

CHAPITRE 6 : TRIANGLE RECTANGLE, CERCLE, BISSECTRICES

I. Triangle rectangle, cercle circonscrit, médiane

Propriété 1 : Si un triangle est rectangle, alors le centre de son cercle circonscrit est le milieu de l'hypothénuse.

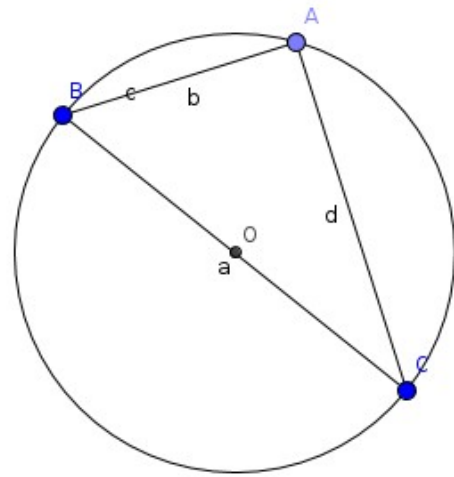
(Variante : Si un triangle est rectangle, alors son hypothénuse est un diamètre de son cercle circonscrit.)

Données :

- ABC est un triangle rectangle en A
- O milieu de [BC]

Conclusion : O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

(BC est un diamètre du cercle circonscrit au triangle ABC)



Propriété 2 : Si un rectangle est rectangle, alors la médiane issue de l'angle droit a pour longueur la moitié de l'hypothénuse.

Propriété 3 : Si on joint un point d'un cercle aux extrémités d'un diamètre de ce cercle, alors le triangle obtenu est rectangle en ce point.

Données :

- [CB] diamètre du cercle
- A point du cercle.

D'après la propriété 3,

Conclusion : ABC est rectangle en A.

Propriété 4 : Si dans un rectangle, la médiane issue d'un sommet a pour longueur la moitié de celle du côté opposé, alors le triangle est rectangle en ce sommet.

Données :

- ACB triangle
- (CO) médiane issue de C
- $CO = \frac{1}{2} \times AB$

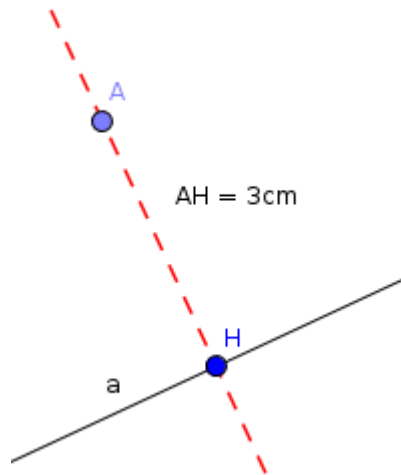
D'après la propriété 4,

Conclusion : ACB est rectangle en C

II. Distance d'un point à une droite

Définition : Soit (d) une droite, A un point, H le point de la droite (d) tel que (AH) perpendiculaire à (d) .

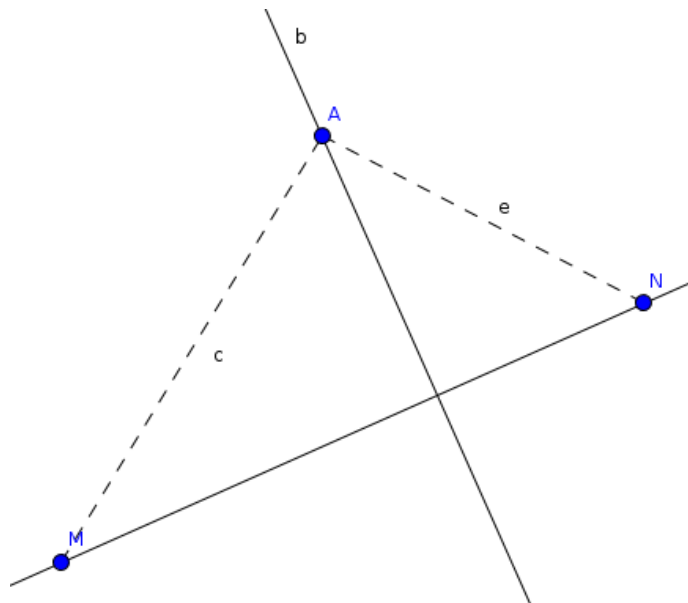
On appelle distance du point A à la droite (d) la longueur AH .



La distance du point A à la droite (d) est $AH = 3 \text{ cm}$

Propriété : La distance d'un point A à une droite d , c'est la plus petite distance entre le point A et un point de d .

Si $M \in (d)$ alors $AH \leq AM$

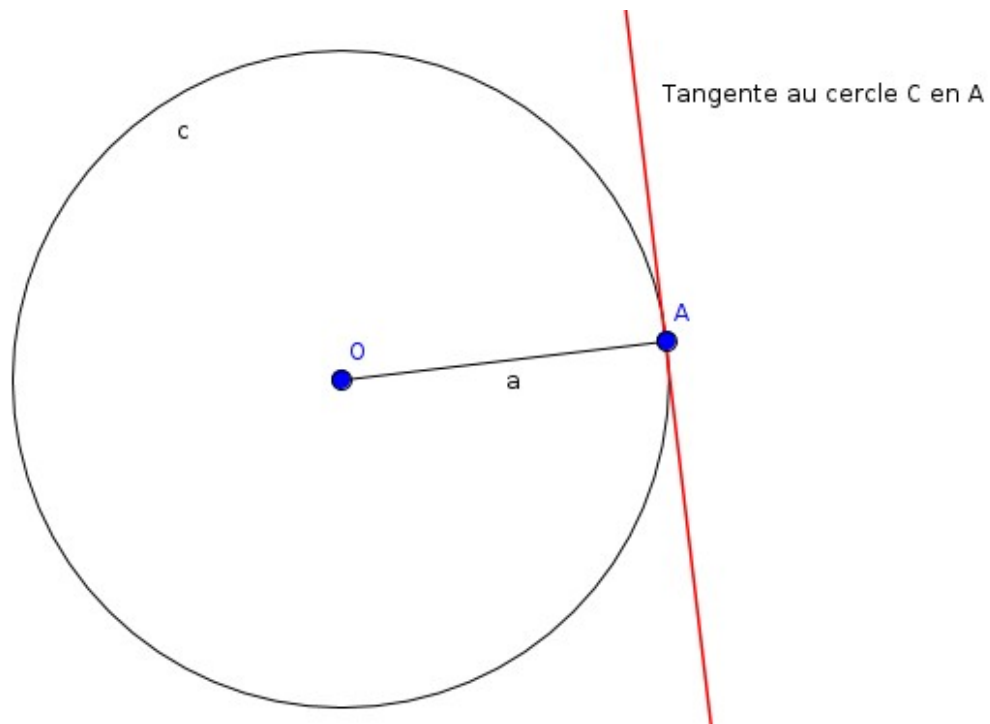


III. Tangente à un cercle

(Cf. 7 P.201 a))

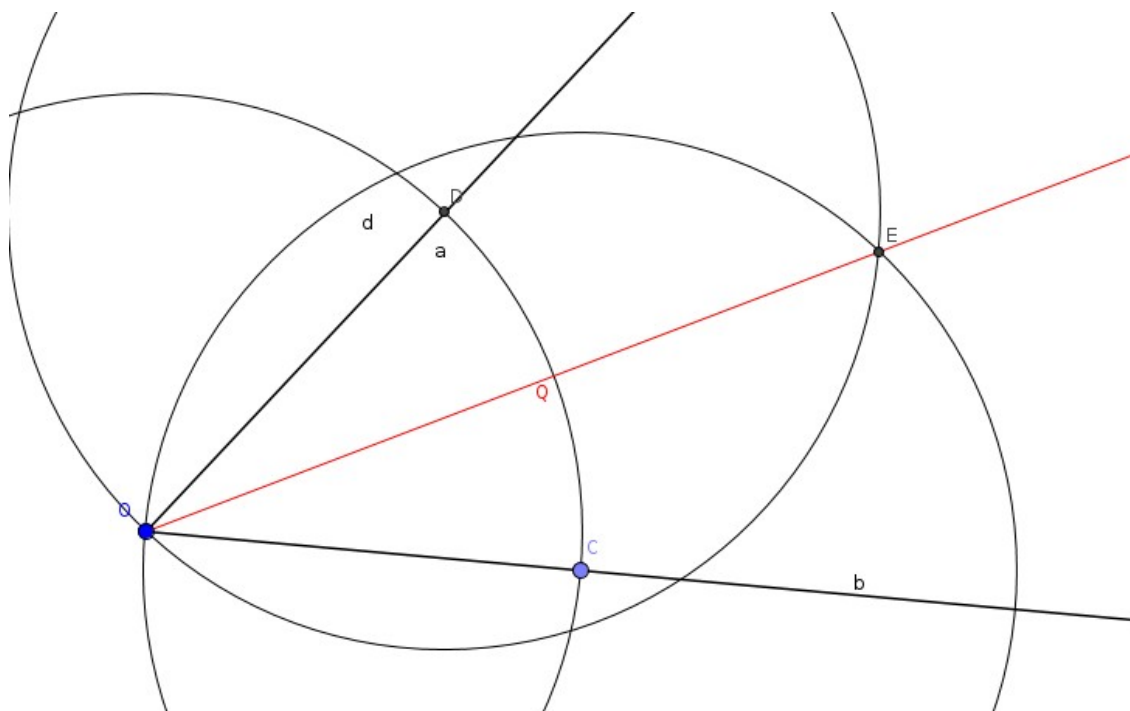
Définition : Une droite (d) est tangente à un cercle C lorsqu'elle a un unique point commun A avec le cercle. On dit que (d) est la tangente au cercle C en A .

Propriété : Soit \mathcal{C} un cercle de centre O , et A un point de ce cercle, la tangente au cercle \mathcal{C} en A est la droite perpendiculaire à la droite (OA) passant par A .



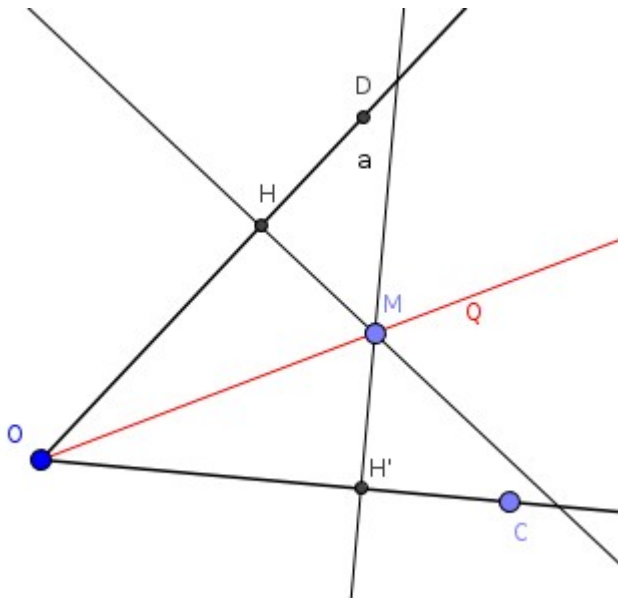
IV. Bissectrice et cercle inscrit

Rappel : La bissectrice d'un angle est la droite qui partage cet angle en deux angles adjacents de même mesure.



Propriété :

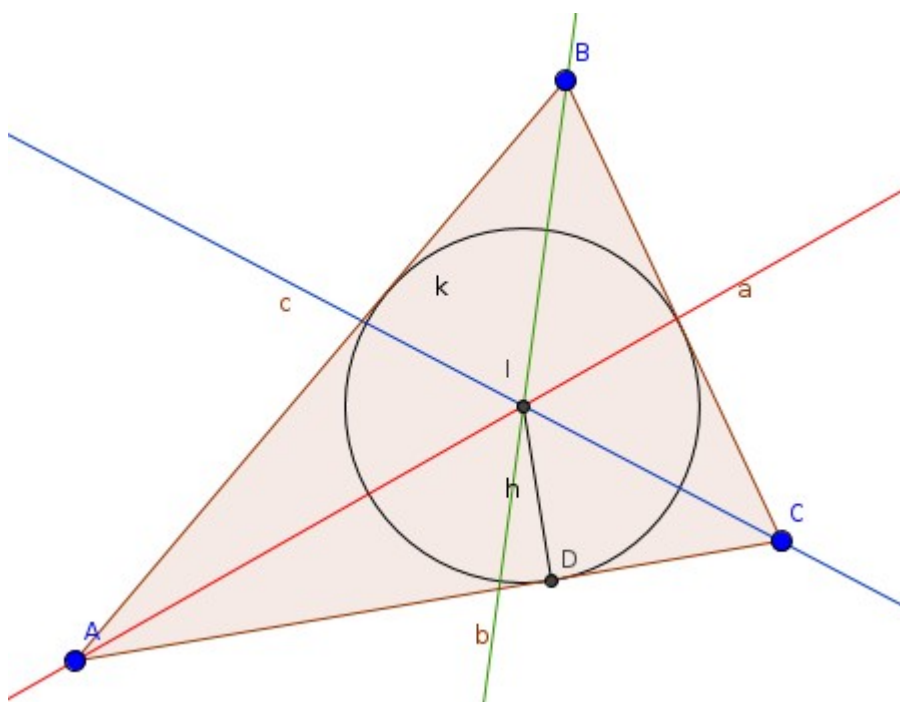
- Tout point M de la bissectrice d'un angle est à égale distance des 2 côtés de cet angle.
- Réciproquement, tout point situé à égale distance des 2 côtés d'un angle appartient à la bissectrice de cet angle.



- $[OM]$ est la bissectrice de l'angle $D\hat{O}C$
- HM est la distance du point M au côté $[OD]$.
- $H'M$ est la distance du point M au côté $[OC]$
- **$HM = H'M$**

Propriété :

- Les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes en un point I qui est à la même distance d des 3 côtés du triangle.
- Le cercle de centre I et de rayon d est appelé le cercle inscrit.



Le cercle noir est le cercle inscrit dans le triangle ABC.