

ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ

1. Класичне означення ймовірності. Геометрична ймовірність.

1. В лотереї з 100 білетів 20 виграшних. Яка ймовірність того, що серед п'яти навмання куплених білетів три виявляться виграшними?
2. З семи карток розрізної абетки “ а ”, “ д ”, “ е ”, “ к ”, “ о ”, “ с ”, “ ф ” навмання беруть 5 карток і складають їх в порядку вибирання. Знайти ймовірність отримання слова “Одеса”.
3. З 8 карток розрізної абетки “ а ”, “ в ”, “ и ”, “ ї ”, “ к ”, “ о ”, “ с ”, “ х ” навмання беруть 5 карток. Яка ймовірність того, що з вибраних карток можна скласти слово “Київ”?
4. В урні міститься 10 кульок помічених цифрами від 1 до 10. Витягують навмання 5 кульок. Яка ймовірність того, що отримали номери від 3 до 7 в порядку зростання?
5. З повного набору доміно витягають 2 кісточки. Яка ймовірність того, що сума зерен на вибраних кісточках є парною?
6. На кожній із п'яти карток написана одна із цифр 1,2,3,4,5. Картки навмання розкладають в один ряд. Знайти ймовірність того, що цифра 1 стоятиме на першому місці, а 5 – на останньому.
7. В урні 8 білих і 7 чорних кульок. З урни навмання витягли 4 кульки. Знайти ймовірність того, що серед них 3 білих.
8. В партії з 10 деталей 6 бракованих. Знайти ймовірність того, що серед 5 навмання взятих деталей 3 бракованих.
9. На кожній із шести карток написана одна із цифр 1,2,3,4,5,6. Картки навмання розкладають в один ряд. Знайти ймовірність того, що цифри 1,2 стоятимуть в такій послідовності на початку ряду.
10. На складі є 15 деталей, з яких 8 зроблені в Кіровограді, а – 7 в Києві. Яка ймовірність того, що з 5 навмання взятих деталей 3 деталі зроблені в Кіровограді, а 1 – в Києві?
11. В бригаді 15 робітників, з них 6 жінок і 9 чоловіків. Знайти ймовірність того, що серед 10 навмання відібраних робітників 7 чоловіків.
12. Яка ймовірність вгадати 5 номерів в лотереї “Спортлото” 6 з 49?
13. Бібліотекар розставляє на полиці 10 книжок. Яка ймовірність того, що певні 2 книжки стоятимуть поряд?
14. При роботі механізму температура його деталей може приймати довільне

значення з інтервалу $(50^{\circ}\text{C}, 80^{\circ}\text{C})$. Механізм зупиняється, якщо різниця температур між його двома деталями менша 5°C . Яка ймовірність того, що механізм зупиниться?

15. Яка ймовірність вгадати 3 номери в лотереї “Спортлото” 5 з 36?

16. Набираючи номер телефону, абонент забув 2 останні цифри і пам’ятаючи тільки, що цифри різні і серед них немає 0 і 5, набрав їх навмання. Яка ймовірність того, що абонент набрав потрібний номер телефону?

17. При стрільбі з гвинтівки по мішені відносна частота влучення дорівнює 0,85. Знайти кількість влучень, якщо було здійснено 20 пострілів.

18. З повного набору шашок (24 шт.) навмання виймають 6 шашок. Яка ймовірність того, що 3 з них будуть білі?

19. З колоди карт (36 шт.) навмання витягують 4 карти. Яка ймовірність того, що серед них одна шістка?

20. Квадрат, сторона якого рівна 4 і дві сторони лежать на координатних осях, розташований в третій чверті. Яка ймовірність того, що навмання вибрана в цьому квадраті точка знаходитиметься в фігурі, обмеженій параболою $y = x^3$ і віссю OY ?

21. У круг радіуса R вписано рівносторонній трикутник. Знайти ймовірність того, що навмання вибрана в крузі точка знаходитиметься всередині трикутника.

22. З колоди карт (52 шт.) навмання вибирають 5 карт. Знайти ймовірність того, що серед них буде 3 тузи.

23. Кинуті 2 гральних кубики. Знайти ймовірність того, що сума зерен, які на них випали парна.

24. Куб, всі грані якого пофарбовані, розпиляли на тисячу однакових кубиків і перемішали. Знайти ймовірність того, що навмання взятий кубик має 2 пофарбовані грані.

25. Кинуті три монети. Знайти ймовірність того, що випало два герби.

26. В групі з 20 студентів на контрольній роботі 3 студенти отримали оцінку “5”, 10 – оцінку “4”, 7 – “3”. Знайти ймовірність того, що з трьох навмання викликаних до дошки студентів 2 отримали оцінку “4”.

27. У кімнаті перебувають 5 студентів, які народились в травні. Яка ймовірність того, що вони не мають спільного дня народження?

28. В цеху працюють 10 чоловіків і 3 жінки. За табельними номерами навмання відібрали 6 робітників. Знайти ймовірність того, що серед відібраних 2 жінки.

29. В урні міститься 9 кульок помічених цифрами від 1 до 9. Витягують навмання по одній 2 кульки і кладуть їх в порядку витягування. Яка ймовірність того, що число, яке отримується ділиться на 15?

30. На шахівниці довільним чином розташовані дві тури – біла і чорна. Яка ймовірність того, що вони знаходяться під ударом одна одною?

2. Теореми додавання і множення ймовірностей.

1. Три стрільці проводять по одному пострілу в ціль, ймовірність влучення в яку для першого стрільця рівна 0,5, для другого – 0,8, для третього – 0,9. Знайти ймовірність двох влучень в ціль.

2. Скільки раз потрібно кинути гральний кубик, щоб ймовірність появи одного зерна хоча б один раз була більшою 0,9?

3. Достатньою умовою здачі колоквіуму є відповідь на одне з двох поставлених питань. Студент вивчив 30 з 40 питань, що виносяться на колоквіум. Знайти ймовірність того, що студент здасть колоквіум.

4. Кинуто три гральних кубики. Яка ймовірність того, що на всіх кубиках випаде різна кількість зерен?

5. Кинуто чотири гральних кубики. Яка ймовірність того, що на двох кубиках випаде по 6 зерен, а на інших двох – по 5 зерен?

6. Для сигналізації встановлено 3 сигнальних пристрої, ймовірність спрацювання яких рівна 0,7; 0,8; 0,95, відповідно. Знайти ймовірність того, що спрацює два пристрої.

7. При заповненні насінням чарунок кукурудзяної сіялки в одну чарунку може влучити 0, 1 або 2 насінини з ймовірністю 0,01; 0,985; 0,005. Знайти ймовірність того, що в диску з трьома чарунками виявиться 3 насінини.

8. Гральний кубик і монету підкидають по одному разу. Яка ймовірність того, що при цьому на грані кубика випаде число, кратне 3, а на монеті – герб?

9. В групі студентів 9 дівчат і 16 хлопців. Викладач для відповіді на 3 питання навмання викликав 3 студенти. Яка ймовірність, що серед них хоча б одна дівчина?

10. Ймовірність розпалити вогнище одним сірником рівна 0,8. У вас в кишені коробка з трьома сірниками. Яка ймовірність того, що ви розпалите вогнище?

11. Радіолокаційна система, до якої входять дві станції, виявляє літака-порушника. Ймовірність безвідмовної роботи першої станції дорівнює 0,85, а другої – 0,95. Яка ймовірність того, що система працюватиме надійно, якщо для

цього необхідно, щоб була справною хоча б одна із станцій.?

12. Обчислити ймовірність того, що серед 8 карт, навмання взятих з колоди (36 шт.), буде не більше 2 червових.

13. В урні знаходиться 5 червоних, 7 зелених і 3 чорних кульки. Знайти ймовірність того, що серед 4 навмання взятих кульок буде не більше 2 червоних.

14. Садівник восени посадив 5 саджанців яблуні. Кожний із них може прийнятися з ймовірністю 0,7. Яка ймовірність, що приймуться не менше двох саджанців?

15. Три вчених проводять незалежно один від одного певне дослідження. Ймовірність помилки для кожного з них відповідно рівна 0,1; 0,2 і 0,3. Знайти ймовірність того, що помилку при дослідженні допустять 2 вчених.

16. Два стрільці, для яких ймовірність влучення в ціль при одному пострілі рівна відповідно 0,8; 0,9; роблять по одному пострілу у спільну ціль. Знайти ймовірність того, що ціль буде вражена.

17. Кожна з 4 незалежних подій може відбутися з ймовірністю відповідно 0,06; 0,08; 0,25; 0,09. Визначити ймовірність того, що в результаті випробування відбудеться не менше 2 подій.

18. Ймовірність поліпшити свій попередній результат в одній спробі для спортсмена рівна 0,7. Визначити ймовірність того, що на змаганнях спортсмен поліпшить свій попередній результат, якщо йому дозволено зробити 5 спроб.

19. Якщо два стрільці одночасно стріляють по мішені, то ймовірність одного влучення рівна 0,48; ймовірність двох влучень – 0,4. Знайти ймовірність влучення в мішень для кожного стрільця окремо.

20. В урні 5 синіх і 10 червоних кульок. Навмання витягують по черзі три кульки. Знайти ймовірність того, що перша кулька буде синя, а дві наступні – червоні.

21. Для зруйнування крижаного затору на річці досить одного влучення авіаційної бомби. Знайти ймовірність зруйнування затору при трьох бомбометаннях, якщо ймовірність влучення бомб при цьому відповідно рівні 0,4; 0,5; 0,6.

22. В першій урні 10 білих і 5 чорних кульок, в другій – 7 білих і 8 чорних, в третій – 6 білих і 9 чорних. З кожної урни витягнули по одній кульці. Яка ймовірність того, що витягнули 2 білих кульки?

23. Ймовірність того, що на протязі зміни станок потребує переналадування рівна 0,05. Знайти ймовірність того, що на протязі трьох днів станок не переналадуватимуть.

24. Яка ймовірність того, що при 5 киданнях монети з'явиться хоча б один герб?

25. Студент розшукує формулу в 3 довідниках. Ймовірність знаходження формули в кожному з довідників відповідно рівна $0,7$; $0,8$; $0,9$. Знайти ймовірність того, що потрібна формула виявиться в двох довідниках.

26. Кинуті 3 гральних кубики. Знайти ймовірність того, що на двох гранях випаде однакова кількість зерен, а на третій – інша.

27. Скільки раз потрібно кинути гральний кубик, щоб ймовірність появи 6 зерен була не меншою $0,6$?

28. Для сигналізації про аварію встановлено 2 сигнальних пристроїв. Ймовірність їх спрацювання рівна відповідно $0,9$; $0,95$. Знайти ймовірність того, що при аварії спрацює один пристрій.

29. Відділ технічного контролю перевіряє вироби на стандартність. Ймовірність того, що виріб стандартний рівна $0,95$. Знайти ймовірність того, що з 3 перевірених виробів 2 стандартні.

30. В групі студентів 15 хлопців і 10 дівчат. З групи за номерами списку навчання вибирають трьох чоловік для чергування. Знайти ймовірність того, що вибрали 3 дівчини.

3. Формула повної ймовірності. Формула Байєса.

1. Пасажир для придбання квитка може навмання звернутись до однієї з чотирьох кас. Ймовірності наявності квитка в касах відповідно рівні $0,6$, $0,3$, $0,8$, $0,5$. Пасажир звернувся до однієї з кас і купив квиток. Яка ймовірність того, що квиток він придбав у першій касі?

2. В урні було 4 чорних і 3 білих кульки. З неї випадковим чином вийняли 3 кульки. Яка ймовірність того, що вийняті після цього 2 кульки виявляться чорними?

3. Два автомати виготовляють однакові деталі, які подаються на спільний конвеєр. Продуктивність першого автомата в 3 рази більша продуктивності другого. Перший автомат виготовляє в середньому 70% деталей відмінної якості, а другий – 95%. Яка ймовірність того, що навмання взята з конвеєра деталь виготовлена першим автоматом, якщо вона має відмінну якість?

4. Робітник одержав 3 ящики деталей: в першому ящику 50 деталей, з них 20 пофарбованих; в другому – 40, з них 30 пофарбованих; в третьому – 30, з них 20 пофарбованих. Знайти ймовірність того, що навмання взята деталь з довільно

вибраного ящика, виявиться пофарбованою.

5. Для участі в студентських відбіркових спортивних змаганнях виділено з першої групи курсу 4, з другої – 6, з третьої – 5 студентів. Ймовірності того, що студент першої, другої, третьої групи попаде в збірну інституту, відповідно рівні 0,9, 0,7, 0,8. Навмання вибраний студент в результаті змагань попав до збірної. До якої із груп найімовірніше він належав?

6. Чотири верстати виготовляють однакові деталі. За зміну перший верстат виготовив 20 деталей, другий – 30, третій – 40, а четвертий – 10 деталей. Ймовірність появи браку на першому верстаті рівна 0,1; на другому – 0,15; на третьому – 0,2; на четвертому – 0,05. Яка ймовірність того, що навмання взята деталь виготовлена на третьому верстаті, якщо вона виявилася якісною?

7. З 20 стрільців 8 влучають у мішень з імовірністю 0,8; 7 – з імовірністю 0,6 і 5 – з імовірністю 0,5. Навмання вибраний стрілець, зробивши 1 постріл в мішень, не влучив. Знайти ймовірність того, що він належав до першої групи.

8. Для контролю з 3 партій деталей навмання взято 1 деталь. Яка ймовірність того, що деталь бракована, якщо в першій партії 10% бракованих деталей, в другій – 20% бракованих деталей, а в третій партії всі деталі стандартні?

9. Батарея з 3 гармат дала залп, при цьому дві гармати влучили в ціль. Яка ймовірність того, що перша гармата влучила в ціль, якщо ймовірність влучення в ціль першою, другою та третьою гарматами відповідно рівні 0,3, 0,5 і 0,8?

10. Ймовірності того, що під час роботи цифрової електронної машини відбудеться збій в арифметичному пристрої, в оперативній пам'яті, в решті пристроїв, відносяться як 3:2:5. Ймовірності виявлення збою в арифметичному пристрої, в оперативній пам'яті, в решті пристроїв відповідно рівні 0,9, 0,85, 0,8. Яка ймовірність того, що збій, який виник під час роботи, буде виявлений?

11. У коробці 10 чорних, 5 білих та 15 синіх кульок. Навмання витягують і відставляють в сторону 1 кульку. Потім витягують ще 1 кульку. Яка ймовірність того, що друга кулька буде синього кольору?

12. Є 2 партії деталей з 150 і 100 деталей. В кожній партії по 5 деталей бракованих. Одну деталь, навмання вибрану з першої партії, переклали в другу партію. Потім з другої партії вибрали навмання 1 деталь. Яка ймовірність того, що остання деталь не бракована?

13. Є три партії деталей по 20 деталей в кожній. Кількість стандартних деталей в першій, другій і третій партіях відповідно рівне 20, 15, 10. Витягнута з навмання вибраної партії деталь виявилась стандартною. Деталь повертають в пар-

тію і вдруге з цієї ж партії навання витягують деталь, яка теж виявилась стандартною. Знайти ймовірність того, що деталі витягували з третьої партії?

14. Спочатку в урні було 7 зелених і 8 синіх кульок. З урни навання витягують 1 кульку, після чого в неї вкидають 2 кульки того ж кольору. Яка ймовірність після цього витягнути 2 різноколірні кульки?

15. В урні міститься 10 чорних і 5 білих кульок. Навання витягнули 3 кульки і чорні повернули назад, а білі відклали в сторону. Знайти ймовірність того, що витягнуті після цього 2 кульки будуть білі.

16. В урні 3 білих і 7 чорних кульок. Можна або додати в урну 2 білих кульки або навання витягнути з неї 2 кульки. В якому випадку ймовірність витягнути 1 чорну кульку буде більшою?

17. У першій урні 5 білих і 10 чорних кульок, а в другій – 7 білих і 8 чорних. В одну з урн додають 2 білих кульки. Після чого з навання вибраної урни витягують 2 кульки. Яка ймовірність того, що ці кульки білі?

18. В урні 3 червоних і 12 білих кульок. З неї витягують навання 2, а потім ще 2 кульки. Яка ймовірність того, що 2 останні кульки будуть білого кольору?

19. В кожній з двох урн міститься по 3 синіх і 7 чорних кульок. З першої урни навання взяли кульку і перекидали в другу, а потім з другої урни, навання взяту кульку, перекидали в першу урну. З якої урни після цього ймовірніше витягнути 2 синіх кульки?

20. В кожній з трьох урн міститься по 6 синіх і 5 чорних кульок. З першої урни навання взяли кульку і перекидали в другу, а потім з другої урни навання взяли кульку і перекидали в третю урну. Знайти ймовірність того, що кулька, навання витягнута з третьої урни, виявиться синьою?

21. Три заводи поставляють на конвеєр однотипні деталі. Перший завод поставляє 20%, другий – 30%, третій – 50% деталей. Перший завод випускає 3% браку, другий – 2%, а третій – 1%. При перевірці навання вибрана деталь виявилася бракованою. Яка ймовірність того, що вона виготовлена першим заводом?

22. Є 3 однакових урни. В першій 6 білих і 8 чорних, в другій 4 білих і 6 чорних, а в третій 2 білих і 4 чорних кульки. Знайти ймовірність того, що кулька, витягнута з навання вибраної урни, виявиться білою.

23. Прилад може працювати в двох режимах: нормальному і ненормальному. Нормальний режим спостерігається в 90% всіх випадків роботи приладу, а ненормальний – в 10%. Ймовірність виходу приладу з ладу за час t в нормальному

режимі рівний $0,05$, а в ненормальному – $0,6$. Знайти ймовірність виходу приладу з ладу за час t .

24. При масовому виробництві деякого виробу ймовірність того, що він виявиться стандартним, рівна $0,97$. Для контролю проводиться деяка спрощена перевірка стандартності виробу, яка дає позитивний результат в 99% для стандартного виробу і в 2% – для нестандартного. Яка ймовірність стандартності виробу, який пройшов спрощену перевірку?

25. В групі з 25 чоловік 5 студентів підготувались до екзамену відмінно, 10 – добре, 7 – посередньо і 3 – погано. На екзамен виносяться 25 питань. Відмінно підготовлений студент може відповісти на всі 25 питань, добре підготовлений – на 20, посередньо підготовлений – на 13, а погано підготовлений – на 6. Викликаний навмання студент відповів на всі 3 поставлені питання. Знайти ймовірність того, що це був посередньо підготовлений студент.

26. По лінії зв'язку передаються два сигнали A і B з ймовірностями відповідно $0,3$ і $0,7$. Із-за перешкод 10% сигналів A спотворюються і приймаються як B -сигнали, а 5% переданих B -сигналів приймаються як A -сигнали. На прийомному пункті з'явився сигнал A . Знайти ймовірність того, що він і був переданий.

27. Кількість вантажних автомобілів, які проїжджають по деякій трасі з бензоколонкою, відноситься до кількості легкових як $3:1$. Ймовірність того, що вантажний автомобіль буде запраплятися рівна $0,2$, а легковий – $0,3$. Знайти ймовірність того, що автомобіль, який під'їхав до бензоколонки є вантажним.

28. Два оператори набирають один і той же текст. Ймовірність помилки для першого оператора рівна $0,1$, а для другого – $0,2$. При перевірці одного з текстів була виявлена помилка. Яка ймовірність того, що помилку допустив перший оператор?

29. В піраміді 10 гвинтівок, з них 4 оснащені оптичним прицілом. Ймовірність того, що стрілок влучить в мішень при стрільбі з гвинтівки з оптичним прицілом рівна $0,95$, для гвинтівки без оптичного прицілу – $0,8$. Стрілок влучив у мішень з навмання взятої гвинтівки. Що ймовірніше: стрілок стріляв з гвинтівки з оптичним прицілом чи без нього?

30. На складання агрегату надходять деталі, які виготовляються трьома верстатами-автоматами. Продуктивність першого автомата в 2 рази більша продуктивності другого, а продуктивність другого автомата в 2 рази більша продуктивності третього. Перший автомат виготовляє в середньому 70% деталей відмінної якості, другий – 80% , а третій – 90% . Знайти ймовірність надходження на скла-

дання деталі відмінної якості.

4. Повторні незалежні випробування. Теорема Бернуллі.

1. Стрілець виконує 5 пострілів по мішені. Знайти ймовірність хоча б 3 влучень у мішень, якщо ймовірність влучення при одному пострілі рівна 0,7.

2. Яка ймовірність 4 влучень у мішень стрільцем при 6 пострілах, якщо ймовірність влучення при одному пострілі рівна 0,8?

3. Ймовірність того, що витрати електроенергії впродовж доби не перевищать встановленої норми, рівна 0,75. Знайти ймовірність того, що в наступні 6 діб витрати електроенергії на протязі 4 діб не перевищать норми.

4. Ймовірність влучення у мішень стрільця при одному пострілі рівна 0,9. Що ймовірніше для нього: влучити у мішень 3 рази з 5 пострілів чи – 4 з 6?

5. Два рівносильних шахісти грають в шахи. Що ймовірніше виграти: дві партії з чотирьох чи три партії з шести (нічий не приймаються до уваги)?

6. В сім'ї 5 дітей. Знайти ймовірність того, що серед них не менше двох хлопчиків, якщо ймовірність народження хлопчика рівна 0,51.

7. Знайти ймовірність появи 5 гербів при 7 киданнях монети.

8. Відділ технічного контролю перевіряє стандартність деталей. Ймовірність того, що деталь стандартна, рівна 0,95. Знайти ймовірність того, що з 4 перевірених деталей стандартними виявляться 3 деталі.

9. В урні 7 білих і 3 чорних кулі. Виймають з поверненням 5 раз 1 кулю. Яка ймовірність того, що вийняли 4 білих кулі?

10. В результаті багаторічних спостережень встановлено, що в червні в даній місцевості в середньому 5 днів падає дощ. Знайти ймовірність того, що за перших 5 днів червня 2 будуть дощовими.

11. Знайти ймовірність того, що при 5 киданнях монети герб з'явиться не менше 3 раз.

12. Два рівносильних шахісти грають в шахи. Що ймовірніше виграти: не менше двох партій з чотирьох чи не менше трьох партій з п'яти (нічий не приймаються до уваги)?

13. Робітник обслуговує шість верстатів - автоматів. Ймовірність того, що протягом години верстат потребує уваги робітника, рівна 0,6. Знайти ймовірність того, що за годину уваги потребуватиме принаймні один верстат.

14. За даними технічного контролю в середньому 5% виготовлених на заводі верстатів потребують додаткового регулювання. Знайти ймовірність того, що з 5

виготовлених верстатів 2 потребують додаткового регулювання.

15. Знайти ймовірність того, що при 10 киданнях трьох монет 2 рази з'являться 3 герби.
16. Знайти ймовірність того, що при 5 киданнях 2 гральних кубиків 1 раз з'явиться пара з шести зерен.
17. Імовірність появи події A в кожному з 8 проведених дослідів рівна 0,2. Знайти ймовірність того, що подія A з'явиться хоча б два рази.
18. Знайти ймовірність появи події A в одному досліді, якщо ймовірність її появи хоча б один раз в 5 незалежних повторних дослідах рівна 0,6.
19. Відомо, що після сівби в середньому сходять 90% насінин. Знайти ймовірність того, що з 10 посіяних насінин зійде не менше 7.
20. В середньому 60% виробів деякого підприємства мають вищий ґатунок. Знайти ймовірність того, що з 5 навмання відібраних виробів не менше 4 мають вищий ґатунок.
21. В навчальній аудиторії є 15 персональних комп'ютерів. Для кожного комп'ютера ймовірність того, що в даний момент він працює рівна 0,9. Знайти ймовірність того, що аудиторія придатна для занять, якщо для цього потрібно, щоб працювало не менше 12 комп'ютерів.
22. Відомо, що після сівби в середньому сходять 80% насінин. Скільки потрібно засіяти насінин, щоб з ймовірністю не меншою 0,95 зійшло 3 насінини?
23. Зустрічаються дві рівносильні баскетбольні команди. Що ймовірніше: виграти 2 зустрічі з 5 чи 3 з 7?
24. Розрахувати залежність хоча б одного промаху стрільця при десяти пострілах по мішені від ймовірності його влучення при одному пострілі p ($p=0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9$).
25. Два стрільці роблять по 3 постріли у мішень. Знайти ймовірність того, що у першого стрільця буде більше влучень, ніж у другого, якщо ймовірності влучення при одному пострілі для них відповідно рівні 0,8 і 0,9.
26. Імовірність того, що електрична лампочка перегорить при ввімкненні в електромережу дорівнює 0,1. Знайти ймовірність того, що з шести лампочок, увімкнених в електромережу, перегорить не більше двох.
27. Імовірність виграшу на кожний з лотерейних білетів рівна 0,05. Розрахувати ймовірність хоча б одного виграшу купівлі n білетів ($n=2; 5; 10; 30; 50$).
28. При передачі інформації ймовірність спотворення одного знака рівна 0,05. Знайти ймовірність того, що в інформації з 7 знаків буде не більше одного

спотвореного знака.

29. Скільки потрібно придбати лотерейних білетів, щоб ймовірність хоча б одного виграшу була не меншою $0,3$, якщо ймовірність випадання виграшу на один білет рівна $0,003$.

30. Відрізок AB , довжиною 15 см, розділений точкою C у відношенні $2:1$. На цей відрізок навмання кидають чотири точки. Знайти ймовірність того, що дві з них попадуть лівіше від точки C , а дві – правіше. Припускається, що ймовірність попадання точки на відрізок пропорційна довжині відрізка і не залежить від його розташування.

5. Граничні теореми.

1. При штампуванні автоматом цвяхів ймовірність появи бракованого цвяха рівна $0,002$. Знайти ймовірність того, що в партії з 5000 цвяхів буде 5 бракованих.

2. У відділ технічного контролю надійшла партія деталей. Знайти ймовірність того, що з 200 перевірених деталей стандартних не менше 170 , якщо ймовірність стандартності навмання взятої деталі рівна $0,9$.

3. Знайти ймовірність того, що деяка подія відбудеться 130 раз при 200 випробуваннях, якщо ймовірність її появи в одному окремому випробуванні рівна $0,8$.

4. Знайти ймовірність проростання від 1000 до 1300 насінин з 2000 висіяних, якщо ймовірність проростання однієї окремої насінини рівна $0,75$.

5. Верстат-автомат штампує нестандартні деталі з ймовірністю $0,002$. Яка ймовірність того, що серед 2000 відштампованих деталей буде більше 3 нестандартних?

6. Ймовірність того, що картоплина вражена хворобою рівна $0,01$. Знайти ймовірність того, що з 500 картоплин вражені хворобою не більше 5.

7. Ймовірність влучення при одному пострілі рівна $0,9$. Знайти ймовірність того, що при 200 пострілах буде не менше 180 влучень.

8. Ймовірність народження хлопчиків рівна $0,51$. Знайти ймовірність того, що серед 200 новонароджених 95 дівчат.

9. Ймовірність появи деякої події в кожному з 3000 випробувань рівна $0,75$. Знайти ймовірність того, що подія з'явилась не менше 2000 і не більше 2500 раз.

10. Ймовірність появи події A в кожному з незалежних повторних випробувань рівна $0,8$. Скільки потрібно провести випробувань, щоб з ймовірністю не

меншою 0,9 подія A з'явилась не менше 75 раз?

11. Із партії з 2000 деталей відібрали 100. Яка ймовірність того, що серед відібраних деталей 3 браковані, якщо в усій партії їх було 6?

12. В середньому 3% виготовлених приладів потребують додаткового регулювання. Яка ймовірність того, що серед 200 перевірених приладів додаткового регулювання потребує 5?

13. Імовірність виграшу на кожний з лотерейних білетів рівна 0,03. Знайти ймовірність того, що серед 100 куплених білетів є не менше 4 виграшних.

14. Ймовірність появи позитивного результату в кожному з n експериментів рівна 0,9. Скільки треба провести експериментів, щоб з ймовірністю 0,98 можна було очікувати, що не менше 150 експериментів дадуть позитивний результат?

15. Знайти ймовірність того, що серед 400 студентів є 4 лівші, якщо в середньому вони складають 1% населення.

16. Імовірність випуску свердла підвищеної крихкості рівна 0,03. Свердла складаються в коробки по 100 шт. Знайти ймовірність того, що в партії з 10 таких коробок буде не більше 4 свердел з підвищеною крихкістю.

17. В тролейбусному парку 100 машин. Ймовірність готовності тролейбуса до виходу на лінію рівна 0,8. Знайти ймовірність нормальної роботи тролейбусного парку, якщо для цього потрібно не менше 70 справних машин.

18. В середньому в даній місцевості опади випадають 90 днів на рік. Знайти ймовірність того, в наступному році в даній місцевості буде від 50 до 100 днів з опадами.

19. При штампуванні автоматом деталей ймовірність появи бракованої деталі рівна 0,006. Знайти ймовірність того, що в партії з 500 деталей буде не більше 3 бракованих.

20. Знайти ймовірність того, що з 500 перевірених деталей, які надійшли у відділ технічного контролю, стандартних не менше 230, якщо ймовірність стандартності навання взятої деталі рівна 0,8.

21. Знайти ймовірність того, що з 3000 висіяних насінин проросте не менше 2500, якщо ймовірність проростання однієї окремої насінини рівна 0,85.

22. Візуально спостерігати в заданому пункті штучний супутник Землі можна з ймовірністю $p = 0,1$ щоразу, коли він пролітає над цим пунктом. Скільки разів має пролетіти супутник над пунктом спостереження, щоб з ймовірністю, не меншою 0,9975, вдалося здійснити принаймні 5 спостережень?

23. Імовірність народження дівчат рівна 0,49. Знайти ймовірність того, що

серед 100 новонароджених не менше 45 дівчат.

24. Телефонна станція обслуговує 1000 абонентів. Ймовірність того, що протягом години абонент розмовлятиме по телефону, дорівнює 0,002. Яка ймовірність того, що протягом години одночасно розмовлятимуть по телефону не більше трьох абонентів?

25. Магазин отримав 1000 пляшок мінеральної води. Ймовірність того, що при перевезенні пляшка розіб'ється рівна 0,003. Знайти ймовірність того, що магазин отримає хоча б одну розбиту пляшку.

26. Скільки раз потрібно кинути монету, щоб герб з ймовірністю 0,8 з'явився не менше 200 раз?

27. В казино за вечір гральний кубик кинули 500 раз. Знайти ймовірність того, що 6 зерен випадало від 75 до 85 раз.

28. Бібліотека налічує 3000 книжок, з них 2000 мають тверду обкладинку. Знайти ймовірність того, що з 100 навмання замовлених книжок тверду обкладинку мають не менше 60.

29. В університеті в середньому з першого разу залік здають 90% студентів. Знайти ймовірність того, що з 125 студентів з першого разу залік здадуть не менше 100.

30. У партії однотипних деталей стандартні становлять 82%. Навмання з партії беруть 400 деталей. Яка ймовірність того, що серед них стандартних буде від 355 до 400?

6. Випадкові величини. Закон розподілу дискретних випадкових величин.

1. На шахівницю випадковим чином ставиться кінь. Скласти закон розподілу випадкової величини X – кількості клітин, що потрапляють під удар коня.

2. З повного набору доміно витягують одну кісточку. Записати закон розподілу випадкової величини X – кількості зерен на кісточці.

3. На шахівницю випадковим чином ставиться слон. Записати закон розподілу випадкової величини X – кількості клітин, які попадають під бій слона.

4. Кидають два гральних кубики. Знайти закон розподілу випадкової величини X – суми зерен, які випали на обох кубиках.

5. В урні 3 білих і 7 чорних куль. Записати закон розподілу випадкової величини X – кількості чорних куль серед навмання вийнятих чотирьох.

6. В кожній з двох урн є 3 сині і 4 червоні кулі. Спочатку з першої урни пе-

реклали навмання вийняту кулю в другу, а потім з другої – вийняли 4 кулі. Записати закон розподілу випадкової величини X – кількості синіх куль серед вийнятих з другої урни.

7. Кидають два гральних кубики. Записати закон розподілу випадкової величини X – кількості зерен, більшої з двох, які випали на кубиках.

8. В кожній з 4 урн знаходяться 1 синя, 1 зелена і 1 жовта куля. З кожної з урн витягають по одній кулі. Знайти закон розподілу випадкової величини X – кількості жовтих куль серед витягнутих.

9. З колоди карт (36 шт.) витягають навмання 4 карти. Знайти закон розподілу випадкової величини X – кількості фігурних карт серед витягнутих.

10. В урні знаходиться 6 куль, пронумерованих номерами від 1 до 6. З урни витягають 2 кулі. Знайти закон розподілу випадкової величини X – суми номерів витягнутих куль.

11. З повного набору кісточок доміно навмання витягають 4 кісточки. Знайти закон розподілу випадкової величини X – кількості половинок з 2 зернами.

12. В урні міститься 4 зелених і 3 чорних кулі. З урни витягають по одній кулі до появи чорної. Знайти закон розподілу випадкової величини X – кількості витягнутих куль.

13. Імовірність влучення стрільця в ціль рівна 0,7. Стрілець стріляє в ціль до першого влучення. Знайти закон розподілу випадкової величини X – кількості зроблених пострілів, якщо стрільцеві видано 5 патронів.

14. Кидають 4 гральних кубики. Знайти закон розподілу випадкової величини X – кількості кубиків, на яких випало 6 зерен.

15. З повного набору кісточок доміно витягають 5 кісточок. Знайти закон розподілу випадкової величини X – кількості витягнутих дублів.

16. Верстат-автомат штампує деталі. Ймовірність виготовлення браку рівна 0,01. Знайти закон розподілу випадкової величини X – кількості бракованих деталей серед 5 виготовлених.

17. Знайти закон розподілу випадкової величини X – кількості кидань монети до першої появи герба.

18. Імовірність виготовлення придатної деталі для кожної з 7 заготовок рівна 0,8. Знайти закон розподілу випадкової величини X – кількості використаних заготовок до виготовлення першої придатної деталі.

19. З партії, в якій з 80 деталей 16 бракованих, навмання відібрали 5 деталей. Знайти закон розподілу випадкової величини X – кількості бракованих деталей

серед відібраних.

20. Імовірність виготовлення нестандартної деталі при деякому технологічному процесі постійна і рівна $0,03$. Для перевірки якості виготовлених деталей відбирається 5 деталей. При виявленні бракованої деталі вся партія затримується. Знайти закон розподілу випадкової величини X – кількості перевірених деталей.

21. В партії з 7 деталей є 4 бракованих. Навмання відбирають 4 деталі. Знайти закон розподілу випадкової величини X – кількості бракованих деталей серед відібраних.

22. В цеху є 4 однотипних верстати. Ймовірність їх використання в часі рівна $0,7$. Знайти закон розподілу випадкової величини X – кількості працюючих верстатів в деякий момент часу.

23. Однотипні прилади випробовуються в режимі підвищеного навантаження. Ймовірність пройти випробовування для кожного з приладів рівна $0,9$. Випробовування закінчується при виході з ладу першого ж приладу. Знайти закон розподілу випадкової величини X – кількості проведених випробовувань.

24. Прилад складається з 3 незалежно працюючих елементів. Імовірність виходу з ладу кожного з них при проведенні досліду рівна $0,3$. Знайти закон розподілу випадкової величини X – кількості елементів, які вийшли з ладу в одному досліді.

25. Ймовірність влучення кожного з 3 стрільців по мішені відповідно рівна $0,7$, $0,8$ і $0,9$. Знайти закон розподілу випадкової величини X – кількості влучень стрільців, якщо вони зробили по одному пострілу.

26. Робітник обслуговує 4 верстати. Ймовірності того, що на протязі години верстати не потребують уваги робітника рівні $0,6$, $0,7$, $0,8$ і $0,9$, відповідно. Знайти закон розподілу випадкової величини X – кількості верстатів, які на протязі години потребують уваги робітника.

27. На шляху руху автомобіля 5 світлофорів, кожний з них дозволяє рух автомобіля з ймовірністю $0,6$. Знайти закон розподілу випадкової величини X – кількості світлофорів, які проїхав автомобіль до першої зупинки.

28. Є 6 ключів, з яких тільки один підходить до замка. Знайти закон розподілу випадкової величини X – кількості спроб при відкриванні замка.

29. Абонент при наборі номера телефону забув останню цифру і набирає її навмання. Знайти закон розподілу випадкової величини X – кількості наборів номера телефону до попадання на потрібного абонента.

30. Студент вивчив 30 питань з 40, які виносяться на екзамен. Екзаменатор задає 5 питань. Знайти закон розподілу випадкової величини X – кількості питань, на які відповідь студент.

7. Математичне сподівання і дисперсія дискретних випадкових величин.

В задачах завдання №6 для вказаної випадкової величини:

- 1) побудувати многокутник розподілу;
- 2) знайти:
 - а) математичне сподівання;
 - б) дисперсію і середнє квадратичне відхилення.

8. Неперервні випадкові величини.

Випадкова величина X в задачах № 1–15 задана функцією розподілу $F(x)$, а в задачах 16–30 – щільністю розподілу $p(x)$.

Знайти:

- 1) множник c ;
- 2) в задачах 1–15 щільність розподілу $p(x)$, а в задачах 16–30 – функцію розподілу;
- 3) математичне сподівання випадкової величини X ;
- 4) дисперсію випадкової величини X ;
- 5) середнє квадратичне відхилення випадкової величини X ;
- 6) ймовірність попадання випадкової величини X в інтервал (a, b) .

Побудувати графіки функції розподілу і щільності розподілу.

$$1. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ c(2x^3/3 + 3x) & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3, \end{cases} \quad \begin{matrix} a = 1 \\ b = 2. \end{matrix}$$

$$2. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ c(2x^2 + x^3/3 + 3x) & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3, \end{cases} \quad \begin{matrix} a = 2 \\ b = 3. \end{matrix}$$

$$3. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ c(3x^2 + x^3/3) & \text{при } 0 < x \leq 4, \\ 1 & \text{при } x > 4, \end{cases} \quad \begin{matrix} a = 1 \\ b = 2. \end{matrix}$$

$$4. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \in 0, \\ c(3x^2/2 + x) & \text{при } 0 < x \in 2, \\ 1 & \text{при } x > 2, \end{cases} \quad \begin{matrix} a = 1 \\ b = 2. \end{matrix}$$

$$5. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \in 0, \\ c(x^3/3 + 2x^2 + 5x) & \text{при } 0 < x \in 3, \\ 1 & \text{при } x > 3, \end{cases} \quad \begin{matrix} a = 1 \\ b = 2. \end{matrix}$$

$$6. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \in 0, \\ c(x^3/3 + 2x^2 + 7x) & \text{при } 0 < x \in 3, \\ 1 & \text{при } x > 3, \end{cases} \quad \begin{matrix} a = 1 \\ b = 2. \end{matrix}$$

$$7. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \in 0, \\ c(x^3/3 + 2x^2) & \text{при } 0 < x \in 4, \\ 1 & \text{при } x > 4, \end{cases} \quad \begin{matrix} a = 2 \\ b = 3. \end{matrix}$$

$$8. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \in 0, \\ c(x + x^3/3) & \text{при } 0 < x \in 4, \\ 1 & \text{при } x > 4, \end{cases} \quad \begin{matrix} a = 3 \\ b = 4. \end{matrix}$$

$$9. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ c \sin x & \text{при } 0 < x \leq \pi/2, \\ 1 & \text{при } x > \pi/2, \end{cases} \quad \begin{matrix} a = 0 \\ b = \pi/4. \end{matrix}$$

$$10. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \in p/2, \\ c \cos x & \text{при } p/2 < x \in p, \\ 1 & \text{при } x > p, \end{cases} \quad \begin{matrix} a = 3p/4 \\ b = p/2. \end{matrix}$$

$$11. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ c \ln(x+1) & \text{при } 0 < x \leq e-1, \\ 1 & \text{при } x > e-1, \end{cases} \quad \begin{matrix} a = 0 \\ b = \sqrt{e} - 1. \end{matrix}$$

$$12. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 2, \\ cx - 1 & \text{при } 2 < x \leq 4, \\ 1 & \text{при } x > 4, \end{cases} \quad \begin{matrix} a = 3 \\ b = 4. \end{matrix}$$

$$13. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -1, \\ c\sqrt{x+1} & \text{при } -1 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3, \end{cases} \quad \begin{matrix} a = 1 \\ b = 2. \end{matrix}$$

$$14. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -1, \\ c(x+1)^3/3 & \text{при } -1 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3, \end{cases} \quad \begin{matrix} a = 0 \\ b = 2. \end{matrix}$$

$$15. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ c(x^2 + 2x) & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3, \end{cases} \quad \begin{matrix} a = 1 \\ b = 3. \end{matrix}$$

$$16. p(x) = \begin{cases} cx & \text{при } x \in [0, 3], \\ 0 & \text{при } x \notin [0, 3], \end{cases} \quad \begin{matrix} a = 1 \\ b = 2. \end{matrix}$$

$$17. p(x) = \begin{cases} cx^2 & \text{при } x \in [1, 3], \\ 0 & \text{при } x \notin [1, 3], \end{cases} \quad \begin{matrix} a = 2 \\ b = 3. \end{matrix}$$

$$18. p(x) = \begin{cases} c(x+1) & \text{при } x \in [-1, 3], \\ 0 & \text{при } x \notin [-1, 3], \end{cases} \quad \begin{matrix} a = 1 \\ b = 2. \end{matrix}$$

$$19. p(x) = \begin{cases} cx & \text{при } x \in [0, 3], \\ 0 & \text{при } x \notin [0, 3], \end{cases} \quad \begin{matrix} a = 1 \\ b = 2. \end{matrix}$$

$$20. f(x) = \begin{cases} cx^2 & \text{при } x \in [-2, 2], \\ 0 & \text{при } x \notin [-2, 2], \end{cases} \quad \begin{matrix} a = -1 \\ b = 1. \end{matrix}$$

$$21. p(x) = \begin{cases} c(x+2) & \text{при } x \in [0, 5], \\ 0 & \text{при } x \notin [0, 5], \end{cases} \quad \begin{matrix} a = 0 \\ b = 3. \end{matrix}$$

$$22. p(x) = \begin{cases} c \sin x & \text{при } x \in [0, \pi], \\ 0 & \text{при } x \notin [0, \pi], \end{cases} \quad \begin{matrix} a = 0 \\ b = \pi/2. \end{matrix}$$

$$23. p(x) = \begin{cases} c \cos x & \text{при } x \in [0, \pi/2], \\ 0 & \text{при } x \notin [0, \pi/2], \end{cases} \quad \begin{matrix} a = \pi/4 \\ b = \pi/2. \end{matrix}$$

$$24. p(x) = \begin{cases} c/x & \text{при } x \in [1, 3], \\ 0 & \text{при } x \notin [1, 3], \end{cases} \quad \begin{matrix} a = 1 \\ b = 2. \end{matrix}$$

$$25. p(x) = \begin{cases} c \ln x & \text{при } x \in [e, e^2], \\ 0 & \text{при } x \notin [e, e^2], \end{cases} \quad \begin{matrix} a = e \\ b = e^{3/2}. \end{matrix}$$

$$26. p(x) = \begin{cases} c \ln(x+1) & \text{при } x \in [e-1, e^2-1], \\ 0 & \text{при } x \notin [e-1, e^2-1], \end{cases} \quad \begin{matrix} a = e-1 \\ b = e^{3/2} - 1. \end{matrix}$$

$$27. p(x) = \begin{cases} c(2x+1) & \text{при } x \in [1, 3], \\ 0 & \text{при } x \notin [1, 3], \end{cases} \quad \begin{matrix} a = 1 \\ b = 2. \end{matrix}$$

$$28. p(x) = \begin{cases} c(x^2+1) & \text{при } x \in [1, 3], \\ 0 & \text{при } x \notin [1, 3], \end{cases} \quad \begin{matrix} a = 2 \\ b = 3. \end{matrix}$$

$$29. p(x) = \begin{cases} c(4x+5) & \text{при } x \in [-1, 3], \\ 0 & \text{при } x \notin [-1, 3], \end{cases} \quad \begin{matrix} a = 0 \\ b = 2. \end{matrix}$$

$$30. p(x) = \begin{cases} c(x^2+2) & \text{при } x \in [-1, 2], \\ 0 & \text{при } x \notin [-1, 2], \end{cases} \quad \begin{matrix} a = -1 \\ b = 1. \end{matrix}$$

9. Вибрані задачі теорії ймовірностей.

1. Всі значення рівномірно розподіленої випадкової величини лежать на відрізку $[2, 10]$. Знайти ймовірність попадання даної випадкової величини в інтервал $(3, 6)$, її математичне сподівання і дисперсію.

2. Тролейбуси деякого маршруту рухаються з інтервалом 10 хв. В деякий момент часу до троллейбусної зупинки підходить пасажир. Знайти ймовірність того, що він підійшов через 2 хв. після відходу попереднього троллейбуса і за 5 хв. до приходу наступного.

3. Ймовірність влучення стрільця в ціль рівна 0,6. Знайти математичне сподівання і дисперсію випадкової величини X – кількості влучень стрільця в ціль при 10 пострілах.

4. Ймовірність безвідмовної роботи деякого елемента розподілена за показниковим законом: $p(t) = 0,03e^{-0,03t}$ при $t \geq 0$ і $p(t) = 0$ при $t < 0$. Знайти математичне сподівання та дисперсію випадкової величини T – часу безвідмовної роботи елемента і ймовірність того, що елемент пропрацює безвідмовно 40 год.

5. Неперервна випадкова величина X розподілена за показниковим законом

$p(x) = 1,5e^{-1,5x}$ при $x \geq 0$ і $p(x) = 0$ при $x < 0$. Знайти її математичне сподівання, дисперсію і середнє квадратичне відхилення.

6. Знайти математичне сподівання і дисперсію випадкової величини X , розподіленої за показниковим законом, якщо її функція розподілу має вигляд:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ 1 - e^{-0,35x} & \text{при } x \geq 0. \end{cases}$$

7. Рукопис об'ємом в 2000 сторінок містить 2000 помилок. Знайти ймовірність того, що навмання взята сторінка містить: а) не менше однієї помилки; б) 2 помилки. Припускається, що кількість помилок розподілена за законом Пуассона.

8. Середня кількість викликів, які поступають на АТС за 1 хв., рівна 6. Знайти ймовірність того, що за 3 хв. на АТС поступить не менше 2 викликів.

9. Випадкова величина X може приймати два можливих значення: x_1 з імовірністю 0,4 і x_2 з імовірністю 0,6. Знайти x_1 і x_2 ($x_1 < x_2$), якщо $M(X) = 12$ і $D(X) = 6$.

10. Припускається, що при стрільбі випадкова величина X – дальність польоту снарядів – розподілена за нормальним законом з середнім квадратичним відхиленням $s = 20$ м. Знайти, який процент випущених снарядів дає переліт від 120 до 160 м. Середня дальність польоту рівна 150 м.

11. Випадкова величина X – маса вагона – розподілена за нормальним законом з математичним сподіванням 65 т і середнім квадратичним відхиленням $\sigma = 0,9$ т. Знайти ймовірність того, що черговий вагон матиме масу не меншу 60 т і не більшу 70 т.

12. Поїзд складається з 100 вагонів. Випадкова величина X – маса вагона – розподілена за нормальним законом з математичним сподіванням 65 т і середнім квадратичним відхиленням $\sigma = 0,8$ т. Локомотив може везти потяг масою не більшою 6600 т. Знайти ймовірність того, що локомотив зможе везти даний потяг.

13. Випадкова величина X розподілена за нормальним законом з математичним сподіванням 2,2 і середнім квадратичним відхиленням 0,5. Знайти ймовірність того, що при першому випробуванні випадкова величина прийме значення з відрізка $[3,4]$, а при другому – з відрізка $[1,2]$.

14. Імовірність того, що виріб не витримає випробування рівна 0,0005. Знайти ймовірність того, що з 1000 виробів випробування не витримають не більше 3 виробів.

15. У результаті проведення досліду подія A з'являється з імовірністю $0,002$. Дослід повторюється 3000 раз. Знайти ймовірність того, що подія A з'явиться не менше 3 і не більше 5 раз.
16. Середня кількість літаків, які прибувають в аеропорт за 1 год., рівна 3 . Знайти ймовірність того, що за 3 год. в аеропорт прибуде: а) 4 літаки; б) не менше 4 літаків.
17. Середня кількість кораблів, які прибувають в порт за 1 год., рівна 4 . Знайти ймовірність того, що за 4 год. в порт прибуде: а) 5 кораблів; б) не більше 5 кораблів.
18. Середня кількість заявок, які поступають на підприємство побутового обслуговування за 1 год., рівна 5 . Знайти ймовірність того, що за 2 год. на підприємство поступить: а) 6 заявок; б) менше 6 заявок.
19. Інтенсивність найпростішого потоку подій $\lambda = 5$. Знайти математичне сподівання, дисперсію і середнє квадратичне відхилення неперервної випадкової величини T – часу між появою двох послідовних подій потоку.
20. Випадкова величина X задається законом рівномірного розподілу на інтервалі $[2, 5]$. Записати її функцію і щільність розподілу. Знайти ймовірність попадання випадкової величини X в інтервал $(3, 5; 4, 5)$.
21. Знайти математичне сподівання, дисперсію і середнє квадратичне відхилення випадкової величини X , рівномірно розподіленої на інтервалі $[4, 8]$.
22. Знайти функцію розподілу рівномірно розподіленої випадкової величини X , якщо її математичне сподівання рівне 5 , а дисперсія – $4/3$.
23. Довжини діаметрів отвору втулок розподілені за нормальним законом. Частка втулок з діаметром, відхиленням від середнього не більше, ніж на $0,02$ мм (за абсолютною величиною), рівна $0,4$. Знайти ймовірність того, що діаметр втулки буде відрізнятися від середнього не більше на $0,01$ мм (за абсолютною величиною).
24. Автомат штампує деталі, висота яких a . 60% всіх деталей відхиляються по висоті від a не більше, ніж на $0,2$ см (в обидві сторони). Який процент деталей відхилиться по висоті від a не більше, ніж на $0,3$ см (в обидві сторони)?
25. Випадкова величина X розподілена за нормальним законом з математичним сподіванням 10 . Знайти дисперсію випадкової величини X , якщо відомо, що ймовірність попадання випадкової величини в інтервал $(8; 10)$ рівна $0,03$.
26. Випадкова величина розподілена за нормальним законом з математичним сподіванням $a = 0$ і середнім квадратичним відхиленням $\sigma = 4$. Знайти інтервал

$(-\alpha, \alpha)$, в якому дана випадкова величина приймає всі свої можливі значення з ймовірністю 0,7.

27. Випадкова величина X може приймати два можливих значення: x_1 з ймовірністю 0,2 і x_2 з ймовірністю 0,8. Знайти x_1 і x_2 ($x_1 < x_2$), якщо $M(X)=7$ і $D(X)=4$.

28. Автобуси деякого маршруту рухаються з інтервалом 7 хв. В деякий момент часу до автобусної зупинки підходить студент. Знайти ймовірність того, що він підійшов через 3 хв. після відходу попереднього автобуса і за 2 хв. до приходу наступного.

29. Знайти математичне сподівання і дисперсію випадкової величини X , розподіленої за показниковим законом, якщо її функція розподілу має вигляд:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ 1 - e^{-0,15x} & \text{при } x \geq 0. \end{cases}$$

30. Імовірність того, що виріб не витримає випробування рівна 0,0008. Знайти ймовірність того, що з 3000 виробів випробування не витримає не більше 2 виробів.

10. Нормально розподілена випадкова величина.

Задано математичне сподівання a і середнє квадратичне відхилення σ нормально розподіленої випадкової величини X .

Знайти:

- ймовірність того, що X прийме значення з інтервалу (α, β) ;
- ймовірність того, що абсолютна величина відхилення $X - a$ виявиться меншою за δ .

Варіант	a	σ	α	β	δ
1	1	8	1	5	3
2	2	6	-1	5	5
3	3	4	2	6	7
4	4	2	4	8	9
5	5	2	6	10	11
6	6	3	5	12	10
7	7	5	4	7	8
8	8	7	7	10	6
9	9	9	8	12	4
10	10	1	9	15	2

11	11	2	10	13	1
12	12	3	5	8	3
13	13	4	4	7	5
14	14	5	7	15	7
15	15	6	8	16	9
16	13	7	10	20	11
17	11	8	12	15	10
18	9	7	10	13	8
19	7	6	5	12	6
20	5	5	5	15	4
21	3	4	3	8	2
22	1	3	0	5	1
23	2	2	4	10	3
24	4	1	3	8	5
25	6	2	5	7	7
26	8	3	8	13	9
27	10	4	10	17	11
28	12	5	12	20	10
29	14	6	10	17	8
30	16	7	8	14	6

11. Закон великих чисел.

1. Гральний кубик кидають 700 раз. Оцінити ймовірність того, що середнє арифметичне кількості зерен, які при цьому випадуть, відхилиться від математичного сподівання за абсолютною величиною не більше, ніж на 0,1.

2. Оцінити ймовірність того, що в результаті кидання грального кубика 500 раз відносна частота появи 5 зерен відхилиться від ймовірності цієї події в одному окремо взятому досліді за абсолютною величиною не більше, ніж на 0,02.

3. Ймовірність надходження нестандартних деталей рівна 0,05. Оцінити ймовірність того, що в партії з 2000 деталей відхилення кількості нестандартних деталей від 100 не перевищує 5%.

4. Ймовірність того, що деталь нестандартна, рівна 0,02. Знайти ймовірність того, що серед навмання вибраних 400 деталей частота появи нестандартної деталі відхиляється від ймовірності не більше, ніж на 0,01.

5. Ймовірність появи деякої події в кожному з незалежних експериментів рівна 0,3. Знайти кількість експериментів n , при якій з ймовірністю 0,9782 можна очікувати, що відносна частота появи події відхилиться від її ймовірності за аб-

солотною величиною не більше, ніж на $0,04$.

6. В освітлювальну мережу підключено 50 лампочок. Імовірність того, що за час T лампочка буде включена, рівна $0,7$. Оцінити ймовірність того, що абсолютна величина різниці між кількістю включених лампочок і середньою кількістю (математичним сподіванням) включених лампочок за час T виявиться меншою 5.

7. Відомо, що 90% продукції, яка випускається заводом, є вищої якості. Оцінити ймовірність того, що серед 300000 виробів заводу кількість виробів, що матимуть вищу якість, відрізнятиметься від математичного сподівання цієї кількості не більше, ніж на 500 шт.

8. Скільки раз потрібно виміряти дану величину, істинне значення якої рівне a , щоб з імовірністю не меншою, ніж $0,985$ можна було стверджувати, що середнє арифметичне значення цих вимірів відрізняється від a за абсолютною величиною менше, ніж на 2, якщо середнє квадратичне відхилення кожного виміру рівне 5.

9. Ймовірність появи події в кожному експерименті рівна $1/4$. Використовуючи нерівність Чебишова, оцінити ймовірність того, що кількість X появ події знаходиться в межах від 150 до 250, якщо буде проведено 800 експериментів.

10. За значення деякої величини приймають середнє арифметичне достатньо великої кількості результатів її вимірювань. Припускаючи, що середнє квадратичне відхилення можливих результатів від кожного вимірювання не перевищує 3 мм, оцінити ймовірність того, що при 2000 вимірюваннях невідомої величини відхилення прийнятого значення від істинного за абсолютною величиною не перевищить $0,3$ мм.

11. Середня температура в квартирі, підключеній до теплоцентралі, в період опалювального сезону складає 20°C , а середнє квадратичне відхилення рівне 3°C . Оцінити ймовірність того, що температура в квартирі відхилиться від середньої за абсолютною величиною не більше, ніж на 6°C .

12. Гральний кубик кидають 240 раз. Використовуючи нерівність Чебишова, оцінити ймовірність того, що 6 зерен з'являться від 35 до 45 раз. Порівняти цей результат з імовірністю, отриманою за допомогою теореми Лапласа.

13. Імовірність виходу з конвеєра виробу вищої якості рівна $0,8$. Використовуючи нерівність Чебишова і інтегральну теорему Лапласа, оцінити ймовірність наявності серед 1000 виробів від 750 до 850 виробів вищої якості. Порівняти отримані результати.

14. Імовірність отримання з конвеєра виробу вищої якості рівна $0,9$. Переві-

ряють 2000 виробів. Вказати проміжок, в якому значення випадкової величини X – кількості виробів вищої якості – можна очікувати з імовірністю, не меншою від 0,7.

15. Дисперсія кожної з незалежних випадкових величин X_i – часу горіння електричної лампочки за добу – не перевищує 15 год. Скільки потрібно взяти лампочок для випробування, щоб імовірність того, що абсолютне відхилення часу горіння лампочок від середнього арифметичного їх математичного сподівання не перевищувало 1 години, була не меншою 0,95?

16. Кожна з 2500 незалежних випадкових величин X_i має дисперсію рівну 5. Математичні сподівання кожної з цих величин однакові. Оцінити ймовірність того, що середнє арифметичне випадкових величин відхилиться від математичного сподівання за абсолютною величиною не більше, ніж на 0,05.

17. Чи можна до послідовності незалежних випадкових величин $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$, які мають рівномірний розподіл на проміжку (a, b) , застосовувати теорему Чебишова?

18. Оцінити ймовірність того, що при 300 киданнях монети частота появи герба відхилиться за абсолютною величиною від імовірності появи герба при одному киданні не більше, ніж на 0,05.

19. Використовуючи нерівність Чебишова, оцінити ймовірність того, що випадкова величина X відхилиться від свого математичного сподівання менше, ніж на три середніх квадратичних відхилення.

20. Імовірність виготовлення стандартної деталі рівна 0,95. Оцінити ймовірність того, що в результаті перевірки 2000 деталей частота появи нестандартних деталей відхилиться за абсолютною величиною від імовірності виготовлення стандартної деталі не менше, ніж на 0,03.

21. Для визначення якості продукції, яка виготовляється заводом, навмання вибрано 3000 деталей. Серед них виявилось 40 деталей з дефектами. Частота виготовлення бракованої деталі прийнята за наближене значення ймовірності виготовлення бракованої деталі. Оцінити, з якою ймовірністю можна гарантувати, що допущена при цьому абсолютна похибка не перевищить 0,01.

22. Кількість води, яка витрачається в населеному пункті за добу є випадковою величиною, середнє квадратичне відхилення якої рівне 50000 л. Оцінити ймовірність того, що витрата води в цьому населеному пункті на протязі доби відхилиться за абсолютною величиною від математичного сподівання не більше, ніж на 3000 л.

23. Середня кількість сонячних днів на рік для даної місцевості рівна 100. Оцінити ймовірність того, що на протязі року в даній місцевості буде не більше, ніж 150 сонячних днів.

24. Середньодобове використання електроенергії в населеному пункті рівне 25000 кВт/ год. Оцінити ймовірність того, що використання електроенергії в цьому населеному пункті на протязі даної доби перевищить 70000 кВт/ год.

25. Імовірність появи події A в одному досліді рівна 0,9. Визначити кількість дослідів, яку потрібно провести, щоб відхилення частоти появи події A від імовірності її появи в окремому досліді, не перевищило за абсолютною величиною 0,03 з імовірністю 0,97.

26. Середня кількість дощових днів на рік в даній місцевості рівна 60. Оцінити ймовірність того, що на протязі року в даній місцевості буде не більше, ніж 40 дощових днів.

27. Середня кількість кораблів, які заходять в порт на протязі доби, рівна 30, а середнє квадратичне відхилення рівне 2 кораблям. Оцінити ймовірність того, що кількість кораблів, які прийдуть в порт за добу відхилиться за абсолютною величиною від середнього не більше, ніж на 3.

28. В середньому в деякому навчальному закладі оцінка “ 5 ” складає 20% екзаменаційних оцінок студентів. Оцінити ймовірність того, що в екзаменаційну сесію з 1000 оцінок отриманих студентами, оцінок “ 5 ” буде від 150 до 250.

29. Скільки раз потрібно кинути монету, щоб відхилення відносної частоти появи герба від імовірності його появи в одному окремо взятому досліді не перевищило за абсолютною величиною 0,07 з імовірністю 0,98?

30. Імовірність влучення стрільця в ціль при одному пострілі рівна 0,9. Оцінити ймовірність того, що при 1000 пострілах кількість влучень у ціль буде не меншою 870 і не більшою 930.

12. Функція одного випадкового дискретного аргументу.

Дискретна випадкова величина задана розподілом

X	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
P	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6

Знайти:

а) розподіл функції $Y = A \cdot X^2 + B$;

б) математичне сподівання і дисперсію функції Y .

Варіант	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	A	B
1	-1	0	1	2	3	4	0,05	0,10	0,15	0,20	0,35	0,15	1	2
2	-2	-1	0	1	2	3	0,04	0,08	0,12	0,25	0,40	0,11	2	1
3	-3	-2	-1	0	1	2	0,03	0,06	0,10	0,20	0,35	0,26	-1	2
4	-4	-3	-2	-1	0	1	0,02	0,04	0,07	0,22	0,30	0,35	1	-2
5	-5	-4	-3	-2	-1	0	0,01	0,05	0,13	0,27	0,33	0,21	-2	1
6	-5	-3	-1	0	1	3	0,03	0,07	0,15	0,25	0,33	0,17	2	-1
7	-4	-2	0	1	2	3	0,04	0,09	0,17	0,28	0,31	0,11	1	3
8	-3	-1	0	1	2	3	0,07	0,12	0,18	0,29	0,25	0,09	-1	3
9	-2	-1	0	1	3	4	0,09	0,15	0,21	0,32	0,18	0,05	-1	-3
10	-5	-3	-2	-1	1	3	0,12	0,17	0,23	0,29	0,15	0,04	-1	-2
11	-5	-2	-1	0	2	4	0,14	0,19	0,25	0,26	0,13	0,03	-2	-1
12	-4	-3	-1	0	1	3	0,17	0,21	0,26	0,22	0,12	0,02	3	1
13	-4	-1	0	2	3	4	0,18	0,23	0,24	0,19	0,13	0,03	-3	1
14	-4	-3	0	1	2	3	0,21	0,25	0,21	0,18	0,14	0,01	3	-1
15	-3	-2	1	2	3	4	0,22	0,24	0,19	0,16	0,13	0,06	-3	-1
16	-3	-2	0	1	3	4	0,24	0,22	0,18	0,15	0,14	0,07	2	3
17	-3	-2	-1	0	1	2	0,25	0,21	0,15	0,14	0,15	0,10	-2	3
18	-1	0	1	2	3	4	0,27	0,20	0,16	0,13	0,13	0,11	2	-3
19	-2	-1	0	1	2	3	0,15	0,15	0,15	0,15	0,20	0,20	-2	-3
20	-3	-2	-1	0	1	2	0,29	0,18	0,13	0,12	0,10	0,18	3	2
21	-4	-3	-2	-1	0	1	0,31	0,19	0,15	0,10	0,12	0,13	-3	2
22	-5	-4	-3	-2	-1	0	0,33	0,21	0,16	0,08	0,14	0,08	3	-2
23	-5	-3	-2	-1	1	3	0,35	0,25	0,15	0,11	0,08	0,06	-3	-2
24	-5	-2	-1	0	2	4	0,40	0,27	0,17	0,13	0,02	0,01	1	-3
25	-4	-3	-1	0	1	3	0,02	0,08	0,14	0,16	0,25	0,35	1	4
26	-4	-1	0	2	3	4	0,01	0,07	0,12	0,19	0,23	0,38	-1	4
27	-4	-3	0	1	2	3	0,05	0,08	0,15	0,21	0,24	0,27	1	-4
28	-3	-2	1	2	3	4	0,06	0,09	0,16	0,25	0,20	0,24	4	1
29	-3	-1	0	1	3	4	0,10	0,13	0,16	0,20	0,18	0,23	-4	1
30	-4	-1	0	1	2	3	0,11	0,12	0,14	0,16	0,19	0,28	4	-1

13. Функція одного випадкового неперервного аргументу.

Неперервна випадкова величина X задана щільністю розподілу:

$$p(x) = \begin{cases} c \cdot g(x) & \text{при } x \in (a, b) \\ 0 & \text{при } x \notin (a, b). \end{cases}$$

Знайти:

а) коефіцієнт c ;

б) функцію розподілу $F(x)$ випадкової величини X ;

в) математичне сподівання і дисперсію функції $Y = \varphi(X) = A \cdot X + B$.

Варіант	$g(x)$	a	b	A	B
1	x^2	0	6	-1	3
2	x^2	0	7	-2	4
3	x^2	0	8	-3	5
4	x^2	0	9	-4	1
5	x^2	0	10	1	-1
6	x^2	-6	0	2	-2
7	x^2	-7	0	3	-3
8	x^2	-8	0	4	-1
9	x^2	-9	0	-2	3
10	x^2	-10	0	-1	4
11	x	-1	1	-1	2
12	x	-2	1	-2	3
13	x	-3	1	-3	4
14	x	-4	1	-4	1
15	x	-5	1	-5	3

Варіант	$g(x)$	a	b	A	B
16	x^3	0	1	1	2
17	x^3	0	2	2	3
18	x^3	0	3	3	4
19	x^3	0	4	-1	3
20	x^3	0	5	-2	2
21	x^3	-1	0	-3	1
22	x^3	-2	0	-4	2
23	x^3	-3	0	-2	3
24	x^3	-4	0	-1	2
25	x^3	-5	0	1	4
26	x	-1	1	2	-3
27	x	-1	2	3	-2
28	x	-1	3	1	-1
29	x	-1	4	4	-3
30	x	-1	5	3	-4

14. Випадкові вектори.

Розподіл випадкового вектора (X, Y) заданий таблицею:

$X \backslash Y$	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	p_{11}	p_{12}	p_{13}	p_{14}
x_2	p_{21}	p_{22}	p_{23}	p_{24}
x_3	p_{31}	p_{32}	p_{33}	p_{34}

Знайти:

- закони розподілу випадкових величин X та Y ;
- математичні сподівання випадкових величин X та Y ;
- дисперсію випадкових величин X та Y ;
- коефіцієнт кореляції випадкових величин X та Y .

Варіант						Варіант					
1		-4	-3	-2	-1	16		-4	-1	0	1
	1	0,02	0,03	0,08	0,09		-3	0,02	0,10	0,08	0,07
	2	0,03	0,06	0,11	0,12		1	0,07	0,11	0,06	0,05

	3	0,13	0,12	0,13	0,08		2	0,09	0,12	0,04	0,19
2		-3	-2	-1	0	17		-4	0	1	2
	2	0,03	0,05	0,07	0,10		-3	0,01	0,07	0,12	0,15
	3	0,02	0,04	0,13	0,15		2	0,03	0,09	0,10	0,13
	4	0,15	0,14	0,07	0,05		3	0,05	0,11	0,08	0,06
3		-2	-1	0	1	18		-4	1	2	3
	0	0,01	0,02	0,09	0,13		-3	0,13	0,08	0,16	0,07
	1	0,05	0,07	0,13	0,15		1	0,11	0,06	0,08	0,09
	2	0,11	0,10	0,11	0,03		3	0,09	0,02	0,04	0,07
4		-1	0	1	2	19		-3	-1	0	1
	-1	0,06	0,05	0,07	0,09		-2	0,16	0,03	0,09	0,10
	0	0,04	0,08	0,11	0,12		0	0,08	0,09	0,03	0,08
	1	0,13	0,12	0,10	0,04		1	0,04	0,27	0,01	0,02
5		0	1	2	3	20		-3	0	1	2
	-2	0,07	0,06	0,07	0,09		-2	0,02	0,15	0,07	0,06
	-1	0,05	0,08	0,10	0,12		1	0,05	0,13	0,11	0,03
	0	0,11	0,09	0,13	0,03		2	0,08	0,11	0,15	0,04
6		1	2	3	4	21		-3	1	2	3
	-3	0,12	0,13	0,08	0,07		-2	0,03	0,06	0,12	0,06
	-2	0,05	0,06	0,07	0,10		2	0,08	0,09	0,08	0,10
	-1	0,03	0,08	0,12	0,09		3	0,13	0,12	0,04	0,09
7		-4	-2	-1	0	22		-3	2	3	4
	-4	0,13	0,12	0,07	0,06		-2	0,01	0,05	0,09	0,13
	-3	0,13	0,04	0,10	0,11		1	0,08	0,09	0,15	0,14
	-2	0,04	0,07	0,07	0,06		3	0,12	0,08	0,04	0,02
8		-2	0	1	2	23		-4	-3	1	2
	-3	0,01	0,03	0,12	0,14		-1	0,13	0,04	0,12	0,05
	-2	0,10	0,06	0,07	0,09		1	0,02	0,17	0,05	0,11
	1	0,09	0,13	0,11	0,05		2	0,15	0,03	0,11	0,02
9		-2	1	2	3	24		-4	-3	2	3
	-3	0,13	0,10	0,07	0,04		-1	0,04	0,11	0,04	0,16
	-2	0,12	0,09	0,08	0,02		2	0,13	0,02	0,10	0,12
	0	0,03	0,12	0,11	0,09		3	0,07	0,12	0,01	0,08
10		-2	2	3	4	25		-3	-2	0	1
	-3	0,22	0,13	0,08	0,03		-1	0,15	0,02	0,11	0,13
	-1	0,08	0,06	0,05	0,02		1	0,08	0,09	0,07	0,12
	1	0,08	0,12	0,08	0,05		3	0,01	0,14	0,03	0,05
11		-1	1	2	3	26		-3	-2	1	2
	-3	0,08	0,05	0,09	0,04		0	0,19	0,04	0,07	0,08
	0	0,13	0,06	0,11	0,07		2	0,11	0,09	0,05	0,06
	2	0,06	0,12	0,10	0,09		3	0,03	0,14	0,10	0,04
		-1	2	3	4			-3	-2	2	3

12	-3	0,09	0,08	0,05	0,13	27	-1	0,01	0,11	0,13	0,10
	1	0,08	0,16	0,01	0,11		1	0,03	0,09	0,15	0,06
	3	0,03	0,12	0,08	0,04		3	0,05	0,07	0,17	0,03
13		0	2	3	4	28		-3	-2	3	4
	-3	0,13	0,10	0,07	0,04		1	0,18	0,08	0,06	0,05
	2	0,02	0,06	0,10	0,16		3	0,16	0,10	0,04	0,03
	3	0,13	0,02	0,04	0,03		4	0,14	0,12	0,02	0,02
14		-4	-3	-1	0	29		-2	-1	1	2
	-3	0,05	0,10	0,06	0,11		0	0,11	0,07	0,04	0,09
	-1	0,13	0,06	0,12	0,07		1	0,09	0,13	0,06	0,01
	0	0,03	0,09	0,14	0,04		3	0,12	0,08	0,15	0,05
15		-4	-3	0	1	30		-2	-1	2	3
	-3	0,01	0,11	0,21	0,03		-1	0,01	0,16	0,22	0,05
	0	0,02	0,04	0,08	0,16		0	0,02	0,11	0,15	0,07
	1	0,01	0,09	0,03	0,11		3	0,04	0,07	0,07	0,03

15. Функція двох дискретних випадкових величин.

Задано розподіл випадкового вектора (X, Y) (задача 14) і випадкову величину $Z = A \cdot X + B \cdot Y$, де A і B задані в задачі 13.

Знайти:

- закон розподілу випадкової величини Z ;
- математичне сподівання і дисперсію випадкової величини Z .