

CHAPITRE 3 : NOMBRES RELATIFS ET ÉCRITURES FRACTIONNAIRES

1) Comparaison de nombres relatifs en écriture fractionnaire

1) Quotients inégaux

Propriété : On ne change pas une écriture fractionnaire en multipliant ou en divisant son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

Pour tout nombres a, b et k, avec $b \neq 0$ et $k \neq 0$,

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$$

Remarque :

$$\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b} \quad ; \quad \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\left(\frac{a}{b}\right)$$

Ex. : Donner le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée :

$$\frac{-12}{-15} = \frac{12}{15} = \frac{3 \times 4}{3 \times 5} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{-45}{20} = \frac{-45 \div 5}{20 \div 5} = \frac{-9}{4}$$

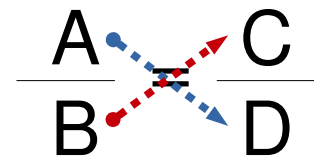
$$\frac{-2,4}{0,7} = \frac{-24}{7}$$

2) Produit en croix

Pour tous nombres a, b, c et d ($a \neq 0$; $b \neq 0$; $d \neq 0$)

- Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors $a \times d = b \times c$

- $a \times d = b \times c$ alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$



Exemples : Les fractions $\frac{26}{39}$ et $\frac{4}{6}$ sont-elles égales ?

$$39 \times 4 = 156 \quad \text{Et} \quad 26 \times 6 = 156$$

Les produits en croix sont égaux donc $\frac{26}{39} = \frac{4}{6}$

Les fractions $\frac{23}{45}$ et $\frac{4}{7}$ sont-elles égales ?

$$23 \times 7 = 161 \quad \text{Et} \quad 45 \times 4 = 180$$

Les produits en croix sont égaux donc $\frac{23}{45} = \frac{4}{7}$

3) Réduction au même dénominateur

Propriété : Pour réduire des nombres en écriture fractionnaire au même dénominateur, on cherche le plus petit dénominateur commun (non nul) aux dénominateurs et on détermine les nombres en écriture fractionnaire ayant ce nombre pour dénominateur.

Ex.

- **Réduire** $A = \frac{2}{7}$ et $B = \frac{3}{8}$ au même dénominateur.

Le plus petit multiple commun à 7 et 8 est : $7 \times 8 = 56$

$$\rightarrow A = \frac{2}{7} = \frac{2 \times 8}{7 \times 8} = \frac{16}{56} \quad \text{et} \quad B = \frac{3}{8} = \frac{3 \times 7}{8 \times 7} = \frac{21}{56}$$

- **Comparer** $C = \frac{1}{24}$ et $D = \frac{5}{16}$

- Multiples de 24 : 24 ; 48 ; 72 ; 96...
- Multiples de 16 : 16 ; 32 ; 48...
- \rightarrow Le plus petit multiple commun à 16 et 24 est 48.

$$C = \frac{1}{24} = \frac{1 \times 2}{24 \times 2} = \frac{2}{48}$$

$$D = \frac{5}{16} = \frac{5 \times 3}{16 \times 3} = \frac{15}{48}$$

\rightarrow Comme $\frac{2}{48} < \frac{15}{48}$, alors $\frac{1}{24} < \frac{5}{16}$.

II. Addition de nombres relatifs en écriture fractionnaire

Propriété : Pour calculer la somme de deux nombres relatifs en écriture fractionnaire de même dénominateur,

- on additionne les numérateurs
- on garde le dénominateur commun.

→ Pour tout nombre relatif a, b et c avec $c \neq 0$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

Exemples :

$$\frac{8}{10} + \frac{-3}{10} = \frac{8-3}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{-7}{15} + \frac{1}{3} = \frac{-7}{15} + \frac{1 \times 5}{3 \times 5} = \frac{-7}{15} + \frac{5}{15} = \frac{-7+5}{15} = \frac{-2}{15}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{5}{8} = \frac{1 \times 8}{3 \times 8} + \frac{5 \times 3}{8 \times 3} = \frac{8}{24} + \frac{15}{24} = \frac{23}{24}$$

III) Soustraction de nombres relatifs en écriture fractionnaire

1) Nombres opposés

Exemples :

- L'opposé de $\frac{12}{7}$ est $\frac{-12}{7}$ ou $-\frac{12}{7}$ ou $\frac{12}{-7}$
- L'opposé de $\frac{-4}{9}$ est $\frac{4}{9}$
- L'opposé de $\frac{-4}{-7}$ est $\frac{-4}{7}$

Remarque : La somme de 2 nombres opposés est égale à **0**.

$$\frac{-4}{9} + \frac{4}{9} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{-4}{-7} + \frac{-4}{7} = 0$$

2) Soustraction de nombres relatifs en écriture fractionnaire

Propriété : Soustraire un nombre relatif en écriture fractionnaire, c'est additionner son opposé.

Exemples :

$$\frac{-3}{7} - \frac{12}{7} = \frac{-3}{7} + \frac{-12}{7} = \frac{-15}{7}$$

$$\frac{-18}{-5} - \frac{3}{8} = \frac{18}{5} - \frac{3}{8}$$

V) Quotient de 2 nombres relatifs en écriture fractionnaire

1) Notion d'inverse

Définition : 2 nombres non nuls sont inverses l'un de l'autre si leur produit est égal à 1.

L'inverse de a est $\frac{1}{a}$ car $a \times \frac{1}{a} = 1$ et l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$ car $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$

Exemple :

L'inverse de 2 est $\frac{1}{2}$ ou 0,5 car $2 \times \frac{1}{2} = 1$

L'inverse de $\frac{-4}{5}$ est $\frac{-5}{4}$ car $\frac{-4}{5} \times \frac{-5}{4} = 1$

Nombre	1	2	4	5	8	10	100	1000
Inverse	1	$\frac{1}{2} = 0,5$	$\frac{1}{4} = 0,25$	$\frac{1}{5} = 0,2$	$\frac{1}{8} = 0,125$	$\frac{1}{10} = 0,1$	$\frac{1}{100} = 0,01$	$\frac{1}{1000} = 0,001$

Attention : Ne pas confondre « opposé » et « inverse ».

2) Quotient de 2 nombres relatifs en écriture fractionnaire

Propriété : Diviser par un nombre non nul, c'est multiplier par l'inverse de ce nombre.

Pour tout nombre a, b, c, d ($c \neq 0, d \neq 0$ et $b \neq 0$), on a $\frac{a}{b} = a \div b = a \times \frac{1}{b}$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Exemples :

$$\frac{-2}{0,25} = -2 \div 0,25 = -2 \times 4 = -8$$

$$\frac{5}{3} \div \frac{7}{2} = \frac{5}{3} \times \frac{2}{7} = \frac{10}{21}$$

$$\frac{2}{5} \div -\left(\frac{7}{3}\right) = \frac{2}{5} \times -\left(\frac{3}{7}\right) = \frac{-6}{35}$$

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{8}} = \frac{3}{4} \div \frac{5}{8} = \frac{3}{4} \times \frac{8}{5} = \frac{24}{20} = \frac{6}{5}$$

VI) Exemples de résolution de problèmes

11 p50 a)

Prendre $\frac{2}{9}$ de $\frac{3}{4}$ revient à effectuer $\frac{2}{9} \times \frac{3}{4}$

$$\text{Donc } \frac{2}{9} \times \frac{3}{9} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3 \times 2 \times 2} = \frac{1}{6}$$

$\frac{1}{6}$ d'heure est consacré à la publicité, soit 10 minutes.

b)

Les émissions de variété française et celles de variété étrangère représentent l'ensemble des émissions de variété.

$$\frac{7}{12} + \frac{3}{10} = \frac{35}{60} + \frac{18}{60} = \frac{53}{60}$$

53/60 du temps d'antenne est consacré aux émissions de variété.

c)

$$36 \div \frac{2}{3} = \frac{36}{1} \times \frac{3}{2} = 18 \times 3 = 54$$

Cette série compte 54 épisodes.