

**Лабораторна робота №1.  
Робота в середовищі Derive.**

**Завдання**

1. Коротко описати можливості пакета.
2. Задана функція  $f(x) = p \sin(\sqrt{q + e^x})$
3. Знайти значення цієї функції в точках 1,2,3.
4. Побудувати графік функції  $f(x)$ .
5. Знайти першу і другу похідні функції  $f(x)$ .
6. Знайти визначений інтеграл від функції  $f(x)$  в межах від  $p$  до  $q$ .
7. Задана матриця  $A$ . Знайти визначник цієї матриці і матрицю обернену до матриці  $A$ .  
 $A = \begin{bmatrix} p & 2 & 4 & 6 \\ 3 & -1 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & 3 & 2 \\ 7 & -1 & 2 & q \end{bmatrix}$ .
8. Розкрити дужки  $(1+px+qx^2)*(1-x)^5$ .

## Лабораторна робота №2. Знаходження похибок.

Номер варіанта для завдання 1 це ваш номер в списку студентів, а для завдання 2 це варіант ( $N \bmod 10$ ).

### Завдання 1:

- 1) Визначити, яка рівність точніша.
- 2) Округлити сумнівні цифри числа, Залишивши вірні знаки.

Визначити абсолютну похибку результату.

- 3) Знайти граничні абсолютні і відносні похибки чисел, если вони мають тільки вірні цифри.

### Завдання 2

- 1) Визначити погрішності результату диференціальним численням.
- 2) Визначити погрішності результату.

№ 1.  $1/\sqrt{44} = 6,63$ ;  $19/41=0,463$ .

2) а)  $22,553(\pm 0,016)$ ;

б)  $2,8546$ ;  $\delta=0,3\%$ .

3) а)  $0,2387$ ; б)  $42,884$ .

№ 3. 1)  $\sqrt{10,5}=3,24$ ;  $4/17=0,235$ .

2) а)  $34,834$ ;  $\delta=0,1\%$ ;

б)  $0,5748(\pm 0,0034)$ .

3) а)  $11,445$ ; б)  $2,043$ .

№ 5. 1)  $6/7 = 0,857$ ;  $\sqrt{4,8} = 2,19$ .

2) а)  $5,435 (\pm 0,0028)$ ;

б)  $10,8441$ ;  $\delta=0,5\%$ .

3) а)  $8,345$ ; б)  $0,288$ .

№ 7. 1)  $2/21 = 0,095$ ;  $\sqrt{22}=4,69$ .

2) а)  $2,4543 (\pm 0,0032)$ ;

б)  $24,5643$ ;  $\delta=0,1\%$ .

3) а)  $0,374$ ; б)  $4,348$ .

№ 9. 1)  $6/11=0,545$ ;  $\sqrt{83}=9,11$ .

2) а)  $21,68563$ ;  $\delta=0,3\%$ ;

б)  $3,7834(\pm 0,0041)$ .

3) а)  $41,72$ ; б)  $0,678$ .

№ 11. 1)  $21/29=0,723$ ;  $\sqrt{44} = 6,63$ .

2) а)  $0,3567$ ;  $5 = 0,042\%$ ;

б)  $13,6253(\pm 0,0021)$ .

3) а)  $18,357$ ; б)  $2,16$ .

№ 13. 1)  $13/17=0,764$ ;  $\sqrt{31}=5,56$ .

2) а)  $3,6878 (\pm 0,0013)$ ;

б)  $15,873$ ;  $\delta=0,42\%$ .

3) а)  $14,862$ ; б)  $8,73$ .

№ 15. 1)  $17/11 = 1,545$ ;  $\sqrt{18}=4,24$ .

2) а)  $0,8647 (\pm 0,0013)$ ;

б)  $24,3618$ ;  $\delta=0,22\%$ .

№ 2. 1)  $7/18=0,467$ ;  $\sqrt{30} = 5,48$ .

2) а)  $17,2834$ ;  $\delta=0,3\%$ .

б)  $6,4257(\pm 0,0024)$ .

3) а)  $3,751$ ; б)  $0,537$ .

№ 4. 1)  $15/7 = 2,14$ ;  $\sqrt{10} = 3,16$ .

2) а)  $2,3485 (\pm 0,0042)$ ;

б)  $0,34484$ ;  $\delta = 0,4\%$ .

3) а)  $2,3445$ ; б)  $0,745$ .

№ 6. 1)  $12/11 = 1,091$ ;  $\sqrt{6,8} = 2,61$ .

2) а)  $8,24163$ ;  $5 = 0,2\%$ ;

б)  $0,12356 (\pm 0,00036)$ .

3) а)  $12,45$ ; б)  $3,4453$ .

№ 8. 1)  $23/18=1,53$ ;  $\sqrt{9,8} = 3,13$ .

2) а)  $23,574$ ;  $\delta=0,2\%$ ;

б)  $8,3445 (\pm 0,0022)$ .

3) а)  $20,43$ ; б)  $0,576$ .

№ 10. 1)  $17/19 = 0,895$ ;  $\sqrt{52} = 7,21$ .

2) а)  $13,537 (\pm 0,0026)$ ;

- б) 7,521;  $\delta=0,12\%$ .  
 3) а) 5,634; б) 0,0748.
- № 12. 1)  $50/19 = 2,63$ ;  $\sqrt{27} = 5,19$ .  
 2) а) 1,784 ( $\pm 0,0063$ );  
 б) 0,85637;  $\delta=0,21\%$ .  
 3) а) 0,5746; б) 236,58.
- № 14. 1)  $7/22=0,318$ ;  $\sqrt{13} = 3,60$ .  
 2) а) 27,1548( $\pm 0,0016$ );  
 б) 0,3945;  $\delta=0,16\%$ .  
 3) а) 0,3648; б) 21,7.  
 3) а) 2,4516; б) 0,863.
- № 17. 1)  $49/13 = 3,77$ ;  $\sqrt{14}=3,74$ .  
 2) а) 83,736;  $\delta=0,085\%$ ;  
 б) 5,6483 ( $\pm 0,0017$ ).  
 3) а) 5,6432; б) 0,00858.
- № 19. 1)  $19/12 = 1,58$ ;  $\sqrt{12}=3,46$ .  
 2) а) 4,88445 ( $\pm 0,00052$ );  
 б) 0,096835;  $\delta=0,32\%$ .  
 3) а) 12,688; б) 4,636.
- № 21. 1)  $18/7 = 2,57$ ;  $\sqrt{22}=4,69$ .  
 2) а) 0,39642 ( $\pm 0,00022$ );  
 б) 46,453;  $\delta=0,15\%$ .  
 3) а) 15,644; б) 6,125.
- № 23. 1)  $16/7=2,28$ ;  $\sqrt{11}=3,32$ .  
 2) а) 24,3872;  $\delta= 0,34\%$ ;  
 б) 0,75244( $\pm 0,00013$ ).  
 3) а) 16,383; б) 5,734.
- № 25. 1)  $12/7 = 1,71$ ;  $\sqrt{47}=6,86$   
 2) а) 72,354;  $\delta = 0,24\%$ ;  
 б) 0,38725( $\pm 0,00112$ ).  
 3) а) 18,275; б) 0,00644.
- № 27. 1)  $23/9 = 2,56$ ;  $\sqrt{87}= 9,33$ .  
 2) а) 23,7564;  $\delta=0,44\%$ ;  
 б) 4,57633 ( $\pm 0,00042$ ).  
 3) а) 3,75; б) 6,8343.
- № 29. 1)  $7/3 = 2,33$ ;  $\sqrt{58}=7,61$ .  
 2) а) 3,87683;  $\delta=0,33\%$ ;  
 б) 13,5726 ( $\pm 0,0072$ ).  
 3) а) 26,3; б) 4,8556.

- б) 0,98351 ( $\pm 0,00042$ ).  
 3) а) 62,74; б) 0,389.
- № 18. 1)  $13/7=1,857$ ;  $\sqrt{7} = 2,64$ .  
 2) а) 2,8867;  $\delta=0,43\%$ ;  
 б) 32,7486( $\pm 0,0012$ ).  
 3) а) 0,0384; б) 63,745.
- № 20. 1)  $51/11=4,64$ ;  $\sqrt{35} = 5,9$ .  
 2) а) 38,4258( $\pm 0,0014$ );  
 б) 0,66385;  $\delta=0,34\%$ .  
 3) а) 6,743; б) 0,543.
- № 22. 1)  $19/9 = 2,11$ ;  $\sqrt{17} = 4,12$ .  
 2) а) 5,8425;  $\delta=0,23\%$ .  
 б) 0,66385 ( $\pm 0,00042$ ).  
 3) а) 0,3825; б) 24,6.
- № 24. 1)  $20/13 = 1,54$ ;  $\sqrt{63}=7,94$ .  
 2) а) 2,3684( $\pm 0,0017$ );  
 б) 45,7832;  $\delta=0,18\%$ .  
 3) а) 0,573; б) 3,6761.
- № 26. 1)  $6/7=0,857$ ;  $\sqrt{41}=6,4$ .  
 2) а) 0,36127( $\pm 0,00034$ );  
 б) 46,7843;  $\delta=0,32\%$ .  
 3) а) 3,425; б) 7,38.
- № 28. 1)  $27/31=0,872$ ;  $\sqrt{42}= 6,48$ .  
 2) а) 15,8372( $\pm 0,0026$ );  
 б) 0,088748;  $\delta=0,56\%$ .  
 3) а) 3,643; б) 72,385.
- № 30. 1)  $14/17=0,823$ ;  $\sqrt{53}= 7,28$ .  
 2) а) 0,66835( $\pm 0,00115$ );  
 б) 23,3748;  $\delta=0,27\%$ .  
 3) а) 43,813; б) 0,645.

- № 16. 1)  $5/3=1,667$ ;  $\sqrt{38}$   
 2) а) 3,7542;  $\delta=0,32\%$ ;

### Зразок виконання завдання

1)  $9/11=0,818$ ;  $\sqrt{18}=4,24$ ; 2) а)  $72,353(\pm 0,026)$ ; б)  $2,3544$ ;  $\delta=0,2\%$ ; 3) а)  $0,4357$ ; б)  $12,384$ .

1) Находим значения данных выражений с большим числом десятичных знаков:  $a_1=9/11=0,81818\dots$ ,  $a_2=\sqrt{18}=4,2426\dots$  Затем вычисляем предельные абсолютные погрешности, округляя их с избытком:

$$\epsilon_1 = |0,81818 - 0,818| < 0,00019, \quad \epsilon_2 = |4,2426 - 4,24| < 0,0027.$$

Предельные относительные погрешности составляют

$$\delta_1 = \epsilon_1/a_1 = 0,00024 = 0,024\%;$$

$$\delta_2 = \epsilon_2/a_2 = 0,00064 = 0,064\%.$$

Так как  $\delta_1 < \delta_2$ , то равенство  $9/11=0,818$  является более точным.

2) Пусть  $72,353 (\pm 0,026)=a$ . Согласно условию, погрешность  $\epsilon_1=0,026 < 0,05$ ; это означает, что в числе  $72,353$  верными являются цифры 7, 2, 3. По правилам округления найдем приближенное значение числа, сохранив десятые доли:

$$a_1 = 72,4; \epsilon_1 = 0,026 + 0,047 = 0,073.$$

Полученная погрешность больше 0,05; значит, нужно уменьшить число цифр в приближенном числе до двух:

$$a_2 = 72; a_2 = 0,026 + 0,353 = 0,379.$$

Так как  $\epsilon_2 < 0,5$ , то обе оставшиеся цифры верны.

3) Так как все четыре числа  $a = 0,4357$  верны, то абсолютная погрешность  $\epsilon_a = 0,00005$ , а относительная погрешность  $\delta = \epsilon_a/a = 1/(2 \cdot 4 \cdot 10^3) = 0,000125 = 0,0125\%$ .

### Завдання 2

$$1) \frac{ab}{\sqrt[3]{c}}$$

	a	б	в
a	3,85 (+0,01)	4,16(+0,005)	7,27 (+0,01)
b	2,0435 (+0,0004)	12,163 (+0,002)	5,205 (+0,002)
c	962,6 ( $\pm 0,1$ )	55,18 (+0,01)	87,32 (+0,03)

$$2) \left[ \frac{(a+b)c}{m-n} \right]^2$$

	a	б	в
a	4,3 (+0,05)	5,2 (+0,04)	2,13 (+0,01)

<i>b</i>	17,21 (+0,02)	15,32 (+0,01)	22,16(+0,03)
<i>c</i>	8,2 (+0,05)	7,5 (+0,05)	6,3 (+0,04)
<i>m</i>	12,417 (+0,003)	21,823 (+0,002)	16,825 (+0,004)
<i>n</i>	8,37 (+0,005)	7,56 (±0,003)	8,13 (±0,002)

№2

$$1) X = \frac{\sqrt{a}}{c} b$$

	a	6	B
<i>a</i>	228,6 (+0,06) 86,4	315,6 (+0,05) 72,5	186,7 (+0,04) 66.6
<i>b</i>	(+0,02) 68,7	(+0,03) 53,8	(+0,02) 72,3
<i>c</i>	(±0,05)	(+0,04) .	(+0,03)

$$2) X = \frac{m^3}{c - d} (a + b)$$

	a	6	B
<i>a</i>	13,5 (+0,02) ,	18,5 (+0,03)	' 11,8 (+0,02)
<i>b</i>	3,7 (+0,02)	5,6 (±0,02) .	. 7,4 (+0,03)
<i>m</i>	4,22 (+0,004)	3,42 (+0,003)	5,82 (+0,005)
<i>c</i>	34,5 (+0,02)	26,3 (+0,01)	26,7 (+0,03)
<i>d</i>	23,725 (+0,005)	14,782 (±0,006)	11,234 (+0,004)

№3

$$1) \frac{\sqrt{ab}}{c}$$

	a	6	B
<i>a</i>	3,845 (+0,004)	4,632 (+0,003)	7,312(+0,004)
<i>b</i>	16,2 (+0,05)	23,3 (+0,04)	18,4 (+0,03)
<i>c</i>	10,8 (+0,1)	11,3 (±0,06)	20,2 (+0,08)

$$2) \frac{(a + b)m}{(c - d)^2}$$

	a	6	B
<i>a</i> .	2,754 (+0,001)	3,236 (+0,002)	4,523 (+0,003)
<i>b</i>	11,7 (+0,04)	15,8 (+0,03)	10,8 (+0,02)
<i>m</i>	0,56 (+0,005)	0,64 (+0,004)	0,85 (+0,003)
<i>c</i>	10,536 (±0,002)	12,415 (+0,003)	9,318 (+0,002)
<i>d</i>	6,32 (±0,008)	7,18(+0,006)	4,17 (+0,004)

№4

1)  $\frac{a^2 b}{c}$

	a	b	B
<i>a</i>	3,456 (±0,002)	/ 1,245 (+0,001)	0,327 (+0,005)
<i>b</i>	0,642 (±0,0005)	0,121 (+0,0002)	3,147 (±0,0001)
<i>c</i>	7,12 (±0,004)	2,34 (±0,003)	1,78 (±0,001)

2)  $\frac{(a + b)m}{\sqrt{c - d}}$

	a	b	B
<i>a</i>	23,16(±0,02)	17,41 (+0,01)	32,37 (+0,03)
<i>b</i>	8,23 (+0,005)	1,27 (+0,002)	2,35 (+0,001)
<i>c</i>	145,5 (±0,08)	342,3 (+0,04)	128,7 (+0,02) • .
<i>d</i>	28,6 (+0,1)	11,7 (+0,1)	27,3 (+0,04)
<i>m</i>	0,28 (+0,006)	0,71 (±0,003)	0,93 (+0,001)

№5

1)  $f = Q * \frac{e^3}{48} * E$

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
Q	54,8 (+0,02)	38,5 (+0,01)	17,3 (+0,03)
e	2,45 (+0,01)	3,35 (+0,02)	5,73 (+0,01)
E	0,863 (+0,004)	0,734 (+0,001)	0,956 (+0,004)

2)  $\frac{(a - b)c}{\sqrt{m + n}}$

	a	b	B
<i>a</i>	27,16(+0,006)	15,71 (+0,005)	12,31 (+0,004)
<i>b</i>	5,03 (+0,01)	3,28 (+0,02)	1,73 (+0,03)
<i>c</i>	3.6 (+0.02)	7,2 (+0,01)	3,7 (+0.02)
<i>m</i>	12,375 (+0,004)	13,752 (+0,001)	17,428 (+0,003)
<i>n</i>	86,2 (+0,05)	33,7 (+0,03)	41,7 (+0.'01)

№6

$$1) \frac{ab}{c^2}$$

	a	b	B
<i>a</i>	0,3575 (+0,0002)	0,1756 (+0,0001)	0,2731 (+0,0003)
<i>b</i>	2,63 (+0,01)	3,71 (+0,03)	5,12(+0,02)
<i>c</i>	0,854 (+0,0005)	0,285 (+0,0002)	0,374 (+0,0001)

$$2) \frac{a+b}{\sqrt{(c-d)m}}$$

	a	b	B
<i>a</i>	16,342 (+0,001)	12,751 (±0,001)	31,456 (+0,002)
<i>b</i>	2,5 (+0,03)	3,7 (+0,02)	7,3 (+0,01)
<i>c</i>	38,17(+0,002)	23,76 (+0,003)	33,28 (±0,003)
<i>d</i>	9,14(+0,005)	8,12(+0,004)	6,71 (+0,001)
<i>m</i>	3,6 (+0,04)	1,7 (+0,01)	5,8 (+0,02)

№7

$$1) V = \frac{\pi^2}{4} D d^2$$

	a	b	б
$\pi$	3,14	3,14	3,14
D	54 (+0,5)	72 (±0,3)	31 (±0,01)
d	8,235 (+0,001)	3,274 (±0,002)	7,345 (±0,001)

$$2) S = \frac{1}{64} \pi \sqrt{D^4 - d^4}$$

	a	b	б
D	36,5 (±0,1)	41,4 (±0,2)	52,6 (±0,01)
d	26,35 (±0,005)	31,75 (±0,003)	48,39 (±0,001)
$\pi$	3,14	3,14	3,14

№8

$$1) \frac{m^2 n}{c^3}$$

	a	b	б
m	1,6531 (±0,0003)	2,348 (+0,002)	3,804 (±0,003)

n	$3,78 (+0,002)$	$4,37 (\pm 0,004)$	$4,05 (\pm 0,003)$
c	$0,158 (\pm 0,0005)$	$0,235 (\pm 0,0003)$	$0,318 (\pm 0,0002)$

$$2) \frac{m\sqrt{a-b}}{c+d}$$

	a.	b	c
a	$9,542 (+0,001)$	$8,357 (+0,003)$	$4,218 (\pm 0,001)$
b	$3,128 (\pm 0,002)$	$2,48 (\pm 0,004)$	$1,57 (\pm 0,006)$
r	$2,8 (+0,03)$	$3,17 (+0,01)$	$2,32 (\pm 0,02)$
c	$0,172 (+0,001)$	$1,315 (+0,0004)$	$2,418 (\pm 0,004)$
d	$5,4 (\pm 0,02)$	$2,4 (+0,02)$	$1,8 (\pm 0,01)$

№9

$$1) X = \sqrt{\frac{cd}{b}}$$

	a	b	c
c	$0,7568 (+0,0002)$	$0,8345 (+0,0004)$	$0,6384 (+0,0002)$
d	$21,7 (+0,02)$	$13,8 (+0,03)$	$32,7 (+0,04)$
b	$2,65 (+0,01)$	$1,84 (+0,006)$	$4,88 (\pm 0,03)$

$$2) \frac{\sqrt[3]{a-b}}{m(n-a)}$$

	a	b	c
a	$10,82 (+0,03)$	$9,37 (+0,004)$	$11,45 (+0,01)$
b	$2,786 (+0,0006)$	$3,108 (\pm 0,0003)$	$4,431 (+0,002)$
m	$0,28 (+0,006)$	$0,46 (+0,002)$	$0,75 (+0,003)$
n	$14,7 (+0,06)$	$15,2 (+0,04)$	$16,7 (\pm 0,05)$

№10

$$1) f = \frac{Qe^3}{48E}$$

	a	b	c
Q	$54,8 (+0,02)$	$38,5 (+0,01)$	$17,3 (+0,03)$
e	$2,45 (+0,01)$	$3,35 (+0,02)$	$5,73 (+0,01)$



$$E \quad \left| 0,863 (+0,004) \right| \quad \left| 0,734 (+0,001) \right| \quad \left| 0,956 (+0,004) \right|$$

$$2) Q = \frac{(2n - 1)^2 (x + y)}{x - y}$$

	a	b	в
$n$	2,0435 (+0,0001)	1,1753 (+0,0002)	4,5681 (+0,0001)
$x$	4,2 (+0,05)	5,8 (+0,01)	6,3 (+0,02)
$y$	0,82 (+0,01)	0,65 (+0,02)	0,42 ( $\pm 0,03$ )

### Зразок виконання завдання

1)  $X = \frac{m^2 n^3}{\sqrt{k}}$ , где  $m = 28,3 (\pm 0,02)$ ,  $n = 7,45 (\pm 0,01)$ ,  $k = 0,678 (\pm 0,003)$ ;

2)  $N = \frac{(n-1)(m+n)}{(m-n)^2}$ , где  $n = 3,0567 (\pm 0,0001)$ ,  $m = 5,72 (\pm 0,02)$ ;

3)  $V = \pi h^2 \left( R - \frac{h}{3} \right)$ , где  $h = 11,8$ ;  $R = 23,67$ .

1) Находим  $m^2 = 800,9$ ;  $n^3 = 413,5$ ;  $\sqrt{k} = 0,8234$ ;

$$X = \frac{800,9 \cdot 413,5}{0,8234} = 402\,200 = 4,02 \cdot 10^5.$$

Далее, имеем  $\delta_m = 0,02/28,3 = 0,00071$ ;  $\delta_n = 0,01/7,45 = 0,00135$ ;  $\delta_k = 0,003/0,678 = 0,00443$ , откуда

$$\delta_X = 2\delta_m + 3\delta_n + 0,5\delta_k = 0,00142 + 0,00405 + 0,00222 = 0,00769 = 0,77\%;$$

$$\alpha_X = 4,02 \cdot 10^5 \cdot 0,0077 = 3,1 \cdot 10^3.$$

Ответ:  $X = 4,02 \cdot 10^5 (\pm 3,1 \cdot 10^3)$ ;  $\delta_X = 0,77\%$ .

2) Имеем  $n-1 = 2,0567 (\pm 0,0001)$ ;  $m+n = 3,057 (\pm 0,0004) + 5,72 (\pm 0,02) = 8,777 (\pm 0,0204)$ ;  $m-n = 5,72 (\pm 0,02) - 3,057 (\pm 0,0004) = 2,663 (\pm 0,0204)$ ;

$$N = \frac{2,0567 \cdot 8,777}{2,663^2} = \frac{2,0567 \cdot 8,777}{7,092} = 2,545 \approx 2,55;$$

$$\delta_N = \frac{0,0001}{2,0567} + \frac{0,0204}{8,777} + 2 \frac{0,0204}{2,663} = 0,000049 + 0,00233 + 2 \cdot 0,00766 =$$

$$\approx 0,00238 + 0,01532 = 0,0177 = 1,77\%; \quad \alpha_N = 2,55 \cdot 0,0177 = 0,046.$$

Ответ:  $N \approx 2,55 (\pm 0,046)$ ;  $\delta_N = 1,77\%$ .

3) Находим

$$V \approx 3,142 \cdot 11,8^2 (23,67 - 3,933) = 3,142 \cdot 11,8^2 \cdot 19,737 =$$

$$= 3,142 \cdot 139,2 \cdot 19,737 \approx 437,37 \cdot 19,737 = 8630 \approx 8,63 \cdot 10^3.$$

Ответ:  $V \approx 8,63 \cdot 10^3$ .

### Лабораторна робота №3.

## Наближення функцій поліномами Бернштейна.

Задано функцію

$$f(x) = \sin \frac{20x}{\sqrt{N+13}} + \frac{100x^2}{N+37}$$

- 1) Побудувати  $B_5(f, x); B_{10}(f, x)$  та їхні графіки.
- 2) Оцінити похибку  $|f(x) - B_5(f, x)|; |f(x) - B_{10}(f, x)|$
- 3) Знайти значення многочленів  $B_5(f, x), B_{10}(f, x)$  в точках
- 4)  $x=0.37, 0.58, 0.73, 0.92$ .
- 5) Побудувати криву Без'є з 4-ма базовими точками.

**Лабораторна робота №4.**

**Інтерполяція функцій**

## Завдання 1

Найти приближенное значение функции при данном значении аргумента с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа, если функция задана:

- 1) в неравноотстоящих узлах таблицы;
- 2) в равноотстоящих узлах таблицы.

### Варіанти до завдання 1)

Таблица 1				Таблица 2			
$x$	$y$	№ варианта	$x$	$x$	$y$	№ варианта	$x$
0,43	1,80866	1 .	0,590.	1,01	8,05421	2	1,014
0,48	0,89492	7	0,612	1,05	6,61659	8	1,0435
0,55	1,02964	13	0,574	1,09	4,69170	14	1,0532
0,62	2,20966	19	0,555	1,13	3,35106	20	1.0675
0,70	1,34087	25	0,515	1,17	2,73951	26	1.0486
0,75	1,52368			1,20	2,36522		
Таблица 3				Таблица 4			
$x$	$y$	№ варианта	$x$	$x$	$y$	№ варианта	$x$
0,35	2,80866	3	0,590.	0,11	9,07421	4	0,214
0,41	2,89492	9	0,512	0,15	6,62659	10	0,235
0,47	1,02964	15	0,474	0,21	4,56170	16	0,432
0,51	1,20966	21	0,555	0,29	3,37106	22	0:275
0,56	1,34087	27	0,615	0,35	2,78951	28	0,186
0,64	1,52368			0,40	2,45522		

Таблица 5				Таблица 6			
$x$	$y$	№ варианта	$x$	$x$	$y$	№ варианта	$x$
0,68	0,80866	5 .	0,890.	0,11	9,05421	6	0,314

0,73	0,89492	11	0,812	0,15	6,61659	12	0,235
0,80	1,02964	17	0,774	0,21	4,69170	18	0,332
0,88	1,20966	23	0,955	0,29	3,35106	24	0,275
0,93	1,34087	29	0,715	0,35	2,73951	30	0,186
0,99	1,52368			0,40	2,36522		

**Варіанти до завдання 1)**

Таблиця 1				Таблиця 2			
$x$	$y$	№ варіанта	$x$	$X$	$y$	№ варіанта	$x$
1,375	5,04192	1	1,3832	0,115	8,65729	2	0,1264
1,380	5,17744	7	1,3926	0,120	8,29329	8	0,1315
1,385	5,32016	13	1,3862	0,125	7,95829	14	0,1232
1,390	5,47069	19	1,3934	0,130	7,64893	20	0,1334
1,395	5,62968	25	1,3866	0,135	7,36235	26	0,1285
1,400	5,79788			0,140	7,09613		
Таблиця 3				Таблиця 4			
$x$	$y$	№ варіанта	$x$	$x$	$y$	# варіанта	$x$
0,150	6,61659	3	0,1521	0,180	5,61543	4	0,1838
0,155	6,39989	9	0,1611	0,185	5,46693	10	0,1875
0,160	6,19658	15	0,1662	0,190	5,32634	16	0,1944
0,165	6,00551	21	0,1542	0,195	5,19304	22	0,1976
0,170	5,82558	27	0,1625	0,200	5,06649	28	0,2038
0,175	5,65583			0,205	4,94619		
Таблиця 5				Таблиця 6			

$x$	$y$	№ варианта	$x$	$x$	$y$	№ варианта	$x$
0,210	4,83170	5	0,2121	1,415	0,888551	6	1,4179
0,215	4,72261	11	0,2165	1,420	0,889599	12	1,4258
0,220	4,61855	17	0,2232	1,425	0,890637	18	1,4396
0,225	4,51919	23	0,2263	1,430	0,891667	24	1,4236
0,230	4,42422	29	0,2244	1,435	0,892687	30	1,4315
0,235	4,33337			1,440	0,893698		

1)		2)	
$x$	$y$	$x$	$y$
0,05	0,050042	0,101	1,26183
0,10	0,100335	0,106	1,27644
0,17	0,171657	0,111	1,29122
0,25	0,255342	0,116	1,30617
0,30	0,309336	0,121	1,32130
0,36	0,376403	0,126	1,32660
Вычислить значение функции $f(x)=y(x)$ при $x=0.263$		Определить значение функции $y(x)$ при $x=0.1157$ .	

1) Формула:

$$f(x) \approx \Pi_{n+1} \cdot \sum_{i=0}^n (y_i / D_i),$$

де

$$\Pi_{n+1} = (x-x_0)(x-x_1) \dots (x-x_n),$$

$$D_i = (x_i - x_0)(x_i - x_1) \dots (x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \dots (x_i - x_n),$$

Таблица

i	Разности						D <sub>i</sub>	y <sub>i</sub> /D <sub>i</sub>
0	0,213	-0,05	-0,12	-0,20	-0,25	-0,31'	-0,19809·10 <sup>4</sup>	-2526,2
1	0,05	0,163	-0,07	-0,15	-0,20	-0,26	0,44499 · 10 <sup>-5</sup>	25547,7
2	0,12	0,07	0,093	-0,08	-0,13	-0,19	-0,154365 · 10 <sup>5</sup>	-111202,0
3	0,20	0,15	0,08	0,013	-0,05	-0,11	0,1716·10 <sup>-6</sup>	1488007,0
4	0,25	0,20	0,13	0,05	-0,037	-0,06	0,7215·10 <sup>-6</sup>	428740,0
5	0,31	0,26	0,19	0,11	0,06	-0,097	-0,980402 · 10 <sup>-6</sup>	-38392,7

$$\Pi_{5+1} = 0,1506492 \cdot 10^{-6}, \sum_{i=0}^5 (y_i / D_i) = 1790173,8.$$

$$f(0,263) \approx \Pi_{5+1} \cdot \sum_{i=0}^5 (y_i / D_i) = 0,1506492 \cdot 10^{-6} \cdot 1790173,8 = 0,269678.$$

2) Формула:

$$f(x) = y(x) \approx \Pi_{n+1}(t) \sum_{i=0}^n \frac{y_i}{(l-i)C_i},$$

де

$$\Pi_{n+1}(t) = t(t-1) \dots (t-t_n), \quad t = (x-x_0)/h; \quad h = x_{i+1} - x_i;$$

$$C_i = (-1)^{n-i} \cdot i! (n-i)!.$$

$$t = (0,1157 - 0,101)/0,005 = 2,94.$$

i	x <sub>i</sub>	l <sub>i</sub> '	l-i	C <sub>i</sub> ,	(l-i) C <sub>i</sub> ,	$\frac{y_i}{(l-i)C_i}$
0	0,101	1,26183	2,94	-120	-352,8	-0,0035766
1	0,106	1,27644	1,94	24	46,56	0,0274149
2	0,111	1,29122	0,94	-12	-11,28	-0,1144691
3	0,116	1,30617	-0,06	12	-0,72	-1,8141250
4	0,121	1,32130	-1,06	-24	25,44	0,0519379
5	0,126	1,33660	-2,06	120	-247,2	-0,0054069

Итак,  $\Pi_{5+1}(t) = -0,7024271; \sum_{i=0}^5 \frac{y_i}{(t-i)C_i} = -1,8588225$ . Следовательно,  $f(0,1157) \approx 1,30527$ .

## Задания 2

- 1) Используя линейную интерполяцию, вычислить значения функции при заданных значениях аргумента.  
Предварительно убедиться в применимости формулы, для чего выбрать шесть значений при помощи калькулятора и составить таблицу разностей.
- 2) Используя квадратичную интерполяцию, вычислить значения функций при данных значениях аргумента.  
Предварительно убедиться в применимости формулы.

Варианты к заданию 1)

№	1.	a)	$\sin 0,1436$ ;	$6) \cos 1,1754$ .	№ 2.	a)	$\sin 0,4974$ ;	$6) \cos 0,9818$ .
№	3.	a)	$\sin 0,2453$ ;	$6) \cos 1,0938$ .	№ 4.	a)	$\operatorname{tg} 0,3864$ ;	$6) \cos 0,9222$ .
№	5.	a)	$\sin 0,4456$ ;	$6) \cos 1,0045$ .	№ 6.	a)	$\operatorname{tg} 0,3224$ ;	$6) \cos 0,8465$ .
№	7.	a)	$\sin 0,6235$ ;	$6) \cos 0,9464$ .	№ 8.	a)	$\operatorname{tg} 0,2816$ ;	$6) \cos 0,8065$ .
№	9.	a)	$\sin 0,7243$ ;	$6) \cos 0,8675$ .	№ 10.	a)	$\operatorname{tg} 0,2464$ ;	$6) \cos 0,7312$ .
№	11.	a)	$\sin 0,8453$ ;	$6) \cos 0,4324$ .	№ 12.	a)	$\operatorname{tg} 0,2016$ ;	$6) \cos 0,7075$ .
№	13.	a)	$\sin 0,9675$ ;	$6) \cos 0,3436$ .	№ 14.	a)	$\operatorname{tg} 0,1636$ ;	$6) \cos 0,6865$ .
№	15.	a)	$\sin 1,0618$ ;	$6) \cos 0,1458$ .	№ 16.	a)	$\operatorname{tg} 0,1858$ ;	$6) \cos 0,5635$ .
№	17.	a)	$\sin 1,1238$ ;	$6) \cos 0,1658$ .	№ 18.	a)	$\operatorname{tg} 0,1362$ ;	$6) \cos 0,5423$ .
№	19.	a)	$\operatorname{tg} 0,4052$ ;	$6) \cos 0,7645$ .	№ 20.	a)	$\sin 0,2134$ ;	$6) \cos 1,1274$ .
№	21.	a)	$\operatorname{tg} 0,4527$ ;	$6) \cos 0,7466$ .	№ 22.	a)	$\sin 0,3425$ ;	$6) \cos 1,0252$ .
№	23.	a)	$\sin 0,1648$ ;	$6) \cos 1,1462$ .	№ 24.	a)	$\sin 0,5438$ ;	$6) \cos 0,9656$ .
№	25.	a)	$\sin 0,2642$ ;	$6) \cos 1,0665$ .	№ 26.	a)	$\operatorname{tg} 0,3654$ ;	$6) \cos 0,9035$ .
№	27.	a)	$\operatorname{tg} 0,3083$ ;	$6) \cos 0,8235$ .	№ 28.	a)	$\sin 1,0236$ ;	$6) \cos 0,2267$ .

№	29	a)	sin 1,1438;	6) cos 0,7672.	№ 30.	a)	sin 0,9057;	6) cos 0,2632.	
Варианты к заданию 2)									
Таблица 1					Таблица 2 -				
x	y	№ варианта	Значения аргумента		x	y	№ варианта	Значения аргумента	
			x <sub>1</sub>	x <sub>1</sub>				x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>
1,675	9,5618	1	1,6763	1,6787	1,520	19,670	16	1,5223	,5237
1,676'	9,4703	2	1,6778	1,6792	1,521	20,065	17	1,5228	,5243
1,677	9,3804	3	1,6785	1,6762	1,522	20,477	18	1,5239	,5214
1,678	9,2923	4	1,6794	1,6776	1,523	20,906	19	1,5241	,5257
1,679	9,2057	5	1,6801	1,6786	1,524	21,354	20	1,5256	,5233
1,680	9,1208	6	1,6816	1,6803	1525	21,821	21	1,5267	,5244
1,681	9,0373	7	1,6822	1,6808	1526	22,308	22	1,5272	,5257
1,682	8,9554	8	1,6837	1,6814	1527	22,818	23	1,5284	,5268
1,683	8,8749	9	1,6849	1,6823	1528	23,352	24	1,5295	,5273
1,684	8,7959	10	1,6853	1,6838	1529	23,911	25 '	1,5303	,5287
1,685	8,7182	11	1,6868	1,6843	1530	24,498	26	1,5318	,5292
1,686	8,6418	12	1,6773	1,6798	1531	25,115	27	1,5242	,5276
1,687	8,5668	13	1,6788	1,6802	1532	25,763	28	1,5263	,5286
1,688	8,4931	14	1,6813	1,6797	1,533	26,445	29	1,5288	1,5313
		15	1,6845	1,6821			30	1,5293	1,5308

Образец выполнения задания

1) Определить  $\sin 0,6682$  и  $\cos 0,3033$ . 2) Пользуясь таблицей 2, определить значения функции  $y(x)$  при  $x_1 = 1.5306$   $x_2 = 1,5282$

---

1) При помощи калькулятора выберем несколько значений синуса и составим таблицу разностей первого и второго порядков:

x	sin x	$\Delta y_i$	$\Delta^2 y_i$
0.63	0,5891	0,0081	-0,0001



0,64	0,5972	0,0080	-0,0001
0,65	0,6052	0,0079	0,0000
0,66	0,6131	0,0079	-0,0001
0,67	0,6210	0,0078	—
0,68	0,6288	—	—

На возможность использования линейной интерполяции указывает тот факт, что разности первого порядка практически постоянны, а также выполнение соотношения  $\frac{1}{8} \max_i |\Delta^2 y_i| < 10^{-4}$ ; , действительно,  $0,0001 < 0,0001$ .

При вычислении пользуемся формулой  $f(x)=f(x_0)+q \cdot \Delta f(x_0)$ , где  $q=(x-x_0)/h$ , а  $x_0$ —ближайшее значение в таблице, меньшее чем 0,6682. Имеем  $x_0=0,66$ ;  $q=(0,6682-0,66)/0,01=0,82$ ;  $\sin 0,6682 \approx 0,6131+0,82 \cdot 0,0079=0,6131+0,0065=0,6196$ .

Выберем теперь из таблицы косинусов несколько значений и составим таблицу разностей первого и второго порядков:

x	sin x	$\Delta y_i$	$\Delta^2 y_i$
0,28	0,9611	-0,0029	0
0,29	0,9582	-0,0029	-0,001
0,30	0,9553	-0,0030	-0,001
0,31	0,9523	-0,0031	—
0,32	0,9492	—	—

Разности первого порядка практически постоянны, а также справедливо соотношение

$$\frac{1}{8} \max_i |\Delta^2 y_i| < 10^{-4}; , \text{ (так как } 1/8 \cdot 0,0001 < 0,0001), \text{ что}$$

указывает на возможность применения линейной интерполяции. Полагаем  $x_0=0,30$ ; тогда  $q=(0,3033-0,30)/0,01=0,33$ ; значит,  $\cos 0,3033 \approx 0,9553+0,33 \cdot (-0,0030)=0,9553-0,0010=0,9543$ .

2) Выберем из таблицы 2 несколько значений и составим таблицу разностей первого, второго и третьего порядков:

$x_i$	$y_i$	$\Delta y_i$	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$
1,527	22,818	0,534	0,025	0,003
1,528	23,352	0,559	0,028	0,002
1,529	23,911	0,587	0,030	0,001
1,530	24,498	0,617	0,031	—

1,531	25,115	0,648	—	—
1,532	25,763	—	—	—

В этой таблице разности второго порядка практически постоянны, кроме того, справедливо

соотношение  $\frac{1}{15} \max_i |\Delta^3 y_i| < 10^{-3}$ ; (так как  $1/15 * 0,003 < 0,001$ ;  $0,0002 < 0,001$ ). Все это

указывает на возможность применения квадратичной интерполяции. Для вычислений воспользуемся формулой

$$f(x) \approx y_0 + q\Delta y_0 + \frac{q(q-1)}{2} \Delta^2 y_0,$$

где  $q=(x-x_0)/h$ .

Если  $x= 1,5306$ , то  $x_0= 1,530$ ;  $q=(1,5306-1,530)/0,001 =0,6$ ;

$f(1,5303)= 24,498+0,6 \cdot 0,617+0,6(-0,4)/2 \cdot 0,031 =24,498+0,3702-0,0037=24,8645$ .

Принимаем  $f(1,5306) \approx 24,864$ .

Если  $x= 1,5282$ , то  $x_0= 1,528$ ;  $q=(1,5282-1,528)/0,001 =0,2$ ;

$f(1,5282)=23,352+0,2-0,559+0,2(-0,8)/2 \cdot 0,028 =23,352+0,1118-0,0022 = 23,4616$ . Принимаем  $f(1,5282) \approx 23,462$ .

### Завдання 3

Обчислити значення функції при заданих значеннях аргумента по формулі Ньютона для нерівновіддалених вузлів.

Таблиця 1					Таблиця 2				
х	у	№ варіанта	х <sub>1</sub>	х <sub>2</sub>	х	у	№ варіанта	х <sub>1</sub>	х <sub>2</sub>
0,298	3,25578	1	0,308	0,335	0,593	0,532050	2	0,608	0,630
0,303	3,17639	7	0,314	0,337	0,598	0,535625	8	0,615	0,594
0,310	3,12180	13	0,325	0,303	0,605	0,540598	14	0,622	0,596
0,317	3,04819	19	0,312	0,304	0,613	0,546235	20	0,603	0,631
0,323	2,98755	25	0,321	0,336	0,619	0,550431	26	0,610	0,628

0,330	2,91950					0,627	0,555983			
0,339	2,83598					0,632	0,559428			
Таблица 3						Таблица 4				
x	y	№ варианта	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>		x	y	№ варианта	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>
0,698	2,22336	3	0,720	0,775		0,100	1,12128	4	0,115	0,160
0,708	2,24382	9	0,740	0,705		0,108	1,13160	10	0,124	0,162
0,714	2,26446	15	0,750	0,777		0,119	1,14594	16	0,130	0,164
0,727	2,29841	21	0,765	0,700		0,127	1,15648	22	0,140	0,104
0,736	2,32221	27	0,755	0,704		0,135	1,16712	28	0,150	0,102
0,747	2,35164					0,146	1,18191			
0,760	2,38690					0,157	1,19689			
0,769	2,41162					0,169	1,21344			
0,782	2,44777									
Таблица 5						Таблица 6				
x	y	№ варианта	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>		x	y	№ варианта	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>
0,235	1,20800	5	0,238	0,257		0,095	1,09131	6	0,105	0,114
0,240	1,21256	11	0,261	0,298		0,102	1,23490	12	0,103	0,117
0,250	1,22169	17	0,244	0,272		0,104	1,27994	18	0,109	0,115
0,255	1,22628	23	0,275	0,303		0,107	,35142	26	0,108	0,100
0,265	1,23547	29	0,268	0,292		0,110	,42815	30	0,111	0,118
0,280	1,24933					0,112	,48256			
0,295	1,26328					0,116	,60033			
0,300	1,26795					0,120	,73205			
0,305	1,27263									

x	y	у(х) при аргументі х: 1) .x <sub>1</sub> ; =0,112; 2) x <sub>2</sub> =0,133.
---	---	--

0,103	2,0128
0,108	4
0,115	2,0334
0,120	2
0,128	2,0607
0,136	0

формула

$$y(x) \approx y_0 + f(x_0, x_1)(x - x_0) + f(x_0, x_1, x_2)(x - x_0)(x - x_1),$$

де

$$f(x_0, x_1) = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}; f(x_0, x_1, x_2) = \frac{f(x_1, x_2) - f(x_0, x_1)}{x_2 - x_0}$$

$x_i$	$y_i$	$f(x_i, x_{i+1})$	$f(x_i, x_{i+2}, x_{i+3})$
0.103	2,01284	4,116	-18,238166
0,108	2,03342	3,896142	-16,761833
0,115	2,06070	3,696	-14,788461
0,120	2,07918	3,503750	-13,281250
0,128	2,10721	3,291250	-11,942307
0,136	2.13354	3,136	—
0,141	2,14922		—

1) Найдем значение  $f(0,112)$  двумя способами, взяв за  $x_0$  сначала 0,103, а затем 0,108:

$$f(0,112) \approx 2,01284 + 4,116 \cdot (0,112 - 0,103) + (-18,238166) \cdot (0,112 - 0,103) \cdot (0,112 - 0,108)$$

$$x(0,112 - 0,106) = 2,01284 + 0,037044 - 0,000657 = 2,04923;$$

$$f(0,112) \approx 2,03342 + 3,896142 \cdot (0,112 - 0,108) + (-16,761833) \cdot (0,112 - 0,108) \cdot (0,112 - 0,115)$$

$$x(0,112 - 0,115) = 2,03342 + 0,015589 + 0,000201 = 2,04921.$$

Принимаем  $f(0,112) \approx 2,04922$ .

2) Значение  $f(0,133)$  также определим двумя способами, взяв за  $x_0$  сначала 0,120, а затем 0,128:

$$f(0,133) \approx 2,07918 + 3,50375 \cdot (0,133 - 0,120) + (-13,28125) \cdot (0,133 - 0,120) \cdot (0,133 - 0,128)$$

$$x(0,133 - 0,128) = 2,07918 + 0,045549 - 0,000863 = 2,12387;$$

$$f(0,133) \approx 2,10721 + 3,29125 \cdot (0,133 - 0,128) + (-11,942307) \cdot (0,133 - 0,128) \cdot (0,133 - 0,136)$$

$$x(0,133 - 0,136) = 2,10721 + 0,016456 + 0,000179 = 2,12385.$$

Принимаем  $f(0,133) \approx 2,12386$ .

## Лабораторна робота №5.

## "Відновлення функцій методом найменших квадратів"

Завдання 1. Відновити функцію методом найменших квадратів, вважаючи, що вона лінійна. Побудувати графік.

Завдання 2. Відновити функцію методом найменших квадратів, вважаючи, що вона квадратична. Побудувати графік.

### Завдання 1

Варіант №1.

X	0.41	0.61	0.81	0.01	1.21	1.41	1.61	1.81	2.01	2.21
Y	9.68	10.48	11.48	12.05	12.86	13.65	14.45	15.28	16.12	16.85

Варіант №2.

X	0.57	0.77	0.97	1.17	1.37	1.57	1.77	1.97	2.17	2.37
Y	11.52	12.71	13.88	15.06	16.24	17.49	18.69	19.85	21.08	22.4

Варіант №3.

X	0.73	0.93	1.13	1.33	1.52	1.73	1.93	2.13	2.33	2.53
Y	10.95	12.53	14.11	15.68	17.26	18.92	20.52	22.07	23.71	25.3

Варіант №4.

X	0.89	1.9	1.29	1.49	1.69	1.89	2.09	2.29	2.49	2.69
Y	12.23	13.81	15.39	16.96	18.54	20.20	21.80	23.35	24.99	26.5

Варіант №5.

X	1.05	1.25	1.45	1.65	1.85	2.05	2.25	2.45	2.65	2.85
Y	13.46	15.07	16.70	18.25	19.81	21.48	23.01	24.62	26.24	27.8

Варіант №6.

X	1.21	1.41	1.61	1.81	2.01	2.21	2.41	2.61	2.81	3.01
Y	17.19	19.32	21.56	23.79	26.11	28.63	31.08	33.70	26.40	39.1

Варіант №7.

X	1.37	1.57	1.77	1.97	2.17	2.37	2.57	2.77	2.97	3.17
Y	18.86	21.05	23.35	25.64	28.03	30.61	33.13	35.8	38.56	41.9

Варіант №8.

X	1.52	1.72	1.92	2.12	2.32	2.52	2.72	2.92	3.12	3.32
Y	20.5	22.81	25.17	27.53	29.98	32.62	35.2	37.94	40.77	43.6

Варіант №9.

X	1.35	1.57	1.77	1.97	2.12	2.37	2.57	2.77	2.87	3.14
Y	16.86	24.05	23.38	25.61	27.03	31.61	23.13	35.9	28.56	51.9

Варіант №10.

X	1.61	1.82	1.95	2.1	2.37	2.59	2.78	2.9	3.1	3.33
Y	22.5	24.81	28.17	29.73	29.98	31.52	36.26	37.94	40.7	41.62

Варіант №11

X	0.67	0.87	0.97	1.17	1.36	1.54	1.79	1.99	2.15	2.27
Y	10.52	11.71	12.88	15.06	17.24	18.49	18.79	19.75	21.18	22.47

Варіант №12

X	0.75	0.91	1.12	1.36	1.51	1.76	1.95	2.11	2.38	2.57
Y	10.85	12.43	14.16	15.67	17.27	18.52	20.42	22.27	23.81	24.3

Варіант №13

X	0.86	1.95	1.26	1.39	1.79	1.99	2.19	2.29	2.79	2.99
Y	12.43	13.71	15.89	17.96	18.34	20.24	21.50	23.95	24.89	26.52

Варіант №14

X	0.86	1.95	1.26	1.39	1.79	1.99	2.19	2.29	2.79	2.99
Y	10.52	11.71	12.88	15.06	17.24	18.49	18.79	19.75	21.18	22.47

Варіант №15

X	0.67	0.87	0.97	1.17	1.36	1.54	1.79	1.99	2.15	2.27
Y	10.52	11.71	12.88	15.06	17.24	18.49	18.79	19.75	21.18	22.47

Варіант №16

X	0.96	1.85	1.36	1.37	1.69	1.89	2.29	2.79	2.99	3.09
Y	11.52	12.71	13.88	16.06	18.24	19.49	19.79	19.85	21.14	22.41

Варіант №17

X	2.21	2.41	2.61	2.81	3.01	3.21	3.41	3.61	3.81	4.01
Y	17.19	19.32	21.56	23.79	26.11	28.63	31.08	33.70	26.40	39.1

Варіант №18.

X	1.37	1.57	1.77	1.97	2.17	2.37	2.57	2.77	2.97	3.17
Y	28.86	31.05	33.35	35.64	38.03	40.61	43.13	45.8	48.56	51.9

Варіант №19.

X	3.52	3.72	3.92	4.12	4.32	4.52	4.72	4.92	4.12	4.32
Y	20.1	22.81	25.17	27.58	29.98	32.62	35.2	37.94	40.77	43.8

Варіант №20.

X	4.21	4.41	4.61	4.81	5.01	5.21	5.41	5.61	5.81	5.01
Y	17.19	19.32	21.56	23.79	26.11	28.63	31.08	33.70	26.40	39.1

Варіант №21.

X	1.37	1.57	1.77	1.97	2.17	2.37	2.57	2.77	2.97	3.17
Y	38.86	51.05	53.35	55.64	58.03	50.61	53.13	65.8	68.56	71.9

Варіант №22.

X	5.52	5.72	5.92	6.12	6.32	6.52	6.72	6.92	7.12	7.32
Y	20.5	22.81	25.17	27.53	29.98	32.62	35.2	37.94	40.77	43.6

Варіант №23

X	0.67	0.87	0.97	1.17	1.36	1.54	1.79	1.99	2.15	2.27
Y	15.52	16.71	18.88	19.06	21.24	22.49	22.79	23.75	24.18	25.47

Варіант №24

X	1.75	1.91	2.12	2.36	2.51	2.76	2.95	3.11	3.38	4.57
Y	10.85	12.43	14.16	15.67	17.27	18.42	20.42	22.27	23.81	24.37

Варіант №25

X	0.86	1.95	1.26	1.39	1.79	1.99	2.19	2.29	2.79	2.99
Y	13.45	13.77	15.85	17.91	18.33	20.22	21.51	23.99	24.69	26.52

Варіант №26

X	0.67	0.87	0.95	1.17	1.31	1.54	1.79	1.94	2.13	2.21
Y	10.52	11.71	12.89	15.06	17.24	18.49	18.69	19.75	21.18	22.37

Варіант №27

X	0.76	0.91	1.12	1.36	1.52	1.76	1.95	2.18	2.38	2.87
Y	10.85	12.45	14.16	15.37	17.27	18.22	20.42	22.29	23.82	24.37

Варіант №28

X	0.76	1.85	1.25	1.30	1.77	1.49	2.18	2.27	2.69	3.19
Y	13.43	15.71	17.89	19.96	18.39	21.24	24.56	26.93	28.89	29.51

## Завдання 2

Варіант №1.

X	-2.0	-1.5	-1.0	-0.5	0.0	0.5	1.0	1.5	2.00	2.5
Y	19.77	12.56	6.08	1.38	-2.04	-4.26	-5.96	-3.60	-2.32	2.11

Варіант №2.

X	-1.3	-0.8	-0.3	0.2	0.7	1.2	1.7	2.20	2.7	3.2
Y	9.77	3.16	-0.77	-3.64	-4.62	-4.71	-2.15	0.53	4.24	9.56

Варіант №3

X	-2.0	-1.5	-1.0	-0.5	0.0	0.5	1.0	1.5	2.00	2.5
Y	19.37	12.26	6.18	1.48	-2.14	-4.56	-5.86	-3.70	-2.42	2.31

Варіант №4.

X	-1.3	-0.8	-0.3	0.2	0.7	1.2	1.7	2.20	2.7	3.2
Y	9.47	3.26	-0.57	-3.64	-4.32	-4.81	-2.25	0.83	4.14	9.46

Варіант №5.

X	-2.0	-1.5	-1.0	-0.5	0.0	0.5	1.0	1.5	2.00	2.5
Y	15.77	11.56	5.08	1.98	-2.34	-4.66	-5.76	-3.10	-2.62	2.41

Варіант №6.

X	-1.3	-0.8	-0.3	0.2	0.7	1.2	1.7	2.20	2.7	3.2
Y	7.77	2.16	-1.77	-2.64	-3.62	-3.71	-3.15	-1.53	3.24	8.56

Варіант №7.

X	-2.0	-1.5	-1.0	-0.5	0.0	0.5	1.0	1.5	2.00	2.5
Y	19.77	12.56	6.08	1.38	-2.04	-4.26	-5.96	-3.60	-2.32	2.11

Варіант №8.

X	-1.3	-0.8	-0.3	0.2	0.7	1.2	1.7	2.20	2.7	3.2
Y	9.77	3.16	-0.77	-3.64	-4.62	-4.71	-2.15	0.53	4.24	9.56

Варіант №9.

X	-2.0	-1.5	-1.0	-0.5	0.0	0.5	1.0	1.5	2.00	2.5
---	------	------	------	------	-----	-----	-----	-----	------	-----



Y 17.77 11.56 6.98 1.78 -2.14 -3.26 -5.56 -3.10 -2.02 2.71

Варіант №10.

X -1.3 -0.8 -0.3 0.2 0.7 1.2 1.7 2.20 2.7 3.2  
Y 9.73 3.26 -0.78 -3.54 -4.32 -4.51 -2.25 0.43 4.54 9.26

Варіант №11.

X -2.0 -1.5 -1.0 -0.5 0.0 0.5 1.0 1.5 2.00 2.5  
Y 15.77 10.56 4.08 0.38 -0.04 -2.26 -3.96 -1.60 -1.32 1.17

Варіант №12.

X -1.3 -0.8 -0.3 0.2 0.7 1.2 1.7 2.20 2.7 3.2  
Y 8.74 3.15 -0.74 -3.63 -4.61 -4.81 -2.35 0.58 4.27 9.26

Варіант №13.

X -2.0 -1.5 -1.0 -0.5 0.0 0.5 1.0 1.5 2.00 2.5  
Y 19.27 12.16 6.18 1.28 -2.06 -4.28 -5.76 -3.64 -2.52 2.31

Варіант №14.

X -1.3 -0.8 -0.3 0.2 0.7 1.2 1.7 2.20 2.7 3.2  
Y 10.27 3.66 -0.57 -3.44 -4.22 -4.51 -2.16 0.57 4.29 10.58

Варіант №15.

X -2.0 -1.5 -1.0 -0.5 0.0 0.5 1.0 1.5 2.00 2.5  
Y 18.77 12.56 6.08 1.38 -2.04 -4.26 -5.96 -3.60 -2.32 2.16

Варіант №16.

X -1.3 -0.8 -0.3 0.2 0.7 1.2 1.7 2.20 2.7 3.2  
Y 9.77 4.16 -0.77 -3.64 -4.62 -4.72 -2.15 0.53 4.24 9.53

Варіант №17

X -2.0 -1.5 -1.0 -0.5 0.0 0.5 1.0 1.5 2.00 2.5  
Y 19.37 13.26 6.18 1.46 -2.14 -4.56 -5.86 -3.70 -2.42 2.37

Варіант №18.

X -1.3 -0.8 -0.3 0.2 0.7 1.2 1.7 2.20 2.7 3.2  
Y 9.47 4.26 -0.57 -3.65 -4.32 -4.81 -2.25 0.83 4.14 10.46

Варіант №19.

X -2.0 -1.5 -1.0 -0.5 0.0 0.5 1.0 1.5 2.00 2.5

Y 15.77 12.56 5.08 1.93 -2.34 -4.66 -5.76 -3.10 -2.62 2.47

Варіант №20.

X -1.3 -0.8 -0.3 0.2 0.7 1.2 1.7 2.20 2.7 3.2  
Y 7.77 3.16 -1.75 -2.64 -3.62 -3.71 -3.15 -1.53 3.24 8.46

Варіант №21.

X -2.0 -1.5 -1.0 -0.5 0.0 0.5 1.0 1.5 2.00 2.5  
Y 19.77 12.56 6.09 1.38 -2.04 -4.26 -5.96 -3.60 -2.32 3.11

Варіант №22.

X -1.3 -0.8 -0.3 0.2 0.7 1.2 1.7 2.20 2.7 3.2  
Y 9.77 3.16 -0.73 -3.64 -5.62 -4.71 -2.15 0.53 4.24 9.56

Варіант №23.

X -2.0 -1.5 -1.0 -0.5 0.0 0.5 1.0 1.5 2.00 2.5  
Y 17.77 11.56 6.98 2.78 -2.14 -3.26 -5.56 -3.10 -2.02 2.71

Варіант №24.

X -1.3 -0.8 -0.3 0.2 0.7 1.2 1.7 2.20 2.7 3.2  
Y 9.73 3.26 -0.78 -3.52 -5.32 -4.51 -2.25 0.43 4.54 9.26

Варіант №25.

X -2.0 -1.5 -1.0 -0.5 0.0 0.5 1.0 1.5 2.00 2.5  
Y 15.77 10.56 3.08 0.38 -0.04 -2.26 -3.96 -1.60 -1.32 1.17

Варіант №26.

X -1.3 -0.8 -0.3 0.2 0.7 1.2 1.7 2.20 2.7 3.2  
Y 8.74 3.15 -0.74 -3.63 -5.41 -4.81 -2.35 0.58 4.27 9.26

Варіант №27.

X -2.0 -1.5 -1.0 -0.5 0.0 0.5 1.0 1.5 2.00 2.5  
Y 20.27 12.16 6.18 1.28 -3.06 -4.28 -5.76 -3.64 -2.52 2.31

Варіант №28.

X -1.3 -0.8 -0.3 0.2 0.7 1.2 1.7 2.20 2.7 3.2  
Y 10.27 3.66 -0.57 -4.44 -4.22 -4.51 -2.16 0.57 4.29 9.58

## Лабораторна робота №6.

### Подання функцій за допомогою формули Тейлора

Завдання:

Для своїх  $p$  і  $q$  побудувати многочлени Тейлора  $T_1(x)$ ,  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$ ,  $T_4(x)$  функцій  $f(x)$  і  $g(x)$  та їхні графіки. Знайти і оцінити залишковий член  $R_2(x)$ .

Завдання 1.

$$f(x) = \sin(5\ln(x+q)+p).$$

Завдання 2.

$$g(x) = (p + q \sin(2x))^{1/3}.$$

Примітка. Якщо  $q=0$ , то покласти  $q=3$ .

## Лабораторна робота №7.

### Нелінійні рівняння

#### Завдання 1.

- 1) Отделить корни аналитически.
- 2) Отделить корни аналитически и уточнить один из них методом проб с точностью до 0,01.
- 3) Отделить корни графически.
- 4) Отделить корни графически и уточнить один из них методом проб с точностью до 0,01.

№1	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>2^x+5x-3=0</math>;</li> <li>2) <math>3x^4+4x^3-12x^2-5=0</math>;</li> <li>3) <math>0,5^x+1=(x-2)^2</math>;</li> <li>4) <math>(x-3)\cos x=1, -2\pi\leq x\leq 2\pi</math>.</li> </ol>	№2	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>\arctg x - 1/3x^3=0</math>;</li> <li>2) <math>2x^3-9x^2-60x+1=0</math>;</li> <li>3) <math>[\log_2(-x)]*(x+2)=-1</math>;</li> <li>4) <math>\sin(x+\pi/3)-0,5=0</math>.</li> </ol>
№3	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>5^x+3x=0</math>;</li> <li>2) <math>x^4-x-1=0</math>;</li> <li>3) <math>x^2-2+0,5^x=0</math>;</li> <li>4) <math>(x-1)^2*\lg(x+11)=1</math>;</li> </ol>	№4	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>2e^x=5x+2</math>;</li> <li>2) <math>2x^4-x^2-10=0</math>;</li> <li>3) <math>x*\log_3(x+1)=1</math>;</li> <li>4) <math>\cos(x+0,5)=x^3</math>.</li> </ol>
№5	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>3^{x-1}-2-x=0</math>;</li> <li>2) <math>3x^4+8x^3+6x^2-10=0</math>;</li> <li>3) <math>(x-4)^2*\log_{0,5}(x-3)=0</math>;</li> <li>4) <math>5\sin x = x</math>;</li> </ol>	№6	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>\arctg x - 1/2x^3=0</math>;</li> <li>2) <math>x^4-18x^2+6=0</math>;</li> <li>3) <math>x^2*2^x=1</math>;</li> <li>4) <math>\tg x = x + 1 - \pi/2\leq x\leq \pi/2</math>.</li> </ol>
№7	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>e^{-2x}-2x+1=0</math>;</li> <li>2) <math>x^4+4x^3-8x^2-17=0</math>;</li> <li>3) <math>0,5^x-1=(x+2)^2</math>;</li> <li>4) <math>x^2\cos 2x=-1</math>.</li> </ol>	№8	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>5^x-6^x-3=0</math>;</li> <li>2) <math>x^4-x^3-2x^2+3x-3=0</math>;</li> <li>3) <math>2x^2-0,5^x-3=0</math>;</li> <li>4) <math>x\lg(x+1)=1</math>;</li> </ol>
№9	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>\arctg(x-1)+2x=0</math>;</li> <li>2) <math>3x^4+4x^3-12^2+1=0</math>;</li> </ol>	№10	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>2\arctg x - x + 3 = 0</math>;</li> <li>2) <math>3x^4-8x^3-18x^2+2=0</math>;</li> <li>3) <math>2\sin(x+\pi/3)=0,5x^2-1</math>;</li> <li>4) <math>2\lg x-x/2+1=0</math>.</li> </ol>
№11	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>3^x+2x-2=0</math>;</li> <li>2) <math>2x^4-8x^3+8x^2-1=0</math>;</li> <li>3) <math>[(x-2)^2-1]2^x=1</math>;</li> <li>4) <math>(x-2)\cos x=1, -2\pi\leq x&lt;2\pi</math>;</li> </ol>	№12	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>2\arctg x - 3x + 2 = 0</math>;</li> <li>2) <math>2x^4+8x^3+8x^2-1=0</math>;</li> <li>3) <math>[\log^2(x+2)](x-1)=1</math>;</li> <li>4) <math>\sin(x-0,5)-x+0,8=0</math>.</li> </ol>
№13	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>3^x+2x-5=0</math>;</li> <li>2) <math>x^4-4x^3-8x^2+1=0</math>;</li> <li>3) <math>x^2-3+0,5^x=0</math>;</li> <li>4) <math>(x-2)^2\lg(x+11)=1</math>.</li> </ol>	№14	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>2e^x+3x+1=0</math>;</li> <li>2) <math>3x^4+4x^3-12x^2-5=0</math>;</li> <li>3) <math>x\log_3(x+1)=2</math>;</li> <li>4) <math>\cos(x+0,3)=x^2</math>.</li> </ol>
№15	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>3^{x-1}-4-x=0</math>;</li> <li>2) <math>2x^3-9x^2-60x+1</math>;</li> <li>3) <math>(x-3)^2\log_{0,5}(x-2)=-1</math>;</li> <li>4) <math>5\sin x = x - 1</math>;</li> </ol>	№16	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>\arctg x - 1/3x^3=0</math>.</li> <li>2) <math>x^4-x-1=0</math>;</li> <li>3) <math>(x-1)^2 2^x=1</math>;</li> <li>4) <math>\tg^3 x=x-1, -\pi/2\leq x\leq \pi/2</math>.</li> </ol>
№17	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>e^x+x+1=0</math>;</li> <li>2) <math>2x^4-x^2-10=0</math>;</li> <li>3) <math>0,5^x-3=(x+2)^2</math>;</li> <li>4) <math>x^2\cos 2x=-1, 2\pi\leq x\leq 2\pi</math>.</li> </ol>	№18	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>3^x-2x+5=0</math>;</li> <li>2) <math>3x^4+8x^3+6x^2-10=0</math>;</li> <li>3) <math>2x^2-0,5^x-2=0</math>;</li> <li>4) <math>x\lg(x+1)=1</math>.</li> </ol>

- №19 1)  $\arctg(x-1)+3x-2=0$ ;  
2)  $x^4 - 18x^2 + 6 = 0$ ;
- №20 1)  $2 \arctg x - x + 3 = 0$ ;  
2)  $x^4 + 4x^3 - 8x^2 - 17 = 0$ ;  
3)  $2\sin(x+\pi/3) = x^2 - 0.5$ ;  
4)  $2 \lg x - x/2 + 1 = 0$ ;
- №21 1)  $2^x - 3x - 2 = 0$ ;  
2)  $x^4 - x^3 - 2x^2 + 3x - 3 = 0$ ;  
3)  $(0,5)^x + 1 = (x-2)^2$ ;  
4)  $(x-3)\cos x = 1, -2\pi \leq x \leq 2\pi$
- №22 1)  $\arctg x + 2x - 1 = 0$ ;  
2)  $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 1 = 0$ ;  
3)  $(x+2)\log_2(x) = 1$ ;  
4)  $\sin(x+1) = 0, 5x$ .
- №23 1)  $3^{x+2}x - 3 = 0$ ;  
2)  $3x^4 - 8x^3 - 18x^2 + 2 = 0$ ;  
3)  $x^2 - 4 + 0,5^x = 0$ ;  
4)  $(x-2)^2 \lg(x+1) = 1$ ;
- №24 1)  $2e^x - 2x - 3 = 0$ ;  
2)  $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 - 5 = 0$ ;  
3)  $x \log_3(x+1) = 1$ ;  
4)  $\cos(x+0,5) = x^3$ .
- №25 1)  $3^x + 2 + x = 0$   
2)  $2x^3 - 9x^2 - 60x + 1 = 0$ ;  
3)  $(x-4)^2 \log_{0,5}(x-3) = -1$ ;  
4)  $5\sin x = x - 0,5$ .
- №26 1)  $\arctg(x-1) + 2x - 3 = 0$ ;  
2)  $x^4 - x - 1 = 0$ ;  
3)  $(x-1)^2 2^x = 1$ ;  
4)  $\lg^3 x = x + 1, -\pi/2 \leq x \leq \pi/2$ .
- №27 1)  $e^{2x} - 2x + 1 = 0$ ;  
2)  $2x^4 - x^2 - 10 = 0$ ;  
3)  $0,5^x - 3 = -(x+1)^2$ ;  
4)  $x^2 \cos 2x = -1$ .
- №28 1)  $3^x - 2x - 5 = 0$ ;  
2)  $3x^4 + 8x^3 + 6x^2 - 10 = 0$ ;  
3)  $2x^2 - 0,5^x - 3 = 0$ ;  
4)  $x \lg(x+1) = 1$ .
- №29 1)  $\arctg(x-1) + 2x = 0$ ;  
2)  $x^4 - 18 + 6 = 0$ ;  
3)  $(x-2)^2 2^x = 1$ ;  
4)  $x^2 - 10 \sin x = 0$ .
- №30 1)  $3^x + 5^x - 2 = 0$ ;  
2)  $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 1 = 0$ ;  
3)  $0,5^x + 1 = (x-2)^2$ ;  
4)  $(x+3)\cos x = 1, -2\pi \leq x \leq 2\pi$ .

Образец выполнения задания

- 1)  $5^x - 6x - 3 = 0$ ; 2)  $x^4 - x^3 - 2x^2 + 3x - 3 = 0$ ;  
3)  $2\cos(x+\pi/6) + x^2 = 3x - 2$ ; 4)  $x^2 \log_{0,5}(x+1) = 1$ .

1) Обозначим  $f(x) = 5^x - 6x - 3$ . Находим производную  $f'(x) = 5^x \ln 5 - 6$ . Вычислите корни производной:

$$5^x \lg 5 - 6 = 0; 5^x = 6/\lg 5; x \lg 5 = \lg 6 - \lg(\lg 5);$$

$$x = (\lg 6 - \lg(\lg 5))/\lg 5 = (0,7782 - 0,2065)/0,6990 = 0,5717/0,6990 \approx 0,82.$$

Составим таблицу знаков функции  $f(x)$ , полагая  $x$  равным

а) критическим значениям функции (корням производной) или близким к ним;

б) граничным значениям (исходя из области допустимых значений неизвестного):

$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$
$\text{sign}(f)$	$+$	$-$	$+$

Так как происходят две перемены знака функции, то уравнение имеет два действительных корня. Чтобы завершить операцию отделения корней, следует уменьшить промежутки, содержащие корни, так чтобы их длина была не больше 1. Для этого составим новую таблицу знаков функции  $f(x)$ :

$x$	$-1$	$0$	$1$	$2$
$\text{sign}(f)$	$+$	$-$	$-$	$+$

Отсюда видно, что корни заключены в следующих промежутках:

$$x_1 \in [-1, 0]; x_2 \in [1, 2].$$

2) Полагая  $f(x) = x^4 - x^3 - 2x^2 + 3x - 3$ . имеем.  $f'(x) = 4x^3 - 3x^2 - 4x + 3$ . Найдем корни производной  $4x^3 - 3x^2 - 4x + 3 = 0$ ;  $4x(x^2 - 1) - 3(x^2 - 1) = 0$ ;  $(x^2 - 1)(4x - 3) = 0$ ;  $x_1 = -1$ ;  $x_2 = 1$ ;  $x_3 = 3/4$ .

Составим таблицу знаков функций  $f(x)$ :

x	$-\infty$	-1	$3/4$	1	$+\infty$
sign(f)	+	-	—	—	+

Из таблицы видно, что уравнение имеет два действительных корня:  $x_1 \in ]-\infty, -1]$ ;  $x_2 \in [1, +\infty[$ .  
Уменьшим промежутки, в которых находятся корни:

x	-2	-1	1	2
sign(f)	+	—	—	+

Следовательно,  $x_1 \in [-2; -1]$ ;  $x_2 \in [1, 2]$ .

Уточним один из корней, например  $x_1 \in [-2, -1]$ , методом проб до сотых долей. Все вычисления удобно проводить, используя следующую таблицу:

n	$a_n^+$	$b_n^+$	$x_n = \frac{a_n + b_n}{2}$	$x_n^4$	$-x_n^3$	$-2x_n^2$	$3x_n$	$f(x_n)$
0	-2	-1	-1,5	5,0625	3,375	-4,5	-4,5	-3,5625
1	-2	-1,5	-1,75	9,3789	5,3594	-6,125	-5,25	0,3633
2	-1,75	-1,5	-1,63	7,0591	4,3307	-5,3138	-4,89	-1,8140
3	-1,75	-1,63	-1,69	8,1573	4,8268	-5,7122	-5,07	-0,7981
4	-1,75	-1,69	-1,72	8,7521	5,0884	-5,9168	-5,16	-0,2363
5	-1,75	-1,72	-1,73	8,9575	5,1777	-5,9858	-5,19	-0,0406
6	-1,75	-1,73	-1,74	9,1664	5,2680	-6,0552	-5,22	0,1592
7	-1,74	-1,73						

Ответ:  $x_1 \approx -1,73$ .

3) Перепишем уравнение в виде  $2\cos(x+\pi/6) = -x^2+3x-2$ . Обозначив  $y_1=2\cos(x+\pi/6)$ ,  $y_2=-x^2+3x-2$ , построим графики этих функций' (рис. 1).

Из графика видно, что уравнение имеет два корня:  $x_1 \approx 1,1$ ;  $x_2 \approx 2,9$ .

4) Перепишем уравнение в виде  $\log_{0,5}(x+1)=1/x^2$ . Обозначив  $y_1=\log_{0,5}(x+1)$ ,  $y_2=1/x^2$ , построим графики этих функций (рис.2). Из , графика видно, что уравнение имеет один корень  $x_1 \approx 0,8$   
Для уточнения этого корня методом проб выберем промежуток, на концах которого функция  $f(x)=\log_{0,5}(x+1)-1/x^2$  имеет разные знаки. Составим таблицу:

x	-0,5	-0,8
signf(x)	—	+

Для удобства расчетов перейдем к десятичным логарифмам;

$$f(x)=x^2 \lg(x+1)/\lg 0,5-1=x^2 \lg(x+1)/(-0,301)-1.$$

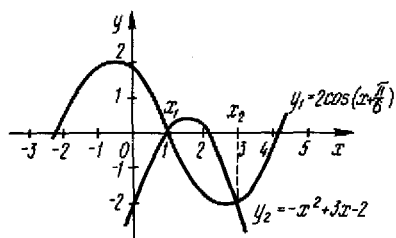


Рис. 1

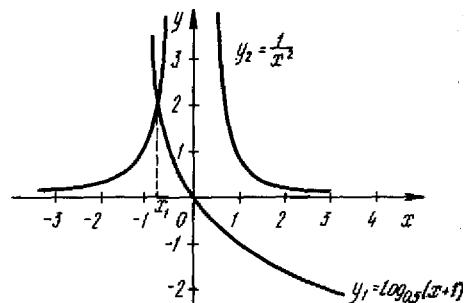


Рис. 2

Дальнейшие вычисления производим в таблице:

$n$	$a_n$	$b_n$	$x_n = \frac{a_n + b_n}{2}$	$x_n^2$	$\lg(x+1)$	$f(x_n)$
0	-0,8	-0,5	-0,65	0,4225	-0,4559	-0,360
1	-0,8	-0,65	-0,73	0,5329	-0,5686	0,0067
2	-0,73	-0,65	-0,69	0,4761	-0,5086	-0,196
3	-0,73	-0,69	-0,71	0,5041	-0,5376	-0,099
4	-0,73	-0,71	-0,72	0,5184	0,5528	-0,048
5	-0,73	-0,72				

Ответ:  $x \approx -0,73$ .

## Завдання 2.

- Отделить корни уравнения графически и уточнить один из них методом итераций с точностью до 0,001.
- Отделить корни уравнения аналитически и уточнить один из них методом итераций с точностью до 0,001.

№1 1)  $\ln x + (x+1)^3$

2)  $x^3 - 2x + 2 = 0$ .

№2 1)  $x * 2^x = 1$

2)  $x^3 - 3x^2 + 9x - 10 = 0$ .

№3 1)  $\sqrt{x+1} = \frac{1}{x}$ ;

2)  $x^3 - 2x + 2 = 0$ .

№4 1)  $x - \cos x = 0$ ;

2)  $x^3 - 2x + 2 = 0$ .

№5 1)  $3x + \cos x + 1 = 0$ ;

2)  $x^3 + x - 3 = 0$ .

№6 1)  $x + \ln x = 0,5$ ;

2)  $x^3 + 0,4x^2 + 0,6x - 1,6 = 0$ .

№7 1)  $2 - x = \ln x$ ;

2)  $x^3 + 0,2x^2 + 0,4x - 1,4 = 0$ .

№8 1)  $(x-1)^2 = (1/2)e^x$ ;

2)  $x^3 - 0,1x^2 + 0,4x + 2 = 0$ .

№9 1)  $(2-x)e^x = 0,5$ ;

2)  $x^3 + 3x^2 + 12x + 3 = 0$ .

№10 1)  $2,2x - 2^x = 0$ ;

2)  $x^3 - 0,2x^2 + 0,5x - 1 = 0$ .

№11 1)  $x^2 + 4\sin x = 0$ ;

2)  $x^3 - 0,1x^2 + 0,4x + 1,2 = 0$ .

№12 1)  $2x - \lg x = 7$ ;

2)  $x^3 - 3x^2 + 6x - 5 = 0$ .

№13 1)  $5x - 8 \ln x = 8$ ;

2)  $x^3 - 0,2x^2 + 0,5x - 1,4 = 0$ .

№14 1)  $3x - e^x = 0$ ;

2)  $x^3 + 2x + 4 = 0$ .

№15 1)  $x(x+1)^2 = 1$ ;

2)  $x^3 - 3x^2 + 12x - 12 = 0$ .

№16 1)  $x = (x+1)^3$

2)  $x^3 + 2x^2 + 0,5x + 0,8 = 0$ .

№17 1)  $x^2 = \sin x$ ;

2)  $x^3 + 4x - 6 = 0$ .

№18 1)  $x^3 = \sin x$ ;

2)  $x^3 + 0,1x^2 + 0,4x - 1,2 = 0$ .

№19 1)  $x = \sqrt{\lg(x+2)}$ ;

2)  $x^3 + 3x^2 + 6x - 1 = 0$ .

- №20 1)  $x^2 = \ln(x+1)$ ; 2)  $x^3 - 0,1x^2 + 0,4x - 1,5 = 0$ .  
 №21 1)  $2x + \lg x = -0,5$ ; 2)  $x^3 - 3x^2 + 6x - 2 = 0$ .  
 №22 1)  $2x + \cos x = 0,5$ ; 2)  $x^3 - 0,2x^2 + 0,3x - 1,2 = 0$ .  
 №23 1)  $\sin 0,5x + 1 - x^2$ ;  $x > 0$ ; 2)  $x^3 - 3x^2 + 12x - 9 = 0$ .  
 №24 1)  $0,5x + \lg(x-1) = 0,5$ ; 2)  $x^3 + 0,2x^2 - 0,5x - 2 = 0$ .  
 №25 1)  $\sin(0,5+x) = 2x - 0,5$ ; 2)  $x^3 + 3x + 1 = 0$ .  
 №26 1)  $\lg(2+x) + 2x - 2$ ; 2)  $x^3 - 0,2x^2 + 0,5x - 1,2 = 0$ .  
 №27 1)  $\lg(1+2x) = 2 - x$ ; 2)  $x^3 - 3x^2 + 9x + 2 = 0$ .  
 №28 1)  $2\sin(x-0,6) = 1,5 - x$ ; 2)  $x^3 - 0,1x^2 + 0,4x - 1,5 = 0$ .  
 №29 1)  $x + \lg(1+x) = 1,5$ ; 2)  $x^3 - 3x^2 + 6x + 3 = 0$ .  
 №30 1)  $x + \cos x = 1$ ; 2)  $x^3 - 0,1x^2 + 0,3x - 0,6 = 0$ .

Образец выполнения задания

1)  $2x + \lg(2x+3) = 1$ ; 2)  $x^3 - 2x^2 + 7x + 3 = 0$ .

1) найдем приближенные значения корней графически; для этого уравнение удобно представить в виде  $\lg(2x+3) = 1 - 2x$  (рис. 4). Из графика видно, что уравнение имеет один корень, лежащий в промежутке  $[0; 0,5]$ . Для уточнения его методом итераций приведем уравнение к виду  $x = \varphi(x)$ .

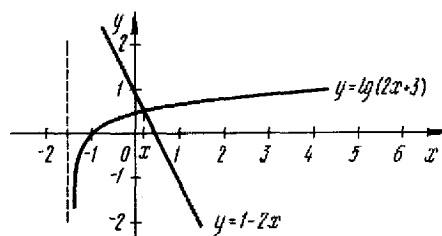


Рис. 4

Функцию  $\varphi(x)$  будем искать из соотношения  $\varphi(x) = x - f(x)/k$ , считая,  $K$  что  $k \geq Q/2$ , где  $Q = \max|f'(x)|$ ; число  $k$  имеет тот же знак, что и  $f'(x)$  в промежутке  $[0; 0,5]$ . Находим

$$f(x) = 2x + \lg(2x+3) - 1;$$

$$f'(x) = 2 + 0,8686/(2x+3);$$

$$Q = \max f'(x) = 2 + 0,8686/(2 \cdot 0 + 3) \approx 2,2895; f'(x) > 0 \text{ при } 0 \leq x \leq 0,5.$$

Примем  $k=2$ , тогда

$$\varphi(x) = x - \frac{f(x)}{2} = x - x - \frac{\lg(2x+3)}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \lg(2x+3).$$

За начальное приближение возьмем  $x_0 = 0$ , все остальные приближения будем определять из равенства

$$x_{n+1} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \lg(2x_n + 3).$$

Вычисления удобно располагать в таблице:

$n$	$x_n$	$2x_n + 3$	$\lg(2x_n + 3)$	$(1/2)\lg(2x_n + 3)$
0	0	3	0,4771	0,2386
1	0,2614	3,5228	0,5469	0,2734
2	0,2266	3,4532	0,5382	0,2691
3	0,2309	3,4618	0,5394	0,2697
4	0,2303	3,4606	0,5392	0,2696
5	0,2304			

Ответ:  $x \approx 0,230$ .

2. Отделяем корни аналитически. Находим

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 7x + Y, f'(x) = 3x^2 - 4x + 7, D = 4 - 21 \cdot 4 < 0. \text{ Составим таблицу:}$$

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$+\infty$
$\text{sign}(f)$	$-$	$-$	$+$	$1$



Уравнение имеет действительный корень, лежащий в промежутке.  $[-1, 0]$ . Приведем уравнение к виду  $x=\varphi(x)$  так, чтобы  $(\varphi'(x)) < 1$  при  $-1 \leq x \leq 0$ . Так как  $Q = \max_{[1,0]} |f'(x)| = f'(1) = 3 + 4 + 7 = 14$ ,

то можно взять  $k=10$ . Тогда

$$\varphi(x) = x - f(x)/k = x - 0,1x^3 + 0,2x^2 - 0,7x - 0,3 = -0,1x^3 + 0,2x^2 + 0,3x - 0,3.$$

Пусть  $x_0=0$ , тогда  $x_{n+1}=\varphi(x_n)$ . Вычисления располагаем в таблице:

n	$x_n$	$x_n^2$	$x_n^3$	$\varphi(x_n)$
0	0	0	0	-0,3
1	-0,3	0,09	-0,027	-0,3693
2	-0,3693	0,1364	-0,0504	-0,3785
3	-0,3785	0,1433	-0,0542	-0,3795
4	-0,3795	0,1440	-0,0546	-0,3796
5	-0,3796			

Ответ:  $x \approx -0,380$ .

### Задание 3.

1) Используя метод Ньютона, решить систему нелинейных уравнений 2) с точностью до 0,01.

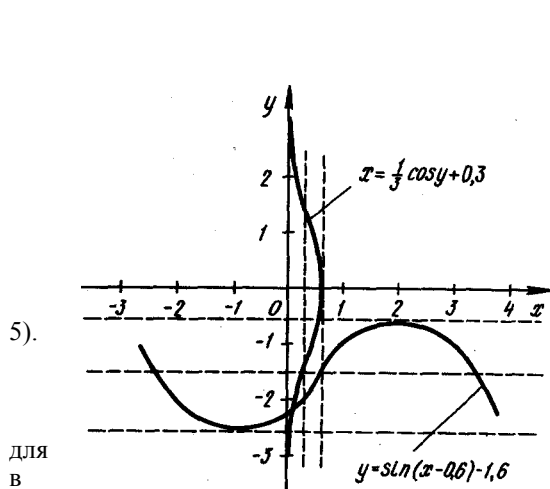
- |     |   |   |
|-----|---|---|
| №1  | 1) $\begin{cases} \sin(x+1)-y=1,2; \\ 2x+\cos y = 2. \end{cases}$     | 2) $\begin{cases} \operatorname{tg}(xy+0,4)=x^2; \\ 0,6x^2+2y^2=1, x>0, y>0. \end{cases}$ |
| №2  | 1) $\begin{cases} \cos(x-1)+y=0,5; \\ x-\cos y = 3. \end{cases}$      | 2) $\begin{cases} \sin(x+y)-1,6x=0; \\ x^2+y^2=1, x>0, y>0. \end{cases}$                  |
| №3  | 1) $\begin{cases} \sin x+2y=1,5; \\ 2x-\sin(y-0,5)=1; \end{cases}$    | 2) $\begin{cases} \operatorname{tg}(xy+0,1)-x^2; \\ x^2+2y^2=1. \end{cases}$              |
| №4  | 1) $\begin{cases} \cos x + y = 1,5; \\ 2x-\sin(y-0,5)=1. \end{cases}$ | 2) $\begin{cases} \sin(x+y)-1,2x=0,2; \\ x^2+y^2=1. \end{cases}$                          |
| №4  | 1) $\begin{cases} \cos x + y = 1,5; \\ 2x-\sin(y-0,5)=1. \end{cases}$ | 2) $\begin{cases} \sin(x+y)-1,2x=0,2; \\ x^2+y^2=1. \end{cases}$                          |
| №5  | 1) $\begin{cases} \sin(x+0,5)-y=1; \\ \cos(y-2)+x=0. \end{cases}$     | 2) $\begin{cases} \operatorname{tg}(xy+0,1)=x^2; \\ x^2+2y^2=1. \end{cases}$              |
| №6  | 1) $\begin{cases} \cos(x+0,5)+y=0,8; \\ \sin y - 2x=1,6. \end{cases}$ | 2) $\begin{cases} \sin(x+y)-1,3x=0; \\ x^2+y^2=1. \end{cases}$                            |
| №7  | 1) $\begin{cases} \sin(x-1)=1,3-y; \\ x-\sin(y+1)=0,8. \end{cases}$   | 2) $\begin{cases} \operatorname{tg} xy=x^2; \\ 0,8x^2+2y^2=1. \end{cases}$                |
| №8  | 1) $\begin{cases} 2y-\cos(x+1)=0; \\ x+\sin y=-0,4 \end{cases}$       | 2) $\begin{cases} \sin(x+y)=1,5x=0,1; \\ x^2+y^2=1. \end{cases}$                          |
| №9  | 1) $\begin{cases} \cos(x+0,5)-y=2; \\ \sin y-2x=1. \end{cases}$       | 2) $\begin{cases} \operatorname{tg} xy=x^2; \\ 0,8x^2+2y^2=1. \end{cases}$                |
| №10 | 1) $\begin{cases} \sin(x+2)-y=1,5; \\ x+\cos(y-2)=0,5. \end{cases}$   | 2) $\begin{cases} \sin(x+y)-1,2x=0,1; \\ x^2+y^2=1. \end{cases}$                          |
| №11 | 1) $\begin{cases} \sin(y+1)-x=1,2; \\ 2y+\cos x = 2. \end{cases}$     | 2) $\begin{cases} \operatorname{tg}(xy+0,2)=x^2; \\ 0,6x^2+2y^2=1. \end{cases}$           |
| №12 | 1) $\begin{cases} \cos(y-1)-x=1,2; \\ 2y+\cos x = 2. \end{cases}$     | 2) $\begin{cases} \operatorname{tg}(xy+0,2)=x^2; \\ 0,6x^2+2y^2=1. \end{cases}$           |
| №13 | 1) $\begin{cases} \sin y + 2x=2; \\ \cos(x-1)+y=0,7. \end{cases}$     | 2) $\begin{cases} \operatorname{tg}(xy+0,4)=x^2; \\ 0,8x^2+2y^2=1. \end{cases}$           |
| №14 | 1) $\begin{cases} \cos y+x=1,5; \\ 2y-\sin(x-0,5)=1. \end{cases}$     | 2) $\begin{cases} \sin(x+y)=1,2x-0,1; \\ x^2+y^2=1. \end{cases}$                          |
| №15 | 1) $\begin{cases} \sin(y+0,5)-x=1; \\ \cos(x-2)+y=0. \end{cases}$     | 2) $\begin{cases} \operatorname{tg}(xy+0,1)=x^2; \\ 0,9x^2+2y^2=1. \end{cases}$           |
| №16 | 1) $\begin{cases} \cos(y+0,5)+x=0,8; \\ \sin x - 2y=1,6. \end{cases}$ | 2) $\begin{cases} \sin(x+y)-1,4x=0; \\ x^2+y^2=1. \end{cases}$                            |
| №17 | 1) $\begin{cases} \sin(y-1)+x=1,3; \end{cases}$                       | 2) $\begin{cases} \operatorname{tg}(xy+0,1)=x^2; \end{cases}$                             |

№18	1)	$\begin{cases} y - \sin(x+1) = 0,8; \\ 2x - \cos(y+1) = 0; \\ y + \sin x = -0,4. \end{cases}$	2)	$\begin{cases} 0,5x^2 + 2y^2 = 1; \\ \sin(x+y) = 1,1x - 0,1; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$
№19	1)	$\begin{cases} \cos(y+0,5) - x = 2; \\ \sin x - 2y = 1. \end{cases}$	2)	$\begin{cases} \operatorname{tg}(x-y) - xy = 0; \\ x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$
№20	1)	$\begin{cases} \sin(y+2) - x = 1,5; \\ y + \cos(x-2) = 0,5. \end{cases}$	2)	$\begin{cases} \sin(x-y) - xy = -1; \\ x^2 - y^2 = 3/4. \end{cases}$
№21	1)	$\begin{cases} \sin(x+1) - y = 1; \\ 2x + \cos y = 2. \end{cases}$	2)	$\begin{cases} \operatorname{tg}(xy+0,2) = x^2; \\ x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$
№22	1)	$\begin{cases} \cos(x-1) + y = 0,8; \\ x - \cos y = 2. \end{cases}$	2)	$\begin{cases} \sin(x+y) - 1,5x = 0; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$
№23	1)	$\begin{cases} \sin x + 2y = 1,6; \\ \cos(y-1) + x = 1. \end{cases}$	2)	$\begin{cases} \operatorname{tg} xy = x^2; \\ 0,5x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$
№24	1)	$\begin{cases} \cos x + y = 1,2; \\ 2x - \sin(y-0,5) = 2. \end{cases}$	2)	$\begin{cases} \sin(x+y) = 1,2x - 0,2; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$
№25	1)	$\begin{cases} \sin(x+0,5) - y = 1,2; \\ \cos(y-2) + x = 0. \end{cases}$	2)	$\begin{cases} \operatorname{tg}(xy+0,1) = x^2; \\ 0,7x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$
№26	1)	$\begin{cases} \cos(x+0,5) + y = 1,5; \\ x - \sin(y+1) = 1. \end{cases}$	2)	$\begin{cases} \sin(x-y) - 1,5x = 0,2; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$
№27	1)	$\begin{cases} \sin(x-1) + y = 1,5; \\ x - \sin(y+1) = 1. \end{cases}$	2)	$\begin{cases} \operatorname{tg} xy = x^2; \\ 0,6x^2 + 2y^2 = 1; \end{cases}$
№28	1)	$\begin{cases} \sin(y+1) - x = 1; \\ 2y + \cos x = 2. \end{cases}$	2)	$\begin{cases} \sin(x+y) = 1,2x = 0; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$
№29	1)	$\begin{cases} \cos(y-1) + x = 0,8; \\ y - \cos x = 2. \end{cases}$	2)	$\begin{cases} \operatorname{tg}(xy+0,3) = x^2; \\ 0,5x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$
№30	1)	$\begin{cases} \cos(x-1) + y = 1; \\ \sin y + 2x = 1,6. \end{cases}$	2)	$\begin{cases} \sin(x+y) = 1,1x = 0,1 \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$

#### Образец выполнения задания

1)	$\begin{cases} \sin(x-0,6) - y = 1,6; \\ 3x - \cos y = 0,9 \end{cases}$	2)	$\begin{cases} \sin(2x-y) - 1,2x = 0,4; \\ 0,8x^2 + 1,5y^2 = 1. \end{cases}$
----	---	----	--

Перепишем данную систему в виде



$$\begin{cases} y = \sin(x - 0,6) - 1,6; \\ x = \frac{1}{3} \cos y + 0,3. \end{cases}$$

Отделение корней производим графически (рис. Из графика видим, что система имеет одно решение, заключенное в области  $D: 0 < x < 0,3; -2,2 < y < -1,8$ . Убедимся в том, что метод итераций применим уточнения решения системы, для чего запишем ее следующем виде:

$$\begin{cases} x = \phi_1(x, y) = \frac{1}{3} \cos y + 0,3; \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \phi_2(x, y) = \sin(x - 0,6) - 1,6. \end{cases}$$

Так как  $\frac{\partial \phi_1}{\partial x} = 0, \frac{\partial \phi_2}{\partial x} = \cos(x - 0,6), \frac{\partial \phi_1}{\partial y} = -\frac{1}{3} \sin y, \frac{\partial \phi_2}{\partial y} = 0$ , то в области D имеем

$$\left| \frac{\partial \phi_1}{\partial y} \right| + \left| \frac{\partial \phi_2}{\partial y} \right| = \left| -\frac{1}{3} \sin y \right| \leq \left| \frac{1}{3} \sin(-1,8) \right| < 1.$$

Таким образом, условия сходимости выполняются. Вычисления производим по формулам

$$\begin{cases} x_{n+1} = \frac{1}{3} \cos y_n + 0,3; \\ y_{n+1} = \sin(x_n - 0,6) - 1,6. \end{cases}$$

За начальные приближения принимаем  $x_0 = 0,15, y_0 = -2$ .

$n$	$x_n$	$y_n$	$x_n - 0,6$	$\sin(x_n - 0,6)$	$\cos y_n$	$(1/3)\cos y_n$
0	0,15	-2	-0,45	-0,4350	-0,4161	-0,1384
1	0,1616	-2,035	-0,4384	-0,4245	-0,4477	-0,1492
2	0,1508	-2,0245	-0,4492	-0,4342	-0,4382	-0,1461
3	0,1539	-2,0342	-0,4461	-0,4313	-0,4470	-0,1490
4	0,1510	-2,0313	-0,4490	-0,4341	-0,4444	-0,1481
5	0,1519	-2,0341	-0,4481	-0,4333	-0,4469	-0,1490
6	0,1510	-2,0333	-0,449	-0,4341	-0,4462	-0,1487
7	0,1513	-2,0341	-0,4487	-0,4340	-0,4469	-0,1490
8	0,1510	-2,0340				

Ответ:  $x \approx 0,151; y \approx -2,034$ .

2) Отделение корней производим графически (рис. 6). Для построения графиков функций составим таблицу значений функций  $y_1$  и  $y_2$ , входящих в первое и второе уравнения (табл. 1).

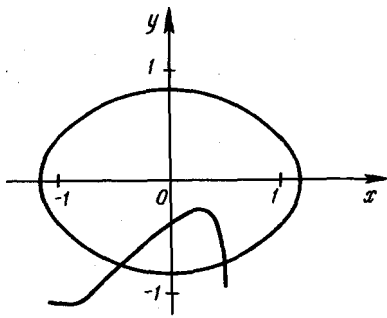


Рис. 6

Таблица Г

x	-1,1	-1	-0,8	-0,6	-0,2	-0,4	0	0,2	0,4	0,5
x <sup>2</sup>	1,21	1	0,64	0,36	0,04	0,16	0	0,04	0,16	0,25
0,8x <sup>2</sup>	0,97	0,8	0,51	0,29	0,032	0,13	0	0,032	0,13	0,2
1-0,8x <sup>2</sup>	0,03	0,2	0,49	0,71	0,97	0,87	1	0,97	0,87	0,8
$\frac{1-0,8x^2}{1,5}$	0,02	0,13	0,33	0,47	0,65	0,58	0,67	0,65	0,58	0,53
y <sub>2</sub>	±0,14	±0,36	±0,57	±0,69	±0,81	±0,76	±0,82	±0,81	±0,76	±0,73
1,2x	-1,32	-1,2	-0,96	-0,72	-0,24	-0,48	0	0,24	0,48	0,6
0,4+1,2x	-0,92	-0,8	-0,56	-0,32	0,16	-0,08	0,4	0,64	0,88	1
2x-y	-1,17	-0,93	-0,59	-0,33	0,16	-0,08	0,41	0,69	2,06 1,08i	1,57
y <sub>1</sub>	-1,03	-1,07	-1,01	-0,87	-0,56	-0,72	-0,41	-0,29	-1,26 -1,28	-0,57

Значения для x можно брать исходя из следующих условий: из первого уравнения  $-1 \leq 1,2x + 0,4 \leq 1$ , т.е.  $-1,16 < x < 0,5$ ; из второго уравнения  $-\sqrt{1,25} \leq x \leq \sqrt{1,25}$ , т.е.  $-1,12 \leq x \leq 1,12$ . Таким образом,  $-1,12 \leq x \leq 0,5$ .

Система имеет два решения. Уточним одно из них, принадлежащее Области D:  $0,4 < x < 0,5$ ;  $-0,76 < y < -0,73$ . За начальное приближение примем  $x_0=0,4$ ;  $y_0=-0,75$ . Имеем

$$F(x, y) = \sin(2x - y - 1,2x - 0,4);$$

$$G(x, y) = 0,8x^2 + 1,5y^2 - 1;$$

Таблица II

n	$x_n$	$0,8x_n^2$	$2x_n - y_n$	$\sin(2x_n - y_n)$	$F(x_n, y_n)$	$F'(x_n, y_n)$	$F'_y(x_n, y_n)$	$\Delta_n$	$\Delta_n$	$h_n$
	$y_n$	$1,5y_n^2$		$\cos(2x_n - y_n)$	$G(x_n, y_n)$	$G'(x_n, y_n)$	$G'_y(x_n, y_n)$		$\Delta_n$	$k_n$
0	0,4	0,128	0,55	0,9988	0,1198	-1,1584	-0,0208	2,6197	0,2701	0,10
	0,75	0,8438		0,0208	-0,0282	0,64	-2,25		0,0440	0,017
1	0,50	0,2	0,733	0,9869	-0,0131	-1,523	0,1615	3,2199	-0,0193	-0,0060
	-0,733	0,8059		-0,1615	0,059	0,8	-2,199		0,0794	0,0247

2	0,4940	0,1952	1,6963	0,9921	-0,0007	-1,4502	0,1251	2,9827	-0,0080	-0,0027
	-0,7083	0,7525		-0,1251	-0,0523	0,7904	-2,1249		-0,0764	-0,0256
3	0,4913	0,1931	1,7165	0,9894	-0,0002	-1,4904	0,1452	3,1673	-0,0003	-0,0001
	-0,7339	0,8079		-0,1452	0,0010	0,7861	-2,2017		0,0013	0,0004
4	0,4912									
	-0,7335									

Ответ:  $x \approx 0,491$ ;  $y \approx -0,734$ .

$$\begin{aligned} F_x &= 2 \cos(2x \cdot y) \cdot 1,2; F_y = -\cos(2x \cdot y); \\ G_x &= 1,6; G_y = 3y. \end{aligned}$$



