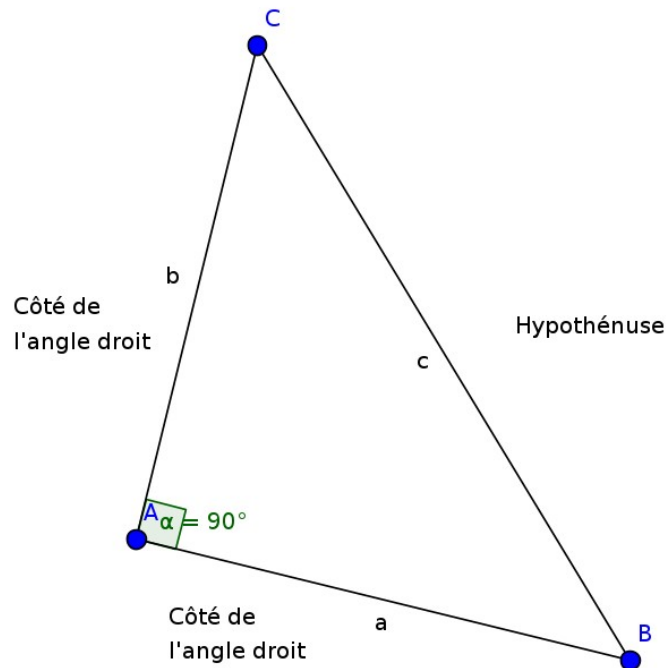


## CHAPITRE 4 : TRIANGLE RECTANGLE ET THÉORÈME DE PYTHAGORE

### I. Vocabulaire

Définition : Dans un triangle rectangle, le côté opposé de l'angle droit est appelé l'hypothénuse.



- [BC] est l'hypothénuse du triangle ABC rectangle en A
- [AB] et [AC] sont les cotés de l'angle droit du triangle ABC rectangle en A.

Remarque : L'hypothèse est aussi le côté le plus long d'un triangle rectangle.

### II. Théorème de Pythagore

Théorème : Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypothénuse est égal à la somme des carrés des longueurs des côtés de l'angle droit.

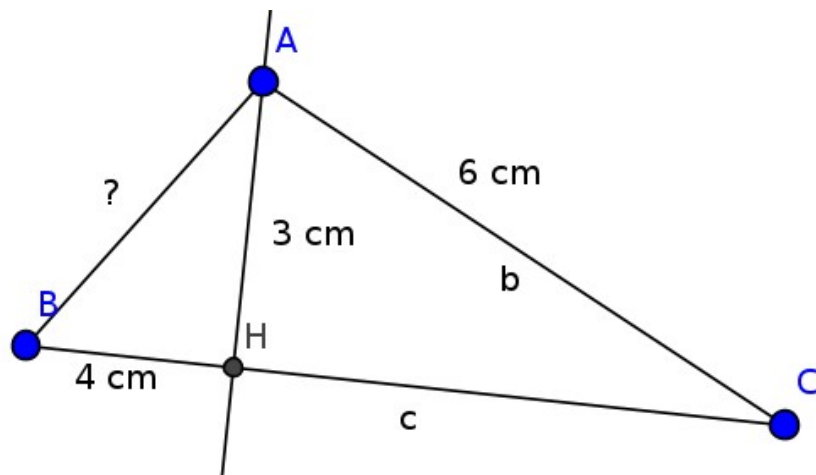
[dessin triangle rectangle en A]

Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$BC^2 = AC^2 + AB^2$$

Remarque : Le théorème de Pythagore s'applique uniquement dans un triangle rectangle.

Application :



D'après les indications données par la figure, calculer les longueurs AB et CH.

Dans le rectangle AHB rectangle en H, j'utilise le théorème de Pythagore :

$$BA^2 = BH^2 + AH^2$$

$$BA^2 = 4^2 + 3^2$$

$$BA^2 = 16 + 9$$

$$BA^2 = 25$$

$$BA = \sqrt{25} \text{ (se lit « racine carrée »)}$$

$$BA = 5 \text{ cm}$$

### Recherche de la longueur HC

Dans le triangle AHC rectangle en H, j'utilise le théorème de Pythagore,

$$AC^2 = AH^2 + HC^2$$

$$6^2 = 3^2 + HC^2$$

$$36 = 9 + HC^2$$

$$HC^2 = 36 - 9 = 27$$

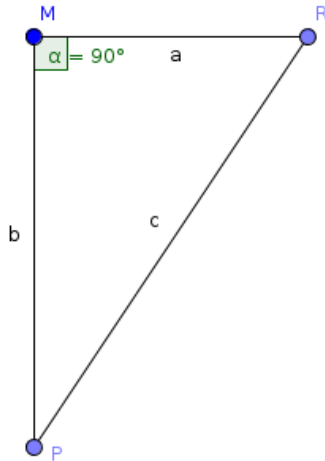
$$HC = \sqrt{27}$$

HC env 5,2cm

### III. Réciproque du théorème de Pythagore

#### Propriété :

RÉCIPROQUE : Si dans un triangle, le carré de la longueur du côté le plus long est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres cotés, alors ce triangle est rectangle.



Dans MRP, si  $PR^2 = MR^2 + MP^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, MRP est rectangle en M.

**Application :** UWX est un triangle avec  $UW=40\text{cm}$ ,  $W=42\text{cm}$  et  $XU=58\text{cm}$

Montrer que le triangle est rectangle en quel point.

[XU] est le côté le plus long

$$XU^2 = 58^2 = 3364$$

$$\begin{aligned} & UW^2 + WX^2 \\ &= 40^2 + 40^2 \\ &= 1600 + 1764 \\ &= 3364 \end{aligned}$$

$$\text{Donc } XU^2 = UW^2 + WX^2$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, XUW est rectangle en W.

### IV. Conséquence du théorème de Pythagore

#### Propriété : Conséquence

Si dans un triangle, le carré de la longueur du côté le plus long n'est pas égal à la somme des carrés des longueurs des deux cotés, alors ce triangle n'est pas rectangle.

#### Application :

Le triangle EFG est tel que :

$$EF=11\text{cm}, EG=15\text{cm} \text{ et } FG=9\text{cm}.$$

Le triangle EFG est-il le plus long ?

[EG] est le coté le plus long  
 $EG^2 = 15^2 = 225$

$$\begin{aligned} & EF^2 + FG^2 \\ &= 11^2 + 9^2 \\ &= 121 + 81 \\ &= 202 \end{aligned}$$

→ D'après le théorème de Pythagore, le triangle EFG n'est pas rectangle.

### **Récapitulatif**

	<b>Théorème de Pythagore</b>	<b>Réciproque du théorème de Pythagore</b>	<b>Conséquence du théorème de Pythagore</b>
BUT	Calculer des longueurs (hypothénuse ou côté de l'angle droit).	Montrer qu'un triangle est rectangle	Montrer que le triangle n'est pas rectangle