# IECD/E(M)/TE

Información General

#### Información sobre la cursada

- La materia tiene dos evaluaciones parciales y un trabajo práctico final (TPF) grupal. La aprobación de todos ellos es necesaria para aprobar la materia.
- Los parciales y el TPF incluyen la evaluación de temas que se dan en la teórica tales como definiciones, demostraciones, etc. Se dará un listado de los mismos antes de cada instancia de evaluación.
- La nota final se obtiene como un promedio ponderado entre las instancias parciales (0.40 c/u), el TPF, su defensa y nota de concepto (0.2).
- Fechas de parciales, recuperatorios y entrega/defensa de TPF: están todas disponibles en el campus (las 3 introducciones coordinadas).

#### Bibliografía

- Bickel, P. J. y Doksum. K. A. (2015). Mathematical Statistics: Basic Ideas and Selected Topics
- \*Boente, G. y Yohai, V. J. Notas de Estadística.
- Dalgaard, P. (2008). Introductory statistics with R. Springer
- Hothorn, T., y Everitt, B. S. (2014). A handbook of statistical analyses using R. CRC press.
- \*\*James, G., Witten, D., Hastie, T. y Tibshirani, R. (2021). An Introduction to Statistical Learning with Applications in R. 2da Edición. Springer.
- Lehmann, E. L. y G. Casella. (2003). Theory of Point Estimation. 2da Edición. Springer.
- Lock, R. H., Lock, P. F., Lock Morgan, K., Lock, E. F., Lock, D. F. (2021) Statistics: Unlocking the Power of Data, 3ra. Edición, Wiley
- Rice, J. (2007). Mathematical statistics and data analysis. 3ra. Edición, Duxbury.
- \* y \*\*Wasserman, L. (2013). All of statistics: a concise course in statistical inference. Springer
- Wasserman, L. (2006). All of nonparametric statistics. Springer
- \* Panaretos, V. M. (2016). Statistics for Mathematicians: A Rigorous First Course. Birkhauser, Springer. Lehmann, E. L., Romano, J. P. (2005) Testing Statistical Hypotheses, 3ra. Edición, Springer.

# Estadística Descriptiva

#### Era de la Información

El cambio tecnológico de los últimos 30 años ha permitido una aumento explosivo de la cantidad de datos disponibles. El impacto tecnológico ha permitido incrementar respecto de los datos

- el registro y la medición
- el almacenamiento
- la capacidad de procesamiento y análisis

#### Datos, Datos y Más Datos...

- Datos Financieros
- Imágenes satelitales
- Datos de Texto
- Amazon, Facebook, Twitter ...
- etc., etc....

Los datos pueden ser complejos en varios sentidos: un buen gráfico puede ser una primera forma de ver de qué se trata. decía un maestro....

The simple graph has brought more information to the data analyst's mind than any other device.

John Tukey

## Análisis Exploratorio de Datos (EDA)

\* La idea es visualizar en forma rápida las principales características del conjunto de datos, analizando posibles relaciones o conexiones entre variables.

\* La relevancia que tiene hacer un análisis gráfico previo es fundamental, pero no siempre es conclusiva. Si bien una gráfica facilita la visualización de relaciones entre variables, es una instancia exploratoria, por lo general no es confirmatoria.

#### Estadística Descriptiva

- 1. En Estadística Descriptiva se exploran los datos mediante:
  - gráficos
  - medidas de resumen.

La idea es **visualizar** en forma rápida las principales características del conjunto de datos.

- 2. Con frecuencia los conjuntos de datos provienen de medir una o más variables en un conjunto de individuos.
- Se suele comenzar con un análisis individual de cada variable medida y posteriormente se estudian las relaciones entre variables.

#### Datos: ¿de dónde viene? ¿para qué?

- POBLACION: total de sujetos o unidades de análisis de interés en el estudio.
   Estamos interesados en estudiar un fenómeno en una población
- MUESTRA: cualquier subconjunto de los sujetos o unidades de análisis de la población, en el cual se recolectarán los datos. Usamos una muestra para conocer o estimar características de la población
- 3. PARAMETRO: una medida resumen calculada sobre la población: media, varianza, proporción.
- 4. ESTADISTICO: una medida resumen calculada sobre la muestra.

#### ¿Qué medimos?

- VARIABLE: es una característica que varía de individuo en individuo.
   (edad. peso, altura, género, concentración de colesterol en
  - (edad, peso, altura, género, concentración de colesterol en sangre, club de fútbol preferido, etc.)
- DATOS: son los valores observados de las variables en estudio medidos en la muestra.

#### ¿Qué buscamos?

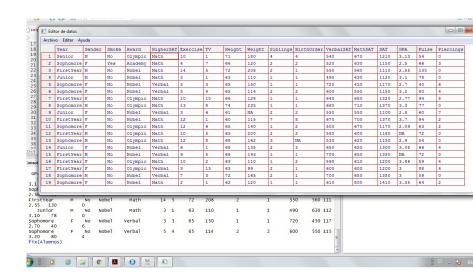
Respecto de una variable, tratamos de identificar patrones de regularidad respondiendo preguntas tales como:

- ¿Son los valores medidos casi todos iguales o son muy diferentes entre sí?
- ¿En qué sentido difieren?
- ¿Las mediciones tienden a concentrarse alrededor de un valor?
- ¿Existe algún tendencia?
- ¿Constituyen un único grupo? ¿Hay varios grupos?
- ¿Difieren algunos pocos datos notablemente del resto?
- ¿Cómo se relaciona esta variable con otra de nuestro interés tomada en la misma muestra?

#### Veamos un ejemplo

Este archivo corresponde a una encuesta entre estudiantes en su primer día de clase (fuente: Statistics: unlocking the power of the data,  $Lock^5$ , 2013, Wiley) que se realizó durante muchos años en una universidad en una materia introductoria de Estadística. En ella se registraron 17 variables y 362 casos.

#### Archivo: StudentSurvey.txt



- Las variables registradas son: 1. Year: Años en la institución: FirstYear, Sophomore, Junior, o Senior
- - 2. **Gender**: Sexo: F o M
- Smoke: Fuma? No o Yes.
- 4. Award: Premio preferido: Academy, Nobel, o Olympic
- 5. HigherSAT: ¿Qué puntaje SAT es más alto? Math o Verbal
- 6. Exercise: Horas semanales de ejercicio
- 7. TV: Horas semanales de TV 8. **Height**: altura (en pulgadas)
- Weight: peso (en libras)
- 10. Siblings: número de hermanos
- 11. **BirthOrder**: orden de nacimiento, 1 = mayor, 2 = segundo mayor, etc.
- 12. VerbalSAT: puntaje SAT en lengua
- 13. MathSAT:puntaje SAT en matenáticas
- 14. SAT: puntaje SAT combinado de lengua y matemáticas
- 15. GPA: puntaje promedio obtenido en el colegio
- 16. Pulse: pulso cardíaco (latidos por minuto)
- 17. **Piercings**: número de piercings

#### Preguntas posibles en el ejemplo

- ¿Cuál es el porcentaje de hombres y de mujeres?
- ¿Qué porcentaje de estudiantes fuma?
- ¿Quiénes fuman más, hombres o mujeres?
- ¿Cuál es el promedio de horas de ejercicio?
- ¿Hay estudiantes con un puntaje de VerbalSAT inusualmente alto o bajo?
- ¿Qué relación hay entre peso y altura? ¿Es la misma en hombres que en mujeres?
- ¿Quienes hacen más ejercicio tienden a tener pulso más bajo?

Por lo general, se comienza a trabajar con las variables en forma individual.

Antes que nada debemos identificar el tipo de variable con la que vamos a trabajar.

¿Por qué es importante identificar el tipo de datos?

La naturaleza de una variable determina el tratamiento o análisis estadístico apropiado y válido que podemos aplicar. Por lo general, un método estadístico es específico para un cierto tipo de datos.

 Variables cualitativas (factor en R): Describen cualidades o atributos (ej.: género, color del ojos, estado civil, fuma no fuma, severidad de la patología: ausente/leve/moderado/severo). En Alumnos: por ej.: Gender, Smoke y Award

- Variables cualitativas (factor en R): Describen cualidades o atributos (ej.: género, color del ojos, estado civil, fuma no fuma, severidad de la patología: ausente/leve/moderado/severo). En Alumnos: por ej.: Gender, Smoke y Award
- Variables cuantitativas (numeric en R)
  - Discretas: número de miembros del hogar, número de hijos, número de intervenciones quirúrgicas, número de casos notificados de una cierta patología. En el ejemplo: Siblings, Piercings, Pulse

- Variables cualitativas (factor en R): Describen cualidades o atributos (ej.: género, color del ojos, estado civil, fuma no fuma, severidad de la patología: ausente/leve/moderado/severo). En Alumnos: por ej.: Gender, Smoke y Award
- Variables cuantitativas (numeric en R)
  - Discretas: número de miembros del hogar, número de hijos, número de intervenciones quirúrgicas, número de casos notificados de una cierta patología. En el ejemplo: Siblings, Piercings, Pulse
  - Continuas: altura, peso, pH, nivel de colesterol en sangre, tiempo hasta que llega un tren . En el ejemplo: GPA

La distinción más importante es entre datos cuantitativos (cantidades) y categóricos.

#### Algunas veces esta clasificación no es tan estricta...

Ejemplo: Edad (tiempo de vida) es continua... pero si se la registra en años resulta ser discreta.

Cuando se trabaja con adultos se suele tratar como discreta, sin embargo en menores de 1 año en lo que se registran meses de vida, se la suele tratar como continua.

Los datos numéricos (discretos o continuos) pueden ser transformados en categóricos y ser tratados como tales, por ej.,

 $Edad >= cota \circ Edad < cota.$ 

#### Representación de datos categóricos

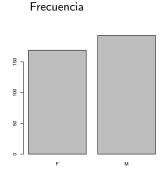
Tabla de frecuencia El modo más simple de presentar datos categóricos es por medio de una tabla de **frecuencias** que indica el número observaciones que caen en cada una de las clases de la variable. La **frecuencia relativa** de una clase es el cociente entre la frecuencia y el número total de observaciones, es decir es la proporción de observaciones que cae en la clase de interés.

Gráfico de Barras A cada categoría o clase de la variable se le asocia una barra cuya altura representa la frecuencia o la frecuencia relativa de esa clase. Las barras difieren sólo en altura, no en ancho y se representan separadas por un espacio.

Gráfico de Tortas Se representa la frecuencia relativa de cada categoría como una porción de un círculo, en la que el ángulo se corresponde con la frecuencia relativa correspondiente.

Tabla de frecuencia y gráfico de barras: barplot

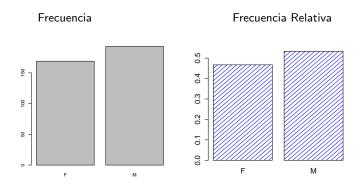
Gender		
М		
193		



Frecuencia Relativa

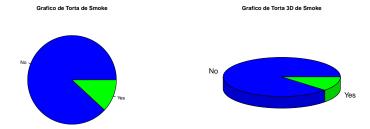
Tabla de frecuencia y gráfico de barras: barplot

Gender		
F	М	
169	193	



#### Tabla de frecuencia y gráfico de torta

Smoke		
No	Yes	
319	43	



#### Tablas de contingencia

Relación entre variables categóricas

Consideramos cómo se distribuyen los 362 estudiantes entre las categorías que surgen al combinar el género y la condición de fumador.

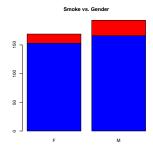
En una tabla de contingencia se clasifican todos los alumnos teniendo en cuenta todas las categorías posibles al cruzar las dos variables.

Esta tabla se puede representar de distintas maneras.

## Tablas de Contingencia

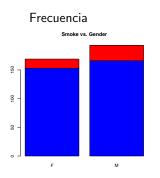
	Gender	
Smoke	F	М
No	153	166
Yes	16	27
Total	169	193

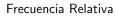


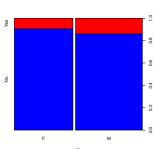


Tablas de Contingencia

	Gender	
Smoke	F	М
No	153	166
Yes	16	27
Total	169	193







#### Gráficos para variables cuantitativas

El histograma es el más conocido de los gráficos para resumir un conjunto de datos cuantitativos o numéricos.

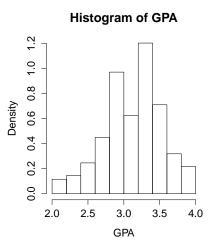
- 1. Para construir un histograma es necesario previamente construir una tabla de frecuencias: dividimos el rango de los n datos en intervalos o clases, que son excluyentes y exhaustivas.
- 2. Contamos la cantidad de datos en cada intervalo o clase i, es decir la frecuencia,  $f_i$  y calculamos la frecuencia relativa:

$$fr_i = f_i/n$$

 Graficamos el histograma en un par de ejes coordenados representando en las abscisas los intervalos y sobre cada uno de ellos un rectángulo cuya área es proporcional a la frecuencia relativa de dicho intervalo.

Comencemos con **GPA**, que es continua.

## Histograma de GPA



manera la altura es proporcional a la frecuencia relativa, pero esto no es necesariamente siempre así. Al usar frecuencias relativas, se facilita la comparación de distintos

histogramas, especialmente si están basados en distinto tamaño

muestral.

En general, los intervalos se toman de igual longitud y de esa

¿En qué difieren un gráfico de barras y un histograma?

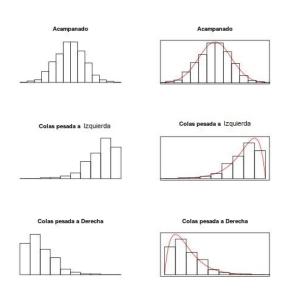
El gráfico de barras representa el porcentaje en la altura de la barra. Mientras que en un histograma el porcentaje se representa en el área de la barra.

En el gráfico de barras, las barras se representan separadas para indicar que no hay continuidad entre las categorías. En un histograma barras adyacentes deben estar en contacto indicando que la variable es continua o discreta.

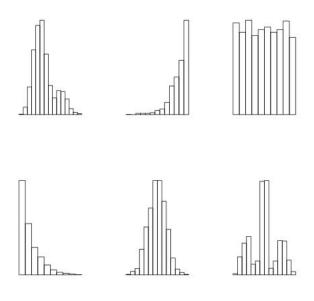
# ¿Qué miramos en un histograma?

- 1. Rango de variación de los datos (Mínimo y Máximo).
- 2. Intervalos más frecuentes
- 3. ¿La distribución es unimodal o hay más de una moda (pico)?
- 4. ¿La distribución es simétrica?
- 5. Si es asimétrica, ¿la asimetría es a derecha o a izquierda?
- 6. ¿En torno a qué valor están aproximadamente centrados los datos?
- 7. ¿Cuán dispersos en torno a este centro están los datos?
- 8. ¿Hay datos atípicos en relación a la mayoría de los datos?

# Algunos Histogramas



# Más Histogramas



#### Variables cuantitativas: Medidas de resumen

Resumimos la información de los datos mediante medidas de fácil interpretación que reflejen sus características más relevantes. Las medidas de resumen son útiles para comparar conjuntos de datos y para presentar los resultados de un estudio.

Podemos agruparlas en:

Medidas de posición o localización: describen un valor alrededor del cual se encuentran las observaciones.

**Medidas de dispersión o escala**: expresan la variabilidad presente en un conjunto de datos.

### Medidas de Posición

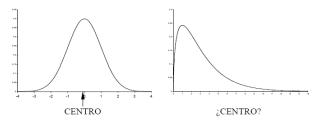
#### Medidas de Posición o Centrado

¿Cuál es el valor central o que mejor representa a los datos?

Buscamos un valor típico que represente a los datos.

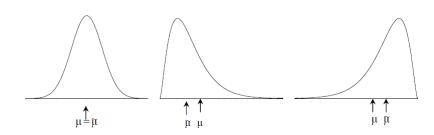
Si la distribución es simétrica diferentes medidas darán resultados similares y hay un claro centro.

Si es asimétrica no existe un centro evidente y diferentes criterios para resumir los datos pueden diferir considerablemente.



### Medidas de Posición en la Población

#### Medidas de Posición o Centrado



### Medidas de Posición

•  $n \text{ datos: } x_1, x_2, \dots, x_n$ 

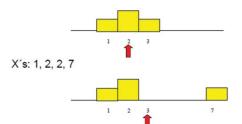
#### Media o Promedio Muestral

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

### Media o Promedio Muestral

Es el punto de equilibrio del conjunto de datos.

X's: 1, 2, 2, 3



Es una medida muy sensible a la presencia de datos anómalos (outliers).

## Mediana y Media $\alpha$ -podada Muestrales

- n datos:  $x_1, x_2, ..., x_n$
- datos ordenados  $x_{(1)} \le x_{(2)} \le \ldots \le x_{(k)} \le x_{(k+1)} \le \ldots \le x_{(n-1)} \le x_{(n)}$

#### Mediana Muestral

$$\tilde{x} = \left\{ \begin{array}{ll} x_{(k+1)} & \text{ si } n = 2k+1 \\ \\ \frac{x_{(k)} + x_{(k+1)}}{2} & \text{ si } n = 2k \end{array} \right.$$

## Mediana y Media $\alpha$ -podada Muestrales

- n datos:  $x_1, x_2, ..., x_n$
- datos ordenados

$$x_{(1)} \le x_{(2)} \le \ldots \le x_{(k)} \le x_{(k+1)} \le \ldots \le x_{(n-1)} \le x_{(n)}$$

#### Mediana Muestral

$$\tilde{x} = \left\{ \begin{array}{ll} x_{(k+1)} & \text{ si } n = 2k+1 \\ \\ \frac{x_{(k)} + x_{(k+1)}}{2} & \text{ si } n = 2k \end{array} \right.$$

#### Media $\alpha$ -podada Muestral

$$\overline{x}_{\alpha} = \frac{x_{([n\alpha]+1)} + \ldots + x_{(n-[n\alpha])}}{(n-2[n\alpha])}$$

## Ejemplo de Juguete

 $\bullet$  n=10 datos ordenados: 2,5,8,10,14,17,21,25,28,40

Media Muestral:

$$\overline{x} = \frac{170}{10} = 17$$

**Mediana Muestral:**  $10 = 2 \times 5 \Rightarrow k = 5$ 

$$\tilde{x} = \frac{x_{(5)} + x_{(6)}}{2} = 15.5$$

Media 10% podada Muestral

$$\overline{x}_{0.10} = \frac{x_{(2)} + \ldots + x_{(9)}}{8} = 16$$

## Ejemplo de Juguete

 $\bullet \ n=10 \ {\rm datos \ ordenados:} \ 2,5,8,10,14,17,21,25,28,40$ 

Media Muestral:

$$\overline{x} = \frac{170}{10} = 17$$

Mediana Muestral:  $10 = 2 \times 5 \Rightarrow k = 5$ 

$$\tilde{x} = \frac{x_{(5)} + x_{(6)}}{2} = 15.5$$

Media 10% podada Muestral

$$\overline{x}_{0.10} = \frac{x_{(2)} + \ldots + x_{(9)}}{8} = 16$$

¿Qué pasa si reemplazamos a 40 por 400? 
$$\overline{x}=53 \text{ , } \tilde{x}=15.5, \, \overline{x}_{0.10}=16$$

### Medidas de resumen: Percentiles

- $n \text{ datos: } x_1, x_2, \dots, x_n$
- datos ordenados  $x_{(1)} \le x_{(2)} \le \ldots \le x_{(n)}$  . En R: sort(datos)

El  $\alpha \times 100\%$  percentil de la muestra es el valor debajo del cual se halla el  $\alpha \times 100\%$  de los datos ordenados.

Hay distintas formas de calcularlos. Una de ellas es la siguiente:

- ullet Ordenamos los n datos de menor a mayor.
- Hallamos el dato que ocupa la posición  $\alpha(n+1)$  en la muestra ordenada. Si este valor no es entero, pueden interpolarse los datos que están en las dos posiciones adyacentes.

### Percentiles Muestrales

Ejemplo: Tenemos 19 datos que ordenados son



Percentil	Posición	Valor	
10%	0.10 (19+1) = <b>2</b>	1	
	0.25 (19+1) = <b>5</b>	3	Cuartil Inferior
50%	0.50 (19+1) = <b>10</b>	6	Mediana
75%	0.75(19+1) = <b>15</b>	9	Cuartil Superior
95%	0.95(19+1) = <b>19</b>	11	-

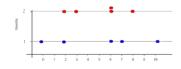
- Notemos que el percentil 50% o segundo cuartil coincide con la mediana.
   Denotaremos Q<sub>1</sub> al primer cuartil (25%) y Q<sub>3</sub> al tercer cuartil (75%).
- Los cuartiles y la mediana dividen a la muestra en cuatro partes igualmente pobladas: 25% de la muestra en cada una de ellas.
- Entre Q<sub>1</sub> y Q<sub>3</sub> se halla el 50% central de los datos.

#### Medidas de Dispersión

#### Medidas de Dispersión o Variabilidad:

¿Cuán dispersos están los datos? ¿Cuán cercanos son los datos al valor típico?

Supongamos que tenemos datos 21, 2000 25 31, 2000 35



$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$$

¿Cómo medir la diferencia que se observa entre ambas

muestras?

# Medidas de Dispersión

#### Rango Muestral

$$rango = x_{(n)} - x_{(1)}$$

#### Varianza Muestral

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}{n-1}$$

### Desvío Standard Muestral

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}{n-1}}$$

#### Mediana de Desvíos Absolutos

$$mad = 1.4826 \ med_{1 \le i \le n}(|x_i - \tilde{x}|)$$

#### Distancia Intercuartil

$$d_I = Q_3 - Q_1$$

## Medidas de Dispersión

Bajo normalidad, para que s, la mad y la distancia intercuartil identifiquen a  $\sigma$  tenemos que introducir un factor de corrección. En el caso de la distancia intercuartil consideramos

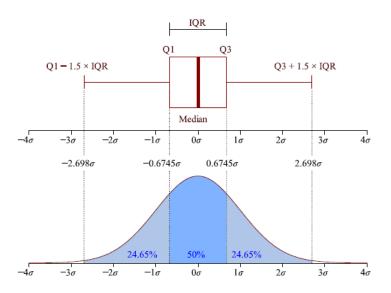
 $d_I/1.349$ 

### Números de resumen

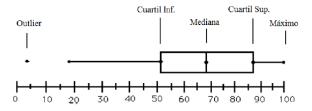
Resultan muy útiles para describir la muestra las siguientes medidas conocidos como Números de resumen:

- 1. Mínimo
- 2.  $Q_1$ : Cuartil Inferior
- 3. Mediana  $(Q_2)$
- 4.  $Q_3$ : Cuartil Superior
- 5. Máximo

### Datos normales



### **Boxplot**



### **Boxplot**

- 1. Representamos una escala vertical u horizontal.
- 2. Dibujamos una caja cuyos extremos son los cuartiles y dentro de ella un segmento que corresponde a la mediana.
- 3. A partir de cada extremo dibujamos un segmento hasta el dato más alejado que está a lo sumo  $1.5\ d_I$  del extremo de la caja. Estos segmentos se llaman bigotes.
- 4. Marcamos con \* a aquellos datos que están a más de  $1.5d_I$  de cada extremo de la caja.

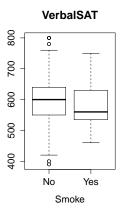
¿Qué vemos en un box-plot?

- 1. Posición
- 2. Dispersión
- 3. Asimetría
- 4. Longitud de las colas
- 5. Puntos anómalos ( outliers)

Los boxplots son muy útiles para comparar varios conjuntos de datos, pues nos dan una rápida impresión visual de sus características.

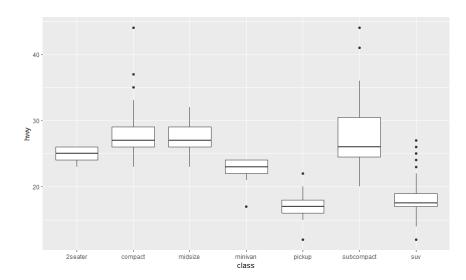
### Boxplot Paralelos: VerbalSAT

Realizamos dos bxp paralelos para VerbalSAT clasificando a los estudiantes de acuerdo con su condición de fumador.



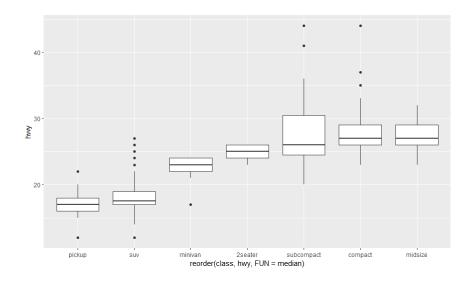
## **Boxplot Paralelos**

hwy: highway miles per gallon



## Boxplot Paralelos: ordenados por la mediana

hwy: highway miles per gallon



### **Bagplots**

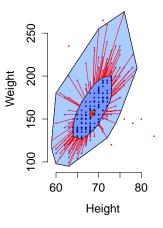
El boxplot tal como lo conocemos está fuertemente ligado a la distribución normal.

Existen otras opciones, tal como el adjbox del paquete robustbase, introducido por Vandervieren y Hubert (2004), diseñado para distribuciones fuertemente asimétricas (library(robustbase)).

Existen extensiones del boxplot a tipos de datos con estructura más complejos, tales como datos bivariados o datos funcionales. En el paquete alplack el comando bagplot(), que generaliza el boxplot usando el concepto de profundidad a datos bivariados y que permite visualizar cómo varían conjuntamente dos variables e identificar outliers en el espacio bidimensional.

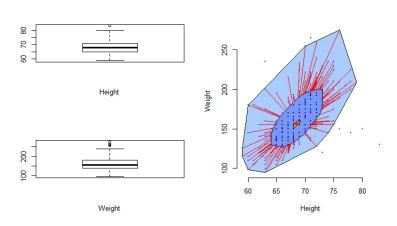
### **Bagplots**

Graficamos el bagplot de Height y Weight.



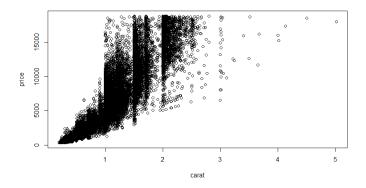
## Boxplots y Bagplots

Graficamos los boxplots de Height y Weight y su bagplot.



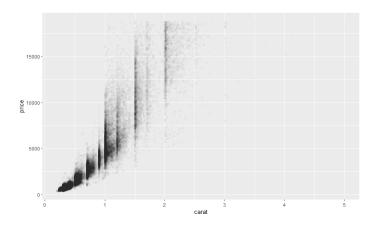
## Diagrama de Dispersión o Scatterplot

Típicamente es una representación para dos variables continuas. Diamantes: quilates vs. precio (carat vs. price)



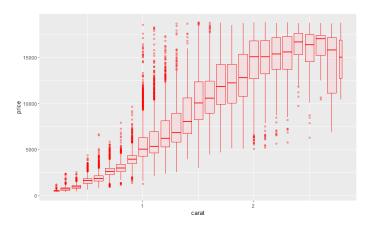
## Diagrama de Dispersión o Scatterplot

Aquí usando otro motor gráfico: ggplot2

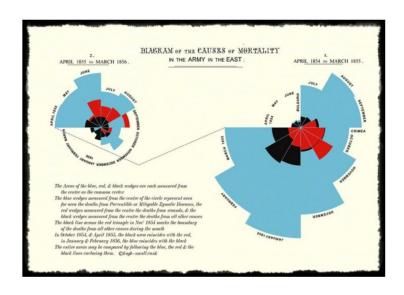


### Combinando técnicas

### Consideramos carat $\leq$ 3 y agrupamos



## Diagrama de la Rosa: Florence Nightingale (1820–1910)



## Diagrama de la Rosa: Florence Nightingale (1820–1910)

"Cada una de las áreas azules, rojas y las secciones negras, están medidas utilizando el centro como vértice común. Las secciones azules medidas desde el centro del círculo representan, área por área, las muertes por enfermedades cimóticas, desde prevenibles hasta mitigables. Las secciones rojas medidas desde el centro representan las muertes por heridas. Las secciones negras medidas desde el centro representan las muertes por otras causas. La línea negra que cruza el triángulo rojo en noviembre de 1854, marca el límite de las muertes debidas a todas las otras causas durante ese mes. En octubre de 1854 y abril de 1855, el área negra coincidió con el rojo. En enero y febrero de 1855, el azul coincidió con el negro. Las áreas completas pueden compararse siguiendo las líneas limítrofes del azul, el rojo y el negro "

# ¿Cómo lo hacemos en R?

Nombre del comando	Explicación	
summary(data)	Resumen estadístico	
min(data)	Mínimo	
max(data)	Máximo	
range(data)	Rango	
mean(data)	Media aritmética	
median(data)	Mediana	
length(data)	Tamaño	
sd(data)	Desviación standard	
var(data), cov(data)	Varianza	
cor(data)	Correlación	
mad(data)	MAD	
sort(data)	Ordenar	
table(data)	Tabla de frecuencias absolutas	

### Referencias

- Lock, R., Lock, P., Frazer Lock, K., Lock Morgan, E. and Lock, D. (2013). Statistics: unlocking the power of the data, Wiley.
- Paradis, E. (2003). R para principiantes. Disponible en http://cran.r-project.org/doc/contrib/rdebuts\_es.pdf
- James, G., Witten, D., Hastie, T. and Tibshirani, R. (2013). An Introduction to Statistical Learning with Applications in R. Springer.
- Vasishth, A. (2014). An introduction to statistical data analysis (Summer 2014) Lecture note. Disponible en  $http://www.ling.uni-potsdam.de/\sim vasishth/$
- .... y muchos más