

## Introducción a la Estadística y Ciencia de Datos

### GUÍA DE ACTIVIDADES - CONSISTENCIA Y DISTRIBUCIÓN ASINTÓTICA

1. Sea  $X$  una variable aleatoria cuya función de densidad es de la forma

$$f_{\theta}(x) = \frac{3x^2}{\theta^3} \mathbb{I}_{[0,\theta]}(x), \quad \theta > 0.$$

- a) Hallar el estimador del primer momento y el de máxima verosimilitud del parámetro  $\theta$ .
  - b) Probar que el estimador de momentos para  $\theta$ , hallado en el ítem anterior, es débilmente consistente y hallar su distribución asintótica.
  - c) Hallar la función de distribución del estimador de máxima verosimilitud para  $\theta$  y probar que es débilmente consistente.
  - d) ¿Cuál de estos dos estimadores preferiría? ¿Por qué?
  - e) Hallar la distribución asintótica del estimador de máxima verosimilitud.
2. Sea  $X$  toma valor 1 cuando una persona elegida al azar en la población vota por el candidato ABC. Si  $\theta$  es la proporción de votantes de ABC en toda la población y nos interesa estimar el ratio de probabilidades  $q(\theta) = P(X = 1)/P(X = 0) = \theta/(1 - \theta)$ :
- a) Obtener el estimador de momentos *plug-in* del ratio y su distribución asintótica.
  - b) Sabiendo que en la población  $\theta = 0,4$  y que se toman muestras de tamaño  $n = 10$ , dar un intervalo de predicción de  $\hat{q}$  con probabilidad aproximada 90 %.