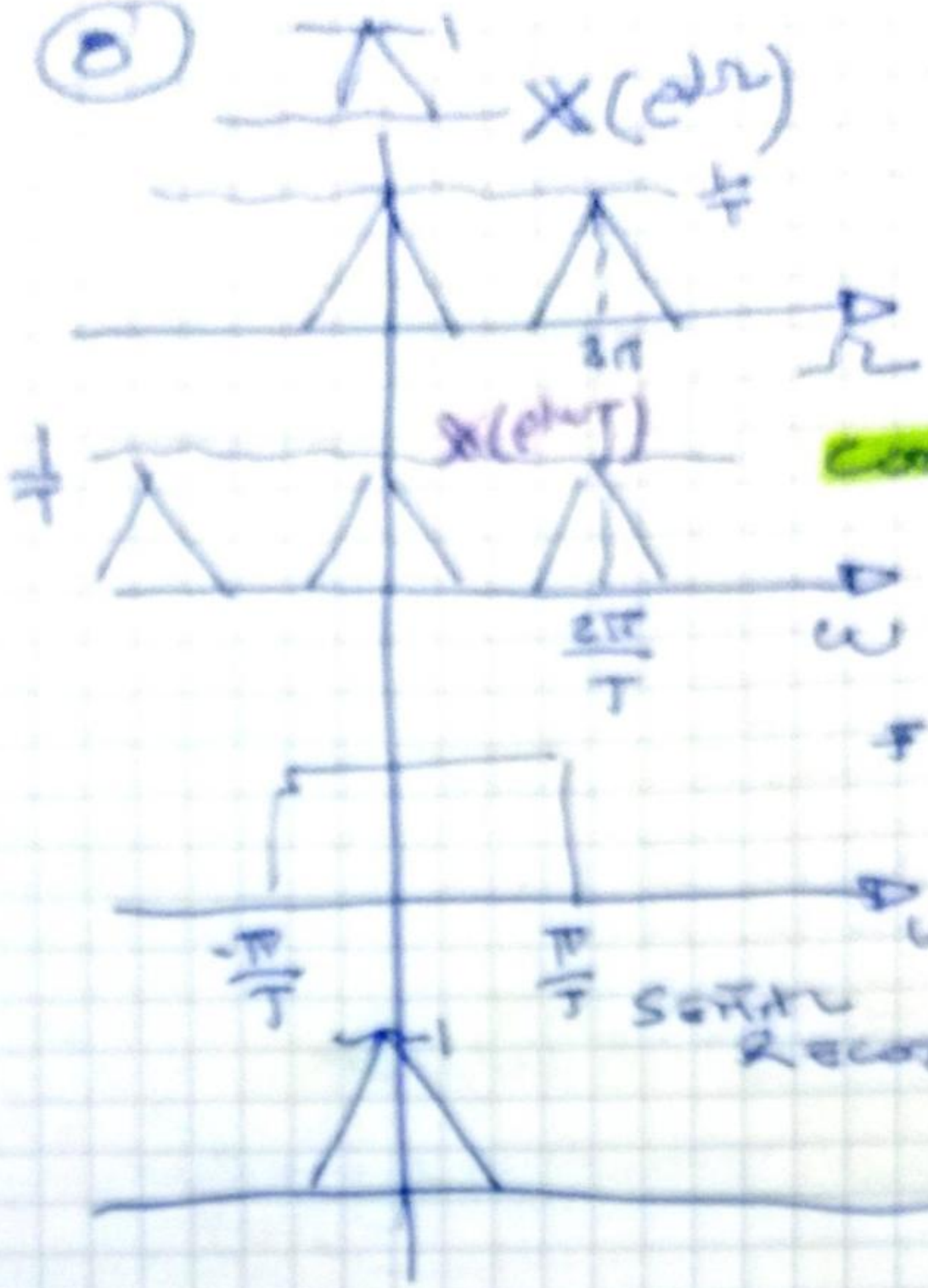
$\boxed{|\omega| < \frac{\pi}{T}}$

Sin



Scanned by TapScanner

RESUMEN DE (8)



COMPRIMO EN T

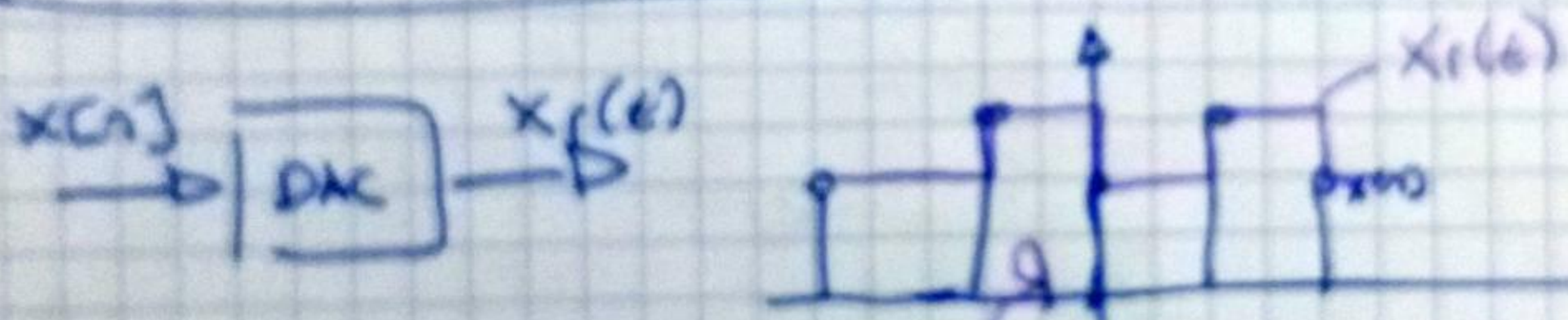
$\left(\omega = \frac{\Omega}{T}\right)$

FILTRO

SOLAPAMIENTO

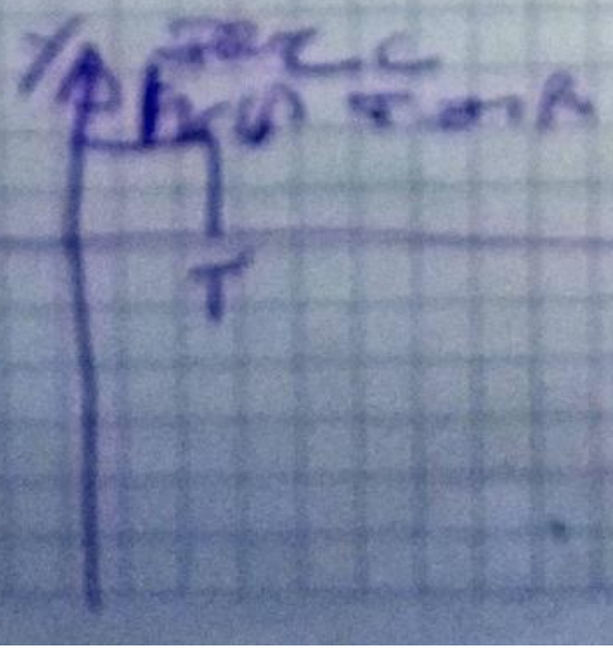
RECONSTRUCCIÓN

VER F21



COMPARA UN RETENEDOR, CON UN FILTRO PASABAJO IDEAL (SINCRONO)

FILTRO RETENEDOR DE TIEMPO



EN FRECUENCIA

Scanned by TapScanner

6/10/5

CLASE (16)

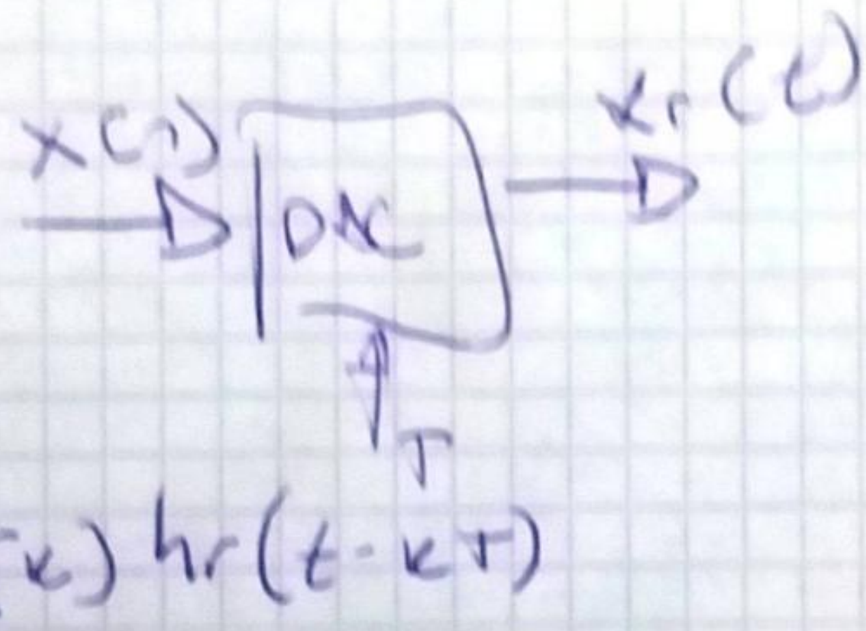
PUNTO (B)

$$X_r(j\omega) = H_r(j\omega)\, X(e^{j\omega T})$$

(1) $x(t) \xrightarrow{TF} X(e^{j\Omega})$

(2) comprimo en T (1)

(3) multiplico (2) por $H_r(j\omega)$



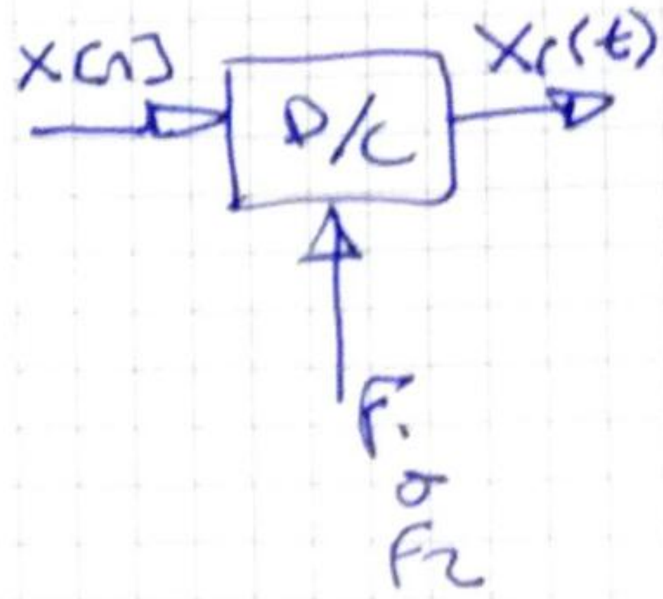
Scanned by TapScanner

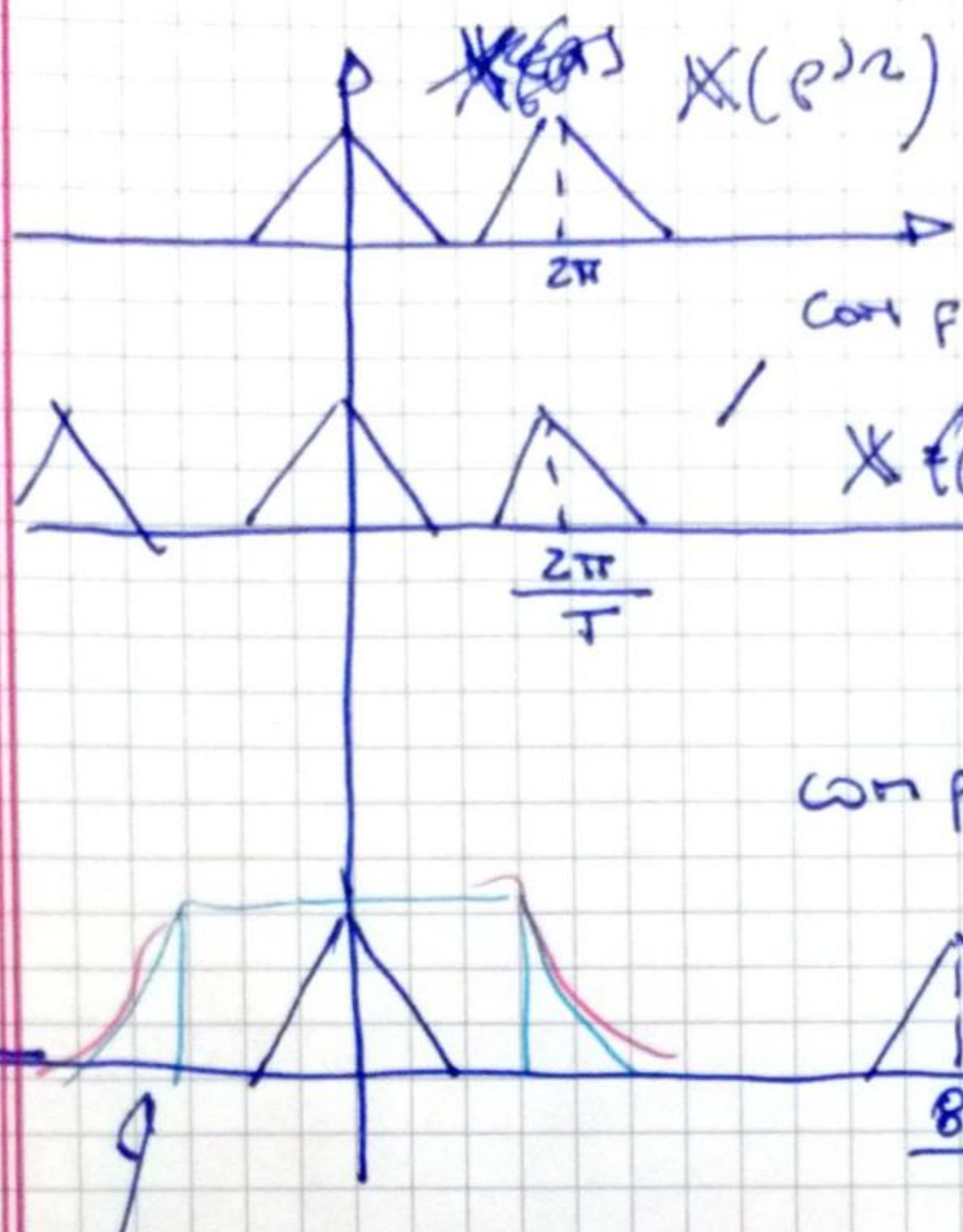
7/

PREGUNTA:

SUPONGAMOS QUE

$F_1 = \frac{1}{T}$ y $F_2 = \frac{4}{T}$





SI USO UNA FREC. DE MUESTREO MAYOR AL RECONSTRUIR CON h_r TENGO LAS REPLICAS MÁS SEPARADAS

FPB IDEAL
VS
FPB REALES
CON CIERTA CAÍDA

ESTO NOS PERMITE: → DISEÑAR UN FILTRO RECONSTR. LO MÁS SENCILLO POSIBLE

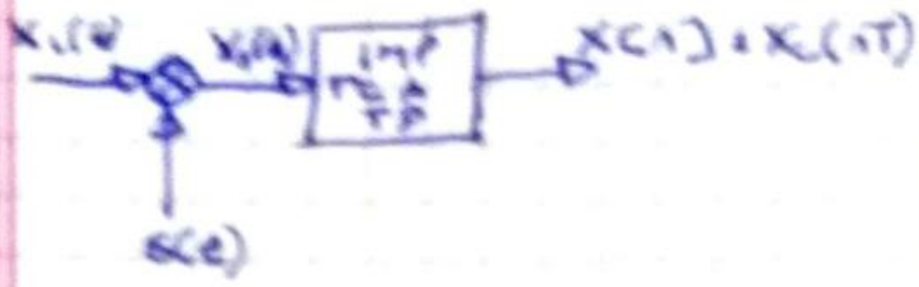
EL FIL

AUMENTAR LA FREC. DE MUESTREO RENDIMIENTO AUMENTA EL CONSUMO Y TRAE OTROS PROBLEMAS

7 HOJAS + ESTA

RESUMEN 1ra CLASE - (2da PARTE) (CLASE 10

MUESTREO



PA → $x(t)\,\delta(t-t_0) = x(t_0)\,\delta(t-t_0)$

PB → $x(t) * \delta(t-t_0) = x(t-t_0)$

PC → $\delta(t) \xrightarrow{TF} 1$

PD → $x(t) \xrightarrow{TF} X(j\omega)$
$x(t-t_0) \rightarrow X(j\omega)\,e^{-j\omega t_0}$

① $x_0(t)$ → PROC. NORMALIZACIÓN TIEMPO

$$x_0(t) = x_c(t)\cdot s(t) \qquad s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT)$$

TREN DE IMPULSOS T.C.

USANDO (PA)

$$x_0(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_c(nT)\,\delta(t-nT) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]\,\delta(t-nT)$$

② SERIE DE FOURIER DE $s(t)$

2.1) CÁLCULO DE COEFICIENTES SERIE DE FOURIER SEÑ. PERIÓDICA

1) TOMAR SEÑAL EN 1 PERIODO
2) CALC. SU T.F (DE 1))
3) VALUAR LA TF EN $\omega = \frac{2\pi}{T}k$ → $a_k = \frac{1}{T} S(j\omega)\Big|_{\omega = \frac{2\pi}{T}k}$
4) $s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k\, e^{j\frac{2\pi}{T}kt}$

2.2)
1) UN PERIODO DE $s(t)$ → $\delta(t)$
2) $TF\{\delta(t)\} = 1$
3) $a_k = \frac{1}{T}\cdot(1)\ \forall k$ →
4)

$$s(t) = \frac{1}{T}\sum e^{j\frac{2\pi}{T}kt}$$

③ TRANSFORMADA DE FOURIER $s(t) \rightarrow S(j\omega)$

3.1) Si $\tilde{x}(t)$ periódica

$$X(j\omega) = 2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k\, \delta\left(j\left(\omega - \frac{2\pi}{T}k\right)\right) \qquad \omega_s = \frac{2\pi}{T}$$

3.2) TENIENDO EN CTA 3.1) y 2.2) (3) → ($a_k = \frac{1}{T}$)

$$S(j\omega) = \frac{2\pi}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta\left(j\left(\omega - \frac{2\pi}{T}k\right)\right)$$

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty}$$

Scanned by TapScanner

8/

1/

((CLASE 11 PUÉ PRÁCTICO)

RESUMEN 2DA CLASE (2DA PARTE) (CLASE 12)

CONDICIONES P/ Q/ UNA SEÑAL TENGA REPRESENTACIÓN EN SERIE DE FOURIER

T. DISCRETO

TODA SEÑAL PERIÓDICA EN N

$\tilde{x}[n]$ SE PUEDE REPRESENTAR CON S.F.

$$\boxed{\tilde{x}[n] = \sum_{k\langle N\rangle} a_k e^{j\frac{2\pi k}{N}n}}$$

S.F. DISCRETA

$$\left.\begin{aligned}
\tilde{x}[0] &= \sum_{k\langle N\rangle} a_k \\
\tilde{x}[1] &= \sum_{k\langle N\rangle} a_k e^{j\frac{2\pi k}{N}} \\
&\vdots \\
\tilde{x}[N-1] &= \sum_{k\langle N\rangle} a_k e^{j(N-1)\frac{2\pi k}{N}k}
\end{aligned}\right\}$$

N EQS CON N INCOGNITAS (PARA OBTENER LOS a_k)

T. CONTINUO

SÓLO SI CUMPLE LAS CONDICIONES DE DIRICHLET SE PUEDE REPRESENTAR EN SERIE DE FOURIER

→ AMPLIAR

husares
Nombre:
Hoja Nº

Scanned by TapScanner

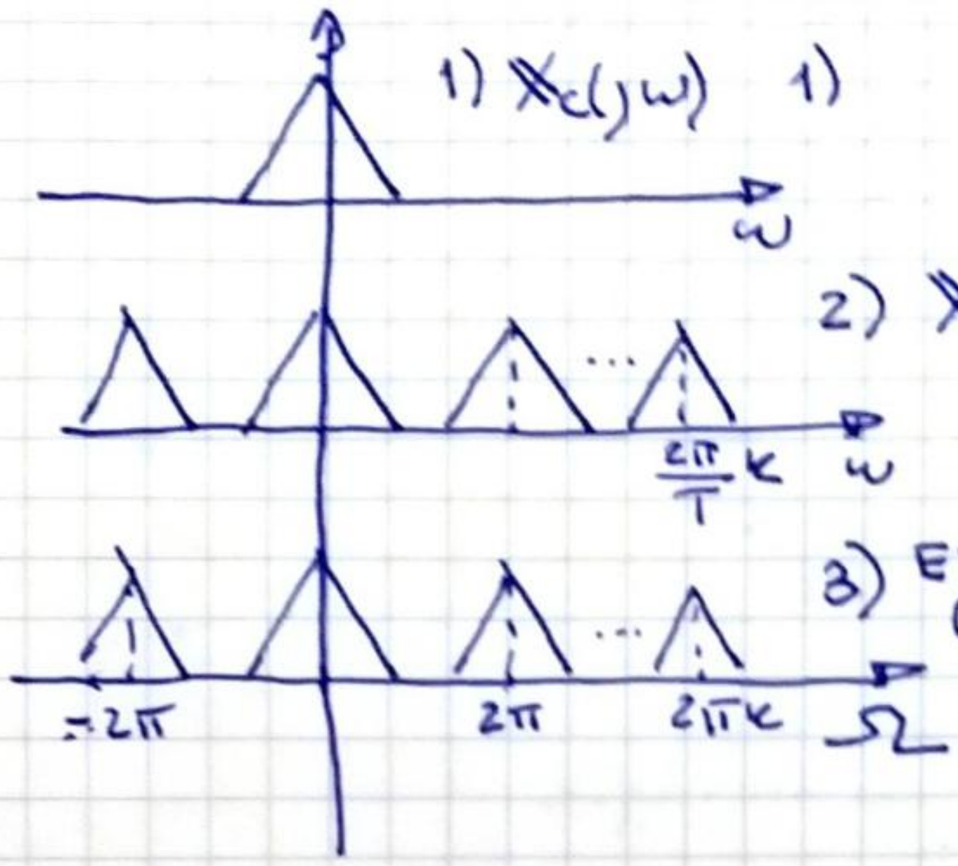
REDUREN CLASE ANTERIOR

PASOS

1) CALCULO $X_c(j\omega)$
2) REPITO CADA $\frac{2\pi}{T}$ → $X_s(j\omega)$
3) EXPANDO EN T

$$\left.\begin{array}{l} X_c(j\omega) \longrightarrow X(e^{j\Omega}) \\ x_c(t) \longrightarrow x[n] \end{array}\right] \text{T.C} \rightarrow \text{T.D}$$

$$\boxed{X(e^{j\Omega}) = X_s\left(j\frac{\Omega}{T}\right) = \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c\left(j\left(\frac{\Omega}{T} - \frac{2\pi}{T}k\right)\right)}$$



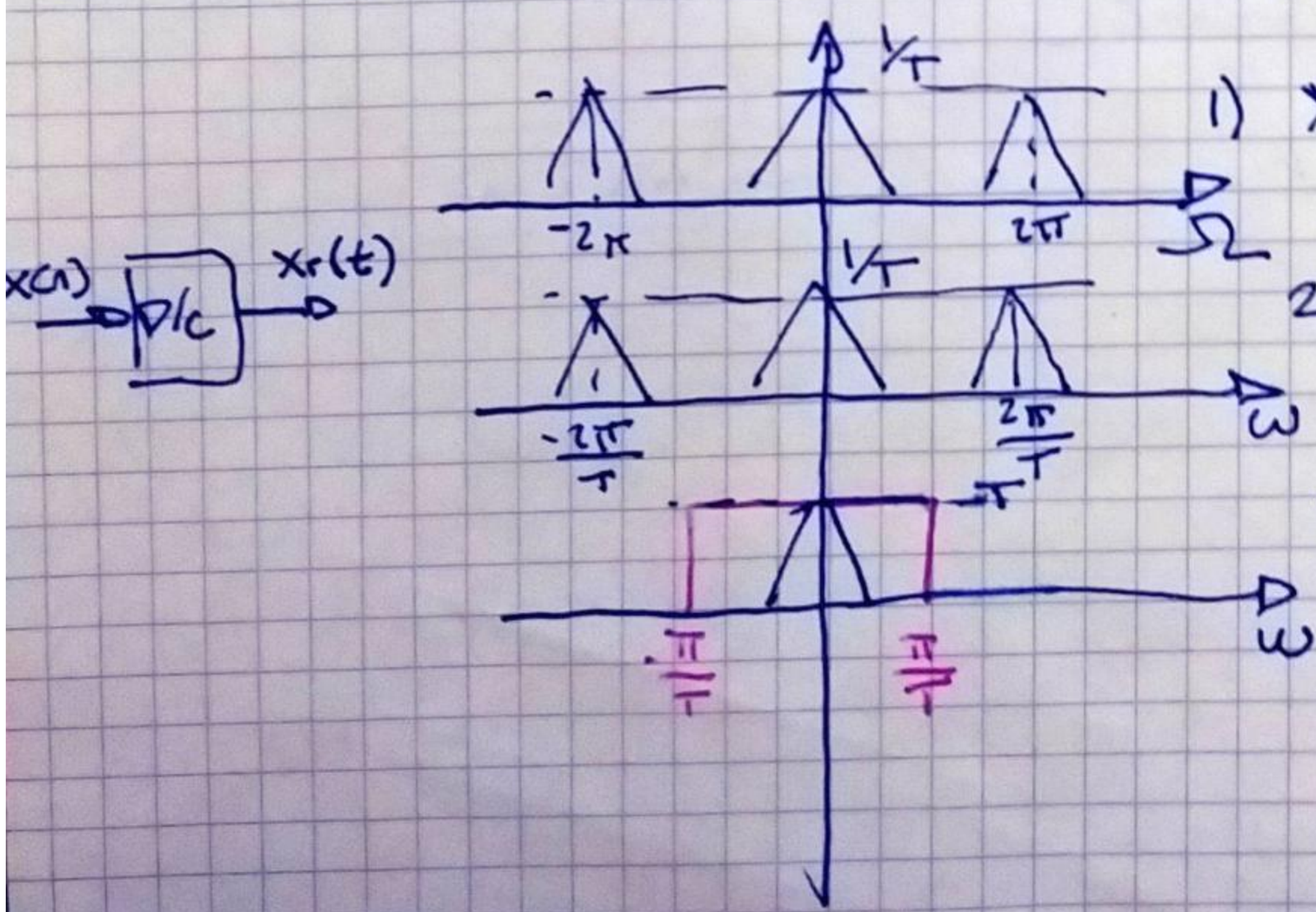
$$X(e^{j\Omega}) = X_s\left(j\frac{\Omega}{T}\right)$$

TD A TC

$$\left[\begin{array}{l} X(e^{j\Omega}) \longrightarrow X_r(j\omega) \\ x[n] \longrightarrow x_r(t) \text{ (RECONSTRUIDA)} \end{array}\right]$$

$$\boxed{X_r(j\omega) = \underbrace{H_r(j\omega)}_{\text{FILTRO}} X(e^{j\omega T})}$$

1) CALCULO $X(e^{j\Omega})$
2) COMPRIMO EN T
3) MULTIPLICO POR RESP. DEL FILTRO $H_r(j\omega)$



Scanned by TapScanner

9/

2/

PROCESAMIENTO EN T.D. DE SEÑALES EN T.C.

(A) EXP. COMPLEJA COMO AUTOFUNCIÓN DE UN SLIT

T.C → $e^{j\omega t} \rightarrow \boxed{\text{SLIT}} \rightarrow H_c(j\omega)\, e^{j\omega t}$

T.D → $\underbrace{e^{j\Omega n}}_{\text{AUTOFUNCIÓN}} \rightarrow \boxed{\text{SLIT}} \rightarrow \underbrace{H_D(e^{j\Omega})}_{\text{AUTOVALOR}}\, e^{j\Omega n}$

(B)

T.C | (A) | T.D (B) | (C) | T.C

DEL RESUMEN ANTERIOR

B1 $X(e^{j\Omega}) = \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c\left(j\left(\omega - \frac{2\pi k}{T}\right)\right) = X_s\left(j\underbrace{\frac{\Omega}{T}}_{\text{EXPRESIÓN ①}}\right)$

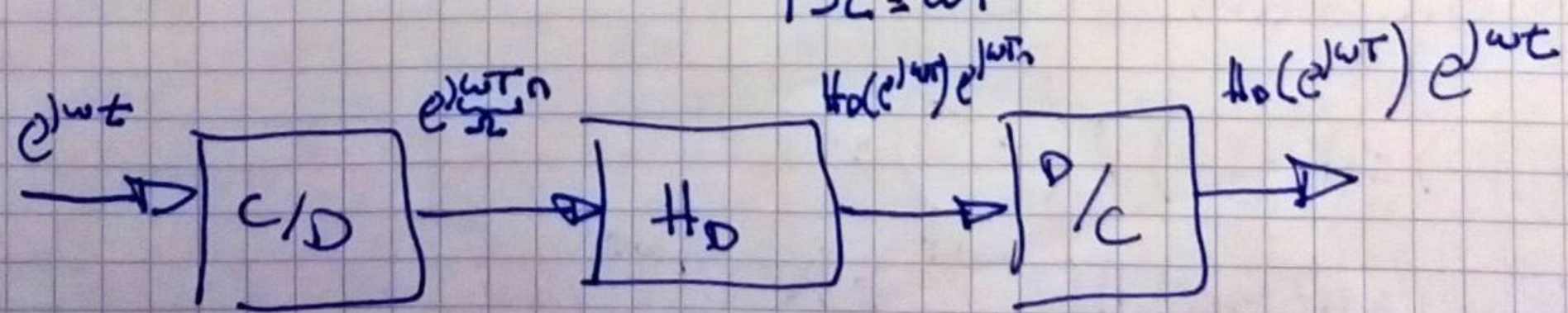
B2 $Y(e^{j\Omega}) = X(e^{j\Omega}) \cdot \underbrace{H_D(e^{j\Omega})}_{\text{PROCESO DISCRETO}}$

B3 $Y_r(j\omega) = \underbrace{H_r(j\omega)}_{\text{FILTRO INTERPOLADOR}}\, Y(e^{j\Omega})\Big|_{\Omega = \omega T}$ COMPRESIÓN EN ①

(C) FILTRO DE T.D. EQUIVALENTE A UNO DE TC

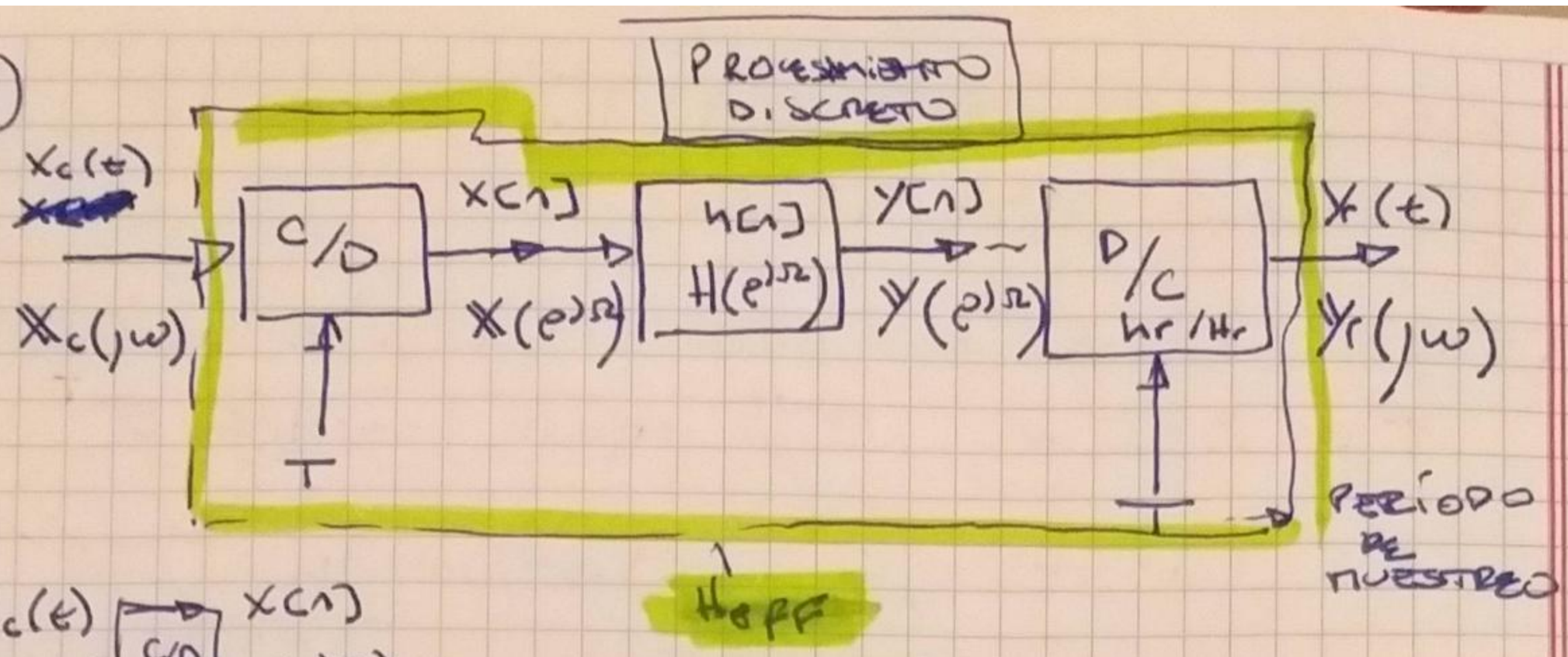
PROCESO

$$H_c(j\omega) = H_D(e^{j\Omega})\Big|_{\Omega = \omega T} = H_D(e^{j\omega T})$$

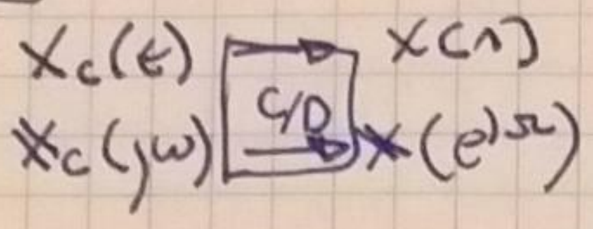


Scanned by TapScanner

D

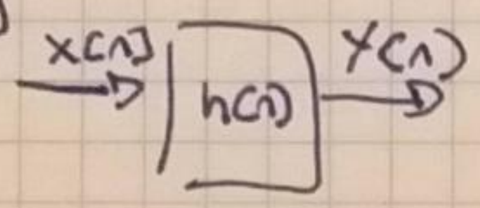


D1



$$X(e^{j\Omega}) = \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c\left(j(\omega - \omega_s \cdot k)\right) \qquad \omega_s = \frac{2\pi}{T}$$

D2



$$y[n] = x[n] * h[n]$$

$$Y(e^{j\Omega}) = X(e^{j\Omega}) \cdot H(e^{j\Omega})$$

D3

$$y_r(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} y[n]\, h_r(t - nT)$$

$$Y_r(j\omega) = H_r(j\omega)\, Y(e^{j\Omega})\Big|_{\Omega = \omega T}$$

$$Y_r(j\omega) = \begin{cases} T \cdot Y(e^{j\omega T}) & |\omega| < \frac{\pi}{T} \\ 0 & |\omega| \geq \frac{\pi}{T} \end{cases}$$

FILTRO INTERPOLADOR

$$h_r(t) = \frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t/T}$$

$$H_r(j\omega) = \begin{cases} T & |\omega| < \frac{\pi}{T} \\ 0 & |\omega| \geq \frac{\pi}{T} \end{cases}$$

D4 CUIDADO TODO

$$Y_r(j\omega) = H_r(j\omega)\, Y(e^{j\omega T}) =$$

$$Y_r(j\omega) = H_r(j\omega)\, H(e^{j\omega T}) \cdot X(e^{j\omega T})$$

$$Y_r(j\omega) = H_r(j\omega) \cdot H(e^{j\omega T}) \cdot \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c\left(j(\omega - \omega_s k)\right)$$

$$X_c\left(j\left(\frac{\Omega}{T} - \frac{2\pi}{T}k\right)\right) \qquad \omega_s$$

$\Omega = \omega T$

Scanned by TapScanner

10/

Por la definición anterior vemos $X_c(j\omega) = 0$ si $|\omega| \geq \frac{\pi}{T}$ (banda limitada)

y que la resp. de $H_r(j\omega)$ es $\begin{cases} T & |\omega| < \frac{\pi}{T} \\ 0 & |\omega| \geq \frac{\pi}{T} \end{cases}$

Luego para $k=0$ tenemos (simplificando T en H_r)

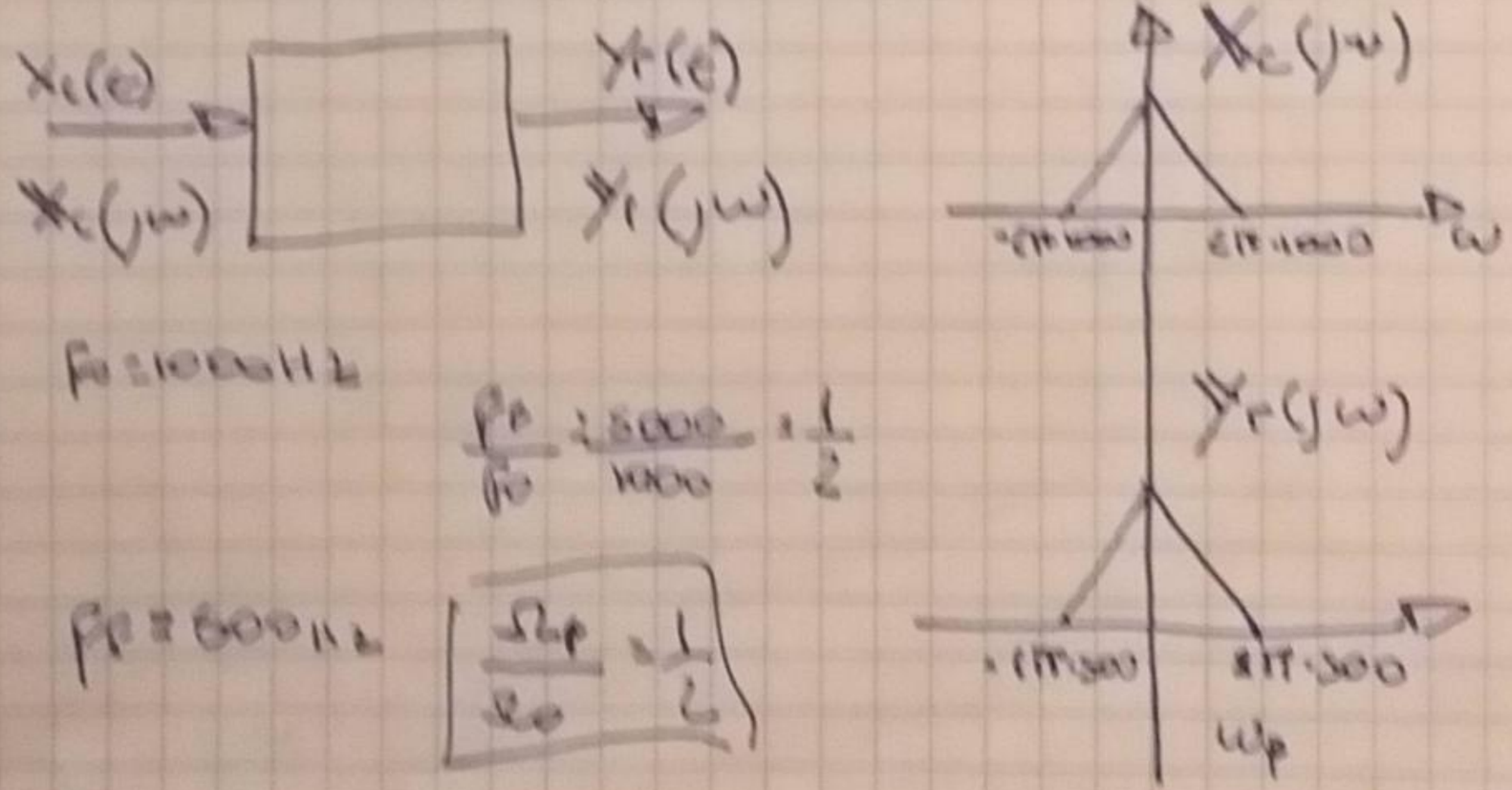
$$Y_r(j\omega) = \begin{cases} H(e^{j\omega T})\, X_c(j\omega) & |\omega| < \pi/T \\ 0 & |\omega| \geq T \end{cases}$$

$$\boxed{Y_r(j\omega) = H_{eff}(j\omega)\, X_c(j\omega)}$$

$$\boxed{H_{eff}(j\omega) = \begin{cases} H(e^{j\omega T}) & |\omega| < \frac{\pi}{T} \\ 0 & |\omega| \geq \frac{\pi}{T} \end{cases}}$$

Ejemplo

Nos solicitan realizar un filtro digital con la sig. especificación



$\omega_0 = 2\pi f_0$ $\quad f_0 = 1000\,Hz$ $\quad \frac{f_p}{f_0} = \frac{2500}{1000} = \frac{1}{2}$

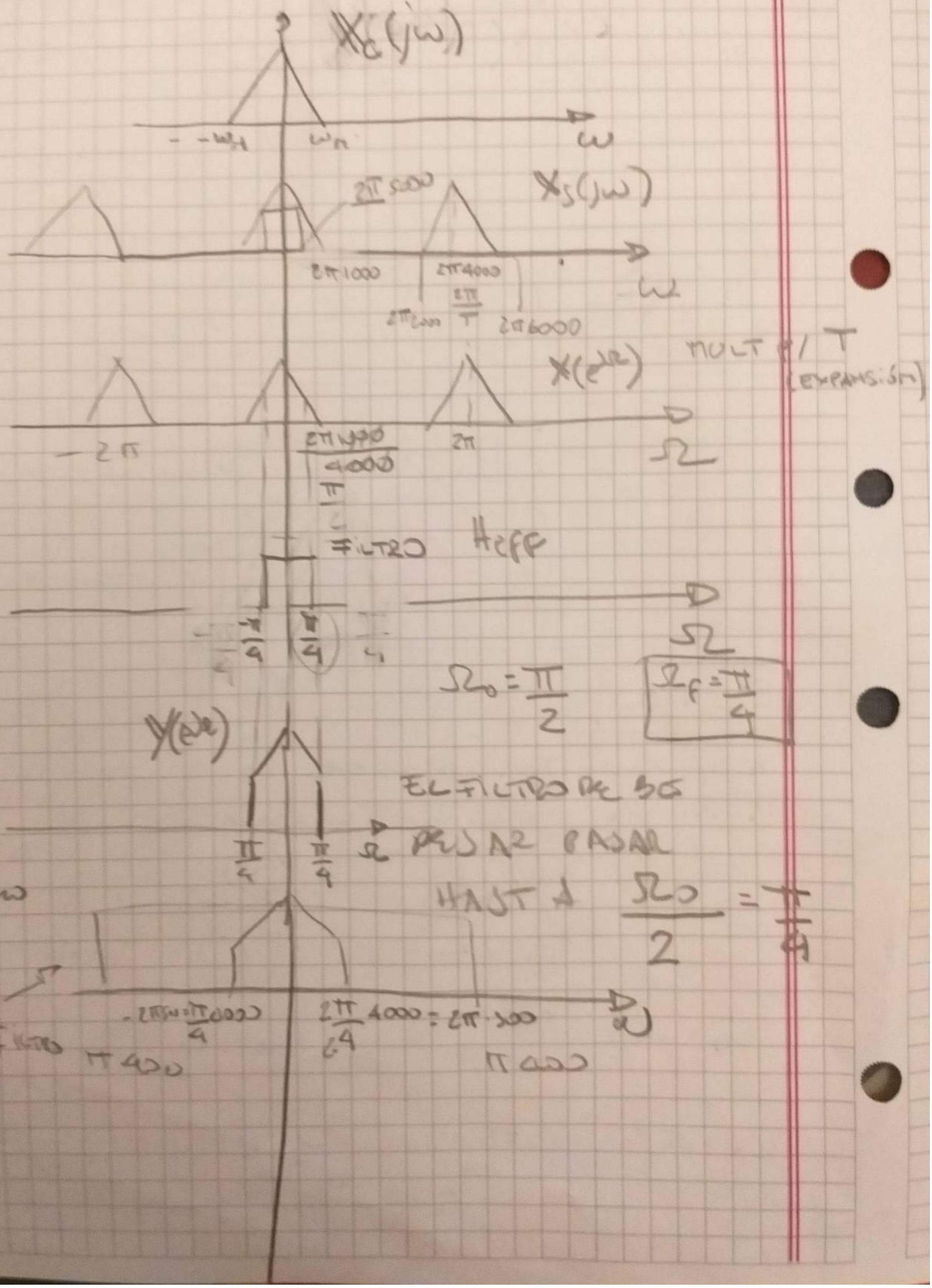
$\omega_p = 2\pi f_p$ $\quad f_p = 500\,Hz$ $\quad \boxed{\frac{\Omega_p}{\Omega_0} = \frac{1}{2}}$

Scanned by TapScanner

$\omega_x = 2\pi \cdot 1000$

$\omega_s \geq 2\omega_H$ → TOMAMOS $\omega_s = 4\omega_H = \boxed{2\pi \cdot 4000}$ Hz

$$\boxed{T = \frac{1}{4000}}$$



Scanned by TapScanner

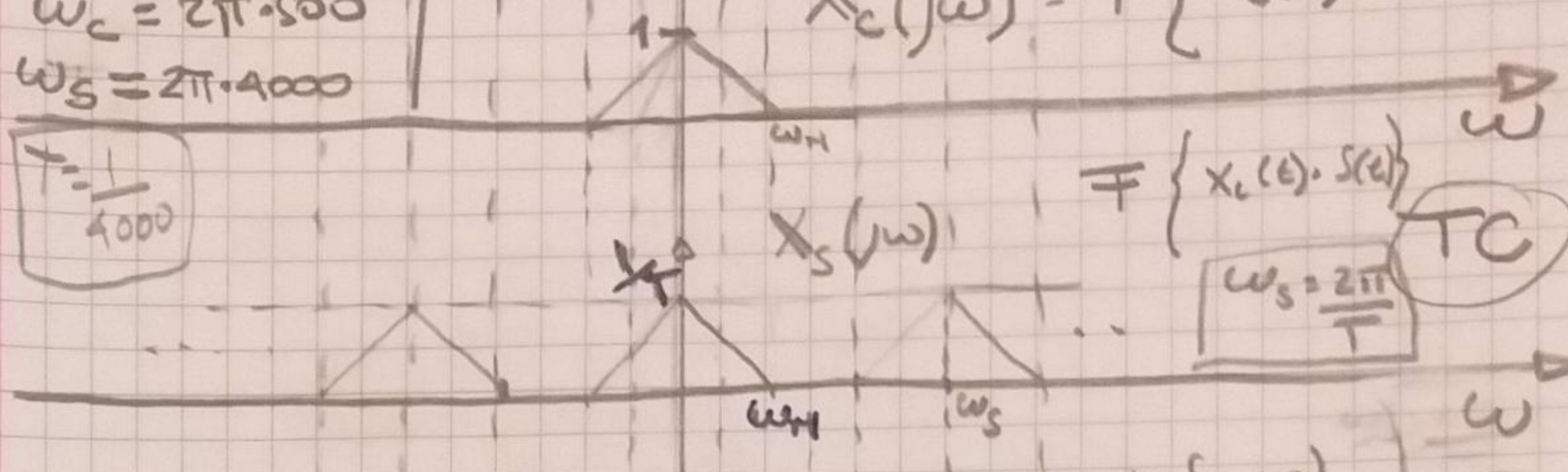
FILTRO - PASA - BAJO EN T. D

T.C

$\omega_H = 2\pi \cdot 1000$
$\omega_c = 2\pi \cdot 500$
$\omega_S = 2\pi \cdot 4000$

$T = \frac{1}{4000}$

$X_c(j\omega) = \mathcal{F}\{x_c(t)$



$\mathcal{F}\{x_c(t) \cdot S(t)\}$

TC

$X_S(j\omega)$

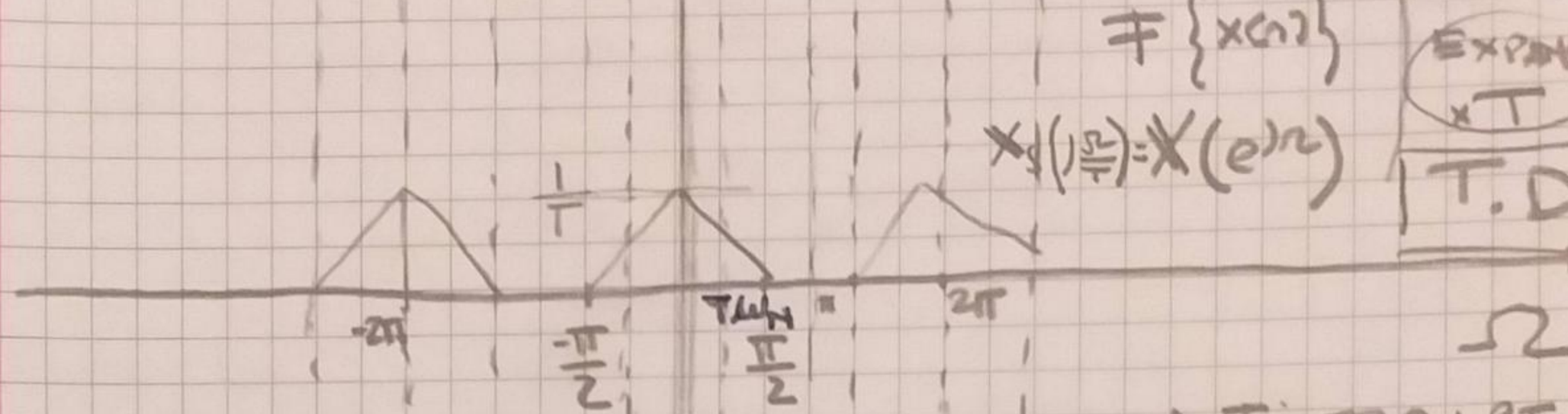
$\omega_S = \frac{2\pi}{T}$

$\mathcal{F}\{x(n)\}$

EXPANSIÓN $\times T$

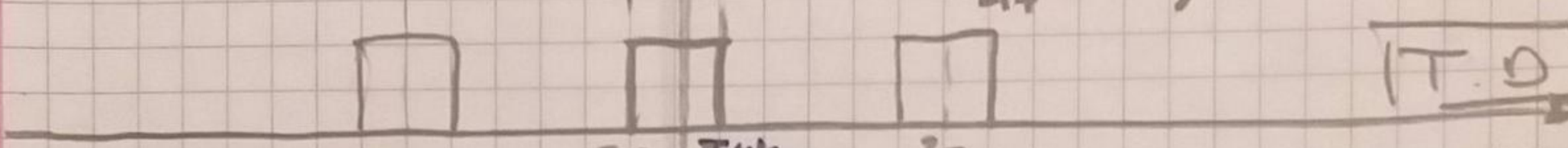
$X_d(j\frac{\Omega}{T}) = X(e^{j\Omega})$

T.D



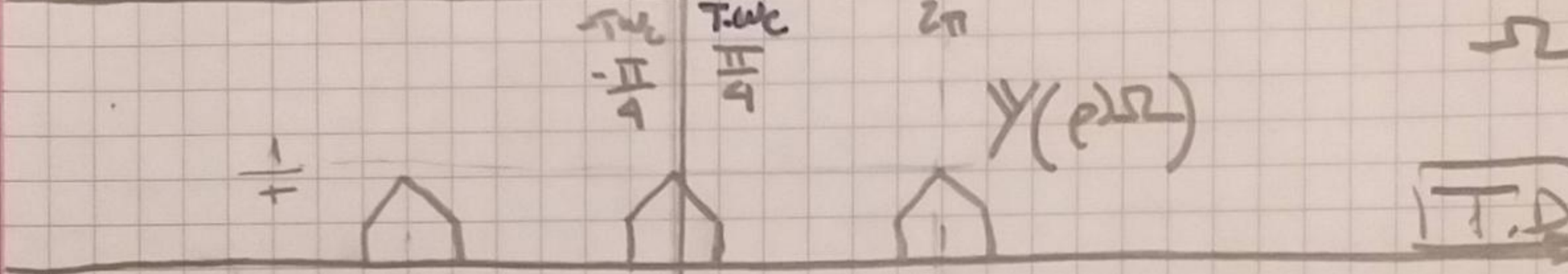
$H_{LPF}(e^{j\Omega})$ FILTRO LPF EN T. D

T. D



$Y(e^{j\Omega})$

T.D

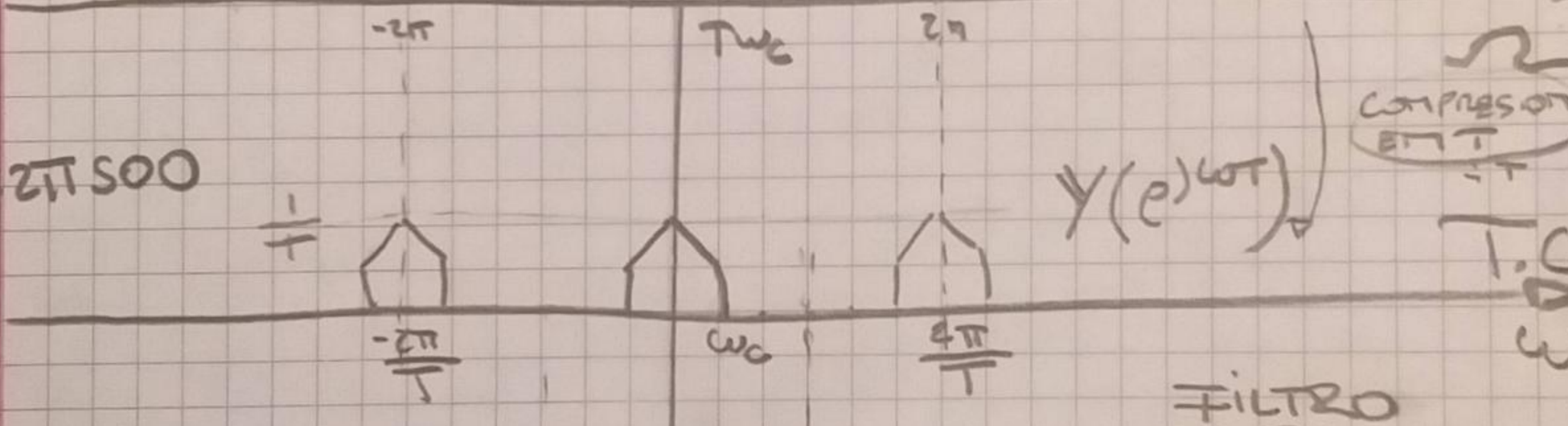


COMPRESIÓN EN T

$Y(e^{j\omega T})$

$\omega_c = 2\pi 500$

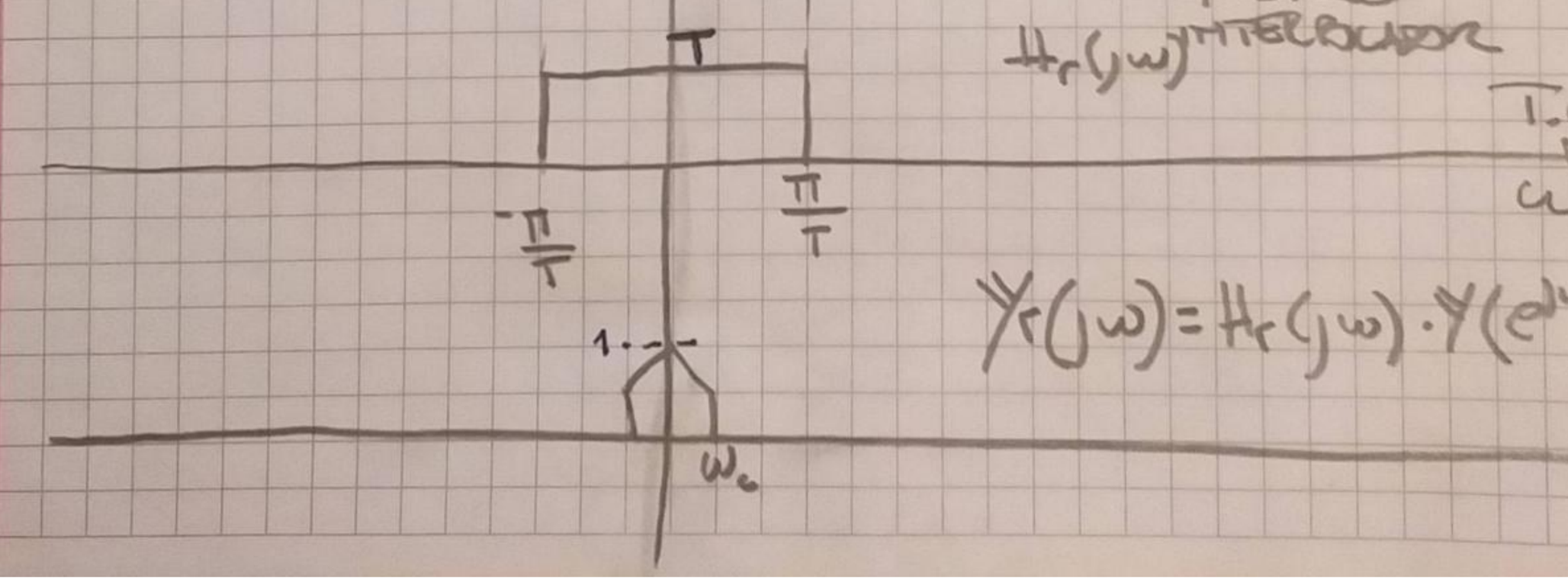
T.C



FILTRO INTERPOLADOR

$H_r(j\omega)$

T.C



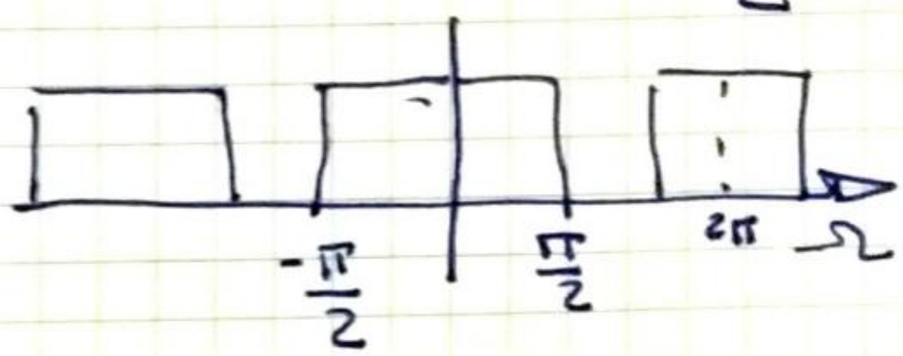
$Y_r(j\omega) = H_r(j\omega) \cdot Y(e^{j\omega T})$

Scanned by TapScanner

4/11/

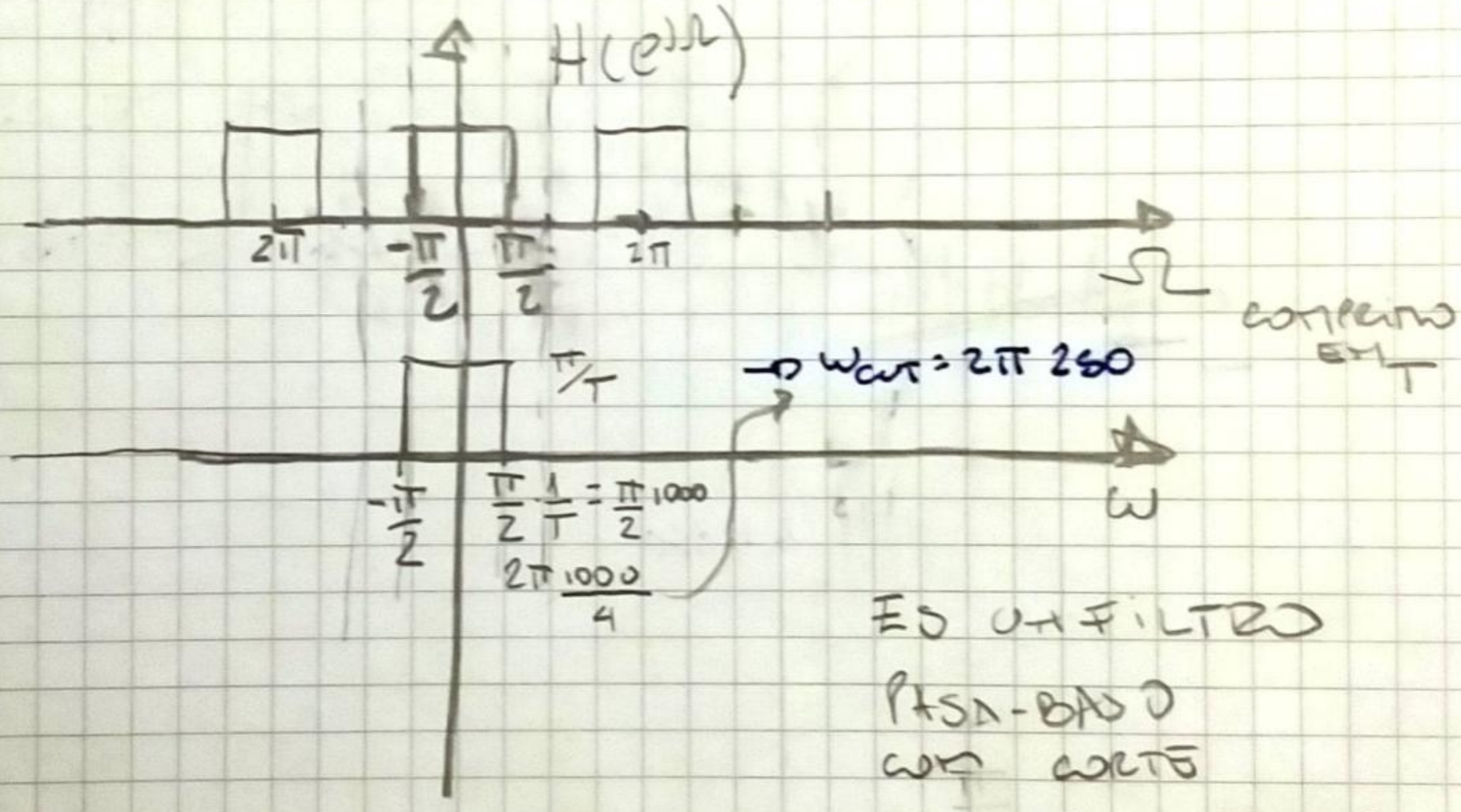
EJEMPLO 2

TENEMOS UN FILTRO DE T.D. CUYA RESP ES $H(e^{j\Omega}) = \begin{cases} 1 & |\omega| < \frac{\pi}{2} \\ 0 & |\omega| \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$



SI LO USAMOS PARA PROCESAR UNA SEÑAL DE T.C., Q SAMPLEAMOS CON $\frac{1}{T} = 1000\,Hz$

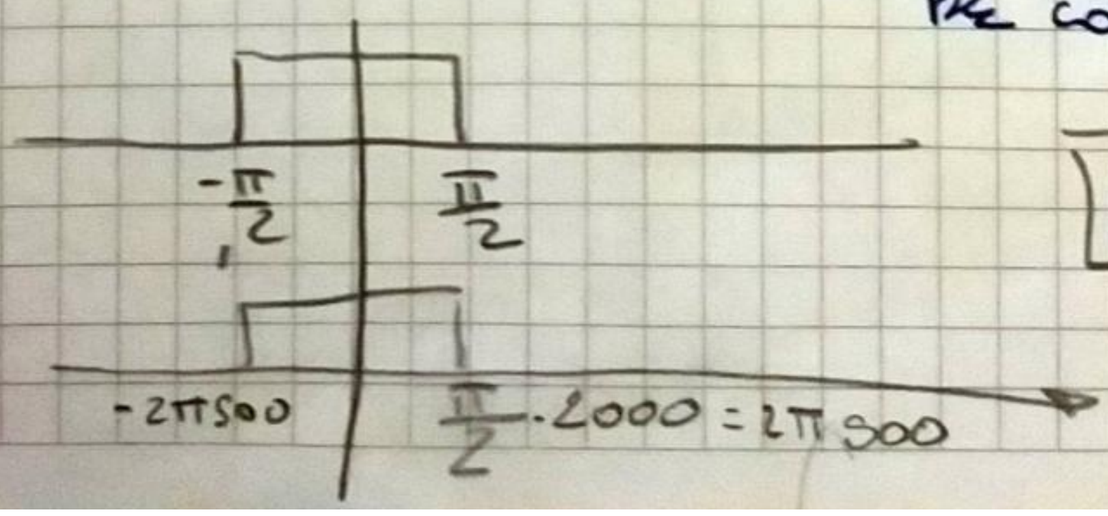
¿CUAL ES LA BANDA DE PASO DEL FILTRO H_{CFF}?



COMPLETO EN T

ES UN FILTRO PASA-BAJO CON CORTE EN $\omega_{cut} = \pi\cdot 500$
$= 2\pi\,250$

¿Y SI DUPLICAMOS $\frac{1}{T} = F_s$? → SE DUPLICA LA FREC DE CORTE



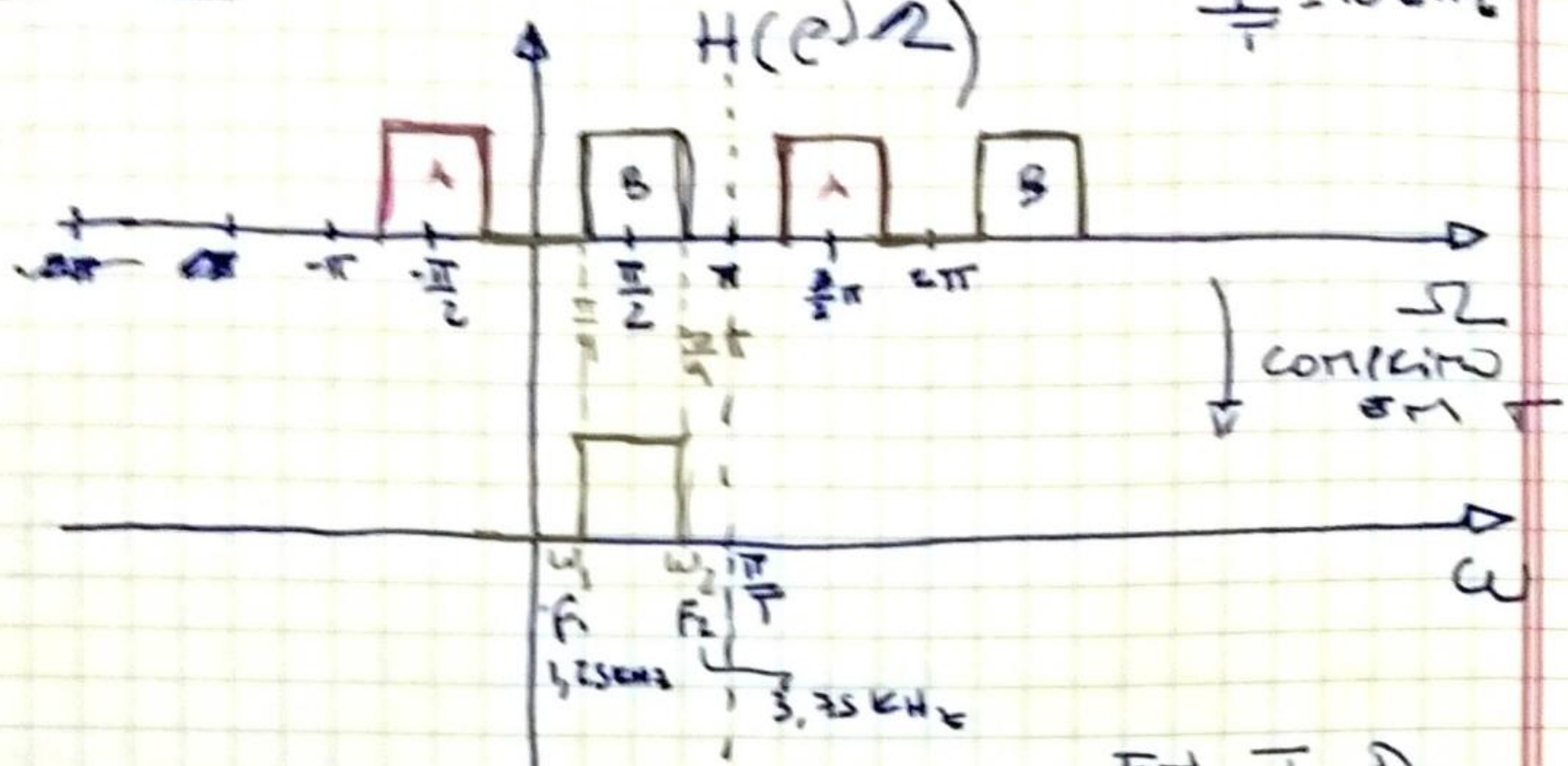
$\boxed{\omega_{cut} = 2\pi\,500}$

Scanned by TapScanner

EJEMPLO 3

LO MISMO QUE EL ANTERIOR PERO CON UN PASA BANDA

$\frac{1}{T} = 10\,kHz$



EN T. D.

PASA BANDA

$$\frac{\pi}{4} < \Omega_{PASS} < \frac{3}{4}\pi$$

OPS DE CONTINUIDAD $\frac{2\pi}{T}$

EN T. C.

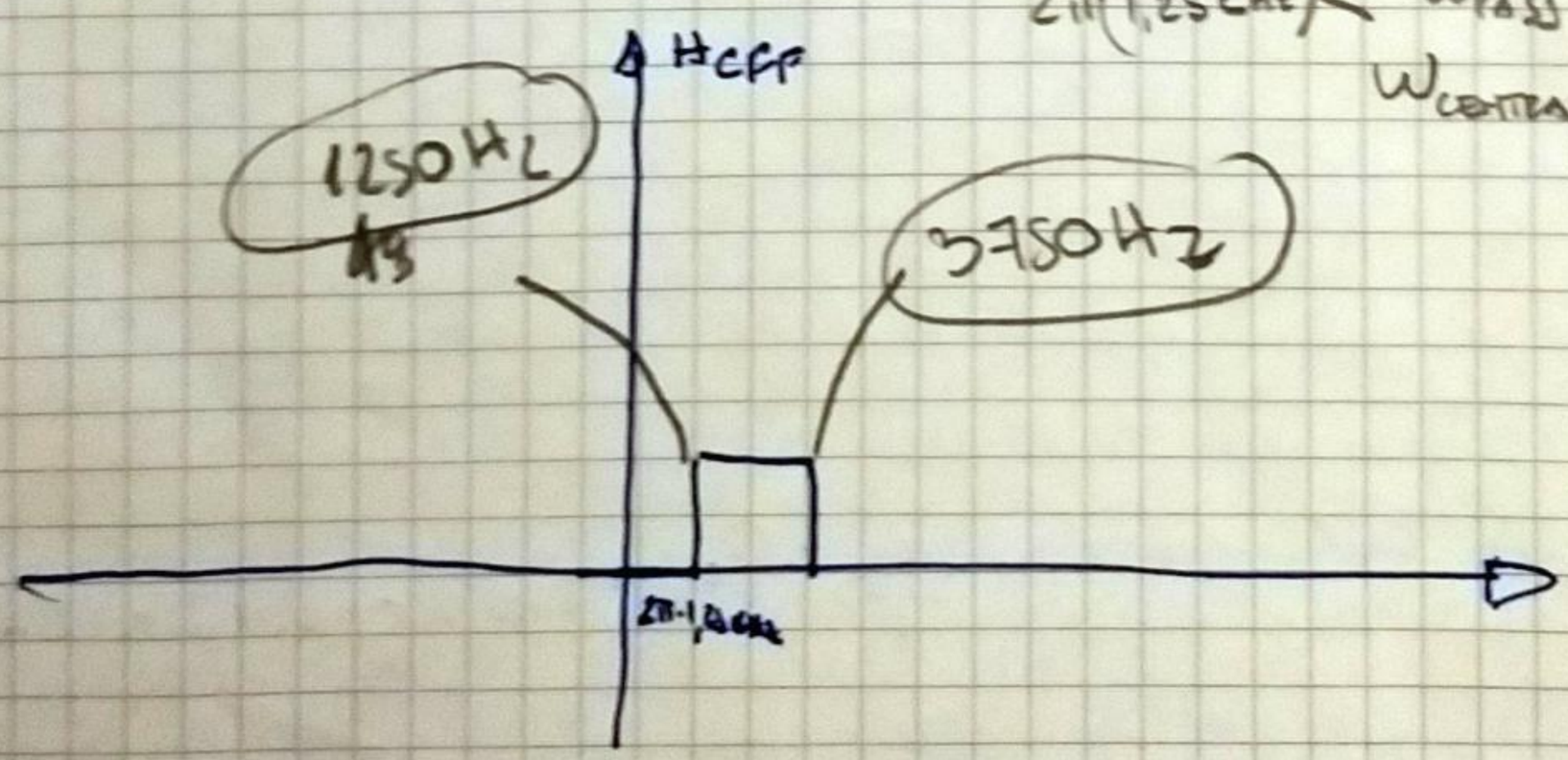
$$\cancel{2\pi \cdot 2{,}5K < \omega_{PASS} < 2\pi}$$

$$\frac{2\pi}{4 \cdot 2} \cdot 10K < \omega_{PASS} < \frac{2 \cdot 3}{4 \cdot 2}\pi \cdot 10K$$

$$2\pi(1{,}25\,kHz) < \omega_{PASS} < 2\pi(3{,}75\,kHz)$$

$$\omega_{CORTAL} = \frac{2\pi}{2} \cdot \frac{10K}{2}$$

$$2\pi\, 2{,}5K$$



Scanned by TapScanner

5/12/

METODO DEL IMPULSO INVARIANTE

$$x_c(t) \rightarrow \boxed{\begin{matrix} h_c(t) \\ H_c(j\omega) \end{matrix}} \rightarrow y_c(t)$$

$$X_c(j\omega) \qquad\qquad Y_c(j\omega)$$

$$\boxed{H_c(j\omega) = 0 \quad P/ \quad |\omega| > \frac{\pi}{T}}$$

BANDA LIMITADA

BUSCAMOS DISEÑAR UN FILTRO DIGITAL QUE EMULE EL COMPORTAMIENTO DE $H_c(j\omega)$ (o ES DE T.C)

SUPONIENDO $\rightarrow \boxed{C/D} \rightarrow$ IDEAL, PODEMOS DEFINIR

(A) $\boxed{h[n] = T h_c(nT)} \rightarrow$

$$H(e^{j\Omega}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} H_c\left(j\left(\frac{\Omega}{T} - \frac{2\pi k}{T}\right)\right)$$

~~$H(e^{j\Omega}) = T \cdot H_c(e^{j\omega T})$~~

Si $h_c(t)$ ES DE BANDA LIMITADA

(B) $$\boxed{H(e^{j\Omega}) = H_c\left(j\frac{\Omega}{T}\right) \quad |\Omega| < \pi}$$

EJEMPLO PASA BAJO - IDEAL CON CORTE EN ω_c

$$H_c(j\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| < \omega_c \\ 0 & |\omega| \geq \omega_c \end{cases} \qquad h_c(t) = \frac{\sin(\omega_c t)}{\pi t}$$

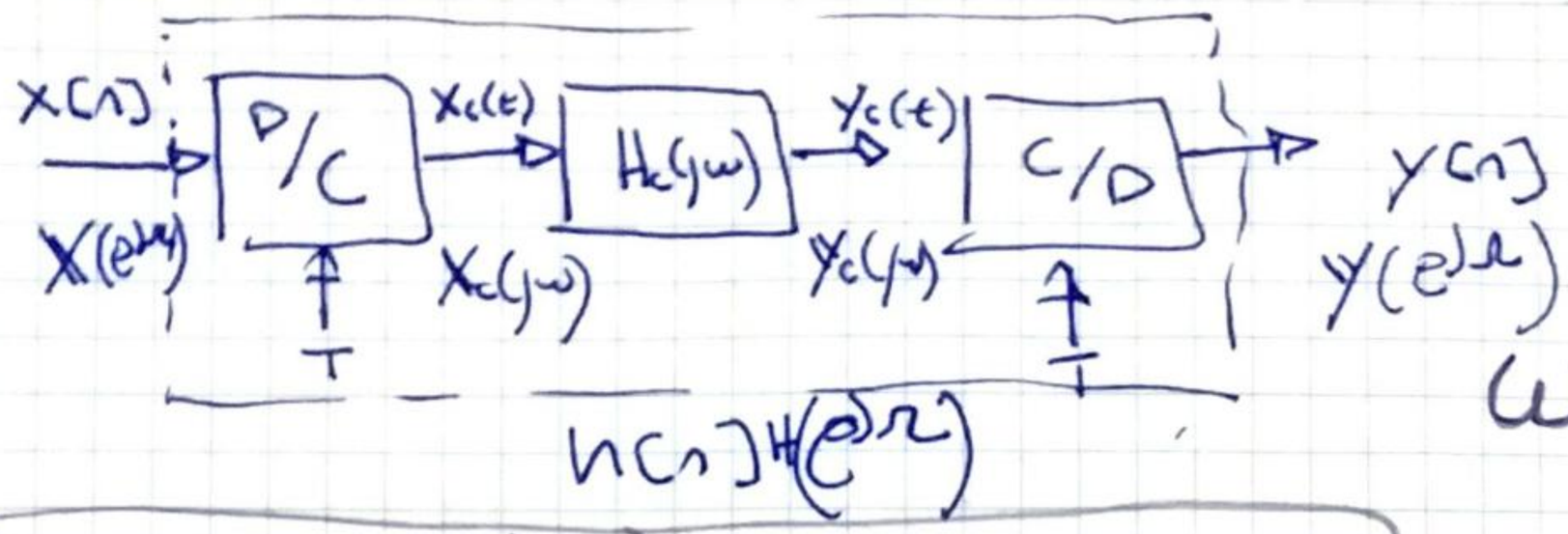
DE (A)

$$h[n] = T \cdot h_c(nT) = \frac{\sin(\omega_c \cdot nT)}{\pi \cdot nT} \cdot T$$

(C) $$\boxed{h[n] = \frac{\sin \Omega_c n}{\pi \cdot n} \qquad \Omega_c = \omega_c \cdot T}$$

Scanned by TapScanner

PROCESAMIENTO EN T.C. DE SEÑALES EN T.D.



$$\omega = \frac{\Omega}{T}$$

$$\boxed{X_c(j\omega) = \underbrace{T}_{H_r\ \text{IDEAL}} \cdot X(e^{j\omega T}) \qquad |\omega| < \pi/T}$$

$$\boxed{Y_c(j\omega) = H_c(j\omega) \cdot X_c(j\omega)} \qquad |\omega| < \frac{\pi}{T}$$

$$Y(e^{j\Omega}) = \frac{1}{T} Y_c\left(j\frac{\Omega}{T}\right) = \frac{1}{T} H_c\left(j\frac{\Omega}{T}\right) X_c\left(j\frac{\Omega}{T}\right)$$

$$Y(e^{j\Omega}) = \frac{1}{T} H_c\left(j\frac{\Omega}{T}\right) \cdot X(e^{j\Omega})$$

$$Y(e^{j\Omega}) = \left[H_c\left(j\frac{\Omega}{T}\right)\right] \cdot X(e^{j\Omega})$$

$$Y(e^{j\Omega}) = H(e^{j\Omega}) \cdot X(e^{j\Omega})$$

$$\boxed{H_c(j\omega) = H(e^{j\Omega})\Big|_{\Omega = \omega T} \qquad |\omega| < \pi/T}$$

COMPRESIÓN BMT

6/
13/

EJEMPLO (MODIFICACIÓN FASE DE MUESTREO)

$$H(e^{j\Omega}) = e^{-j\Omega\Delta}$$

Si Δ FUESE ENTERO, SU ANTITRANSF EN T.D.

~~$h[n] = \delta$~~

(A) $\boxed{h[n] = \delta[n-\Delta]}$

(B) $\boxed{y[n] = x[n]\cdot\delta[n-\Delta] = x[n-\Delta]}$

~~Si Δ es entero~~

SI Δ ES FRACCIONARIO

$$H_c(j\omega) = H(e^{j\Omega})\Big|_{\Omega=\omega\cdot T} = H(e^{j\omega T}) = e^{-j\omega T\Delta}$$

(C) $\boxed{y_c(t) = x_c(t-\Delta T)}$ → CAMBIO DE FASE DE TIEMPO

$x_c(t)$ ES UNA SEÑAL INTERPOLADA DE $x(n)$

(D) $$\boxed{x_c(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\,\frac{\sin(\pi(t-kT)/T)}{\pi(t-kT)/T}}$$

$y[n]$ SE OBTIENE DE MUESTREAR $y_c(t)$

(E) $\boxed{y[n] = y_c(nT) = x_c(nT-\Delta T)}$

REEMPLAZO $t = nT - \Delta T$ EN (D)

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\,\frac{\sin(\pi(n-\Delta-k))}{\pi(n-\Delta-k)}$$

(F) $\boxed{y[n] = x[n] * h[n]}$ $\boxed{h[n] = \frac{\sin(\pi(n-\Delta))}{\pi(n-\Delta)}}$

Scanned by TapScanner

DE LO ANTERIOR SE DESTACA

Q' SI $x_c(t)$ ES DE BANDA

LIMITADA, A PARTIR DE SUS

MUESTRAS (SIN ALIASING), ES

POSIBLE OBTENER UNA NUEVA

SECUENCIA QUE CORRESPONDE

A LAS MUESTRAS DE $x_c(t)$ PERO

CON UNA FASE DIFERENTE

DE MUESTREO

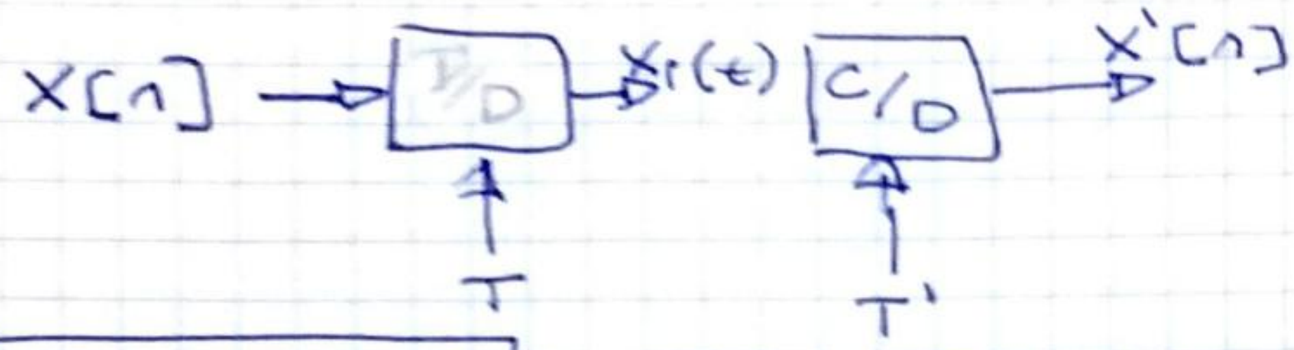
Scanned by TapScanner

1/ ~~CLASE 11 (PROBLEMAS)~~

14/ CLASE 13 (RECOB. TEMA DE T.M.M.G) (TRE PALTA)

CLASE (14)

SUBMUESTREO Y SOBREMUESTREO USANDO PROCESAMIENTO EN T.D.



HACER ESTO NO ES PRÁCTICO

$T \neq T'$

$\boxed{x[n] = x_c(nT)}$

$\boxed{x'[n] = x_c(nT')}$

$\boxed{\frac{T'}{T} = M}$ $\boxed{\frac{T}{T'} = L}$ $\boxed{M \text{ y } L \in \mathbb{N}}$

$T' > T$ SUBMUESTREO (DIEZMADO)

$T > T'$ SOBREMUESTREO (INTERPOLACIÓN)

SUBMUESTREO ($T' > T$)

$\boxed{\frac{T'}{T} = M}$ $M \in \mathbb{N}$

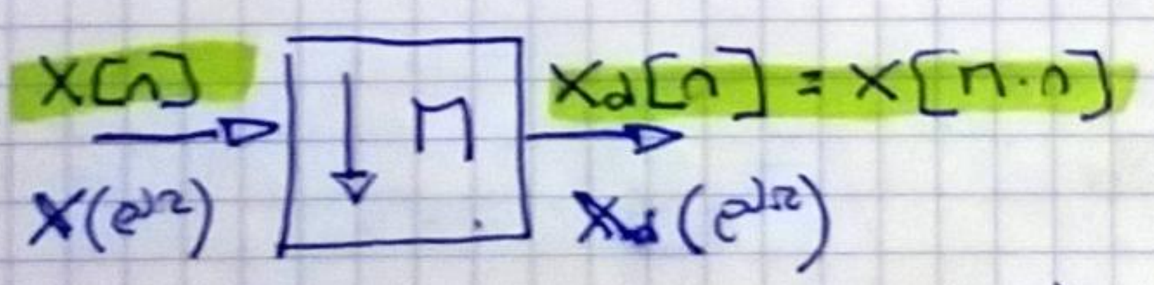
$x_c(t)$ es BANDA LIMITADA $\boxed{X_c(j\omega) = 0 \quad |\omega| > \omega_M}$

(A) $x[n] = x_c(nT)$

(B) $x_d[n] = x_c(nMT)$ d → DIEZMADA

(C) $\boxed{x_d[n] = x[M \cdot n]}$

↳ LA SECUENCIA SUBMUESTREADA SE OBTIENE A PARTIR DE $x[n]$ (ORIGINAL)



(D) $X(e^{j\Omega}) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c\left(j\left(\frac{\Omega}{T} - \frac{2\pi k}{T}\right)\right)$. (RE 7)

(E) $X_d(e^{j\Omega}) = \frac{1}{T'} \sum_{k_d=-\infty}^{\infty} X_c\left(j\left(\frac{\Omega}{T'} - \frac{2\pi k_d}{T'}\right)\right)$ $k_d = r$ (DISTINTO ÍNDICE DE SUMATORIA)

husares

Nombre:

Hoja N°

Scanned by TapScanner

DADO Q $T' = nT$

$$X_d(e^{j\Omega}) = \frac{1}{nT} \sum_{r=0}^{\infty} X_c\left(j\left(\frac{\Omega}{nT} - \frac{2\pi r}{nT}\right)\right)$$

EJPRESANDO $r = i + kn$ $\quad i = 0, 1, 2, \ldots, n-1$

$-\infty < k < \infty$

$$X_d(e^{j\Omega}) = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{T} \sum_{k=0}^{\infty} X_c\left(j\left(\frac{\Omega}{nT} - \frac{2\pi}{nT}(i+kn)\right)\right)$$

DISTRIBUYO

$$\left(\frac{\Omega}{nT} - \frac{2\pi}{nT} i - \frac{2\pi}{T} k\right)$$

$$\rightarrow X_d(e^{j\Omega}) = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{T} \sum_{k=0}^{\infty} X_c\left(j\left(\frac{\Omega - 2\pi i}{nT} - \frac{2\pi}{T} k\right)\right)$$

$$X_d(e^{j\Omega}) = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} X\left(j\left(\frac{\Omega'}{T} - \frac{2\pi k}{T}\right)\right)$$

$X(e^{j\Omega'})$ comparando con D

$$\boxed{\Omega' = \frac{\Omega}{n} - \frac{2\pi i}{n}}$$

$$X_d(e^{j\Omega}) = X(e^{j(\Omega - 2\pi i)/n}) = X(e^{j\Omega'})$$

$$\boxed{\Omega' = \frac{\Omega - 2\pi i}{n}}$$

DESPLAZAMIENTO Y EXPANSIÓN POR EL EJE EN n

$$\boxed{X_d(e^{j\Omega}) = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} X(e^{j\Omega'}) \qquad \Omega' = \frac{\Omega}{n} - \frac{2\pi i}{n}}$$

(F)

Scanned by TapScanner

2/15/

EJEMPLO GRÁFICO USO DE (F) (DESPLAZAMIENTO Y DISTRIBUCIÓN)

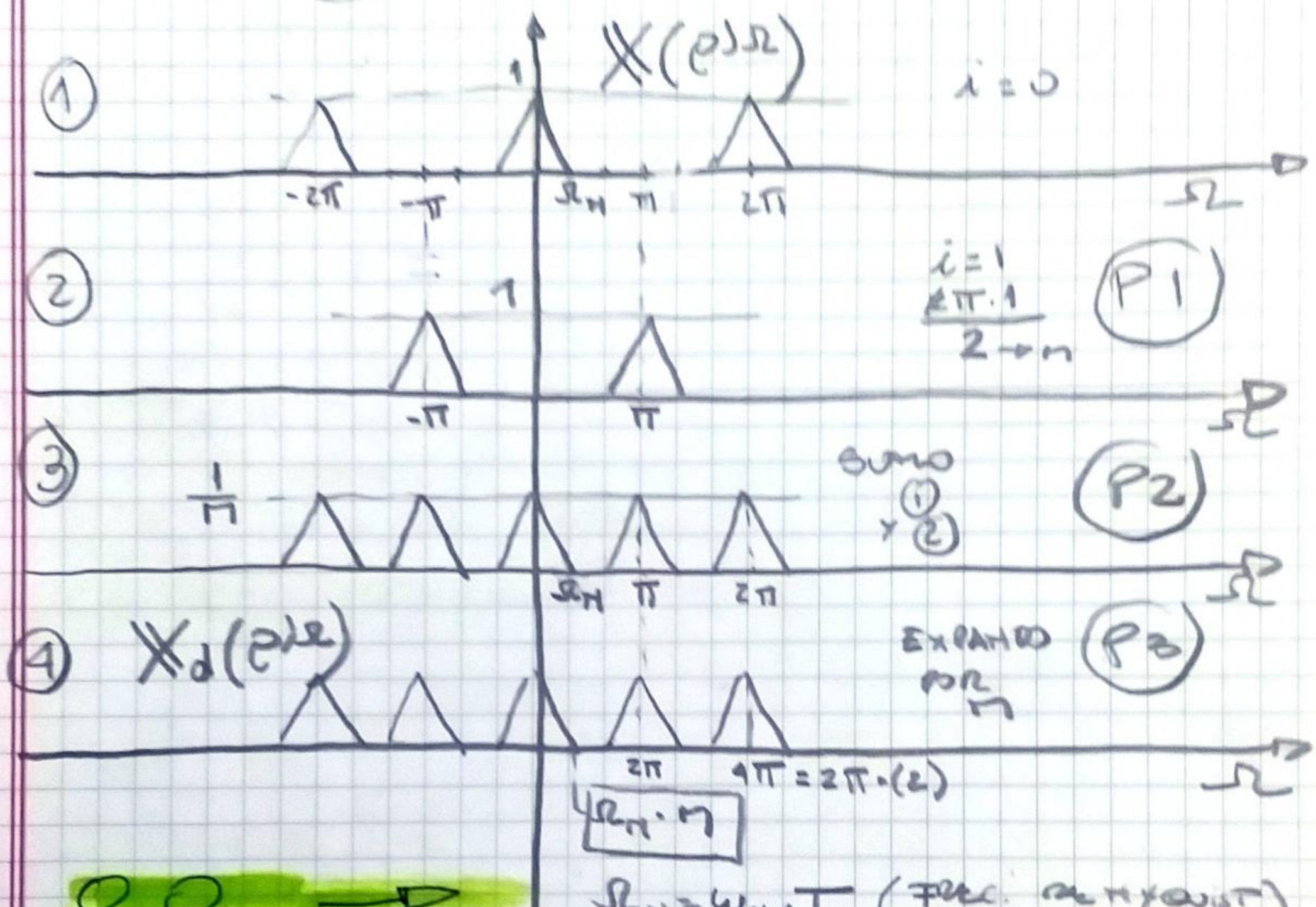
(P1) GRÁFICAMENTE, DADO $X(e^{j\Omega})$ ADEMÁS DEBO DESPLAZARLO $\left(\frac{2\pi i}{M}\right.$ CON $\left.i=0,1,\dots,M-1\right)$ M VECES

(P2) SUMO LOS M GRÁFICOS DESPLAZADOS, Y DIVIDO MÓDULO ENTRE M

(P3) EXPANDO EL EJE ($\times M$)

EJ $M=2$ $i=0;1$

$M-1=1$



$\Omega_M = \omega_M \cdot T$ (FREC. DE MUESTREO EXPRESADA EN T)

$\Omega_M \cdot M < 2\pi - \Omega_M \cdot M$

$2\Omega_M M < 2\pi$

$$\boxed{\Omega_M < \frac{\pi}{M}}$$ → PARA EVITAR ALIASING

ESTUDIAR

EJEMPLO ALIASING (CASO EN Q. LA BANDA NO ESTA LIMITADA) LE PRESUNTOS

SI $\Omega_m > \frac{\pi}{T}$ (COMO SE VIO EN LA FIG. ANTERIOR) HAY ALIASING

POR LO QUE PODEMOS REALIZAR UN

PREFILTRADO A $x(t)$ PARA EVITAR ALIASING

ANALIZAR DOS CASOS

1) SIN ALIASING ($M=2$ $\frac{2\pi}{T} = 4\omega_m$)

2) CON ALIASING ($M=3$ $\frac{2\pi}{T} = 4\omega_m$) (SIN PREFILTRADO)

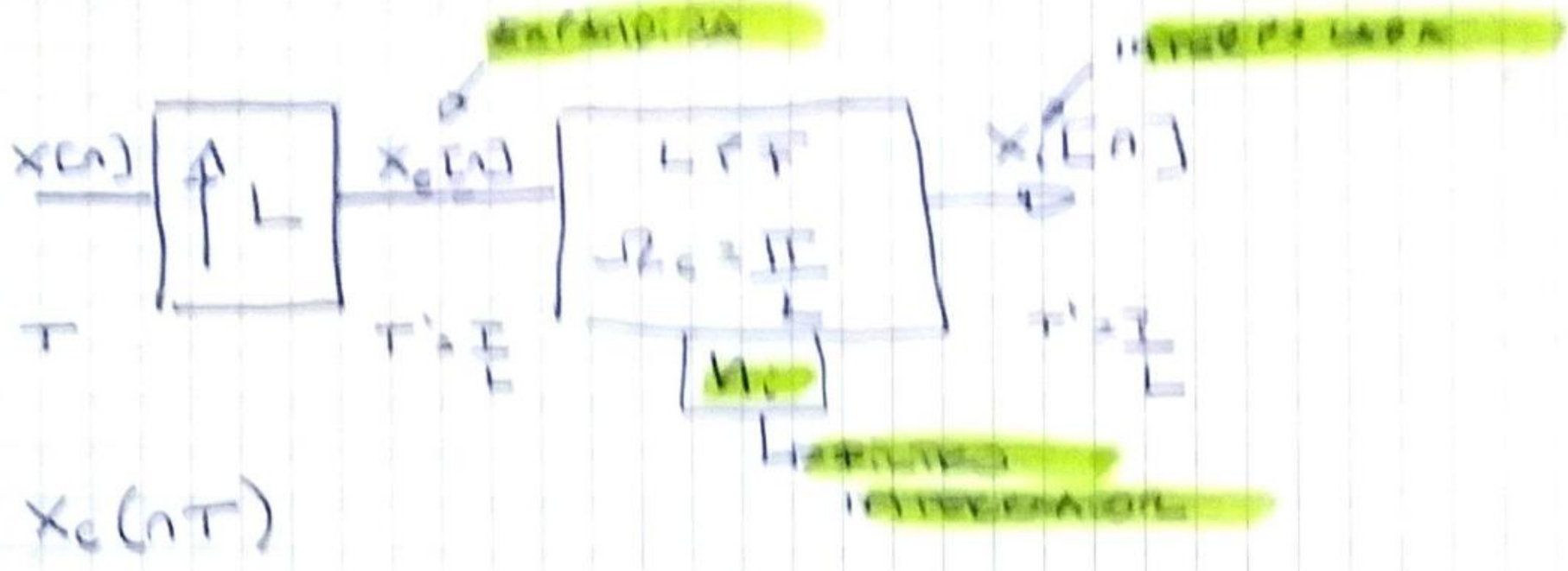
3) ($M=3$ $\frac{2\pi}{T} = 4\omega_m$) (CASO DE CON PREFILTRADO $\Omega_c = \frac{\pi}{M}$)

FIGURAS 39 y 40

4/17/

SOBREMUESTREO DE UNA SECUENCIA

$\frac{T}{T'} = L \qquad T' < T$



$x[n] = x_c(nT)$

$x_i[n] = x[n/L] \qquad n = 0, \pm L, \pm 2L$

$x_i[n] = x_c(n\frac{T}{L})$

$$x_e[n] = \begin{cases} x[n/L] & n = 0, \pm L, \pm 2L \rightarrow \boxed{n = kL} \\ 0 & \text{otros} \end{cases}$$

→ SECUENCIA EXPANDIDA, AGREGA (L-1) CEROS ENTRE 2 MUESTRAS DE $x[n]$

$$\boxed{x_e[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\,\delta[n-kL]}$$

ES EQUIVALENTE YA QUE AQUÍ DEVUELVE SÓLO LOS $x[kL]$

$n - kL = 0$

$n = kL$

T.F.

$$X_e(e^{j\Omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_e[n]\, e^{-j\Omega n}$$

$$X_e(e^{j\Omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\,\delta[n-kL] \right) e^{-j\Omega n}$$

→ SÓLO ≠ 0 P $\boxed{n = kL}$

$$X_e(e^{j\Omega}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\, e^{-j\Omega kL}$$

Scanned by TapScanner

$$\boxed{X_e(e^{j\Omega}) = X(e^{j\Omega L})}$$

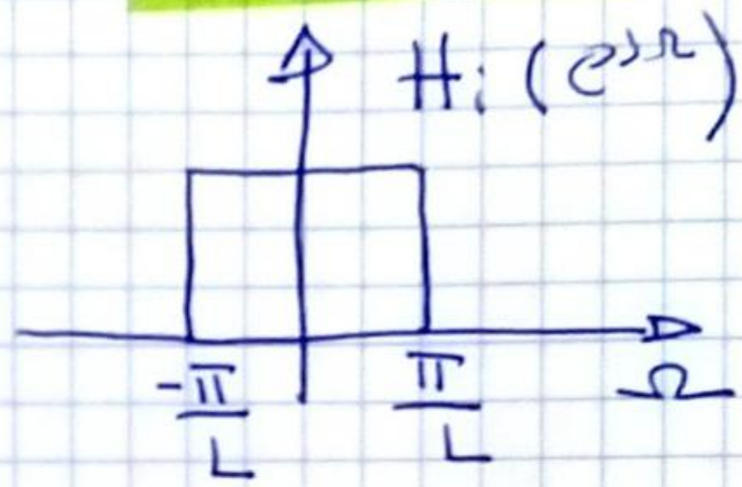
COMPRESIÓN EN L DEL DE REFIEL ÷L

A LA SEÑAL EXPANDIDA SE LA FILTRA CON $h_i[n]$

$$\boxed{X_i[n] = X_e[n] * h_i[n]}$$

$$\boxed{h_i[n] = \frac{\sin(\pi n/L)}{\pi n/L}}$$

→ FILTRO INTERPOLADOR IDEAL



ESTE FILTRO NO ES REALIZABLE YA QUE $h_i[n]$ ES DE EXTENSIÓN INFINITA

SE USA INTERPOLADOR LINEAL

$$h_{Lin} = \begin{cases} 1 - |n|/L & |n| \leq L \\ 0 & \text{otros} \end{cases}$$

$$H_{Lin}(e^{j\Omega}) = \frac{1}{L}\left[\frac{\sin(\Omega L/2)}{\sin(\Omega/2)}\right]^2$$

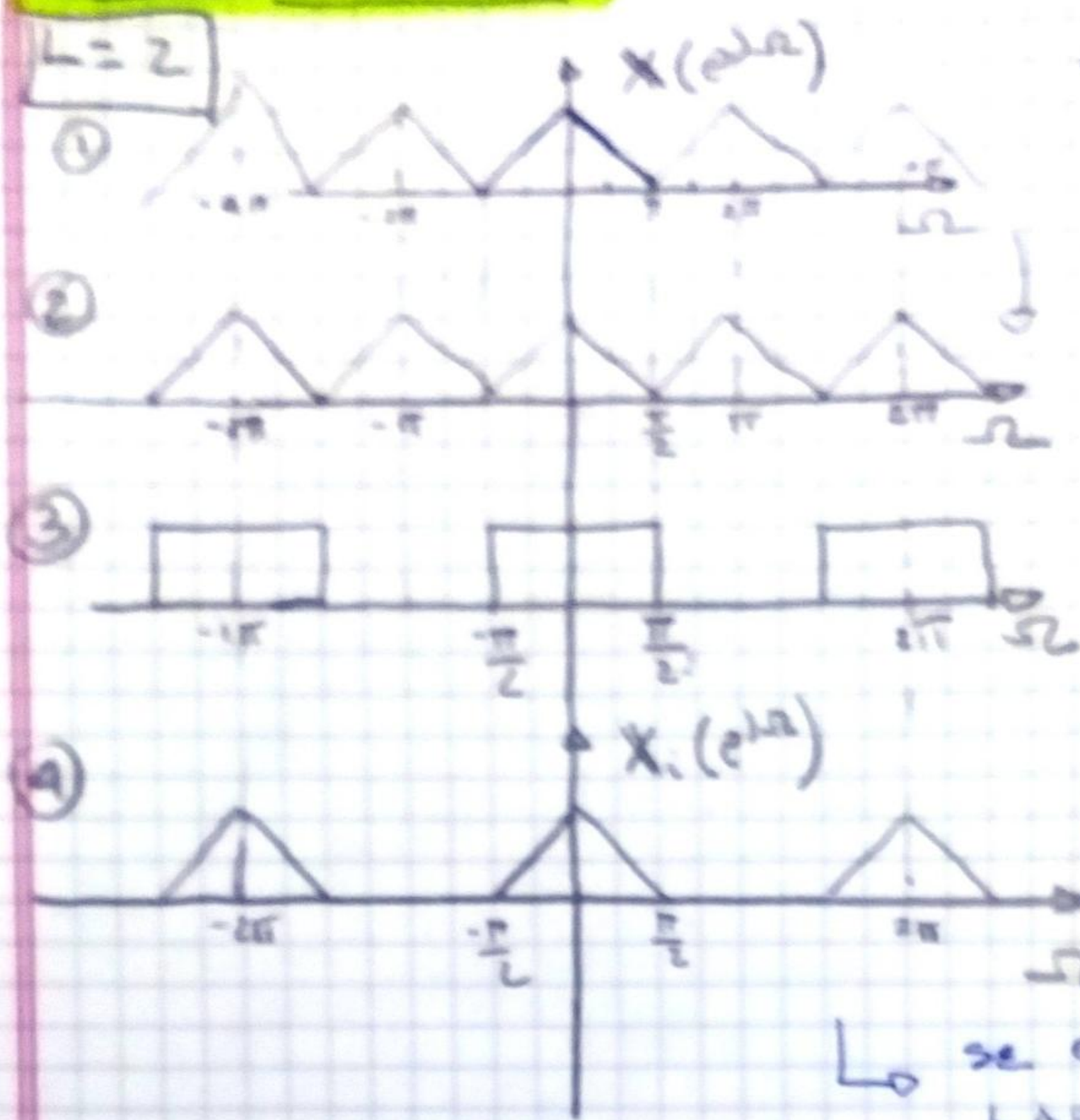
$\boxed{F41}$ → COMPARACIÓN FILTRO IDEAL VS INTERPOLADOR LINEAL

→

5/18/

EJEMPLO GRÁFICO

$\boxed{L=2}$



$\boxed{L=2}$

COMPRIMO EN L

÷L

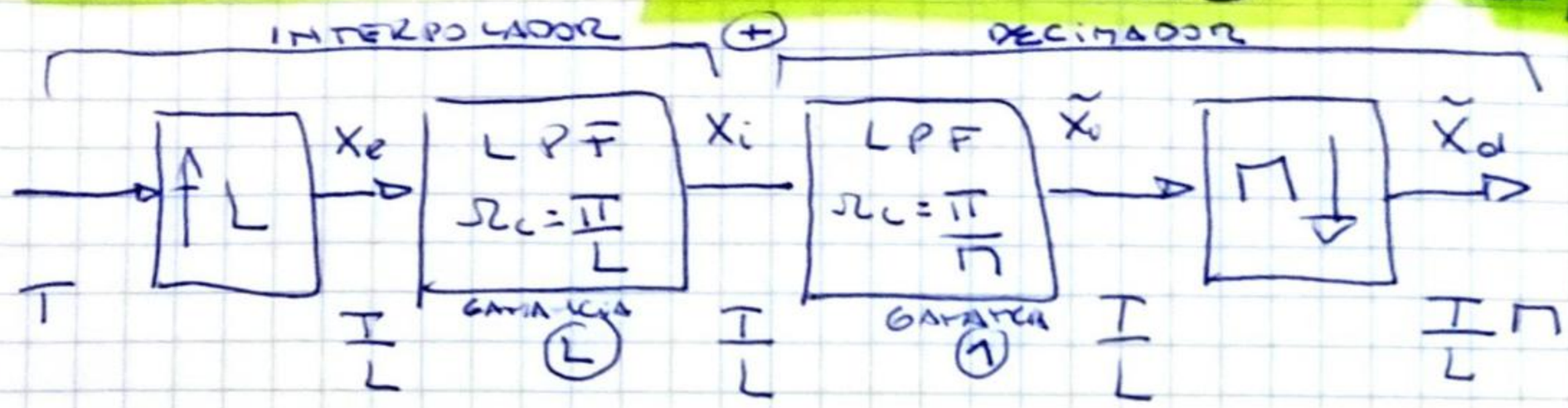
FILTRO IDEAL

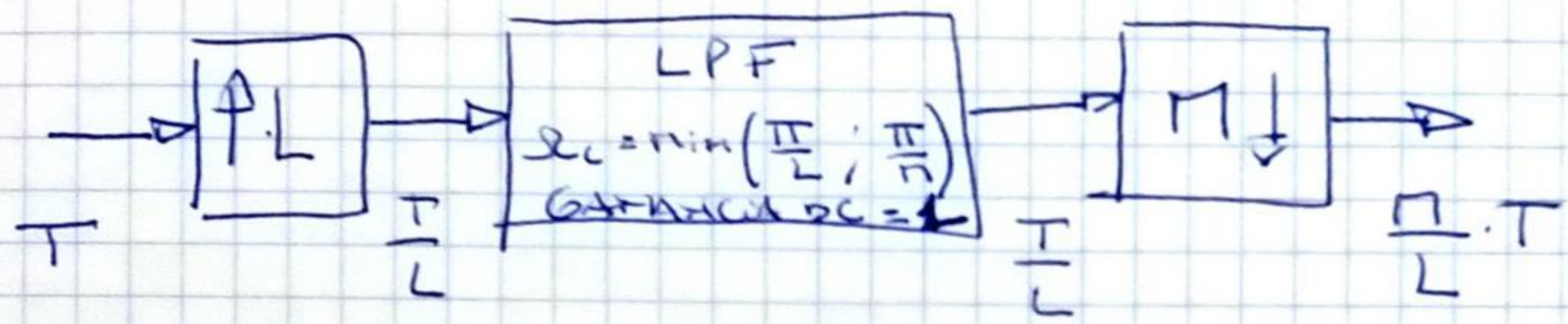
② MULT ③

SEÑAL SOBREMUESTREADA

SE OBSERVA QUE LAS REPLICAS ESTAN MAS SEPARADAS EN ④ QUE EN ①

CAMBIO DE FREC. MUESTREO POR FACTOR NO-ENTERO $\left(\frac{M}{L}\right)$





Scanned by TapScanner

1/ FALTAN LAS VIDEOS DE CLASE 15 → REGULAR PARA TYN

19/ **CLASE 15**

FAG e FSG → HAGA

PROCESAMIENTO DE SEÑALES MULTITASA

- INTRO [F4S]

REPASO BREVE

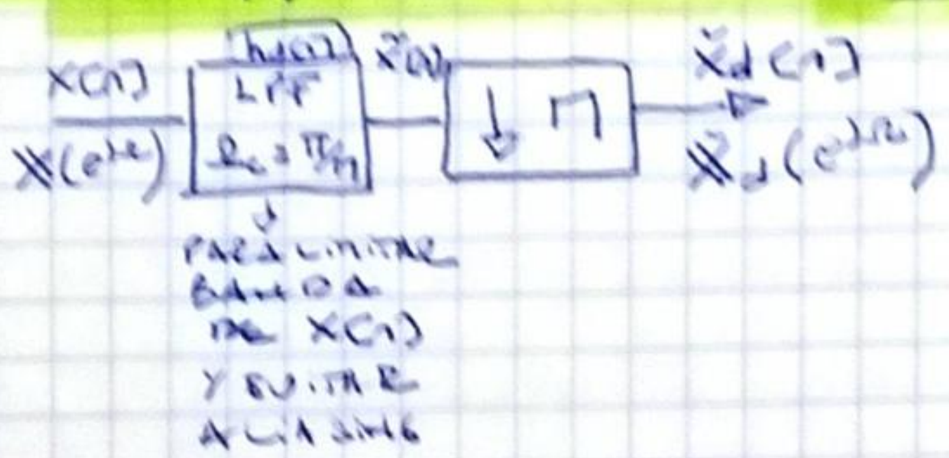
SUBMUESTREO

$x[n] = x_c[nT]$

$x'[n] = x'_c[nMT] = x[nM]$

$$X_d(e^{j\Omega}) = \frac{1}{M}\sum_{i=0}^{M-1} X(e^{j\Omega'}) \qquad \boxed{\Omega' = \frac{\Omega - 2\pi i}{M}}$$

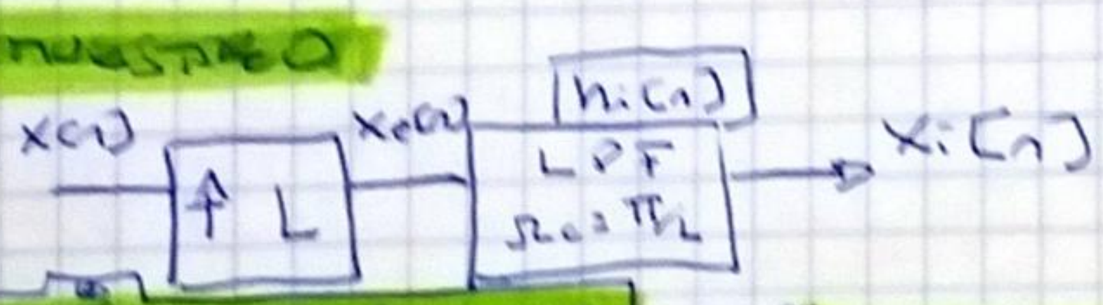
DESPLAZAM. + EXPANSIÓN EN M



EVITA ALIASING

$$\boxed{\Omega_H < \frac{\pi}{M}}$$

SOBREMUESTREO

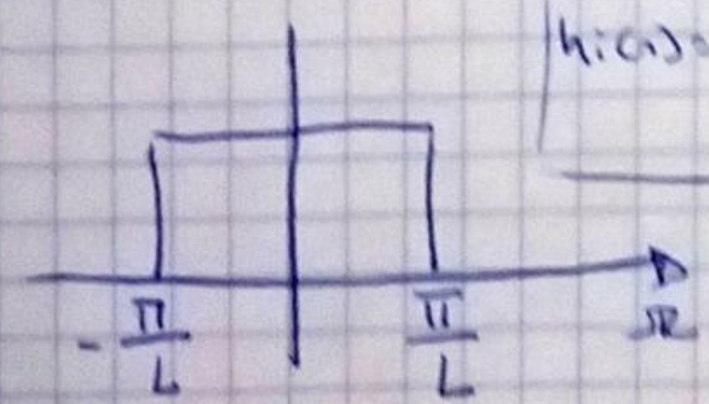


$$\boxed{x_e[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\,\delta[n-kL]}$$ → SECUENCIA EXPANDIDA TIENE (L-1) CEROS ENTRE DOS MUESTRAS DE $x[n]$

$$\boxed{X_e(e^{j\Omega}) = X(e^{j\Omega L})}$$ → COMPRESIÓN EN L DE $X(e^{j\Omega})$

$$\boxed{X_i(e^{j\Omega}) = X_e(e^{j\Omega}) \cdot H_i(e^{j\Omega})} \qquad \boxed{x_i[n] = x_e[n] * h_i[n]}$$

$H_i(e^{j\Omega})$ IDEAL



$$\boxed{h_i[n] = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{L}n\right)}{\frac{\pi}{L}n}}$$

Scanned by TapScanner

MOTIVACIÓN:

POR EJ. EN UN CANAL DE COMUNICACIONES DIGITAL EL RECEPTOR IDEAL ~~es~~ REQ DE UN MUESTREO IGUAL A LA FREC. DE SÍMBOLOS Y DESPUÉS SU DETECTOR ES DECIR SI TRANSMITO CON UNA VELOCIDAD DE 1000 BAUDIOS

1000 SÍMBOLOS/SEG

EN EL RECEPTOR HAY Q MUESTREAR A 1000Hz

LA FASE DE MUESTREO PODRÍA IMPACTAR EN LA PERFORMANCE DE UN RECEPTOR TRABAJANDO A SU MÍNIMA FREC, DESIRÓ A EFECTOS DE ALIASING.

¿SOLUCIÓN?, SOBREMUESTREAR,

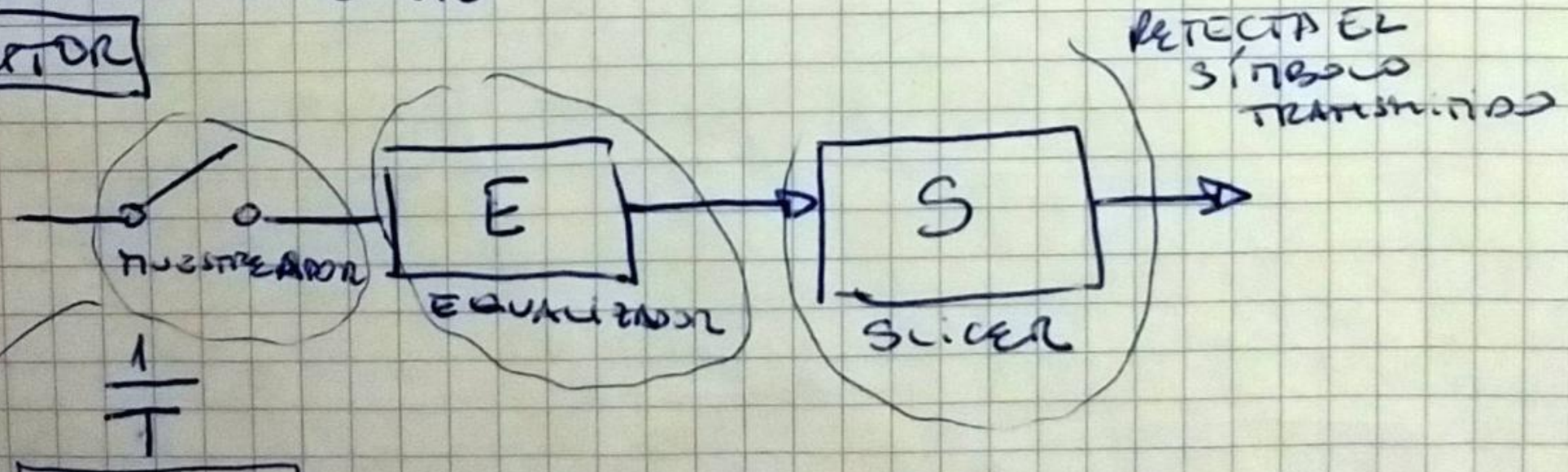
FRACTIONAL-SPACE-EQUALIZER

↳ TRABAJAR CON UNA FREC. MAYOR A LA MÍNIMA (LO Q TIENE UN COSTO EN CONSUMO DE ⚡)

¿CUÁL ES EL BENEFICIO?

INMUNIDAD ANTE LA FASE DE MUESTREO YA Q COMO NO HAY ALIASING EL EQUALIZADOR ES CAPAZ DE INTERPOLAR CORRECTAMENTE

RECEPTOR

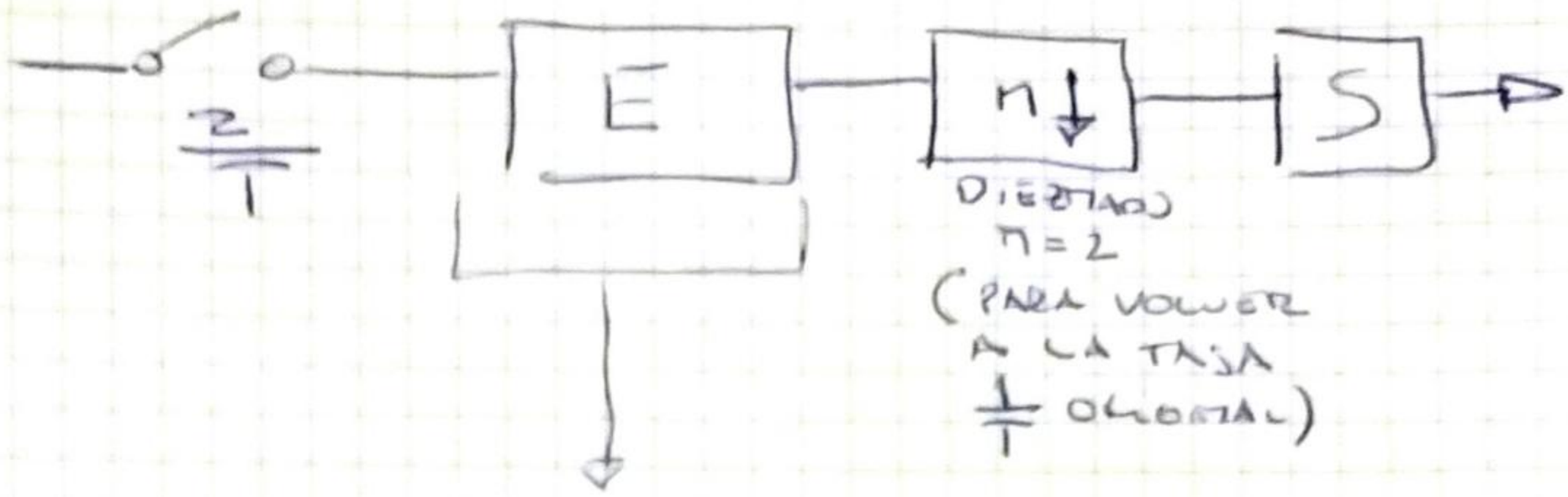


PROBLEMA

↳ ÉSTE BLOQUE ES SENSIBLE A LA FASE DE MUESTREO

2/ 20/ **SOLUCIÓN**

AUMENTAR FREC DE MUESTREO A POR 5)



HACIENDO MUESTREO A $\frac{2}{T}$, EL EQ ES INMUNE (O MENOS SENSIBLE) A LA FASE DEL MUESTREO

POR REGLA GRAL UNO SIEMPRE DESEA UNA SEÑAL SOBREMUESTREADA A LA ENTRADA DEL EQ.

EL TRADE-OFF DE MUESTREAR A UNA FREC. MÁS ALTA, ESTÁ EN EL CONSUMO MAYOR (CUANDO $\frac{1}{T}$ SE HACE MAYOR)

LO Q NOS LLEVA A BUSCAR UN AJUSTE FINO FRACCIONAL DE LA FREC. DE MUESTREO, DADOS POR EJ

$\underbrace{(1,5)\cdot\frac{1}{T}}$

↳ LO Q REQUERIRÁ DIEZMADORES (A LA ENTRADA DEL SISTEMA

DE $\boxed{\frac{M}{L}=1,5}$ → (PAG 18b)

$\frac{M}{L}=\frac{3}{2}$

TRANS. Z → SECUENCIA EXPANDIDA

$$x[n] \longrightarrow \boxed{\uparrow L} \longrightarrow x_e[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\,\delta[n-kL]$$

$$X_e(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_e[n]\, z^{-n} \quad \leftarrow \text{TRANS. Z} \qquad (A)$$

$$X_e(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\,\delta[n-kL] \qquad (B)$$

$$X_e(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta[n-kL]\, z^{-n} \qquad (C)$$

↳ SEC EXPANDIDA (L-1) CEROS

PARA UN DETERMINADO VALOR DE K, DE LOS INFINITOS VALORES DE n EN (C), SÓLO SON NO-NULOS LOS Q CORRESPONDEN A $n = kL$ $\quad (\delta[0] = 1)$

$$\boxed{X_e(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\, z^{-kL}}$$

↓ EQUIVALE A

$$\boxed{X_e(z) = X(z^L)}$$

(COMPRESIÓN EN SI $|z| = 1$)

PREGUNTA

$z = e^{j\Omega}$ (T.F.)

$$X_e(e^{j\Omega}) = X(e^{j\Omega L})$$

↓ VERIFICAMENTE DIVIDIR EJE Ω EN L (COMPRESIÓN EN L)

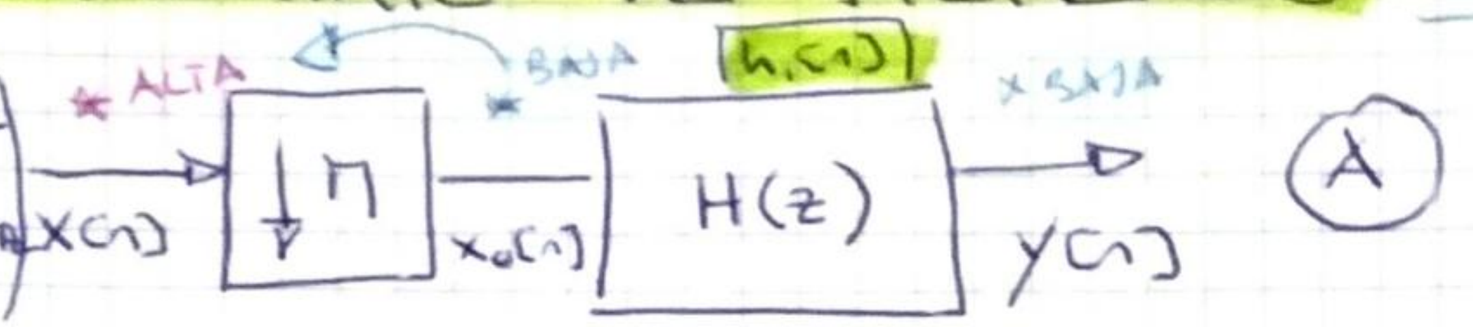
Scanned by TapScanner

3/21

DE BAJA A ALTA

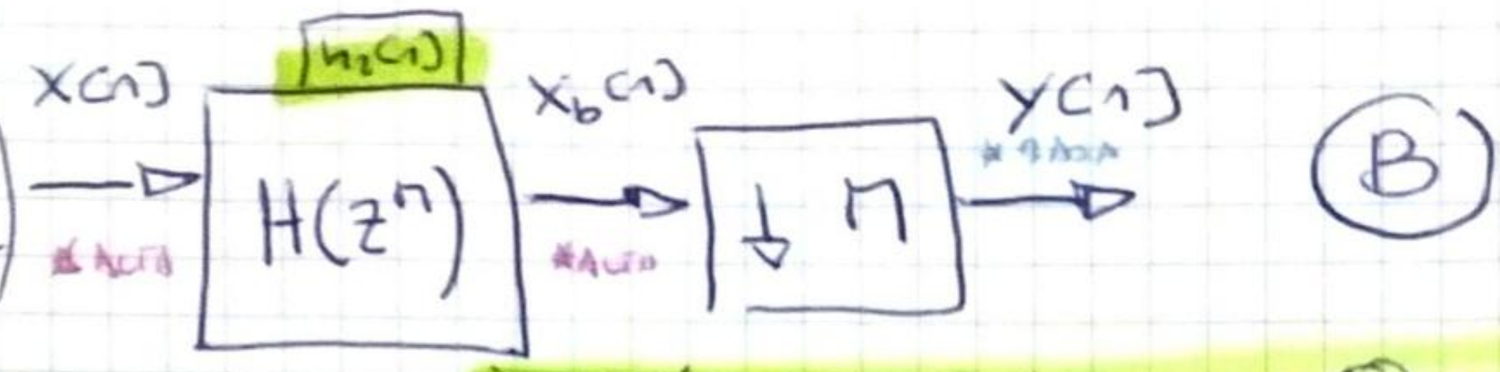
SUBMUESTREO CON INTERCAMBIO DEL DOMINIO DE FILTRADO

(DIEZMAR + FILTRAR)



(EQUIVALE)

(FILTRAR + DIEZMAR)



¿SERÁN EQUIVALENTES A y B?

DE A

~~DE B~~

PASO EL FILTRO DEL DOMINIO DE BAJA FREC AL DE ALTA FREC

$$x_a[n] = x[nM]$$

RELACIÓN ENTRE $h_1[n]$ y $h_2[n]$

$$Z\{h_1[n]\} = H(z)$$

$$Z\{h_2[n]\} = H(z^M) \rightarrow$$ DEL ANÁLISIS ANTERIOR $\boxed{X_e(z) = X(z^L)}$

OBSERVAMOS Q $h_2[n]$ SERÁ $h_1[n]$ CON $(M-1)$ CEROS ENTRE MUESTRAS

$$\boxed{h_2[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_1[k]\,\delta[n-kM]}$$

DEMOSTRACIÓN Q A y B SON EQUIVALENTES

DE A $\quad z = e^{j\Omega}$

$$\text{C)}\quad Y(z) = \underbrace{X_e(z)}\cdot H(z) = \underbrace{\frac{1}{M}\sum_{i=0}^{M-1} X\left(e^{j\left(\frac{\Omega-2\pi i}{M}\right)}\right)}\cdot H(z)$$

DE B $\quad (z = e^{j\Omega})$

$$\cancel{Y(z) = X_b(e^{j\Omega'}) = X_b(e^{j(\Omega-\ldots)}}$$

$$X_b(e^{j\Omega}) = X(e^{j\Omega})\cdot H(z^M) = X(e^{j\Omega})H(e^{j\Omega M})$$

$$\text{D)}\quad Y(z) = \frac{1}{M}\sum_{i=0}^{M-1} X_b(e^{j\Omega'}) \quad \boxed{\Omega' = \frac{\Omega-2\pi i}{M}}$$

Scanned by TapScanner

DE LO ANTERIOR

$$Y(e^{j\Omega}) = \frac{1}{M}\sum_{i=0}^{M-1} X_0(e^{j\Omega_i})$$

$$\boxed{\Omega_i = \frac{\Omega - 2\pi i}{M}}$$

$$Y(e^{j\Omega}) = \frac{1}{M}\sum_{i=0}^{M-1} X(e^{j\Omega_i})\, H(e^{j\Omega_i M})$$

$$Y(e^{j\Omega}) = \frac{1}{M}\sum_{i=0}^{M-1} X(e^{j(\Omega-2\pi i)/M})\, H(e^{j(\Omega-2\pi i)/\cancel{M}\, M})$$

$$Y(e^{j\Omega}) = \frac{1}{M}\sum_{i=0}^{M-1} X(e^{j\Omega_i})\cdot H(e^{j\Omega})$$

$H(e^{j(\Omega-2\pi i)}) = H(e^{j\Omega})$ SE CANCELAN LOS M

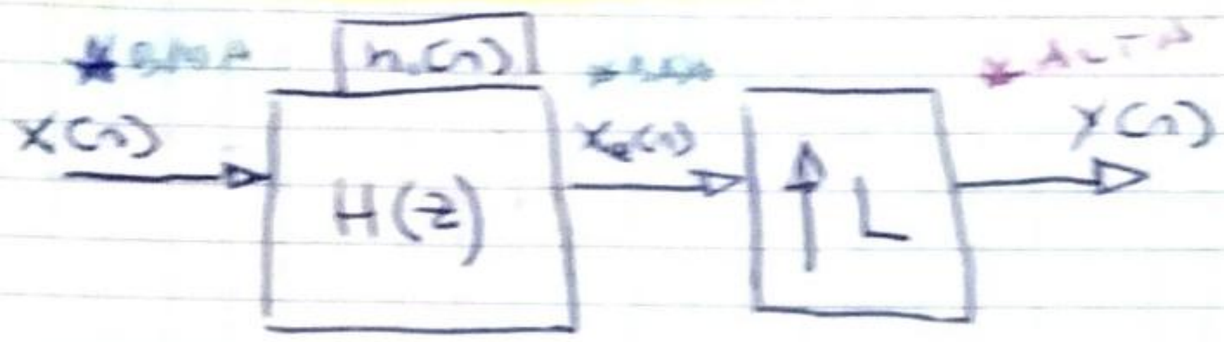
COMPARANDO CON (C), SE VERIFICA QUE LOS $Y(e^{j\Omega})$ OBTENIDOS DE LAS ARQUITECTURAS (A) Y (B) SON EQUIVALENTES

4/

22/

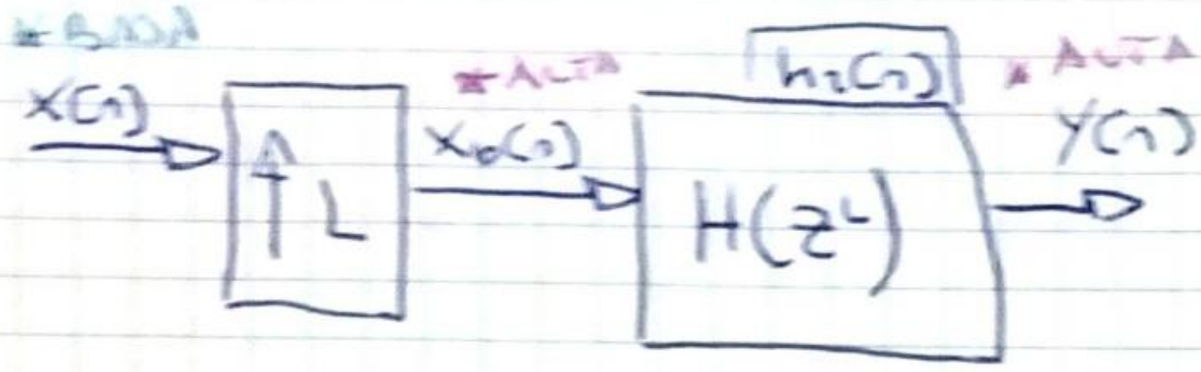
SOBREMUESTREO CON INTERCAMBIO DEL DOMINIO DE FILTRADO

(DE ALTA A BAJA)



(A)

PASO EL FILTRO PRE-DISEÑADO DE BAJA A ALTA FREC



(B)

IGUAL Q EN EL SUBMUESTREO, ~~[illegible]~~ h_2 ES EQUIVALENTE A h_1 CON $(L-1)$ CEROS ENTRE MUESTRAS

$$\boxed{h_2(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_1[k]\,\delta[n-kL]}$$

DEMOSTRACIÓN Q (A) Y (B) SON EQUIVALENTES

DE (A)

$$X_e(e^{j\Omega}) = X(e^{j\Omega}) \cdot H(e^{j\Omega})$$

$$Y(e^{j\Omega}) = X_e(e^{j\Omega L}) \quad \text{(VER PAG 17 b)}$$

$$Y(e^{j\Omega}) = X(e^{j\Omega L})\,H(e^{j\Omega L}) \quad (A)$$

DE (B)

$$X_b(e^{j\Omega}) = X(e^{j\Omega L})$$

$$Y(e^{j\Omega}) = X_b(e^{j\Omega}) \cdot H(e^{j\Omega L}) \quad \times$$

$$Y(e^{j\Omega}) = X(e^{j\Omega L}) \cdot H(e^{j\Omega L}) \quad (B)$$

(B) ES EQUIVALENTE A (A)

husares

Scanned by TapScanner

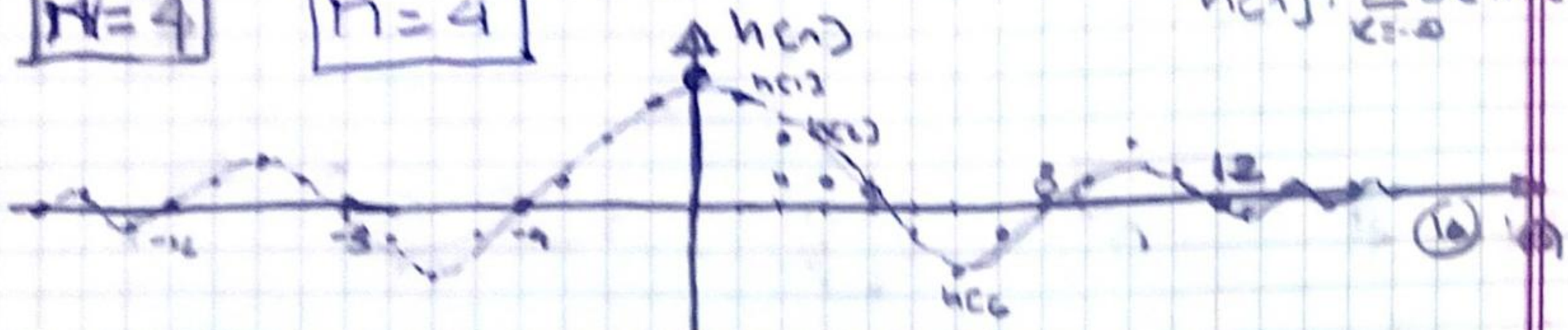
REPRESENTACIÓN POLIFÁSICA

$$h[n] = \sum_{k=0}^{M-1} h_k[n-k]$$

$$h_k[n] = \begin{cases} h[n-k] & \text{para } n \\ & n \geq k \\ & n \leq M \\ 0 & \text{para otros } n \end{cases}$$

$$h[n] \cdot \sum_{k=0}^{8} \delta[n-4n]$$

$\boxed{N=4}$ $\boxed{M=4}$



$h_0[n]$

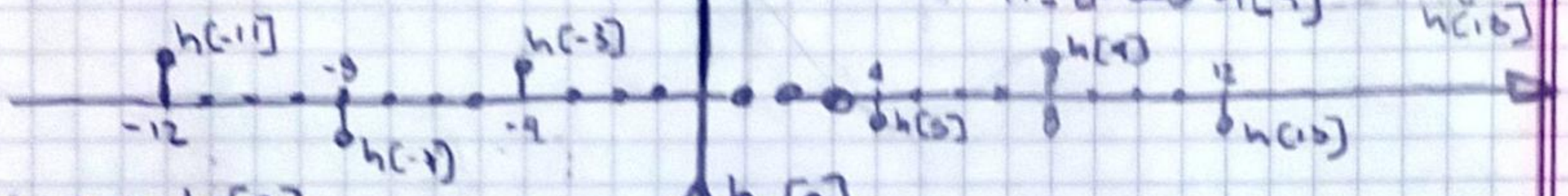
$n=-4$ $h[-4]$
$n=-8$ $h[-8]$
$n=-12$ $h[-12]$

$k=0$
$n=0 \rightarrow h[0+0]$
$n=4 \rightarrow h[4]=0$
$n=8 \rightarrow h[8]=0$

$h_1[n]$

$n=-4 \rightarrow h[-3]$
$n=-8 \rightarrow h[-7]$
$n=-12 \rightarrow h[-11]$

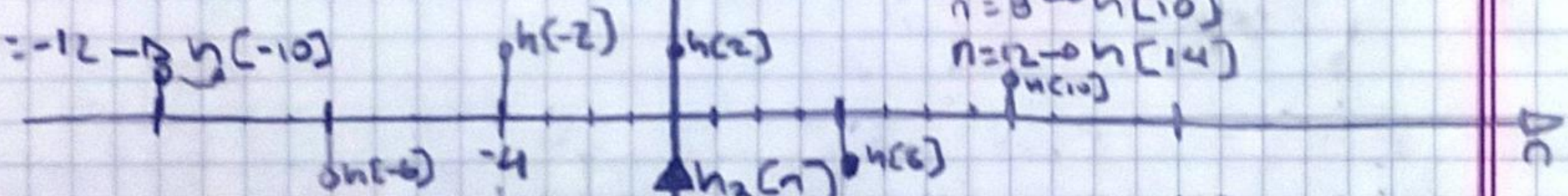
$k=1$
$n=0 \rightarrow h[0+1] \rightarrow h[1]$
$n=4 \rightarrow h[5]$
$n=8 \rightarrow h[9]$
$n=12$
$h[13]$



$h_2[n]$

$n=-4 \rightarrow h[-2]$
$n=-8 \rightarrow h[-6]$
$n=-12 \rightarrow h[-10]$

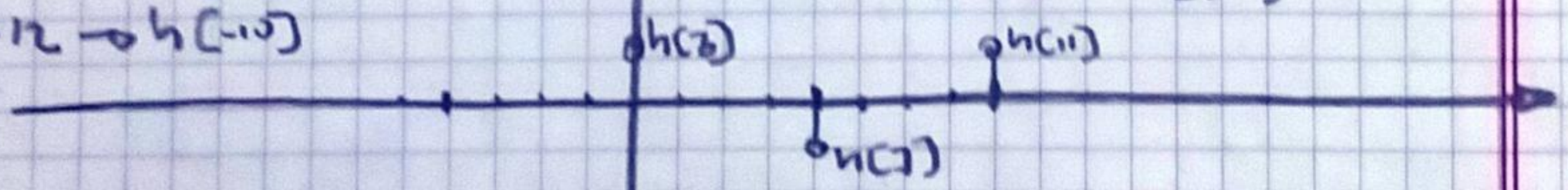
$n=0 \rightarrow h[2]$
$n=4 \rightarrow h[6]$
$n=8 \rightarrow h[10]$
$n=12 \rightarrow h[14]$



$h_3[n]$

$n=-4 \rightarrow h[-1]$
$n=-8 \rightarrow h[-5]$
$n=-12 \rightarrow h[-9]$

$n=0$ $h[0]$
$n=4$ $h[7]$
$n=8$ $h[11]$



$\rightarrow$ HACER EN PYTHON

Scanned by TapScanner

5/23/

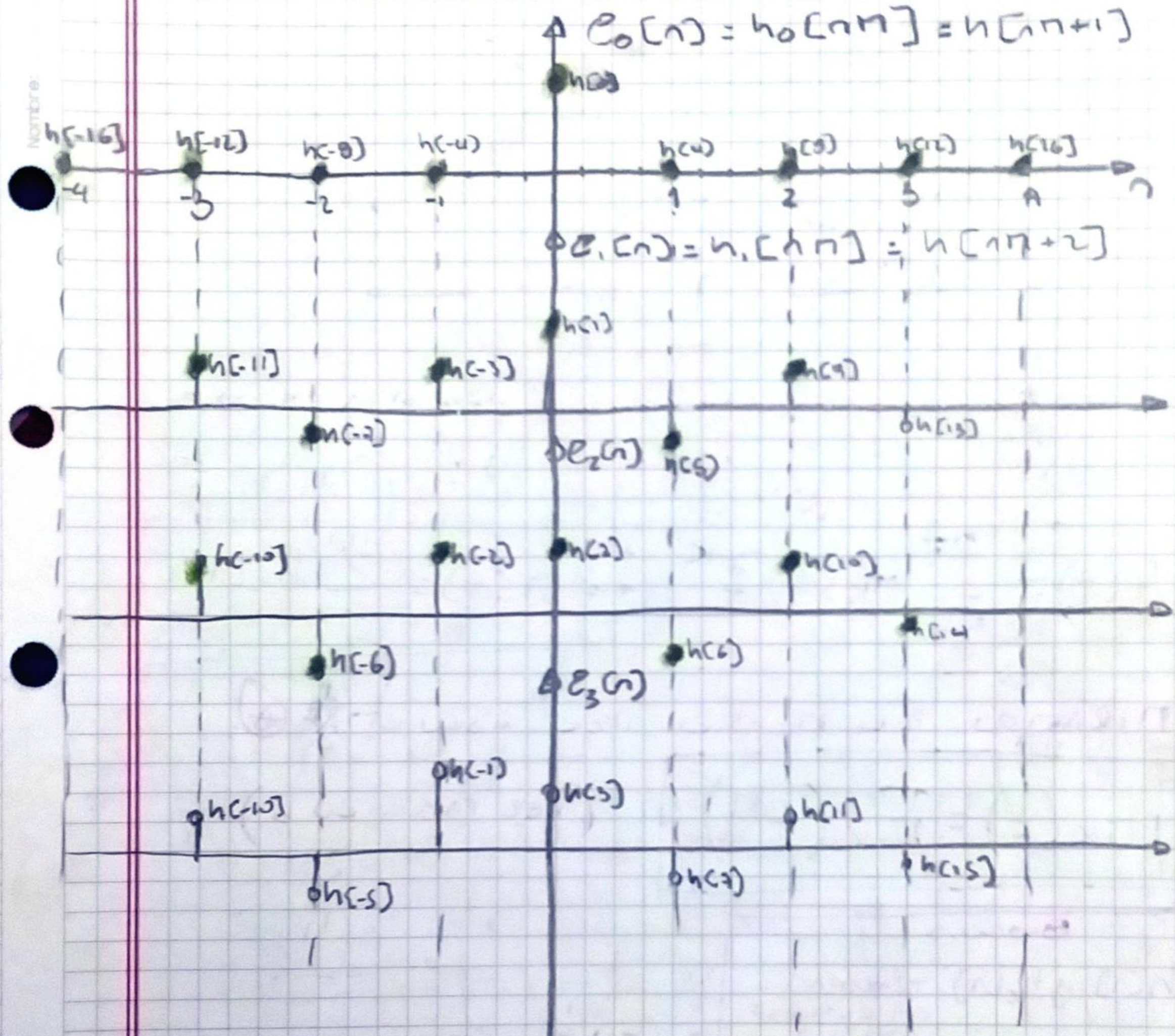
SE DEFINE:

$$e_k[n] = h[nM+k] = h_k[nM]$$

EQUIVALENTE A SUBMUESTREAR LOS h_k

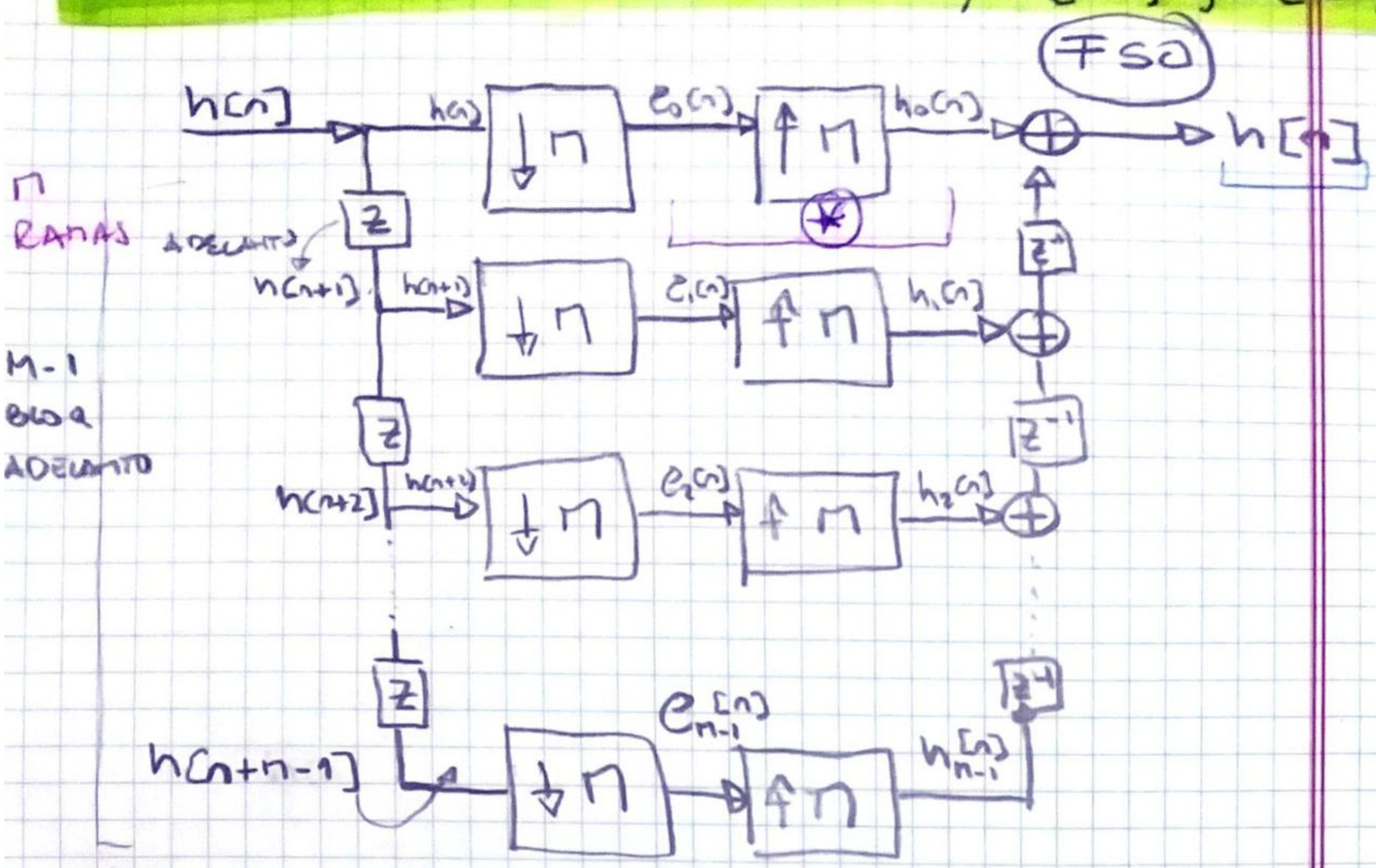
TIENE MENOS TABS YA Q.

EN LOS $h_k[n]$ COMPRIMO EL EJE EN M



HACER EN PYTHON

RELACIÓN ENTRE $h[n]$, $h_k[n]$ y $e_k[n]$



MIRANDO A LA SALIDA ESQUEMA TOTAL

$$H(z) = H_0(z) + H_1(z)z^{-1} + H_2(z)z^{-2} + \cdots + H_{M-1}(z)\cdot z^{-(M-1)}$$

$$\boxed{H(z) = \sum_{k=0}^{M-1} H_k(z) z^{-k}} \longleftrightarrow \boxed{h(n) = \sum_{k=0}^{M-1} h_k[n-k]}$$

MIRANDO AL MEDIO DEL ESQUEMA (*)

$$\boxed{H_k(z) = E_k(z^M)}$$

(VER PAG 20 b)

BLOQUES

$h(n)$ y $h_k(n)$ TRABAJAN EN EL MISMO DOMINIO DE FREC

$h(n)$ y $e_k(n)$ TRABAJAN EN DISTINTOS DOMINIOS DE FREC

$h(n)$ el mayor rango de freq

LAS SECUENCIAS h_k SON EQUIVALENTES A LAS SEC. e_k CON $(M-1)$ CEROS ENTRE DOS NO ESTRENAS DE e_k

Scanned by TapScanner

6/24

INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA DE UN FILTRO

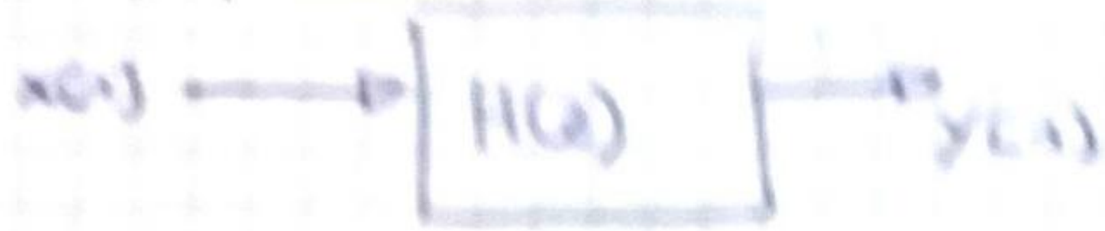
$$\boxed{H(z) = \sum_{k=0}^{N-1} E_k(z^N) z^{-k}}$$

$$h(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h_k(n-k)$$

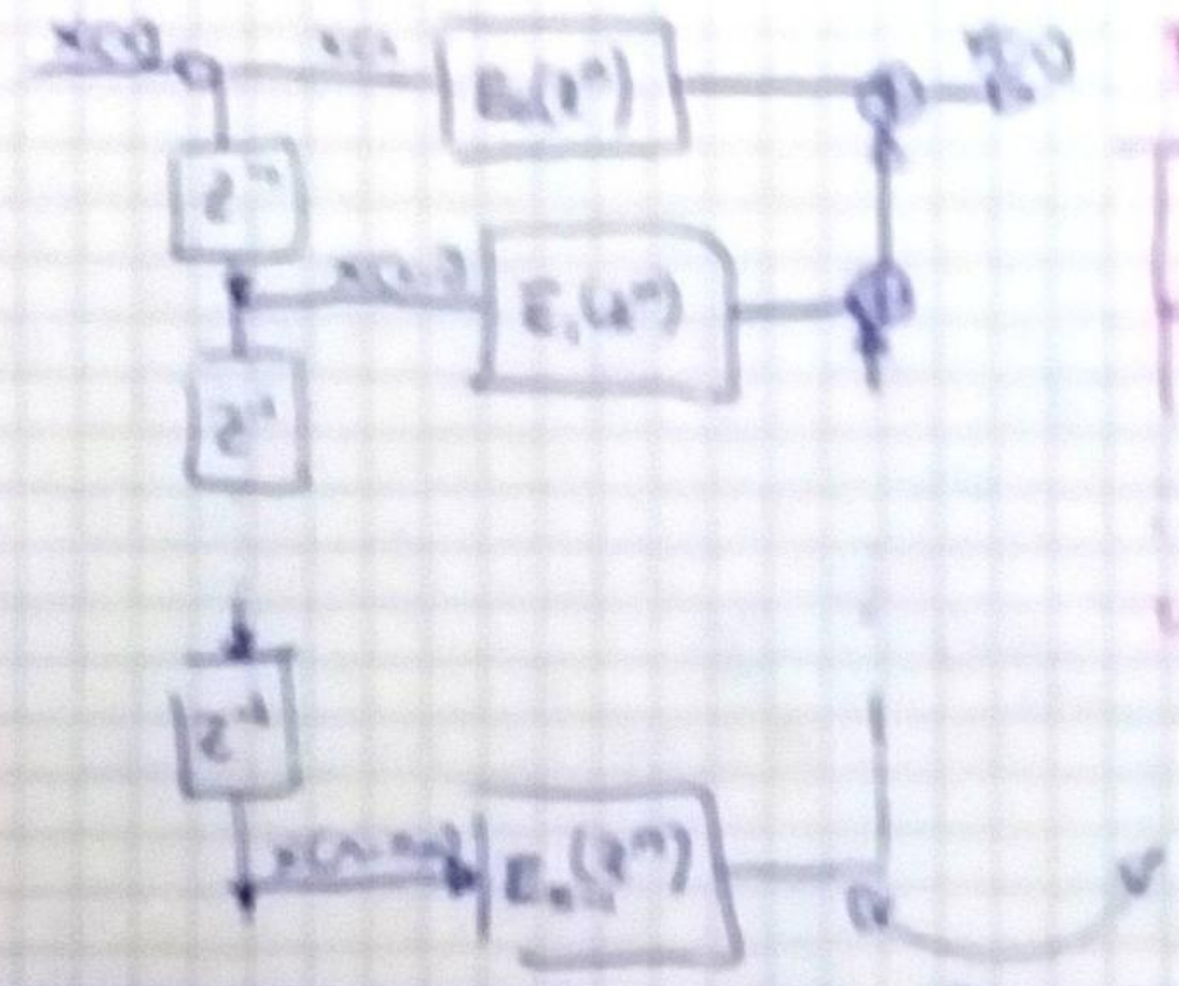
$$h_k(n) = \begin{cases} h(nN+k) & 0 \le n \le N-1 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

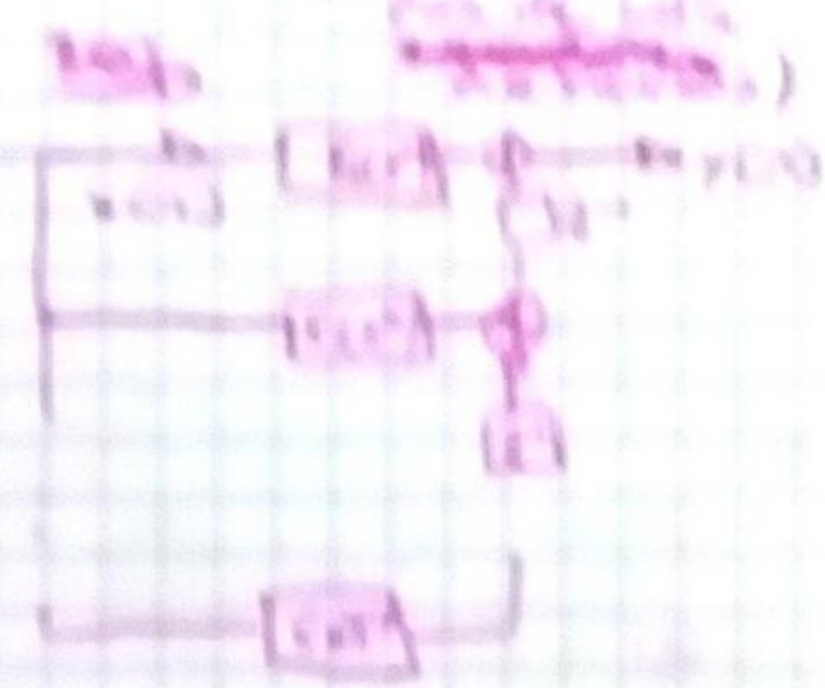
$$E_k(z) = z^{-k} H(z^N) W_N^{-k}$$

DADO UN FILTRO



DESCOMPONGAMOS ESTA ALGEBRA DE 3 TAPS (PARA EJEMPLO)



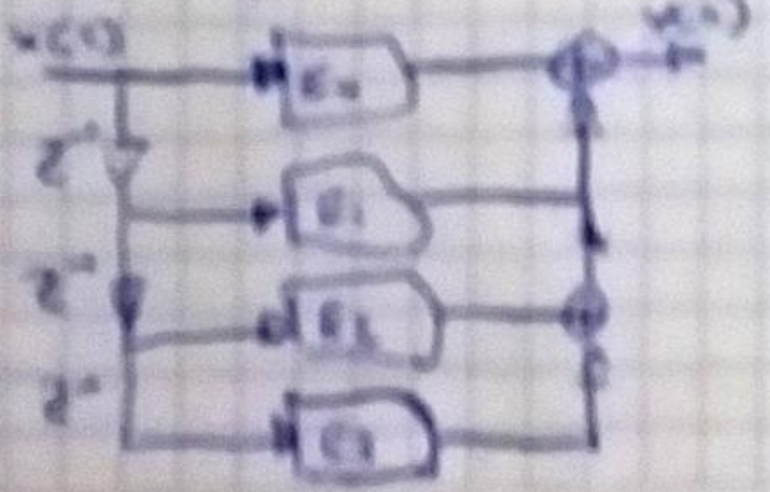


DISEÑO BASADO EN UN DESCOMPONGAMOS DE LOS $\boxed{z^{-1}}$ Y SON IGUALMENTE

Ejemplo (PARA VENTAJA)

D: $H(z) = 16$ TAPS

$M = 4$

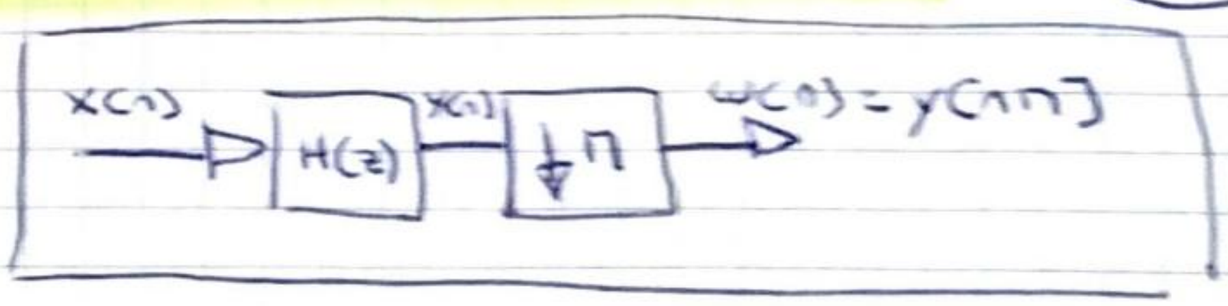


BUSCO AUMENTAR LA ESTACIONARIDAD

IMPLEMENTACIÓN POLIFÁSICA DE UN DECIMADOR

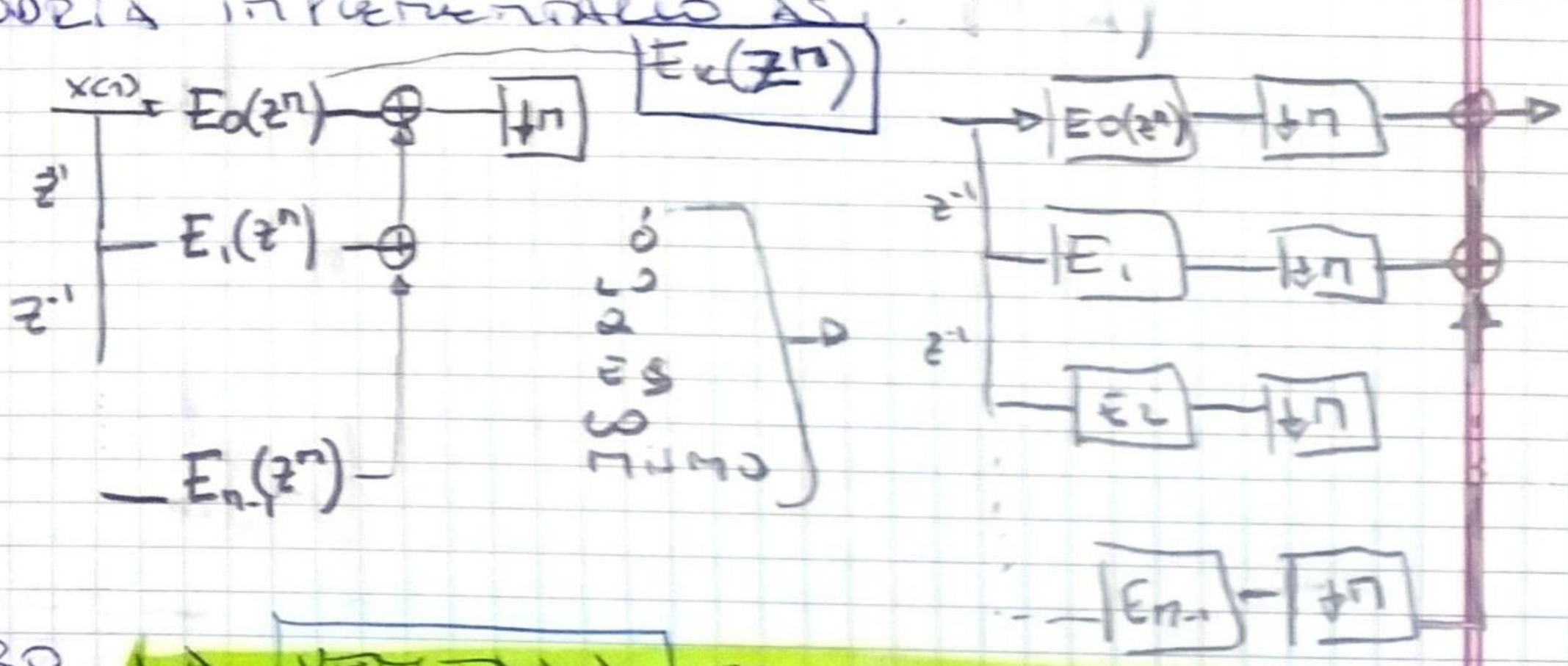
FS2 y FS3

DADO:

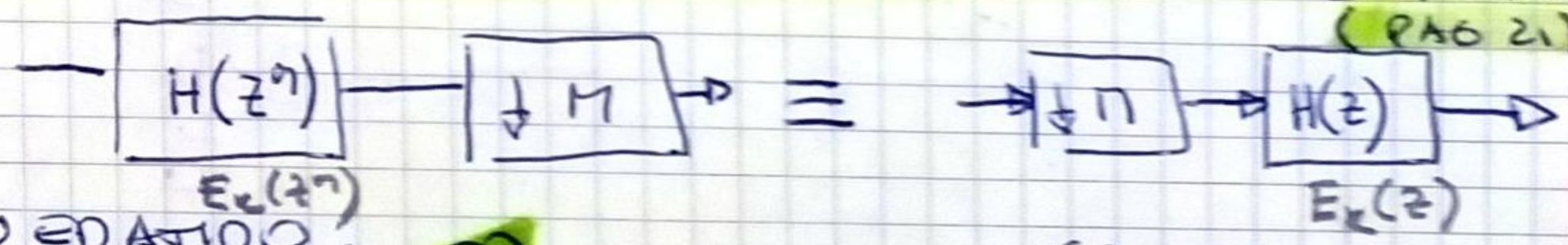


A

PODRÍA IMPLEMENTARLO ASÍ:



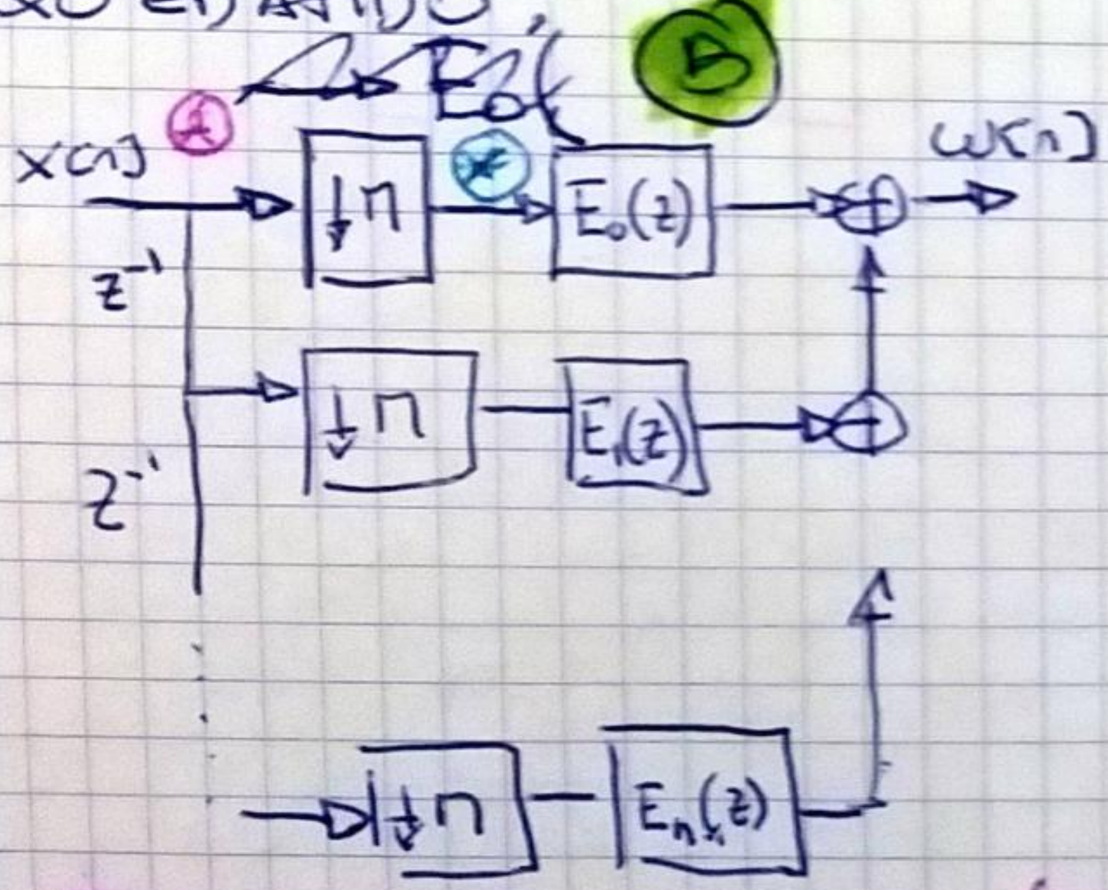
PERO LA VENTAJA SE OBTIENE RECORDANDO EL SUSTITUESTREO CON INTERCAMBIO DEL DOMINIO DE FILTRADO (PAG 21)



QUEDANDO:

B

COMPARACIÓN CONSUMO ARQUITECT.



(*) DOMINIO DE ALTA FREC. $\left(\frac{N}{TABS}\right)$

(*) DOMINIO DE BAJA FREC. $\left(\frac{N}{M}\right)_{TABS}$

A
- Nº DE MULTIPLIC P/ UNIDAD DE TIEMPO DE x(n) → $\boxed{N}$
- Nº DE SUMAS POR UNIDAD DE TIEMPO DE x(n) → $\boxed{N-1}$

B
- Nº DE MULTIPLIC P/ U. DE TIEMPO → $\boxed{\frac{N}{M}}$
- Nº DE SUMAS $\boxed{\frac{N}{M-1} + (M-1)}$

B ES MÁS EFICIENTE

Scanned by TapScanner

RESUMEN (FS6)

- LA IMPLEMENTACIÓN POLIFÁSICA PERMITE MEJORAR LA EFICIENCIA DE BLOQUES DECIMADORES E INTERPOLADORES

- LA CLAVE RADICA EN REALIZAR LOS FILTRADOS EN EL DOMINIO DE LA MENOR FREC. DE TRABAJO

- EL BENEFICIO AUMENTA EN EL CASO DE INTERP. Y DIEZMADO PARA HACER CAM 3.0 DE FRECUENCIA DE MUESTREO POR UN FACTOR RACIONAL

- ESTRUCTURAS CIC (CASCADED - INTEGRATOR - COMB) PERMITEN INTERPOLAC. Y DIEZMADO SIN USAR MULTIPLICADORES

- ÉSTAS ESTRUCTURAS RESULTAN DE INTERÉS, PARTICULARMENTE CUANDO EL FACTOR L (SOBREMUESTREO) ES IMPORTANTE

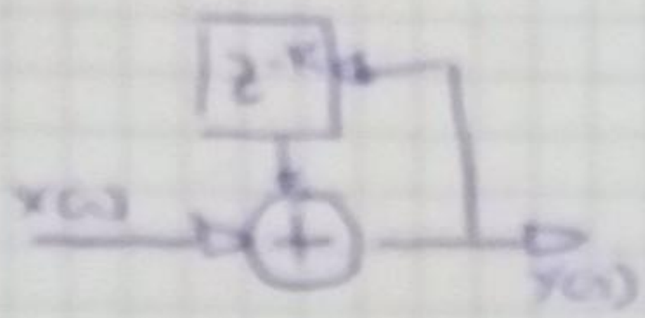
Scanned by TapScanner

8/
26/

DIEZMANDO CON FILTROS CIC

(F57)

ANALIZEMOS ESTE SISTEMA: (BLOQUE SUMADOR RETROALIMENTADO)



$$\boxed{y(n) = x(n) + y(n-k)}$$

$$y(n) - y(n-k) = x(n)$$

$$Y(z)(1 - z^{-k}) = X(z)$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1 - z^{-k}}$$

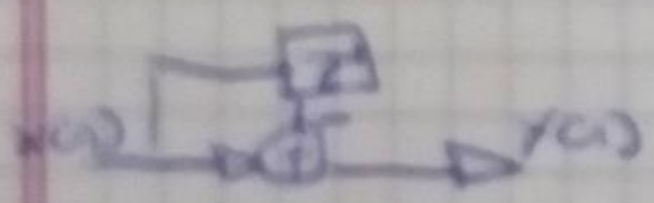
INTEGRADOR

Y ESTE OTRO BLOQUE:

$$\boxed{y(n) = x(n) - x(n-k)}$$

$$Y(z) = X(z) - X(z)z^{-1}$$

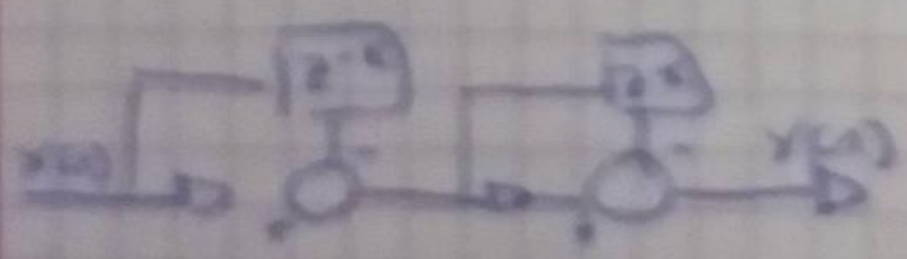
$$Y(z) = X(z)(1 - z^{-1})$$



$$\boxed{H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = (1 - z^{-k})}$$

COMB

Y CONSIDERE Q UNIDOS SE MUEST. LA H(z) POR Q



$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = (1 - z^{-k})^2$$

SI FUERAN M EN CASCADA

$$(1 - z^{-k})^M$$

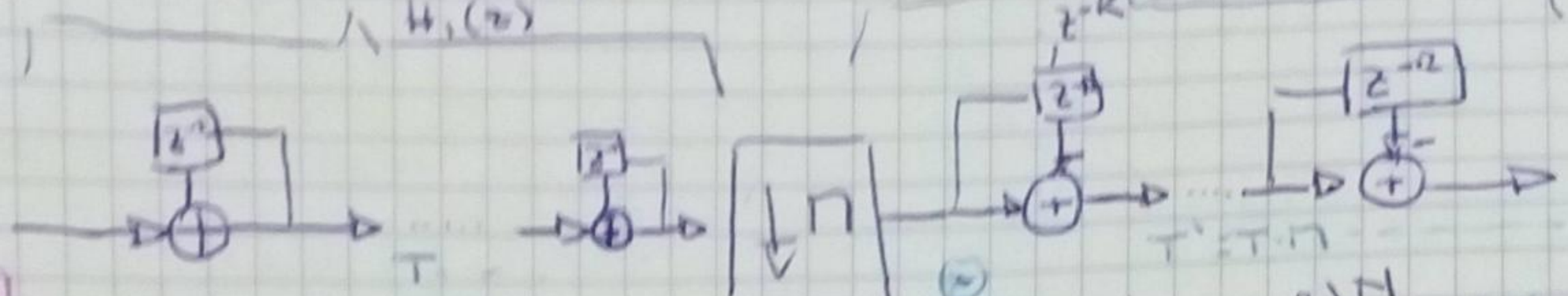
Scanned by TapScanner

N ETAPAS INTEGRADORAS

$H_1(z)$

N ETAPAS COMB

$H_2(z)$



(*) ALTA FREC

T

$$\left(\frac{1}{1-z^{-1}}\right)^N = H_1(z)$$

(*) BAJA FREC

$$\left(1-z^{-R}\right)^N = H_2(z)$$

$T' = T \cdot n$

OJO ESTO ES SIN TENER EN CUENTA EL DIAGRAMA ANTERIOR

$$\boxed{H(z) = H_1(z)\, H_2(z^n)}$$

RETENIENDO A ALTA FREC.

$$H(z) = \frac{1}{(1-z^{-1})^N} \cdot \left(1-(z^n)^{-R}\right)^N$$

$$H(z) = \frac{\left(1-z^{-Rn}\right)^N}{(1-z^{-1})^N}$$

$$\boxed{H(z) = \left(\frac{1-z^{-Rn}}{1-z^{-1}}\right)^N}$$

TENIENDO EN CTA

$$\sum_{k=n_1}^{n_2} q^k = \frac{q^{n_1} - q^{n_2+1}}{1-q}$$

$q = z^{-1}$

$n_1 = 0$

$n_2 + 1 = Rn$

$n_2 = Rn - 1$

$$\boxed{H(z) = \left(\sum_{k=0}^{Rn-1} z^{-k}\right)^N}$$

→ RESP AL IMPULSO REPETENCIADA A LA ALTA FREC

$$\boxed{|H(e^{j\Omega})| = \left|\frac{\sin\left(\frac{Rn}{2}\Omega\right)}{\sin\left(\frac{\Omega}{2}\right)}\right|^N}$$

→ TIENE CEROS EN MÚLTIPLOS DE $\boxed{\Omega = \frac{2\pi}{Rn}}$

Scanned by TapScanner

9/27/

F58

DIEZMADO CIC (CONT)

- $H(z) = \left[\sum_{k=0}^{2n-1} z^{-k} \right]^M$

RECORDANDO POR 5) Q

$$(1+z^{-1})^2 = 1 + 2z^{-1} + z^{-2}$$, LA EXP

ANTERIOR ~~CON M=2~~ QUEDA

$$\boxed{H(z) = \sum_{k=0}^{(2n-1)M} h[k]\, z^{-k}}$$

$\boxed{h[k] \geq 0}$

→ SIMILAR A FILTRO FIR

- LA GANANCIA EN CONTINUA

$$H(z)\Big|_{z=1} = H(1) = \sum_{k=0}^{(2n-1)M} h[k]$$

$$\boxed{H(1) = (2n)^M}$$

$h[k] \geq 0$, $\forall k$ → ES LA SUMA

- SE B_{IN} EL VALOR ABSOLUTO MÁXIMO DE ENTRADA, LA SALIDA DEL FILTRO QUEDA ACOTADA A $\boxed{B_{OUT} = B_{IN}(2M)^M}$

- POR LO ANTERIOR LOS SUMADORES USADOS SON EN MÓDULO B_{OUT}

$$\boxed{(a+b+c)_{B_{OUT}} = \left((a+b)_{B_{OUT}} + (c)_{B_{OUT}} \right)_{B_{OUT}}}$$

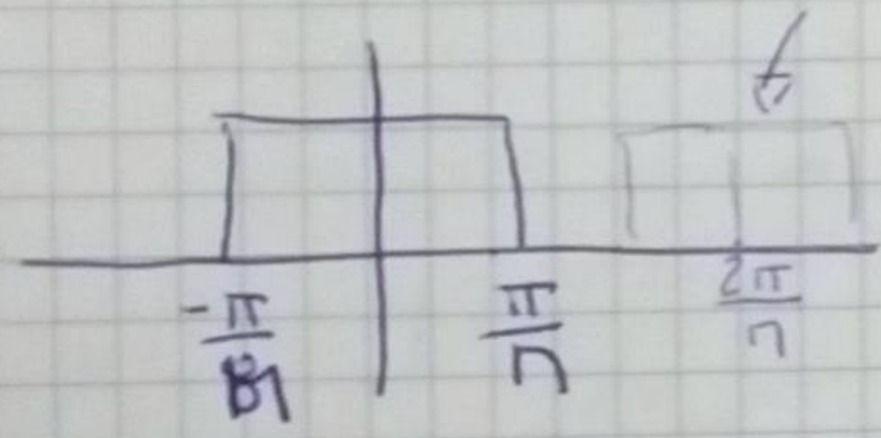
SE DESEA Q NAGAN OVERFLOW LOS SUMADORES

RECORDAR ESTA PROP. DAD DE ARITMÉTICA MODULAR

Scanned by TapScanner

GRÁFICO (F 59)

LO COMPARA EN CLASE CON UN FILTRO IDEAL DEL DIÉLECTRICO



ATENÚA MUY BIEN CERCA DE

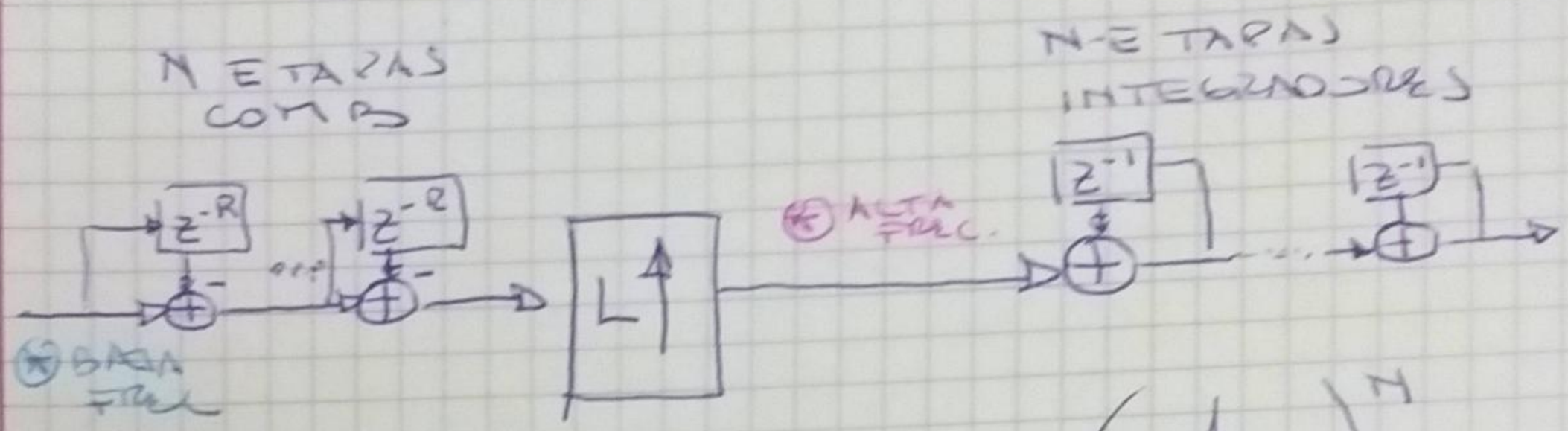
$\boxed{n=8}$

$\frac{2\pi}{8} = 0{,}25\pi$

10/

28/

INTERPOLACIÓN CON FILTROS CIC



$$(1-z^{-R})^N \qquad H_1(z)$$

$$\left(\frac{1}{1-z^{-1}}\right)^N \qquad H_2(z)$$

REPETIRLO AHORA A ALTA FREC

$$H(z) = H_1(z^L)\cdot H_2(z)$$

$$H(z) = (1-z^{-RL})^N \cdot \frac{1}{(1-z^{-1})^N}$$

$$\boxed{H(z) = \left(\frac{1-z^{-RL}}{1-z^{-1}}\right)^N}$$

USANDO SUMA SERIE GEOM

$$\boxed{H(z) = \left[\sum_{k=0}^{RL-1} z^{-k}\right]^N}$$

$$\boxed{|H(e^{j\Omega})| = \left|\frac{\sin\left(\frac{RL}{2}\Omega\right)}{\sin\left(\frac{\Omega}{2}\right)}\right|^N}$$

Scanned by TapScanner

1/

24/

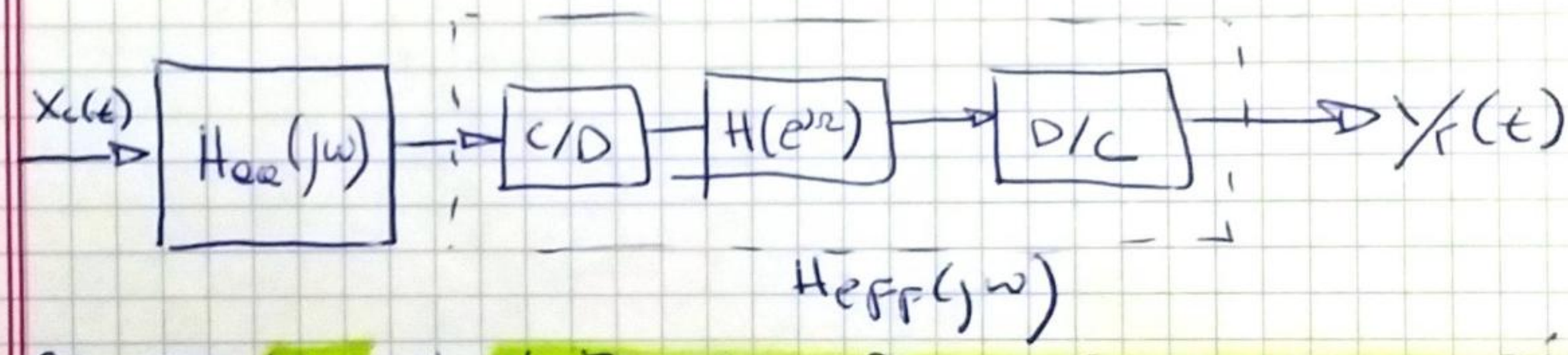
CLASE 16 (PRÁCTICO T2)

CLASE 17

FILTRO ANTI-ALIAS (H_{aa})

LA SEÑAL DE INTERÉS ES DE BANDA-LIMITADA. SIN EMBARGO, EN UN RECEPTOR, LA SEÑAL QUE LLEGA TENDRÁ COMPONENTES DE SEÑAL NO-DESEADA, QUE PODRÍAN GENERAR ESPECTROS NO DESEADOS EN EL CONVERSOR $\boxed{C/D}$

$$X_c(t) = \underbrace{s(t)}_{\text{SEÑAL DE INTERÉS}} + \underbrace{\pi(t)}_{\text{SEÑAL NO DESEADA DE CONTENIDO ESPECTRAL MUY AMPLIO}}$$



SIENDO ω_c LA MÁXIMA FREC. DE LA SEÑAL DE INTERÉS

$$H_{eff}(j\omega) = \begin{cases} H(e^{j\omega T}) & |\omega| < \omega_c \\ 0 & |\omega| \geq \omega_c \end{cases}$$

FILTRO EQUIV. EN T.C. DE LOS 3 BLOQUES EN T.D.

$$H_{aa}(j\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| < \omega_c < \frac{\pi}{T} \\ 0 & |\omega| \geq \omega_c \end{cases}$$

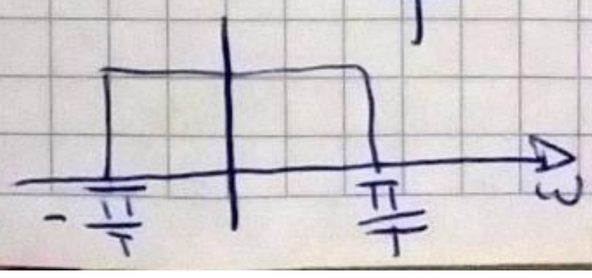
FILTRO ANTI-ALIAS IDEAL

$\omega_s \geq 2\omega_c$

$\frac{2\pi}{T} \geq 2\omega_c$

$\boxed{\omega_c < \frac{\pi}{T}}$

↳ SU OBJETIVO ES ELIMINAR TODAS LAS FREC. POR ENCIMA DE $\frac{\pi}{T}$



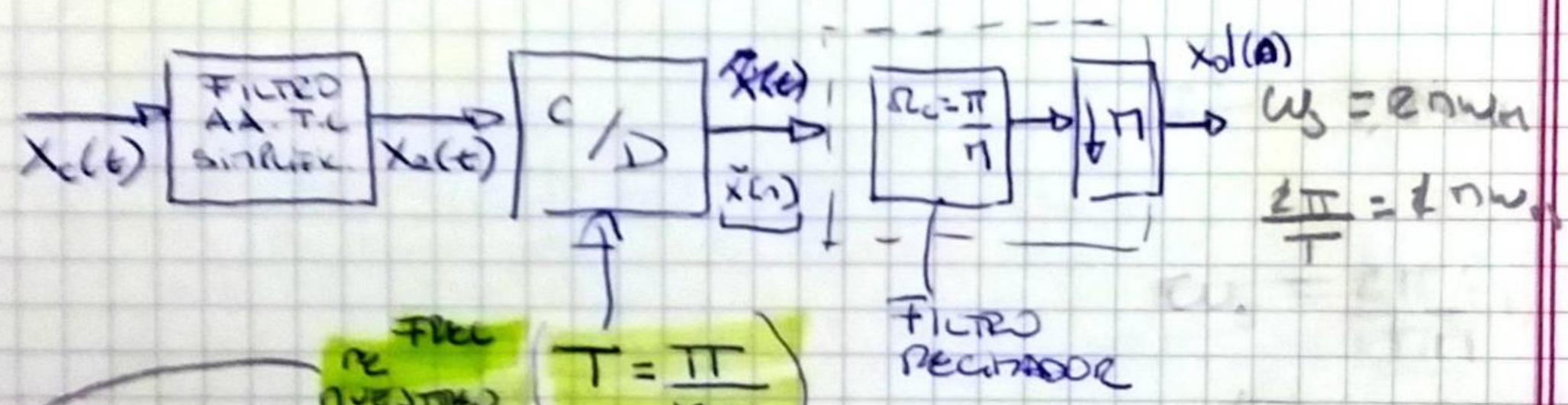
Scanned by TapScanner

FILTRO ANTI-ALIAS DIGITAL

- UN FILTRO REAL, NO ES DE BANDA LIMITADA COMO EL IDEAL
- BUSCAMOS QUE H_{aa} REAL TENGA BUENA ATENUACIÓN PARA $|\omega| > \omega_c$
- LA RESPUESTA TOTAL DEL DIST. ANTERIOR SE PUEDE APROXIMAR:

$$\boxed{H_{eff}(j\omega) \simeq H_{aa}(j\omega)\, H(e^{j\omega T}) \qquad |\omega| < \pi/T}$$

- IMPLEMENTAR UN FILTRO ANTI-ALIAS ANALÓGICO PUEDE SER COSTOSO POR LO QUE SE SUELE HACER LO SIGUIENTE:



FREC DE MUESTREO AUMENTADA $\left(T = \frac{\pi}{M\omega_M}\right)$

$\omega_s = \frac{2\pi}{T} = 2M\omega_M$

- ω_M ES LA MÁXIMA FREC. EN $x_a(t)$ ($x_c(t)$ PASADA POR EL FILTRO AA SIMPLIFICADO)

→ HAGO SAMPLING CON $\omega_s = 2M\omega_M$ Y LUEGO PASO POR UN FILTRO RECITADOR EN EL QUE VUELVO A BAJAR LA FREC. POR M

Scanned by TapScanner

4/ 32/

ERROR DE CUANTIZACIÓN (CONT.)

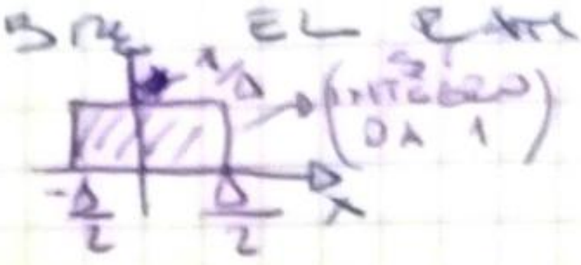
SI B ES LO SUFICIENTEMENTE GRANDE PODEMOS SUPONER:

(A) • $e[n]$ ES UN PROCESO ALEATORIO ESTACIONARIO

(B) • $e[n]$ y $x[n]$ NO ESTÁN CORRELACIONADOS

(C) • $e[n]$ ES UN PROCESO ALEATORIO BLANCO CON MEDIA CERO (PSD PLANA)

(D) • LA PDF (PROBAB. DENSITY FUNCTION) DE $e[n]$ ES UNIFORME SOBRE EL RANGO DEL ERROR $\left(-\frac{\Delta}{2}, \frac{\Delta}{2}\right)$



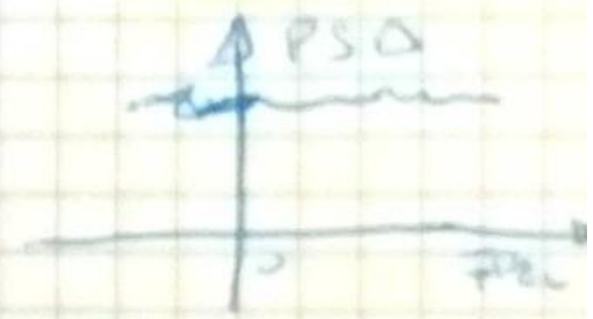
VARIANZA RUIDO DE CUANTIZACIÓN

$$\boxed{\sigma_e^2 = \frac{\Delta^2}{12}} = \frac{2^{-2B} X_m^2}{12}$$

$$E\left\{|e[n]|^2\right\}$$

• ALEATORIO BLANCO. (PSD)

LA FUNCIÓN DENSIDAD DE POTENCIA TIENE TODAS LAS COMP. DE FREC.



VIENE PQ LA LUZ BLANCA ES AQUELLA Q CONTIENE TODAS LAS FREC. DEL ESPECTRO VISIBLE

(RUIDO BLANCO)

SI LA PSD NO ES PLANA SE LE ASIGNA UN COLOR AL RUIDO

Scanned by TapScanner

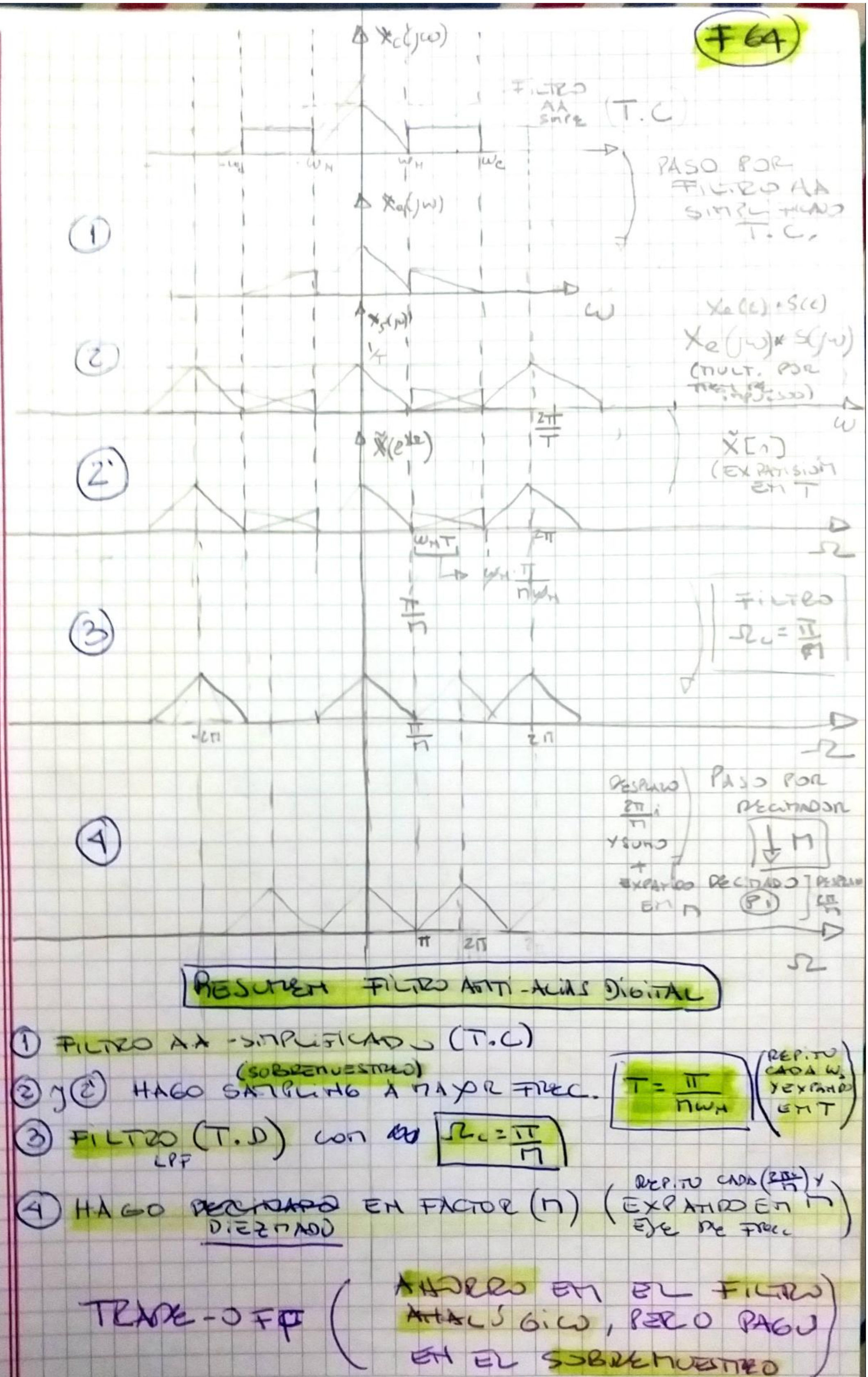
F7) [illegible] 2010 02

F29) [illegible]

Scanned by TapScanner

21/30

#64



RESUMEN FILTRO ANTI-ALIAS DIGITAL

EL COSTO ESTA EN EL SOBRE MUESTREO

1. FILTRO AA -SIMPLIFICADO- (T.C)
2. y 2' HAGO SAMPLING A MAYOR FREC. (SOBREMUESTREO) $\boxed{T = \frac{\pi}{n\omega_H}}$ (REPITO CADA ω_s Y EXPANDO EN T)
3. FILTRO (T.D) LPF con $\boxed{\Omega_c = \frac{\pi}{n}}$
4. HAGO ~~DECIMADO~~ DIEZMADO EN FACTOR (n) (REPITO CADA $\left(\frac{2\pi}{n}\right)$ Y EXPANDO EN n EJE DE FREC)

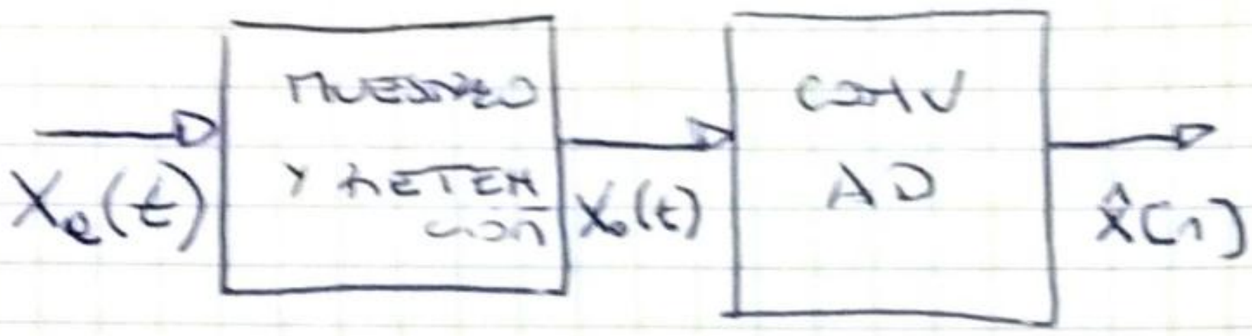
TRADE-OFF (AHORRO EN EL FILTRO ANALÓGICO, PERO PAGO EN EL SOBREMUESTREO)

Scanned by TapScanner

CONVERSOR ANALÓGICO - DIGITAL (ADC)

UN ADC SE PUEDE PENSAR COMO UN PROCESO DE $\boxed{C/D}$ IDEAL + UN $\boxed{\text{CUANTIZADOR}}$ (VER PÁG 4)

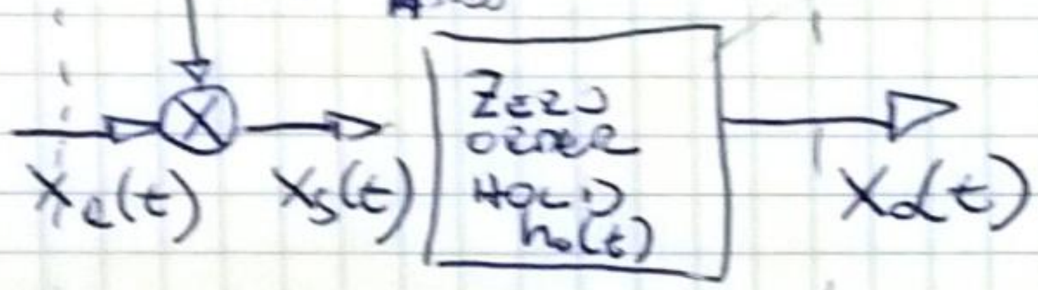
PROCESO TC → TD REAL



MUESTREO Y RETENCIÓN

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$$

RETENEDOR DE ORDEN CERO $\boxed{\text{ZOH}}$

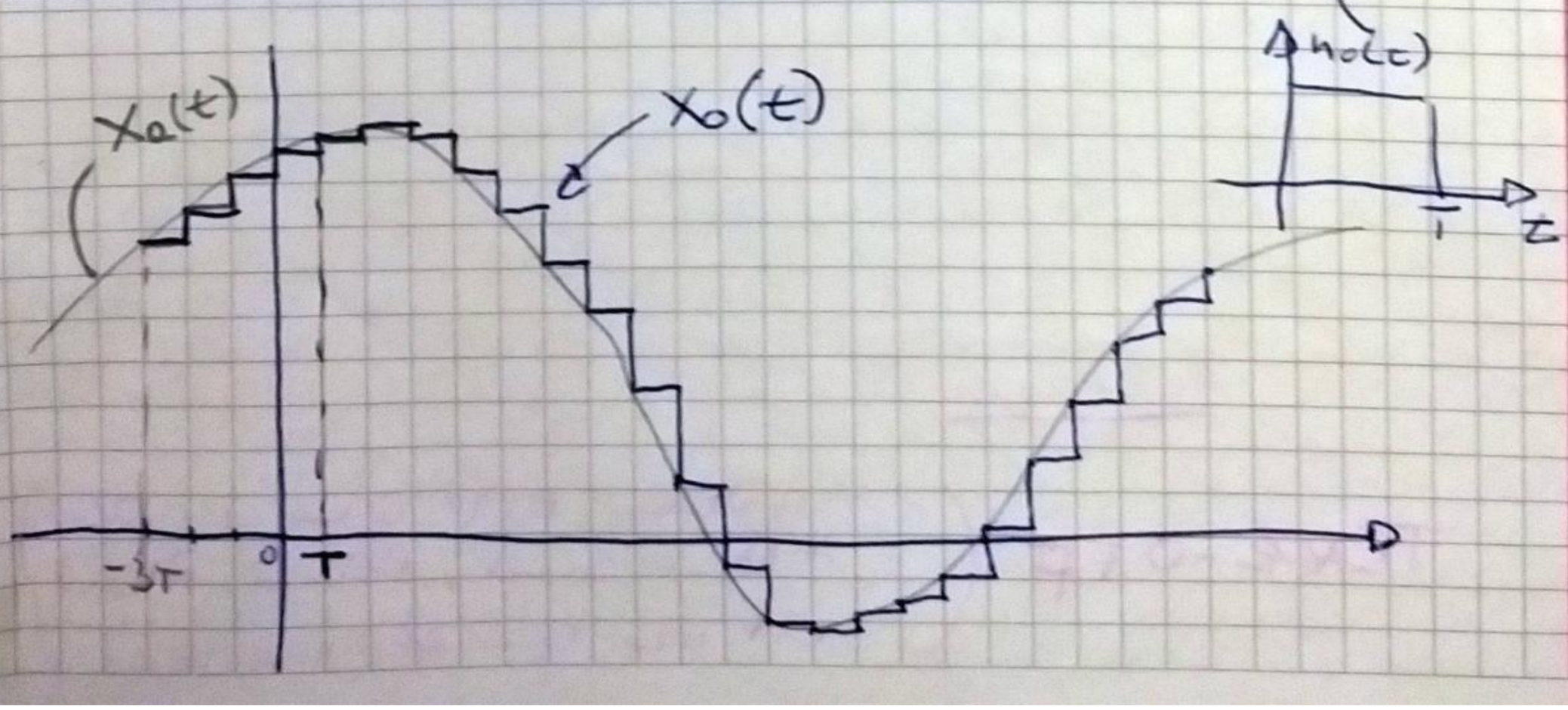


$$x_s(t) = x_a(t)\, s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_a(nT)\, \delta(t - nT)$$

$$\boxed{x_0(t) = h_0(t) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_a(nT)\, \delta(t - nT)}$$

$$\boxed{x_0(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_a(nT)\, h_0(t - nT)}$$

$$h_0(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < T \\ 0 & \text{OTRO} \end{cases}$$



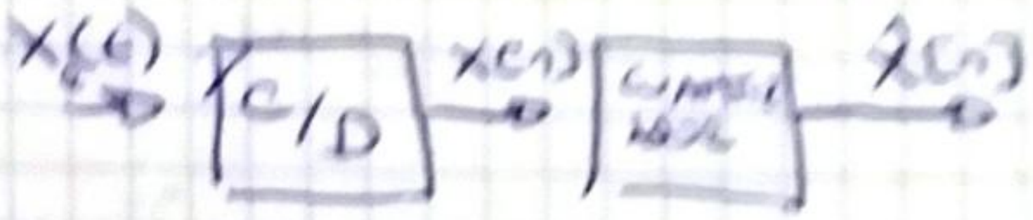
Scanned by TapScanner

3/31/

CUANTIZADOR (ADC)

EL PROCESO MATEMÁTICO TOMA LAS MUESTRAS Y LAS METEMOS PARA PERMITIR SU CUANTIZACIÓN.

EL CUANTIZADOR ES UN SISTEMA NO-LINEAL QUE TRANSFORMA LA SEÑAL $x[n]$ (SALIDA DEL $\boxed{C/D}$, ADC) EN UN CONJUNTO FINITO DE VALORES PREDETERMINADOS $\hat{x}[n]$ MEDIANTE UNA REGLA DADA

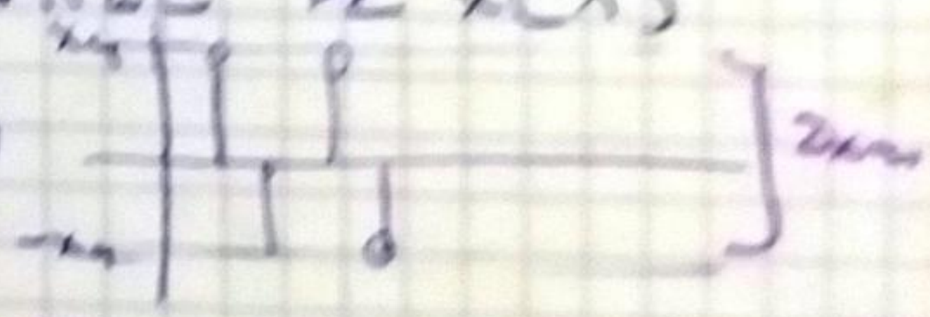


$$\hat{x}[n] = Q\left(x[n]\right)$$

RESOLUCIÓN

LOS NIVELES FINITOS DEL CUANTIZADOR SE EXPRESAN EN FORMA BINARIA.

SI TENEMOS QUE EL RANGO DE $x[n]$ SE LIMITA $[-x_m, x_m]$

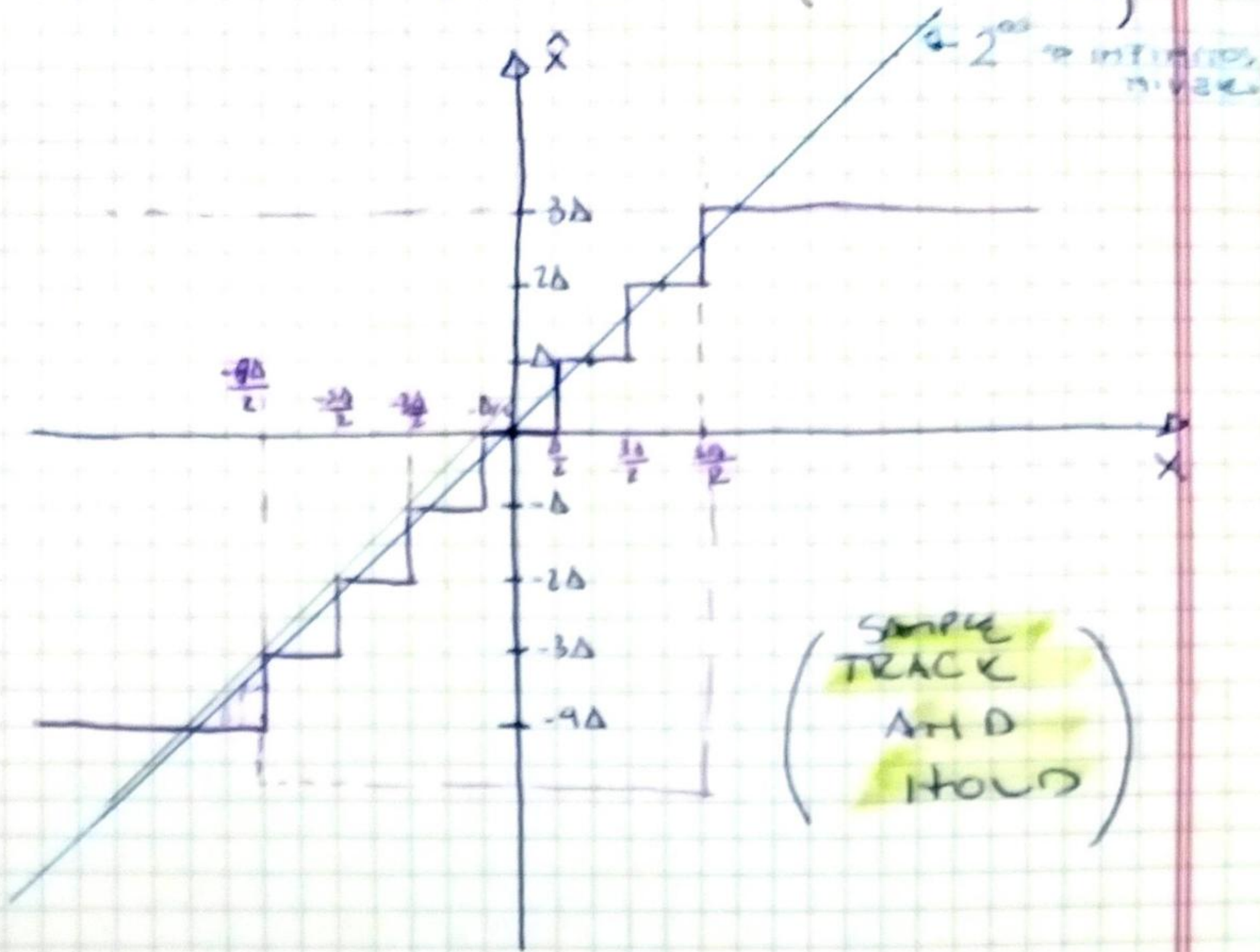


Y USANDO (B+1) BITS, PODEMOS REPRESENTAR $2^{(B+1)}$ NIVELES, LO QUE NOS DEFINE EL PASO DE CUANTIZACIÓN

$$\boxed{\Delta = \frac{2x_m}{2^{B+1}} = \frac{x_m}{2^B}}$$

Scanned by TapScanner

EJEMPLO USANDO $B+1 = 3$ BITS (2^3 8 NIVELES)



(SAMPLE TRACK AND HOLD)

3. TUVIESE INFINITOS BITS EL ERROR DE CUANTIZ SERÍA CERO Y $\boxed{\hat{x} = x}$ (RECTA)

DADOS $B+1$ BITS CON 2^{B+1} NIVELES COMO SE VE EN EL GRÁFICO EL MAYOR ERROR, ES LA DISTANCIA MÁXIMA ENTRE LA CURVA ESCALONADA Y LA RECTA

ERROR DE CUANTIZACIÓN

$$e[n] = \hat{x}[n] - x[n]$$

$$\boxed{-\frac{\Delta}{2} \leq e[n] \leq \frac{\Delta}{2}}$$

Scanned by TapScanner