Introducción a la Estadística y Ciencia de Datos

Guía de Actividades - Clase 5

1. Sea $X_1, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria de una población con densidad de la forma

$$f(x,\theta) = (1-\theta)\mathbb{I}_{\left(-\frac{1}{2},0\right)}(x) + (1+\theta)\mathbb{I}_{\left(0,\frac{1}{2}\right)}(x), \qquad -1 < \theta < 1$$

Hallar

a) El estimador de máxima verosimilitud para θ.

b) El estimador de máxima verosimilitud para $q(\theta) = P_\theta(X > 0)$.

2. La duración en años de cierto tipo de dispositivos es una variable aleatoria X con función de densidad

$$f(x,\theta) = \frac{2x}{\theta^2} e^{-x^2/\theta^2} \mathbf{I}_{(0,\infty)}(x), \qquad \theta > 0$$

a) Hallar el estimador de máxima verosimilitud de θ basado en una muestra aleatoria de la duración de n dispositivos.

b) Se pusieron a prueba 10 de esas máquinas y se obtuvieron los siguientes tiempos:

2,00, 5,48, 2,43, 1,90, 5,85, 1,58, 2,30, 2,87, 3,62, 2,71.

Basándose en la información muestral calcular una estimación de máxima verosimilitud de la probabilidad de que una máquina del mismo tipo funcione sin fallas más de dos años y medio.

3. Sea $X_1, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria de una población con función de probabilidad

x	-1	0	1
$p(x,\theta)$	$(\theta-1)^2$	$2(\theta-1)(2-\theta)$	$(2-\theta)^2$

Hallar el estimador de máxima verosimilitud para θ.

4. Sea X una variable aleatoria con densidad

$$f_\theta(x) = 2e^{-2(x-\theta)}\mathbf{I}_{(\theta,\infty)}(x), \quad \theta > 0.$$

a) Hallar el EMV para θ.

b) Mediante simulaciones, estimar la densidad del EMV hallado en el ítem anterior.

5. Sea $\mathbf{X} = (X_1, ..., X_n)$ un vector aleatorio con función de densidad conjunta de la forma

$$f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x};\theta,\sigma^2) = (2\,\pi\sigma^2)^{-\frac{1}{2}n} e^{-\frac{1}{2\,\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \theta x_{i-1})^2}$$

donde $x_0 = 0$. Hallar el estimador de máxima verosimilitud de (θ, σ^2).