

# Processamento Digital de Sinais

## Soluções para Tutorial 12 - Filtros de Resposta ao Impulso Finita (FIR)

<https://github.com/fchirono/AulasDSP>

## 1 Removendo uma Perturbação de um Sinal de Áudio

### 1.1

### 1.2

O espectro de frequência do canal esquerdo do arquivo `BetterDaysAheadT.wav` é mostrado na Figura 1. Este espectro foi calculado usando  $N_{dft} = 2^{15}$  pontos.

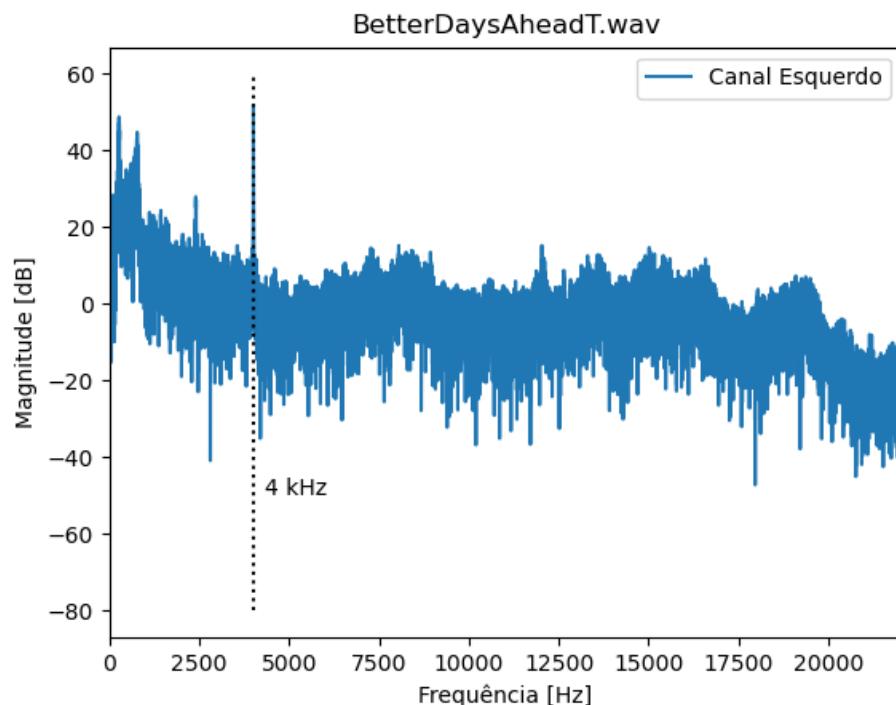


Figura 1: Espectro de frequência do canal esquerdo de `BetterDaysAheadT.wav`.

## 1.3

Para o filtro passa-baixas, escolhemos  $N_{taps} = 201$  e  $f_0 = 3500$  Hz para obter uma atenuação razoavelmente acentuada e atenuar a perturbação tonal sem afetar muito o espectro da música abaixo da frequência de corte. A resposta em frequência do filtro é mostrada na Figura 2.

Note, entretanto, que as escolhas para a ordem do filtro e para a frequência de corte são um pouco arbitrárias; escolhas diferentes produzirão resultados diferentes dos mostrados aqui, e é difícil comparar seus desempenhos sem um critério de comparação claro. Por exemplo, os filtros poderiam ser comparados com base em seu desempenho na faixa de passagem (por exemplo, “atenuação máxima de  $-1$  dB em 3500 Hz” para o filtro passa-baixas) ou com base em seu desempenho na faixa de rejeição (por exemplo, “atenuação mínima de  $-40$  dB em frequências acima de 4100 Hz” para o filtro passa-baixas).

## 1.4

Para o filtro passa-altas, escolhemos  $N_{taps} = 201$  e  $f_0 = 4500$  Hz para obter uma atenuação razoavelmente acentuada e atenuar a perturbação tonal sem afetar muito o espectro da música acima da frequência de corte. A resposta em frequência do filtro também é mostrada na Figura 2.

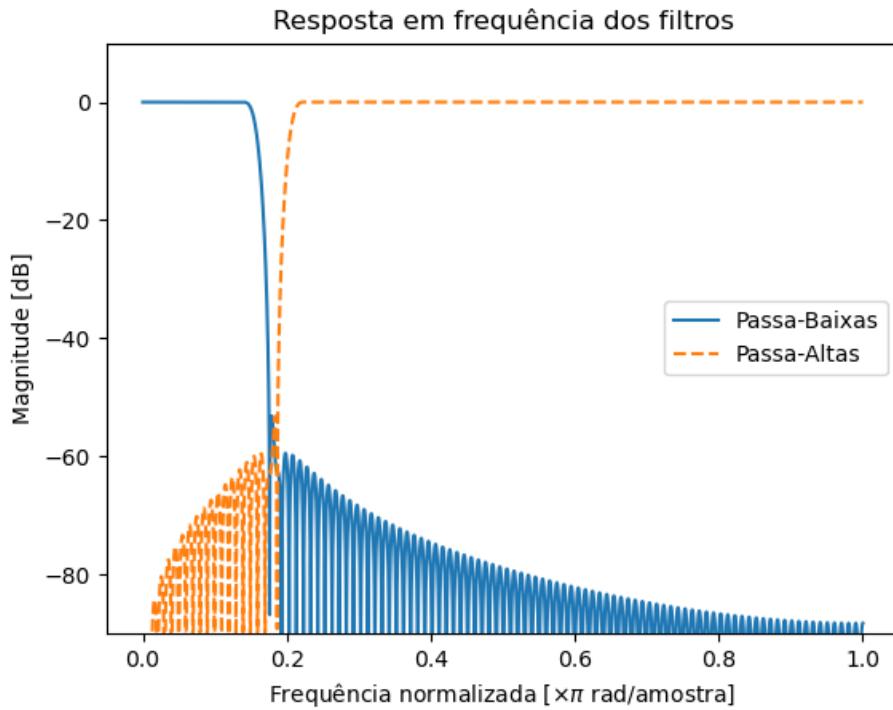


Figura 2: Resposta em frequência para filtros passa-baixas e passa-altas.

Para uma referência visual, os espectros dos sinais filtrados são mostrados na Figura 3.

## 1.5

A razão entre os espectros de saída e entrada do filtro com música como sinal de entrada é mostrada na Figura 4. Esta é uma estimativa rudimentar da resposta em frequência do filtro; note como este método de estimativa retorna um espectro muito “ruidoso” (i.e. com variância alta). Esta é uma das razões pelas quais o Estimador H1 é preferido para estimar respostas em frequência, já que ele envolve a média dos espectros dos sinais ao longo de múltiplos quadros para reduzir a variância da estimativa.

Seu desempenho também dependerá do conteúdo de frequência dos sinais: o sinal de música contém mais energia na região de baixa frequência do que na região de alta frequência, e assim a

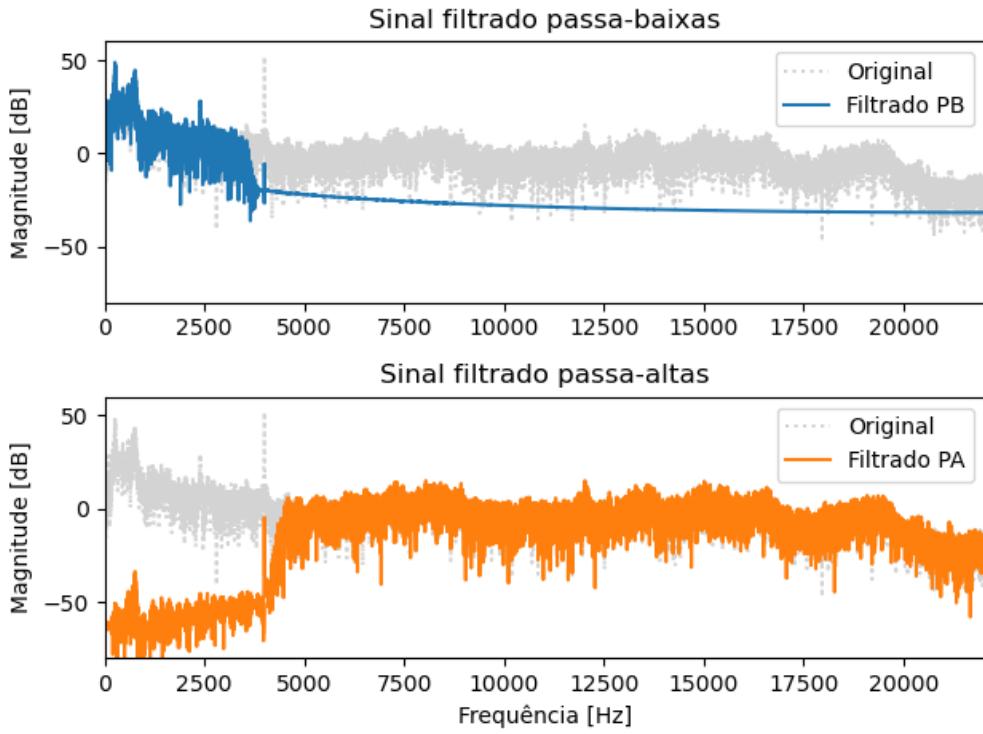


Figura 3: Espectros de frequência para sinais filtrados passa-baixas e passa-altas.

estimativa nessas frequências corresponde melhor à resposta em frequência do filtro do que em altas frequências. Portanto, é frequentemente preferível usar sinais com um conteúdo de frequência mais plano (tal como ruído branco, como visto a seguir) ao estimar a resposta em frequência de um sistema.

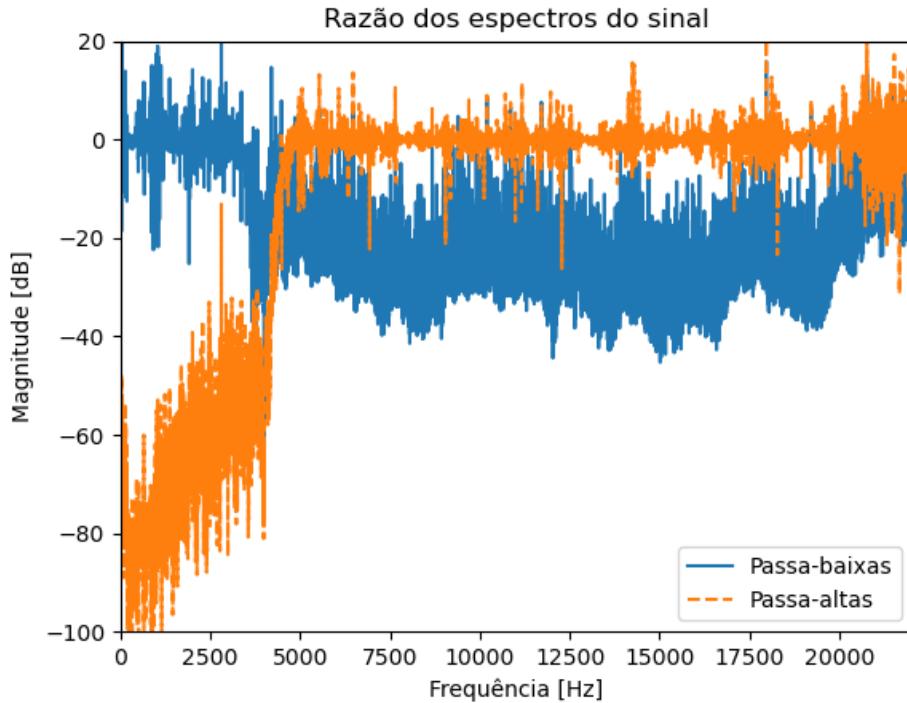


Figura 4: Razão entre os espectros de saída e entrada para filtro passa-baixas e passa-altas usando música como sinal de entrada.

## 1.6

O espectro para o sinal filtrado passa-baixas somado com o sinal filtrado passa-altas é mostrado na Figura 5. Note como a perturbação tonal em 4 kHz foi atenuada em cerca de 45 dB; o efeito de rejeição de faixa é claramente visível, e o tom deve estar praticamente inaudível agora.

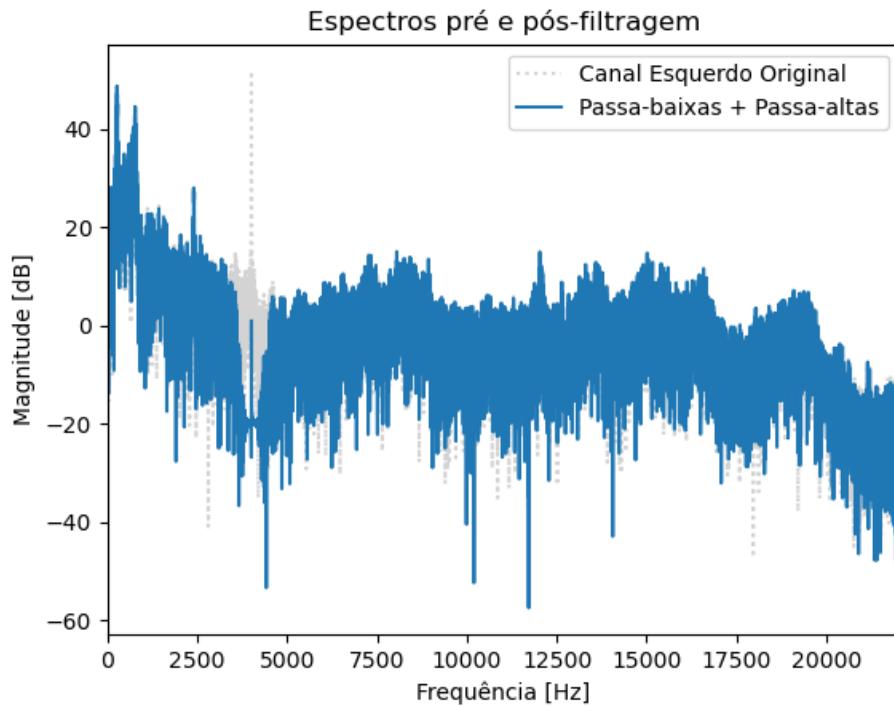


Figura 5: Espectros de frequência do sinal original do canal esquerdo e da soma dos sinais filtrados passa-baixas e passa-altas.

## 1.7

A razão entre os espectros de saída e entrada do filtro com ruído branco como sinal de entrada é mostrada na Figura 6, parte superior. Note agora como a região de alta frequência se assemelha à resposta em frequência dos filtros originais da Figura 2; entretanto, os espectros resultantes ainda são muito “ruidosos”.

A razão de espectros entre a soma dos sinais filtrados e o sinal de entrada original também é mostrada na Figura 6, parte inferior. O efeito de rejeição de faixa em torno de 4 kHz é agora claramente visível, enquanto o restante do espectro de frequência não é afetado.

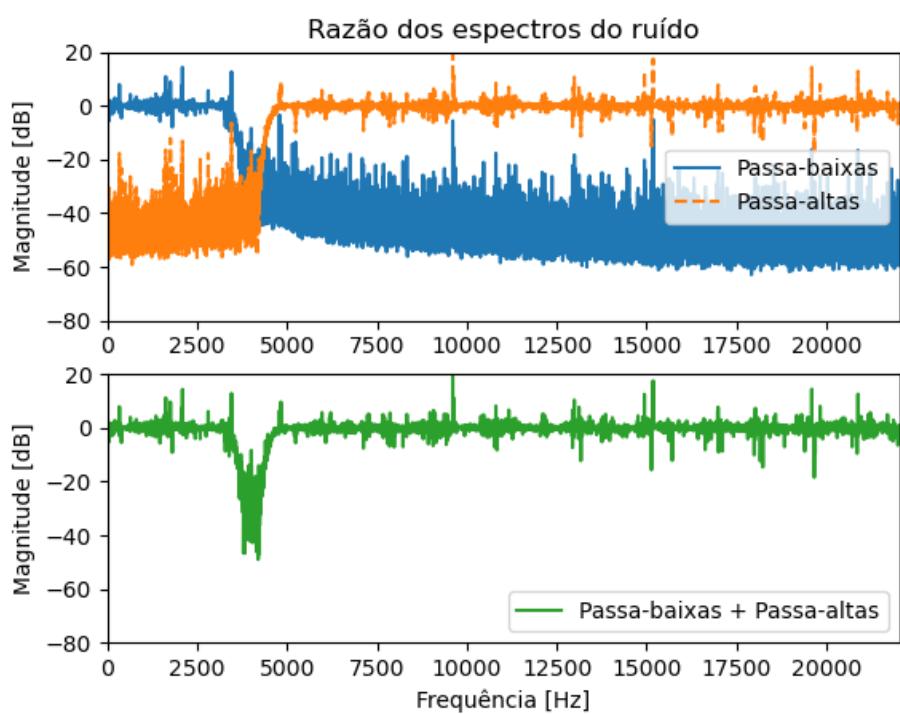


Figura 6: Razão entre os espectros de saída e entrada para filtros passa-baixas e passa-altas usando ruído branco como sinal de entrada.

## 2 Simulando um Eco Simples

Para criar a resposta ao impulso de um eco após  $\Delta t = 0.0455$  s, temos que criar um sinal contendo dois impulsos: o impulso direto em  $t = 0$  e o impulso atrasado em  $t = \Delta t$ :

$$IR_{eco}(t) = \delta(t) + \delta(t - \Delta t). \quad (1)$$

Dependendo da sua escolha de frequência de amostragem, você pode ter que arredondar o número da amostra do eco. A resposta ao impulso resultante é mostrada na Figura 7.

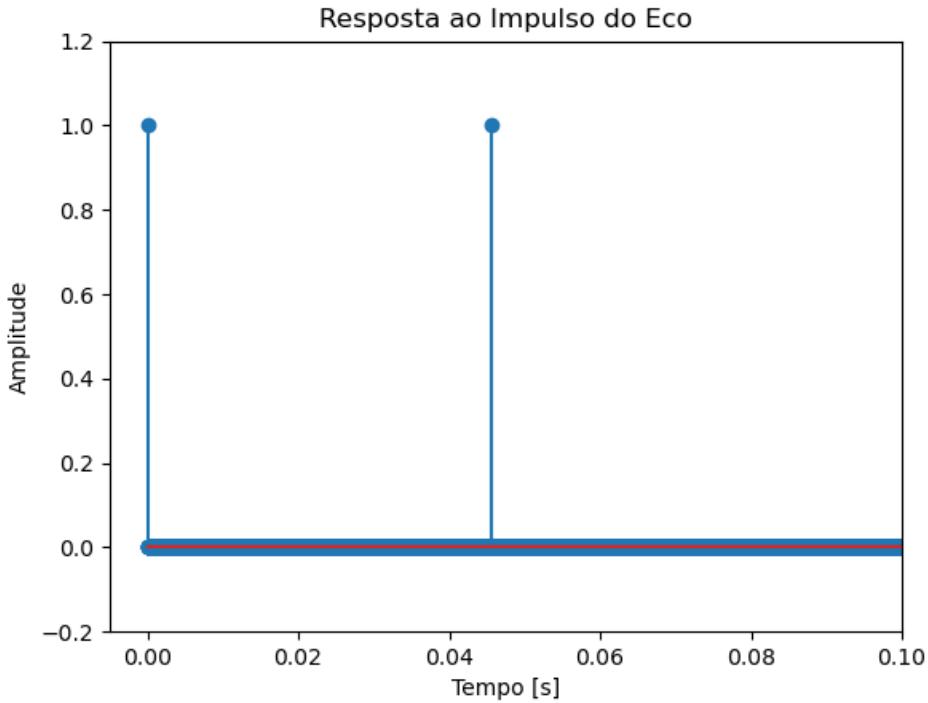


Figura 7: Resposta ao impulso de eco simulado, com eco ocorrendo em  $\Delta t = 0.0455$ .

Calculando analiticamente a Transformada de Fourier da resposta ao impulso acima, pode-se mostrar que a Resposta em Frequência do “sistema de eco” é

$$H_{eco}(f) = 1 + e^{-j2\pi f\Delta t}, \quad (2)$$

e sua magnitude ao quadrado é

$$|H_{eco}(f)|^2 = 2 + 2 \cos(2\pi f\Delta t). \quad (3)$$

Portanto, a magnitude ao quadrado da resposta em frequência consistirá de um termo constante mais um termo cossenoidal, cujo período de oscilação no domínio da frequência é  $1/\Delta t \approx 21.98$  Hz. Para tornar este efeito visualmente perceptível, decidimos usar  $2^{15}$  pontos de DFT, os quais produzem uma resolução de frequência de  $\approx 5.4$  Hz quando pareados com uma frequência de amostragem de 44100 Hz. Note também que o efeito de oscilação não é claramente visível se toda a faixa de frequência for mostrada na figura, e assim você precisará mostrar apenas uma porção da faixa de frequência.

A resposta em frequência calculada para o sinal de eco é mostrada na Figura 8 como a linha azul sólida sem marcadores, enquanto a resposta em frequência teórica dada na Equação 2 é mostrada como a linha amarela tracejada com marcadores triangulares. Nota-se a excelente concordância entre os dois traços. Note como quando plotada em decibéis, a resposta em frequência mostra uma série de nulos igualmente espaçados, idealmente indo até  $-\infty$  dB (i.e. magnitude zero), daí o nome de “filtro em pente” (*comb filter*) para este tipo de efeito.

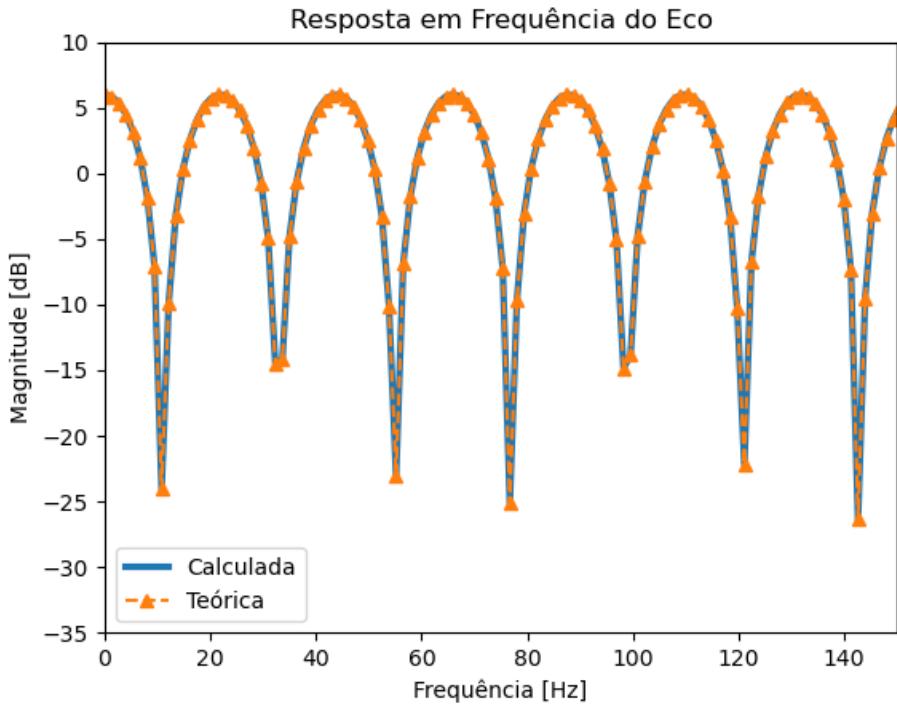


Figura 8: Resposta em frequência de eco simulado, com eco ocorrendo em  $\Delta t = 0.0455$ ; note as oscilações ocorrendo com um período de cerca de 22 Hz.

Em seguida, aplicamos esta resposta ao impulso ao sinal de música usando o comando `scipy.signal.lfilter` e comparamos seu espectro ao sinal de música original; o resultado é mostrado na Figura 9. Note como as oscilações no domínio da frequência criadas pelo eco aparecem como uma variação do espectro do sinal filtrado sobre o espectro do sinal original.

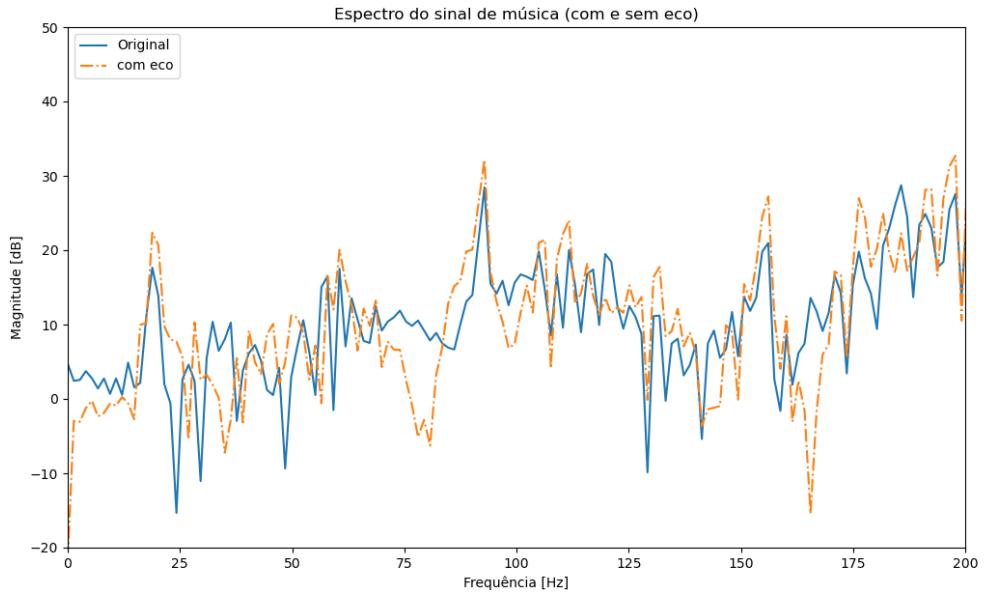


Figura 9: Espectros de frequência do sinal de música antes e depois de aplicar um eco.

Ao ouvir o sinal filtrado, o efeito pente não é facilmente percebido como uma filtragem de frequência - em vez disso, percebemos apenas como um eco. Entretanto, valores diferentes para o eco produzirão valores diferentes para o efeito de filtro pente: um efeito muito dramático pode ser obtido ajustando o

tempo de eco entre 0.003 e 0.001 s, onde o eco é muito curto para ser percebido como tal pelo ouvido humano, mas o efeito de filtragem pente produz uma sonoridade metálica.

### 3 OPCIONAL: Reflexão Simples de uma Parede

O sinal emitido pela fonte irá se propagar por uma distância  $d_{direto}$  e alcançar o microfone em um tempo  $t_{direto}$  com uma amplitude  $p_{direto}$ . Assumindo que o sinal deixa a superfície da fonte e se propaga com a velocidade do som, as seguintes equações podem ser escritas:

$$d_{direto} = d_{fonte-parede} - d_{mic-parede} - R, \quad (4)$$

$$t_{direto} = d_{direto}/c_0, \quad (5)$$

$$p_{direto} = P_1/d_{direto}. \quad (6)$$

Assumindo que o microfone é acusticamente transparente, o som continuará a se propagar em direção à parede, refletirá na parede e alcançará o microfone novamente em um tempo  $t_{refletido}$ , após se propagar por uma distância total  $d_{refletido}$ , com uma amplitude  $p_{refletido}$ . Podemos então escrever:

$$d_{refletido} = d_{direto} + 2d_{mic-parede}, \quad (7)$$

$$t_{refletido} = d_{refletido}/c_0, \quad (8)$$

$$p_{refletido} = P_1/d_{refletido}. \quad (9)$$

Uma vez que os tempos de viagem são definidos, é necessário arredondá-los para sua amostra inteira mais próxima a fim de criar a resposta ao impulso digital. Isto pode ser alcançado dividindo o tempo de chegada do pulso acústico no microfone pelo período de amostragem  $T_s = 1/f_s$ :

$$n = \text{arredondar}(t/T_s) = \text{arredondar}(t \cdot f_s). \quad (10)$$

Das equações acima e dos valores dados no exercício, obtemos os seguintes resultados:

Tabela 1: Resultados da Simulação de Eco Fonte-Parede

$d_{direto}$	2.1	$m$	$d_{refletido}$	5.7	$m$
$t_{direto}$	$6.122 \cdot 10^{-3}$	$s$	$t_{refletido}$	$1.662 \cdot 10^{-2}$	$s$
$n_{direto}$	270	amostras	$n_{refletido}$	733	amostras
$p_{direto}$	$4.762 \cdot 10^{-2}$	$Pa$	$p_{refletido}$	$1.754 \cdot 10^{-2}$	$Pa$

Estes valores permitirão então construir a resposta ao impulso mostrada na Figura 10.

### 4 OPCIONAL: Cálculo de Resposta ao Impulso e Resposta em Frequência de Filtros

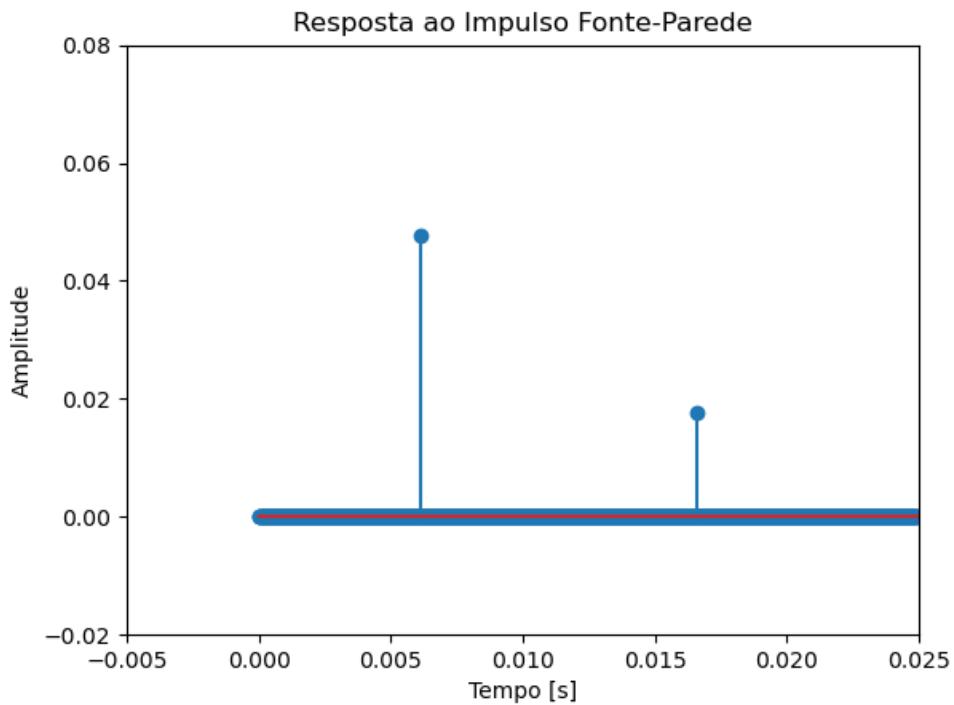


Figura 10: Resposta ao impulso simulada para um caso fonte-parede.

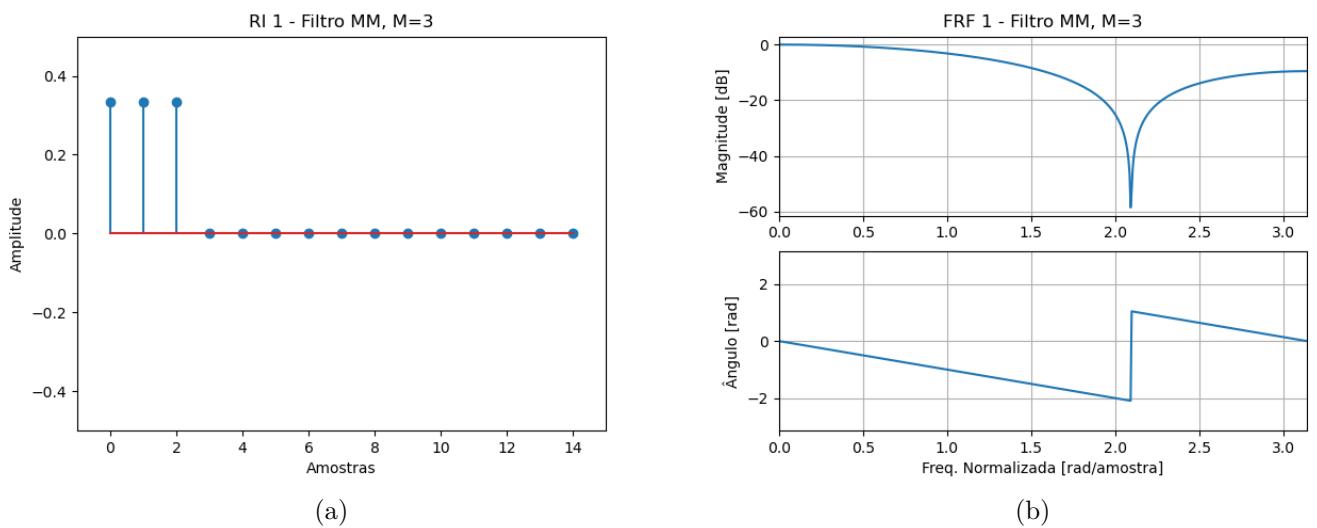


Figura 11: (a) Resposta ao impulso e (b) resposta em frequência do filtro de média móvel,  $M = 3$ .

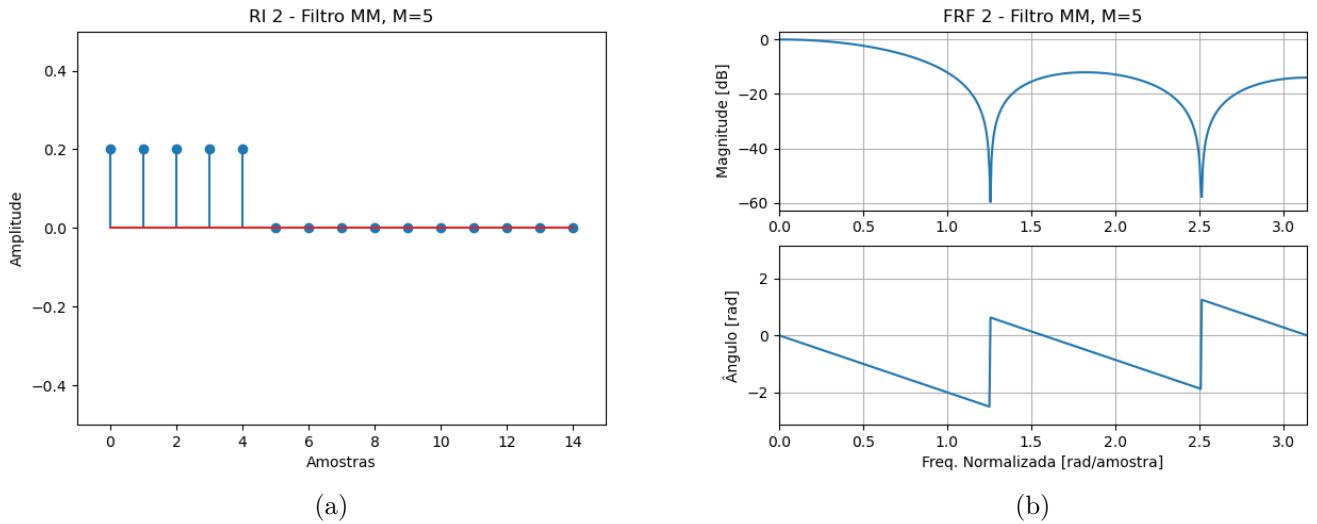


Figura 12: (a) Resposta ao impulso e (b) resposta em frequência do filtro de média móvel,  $M = 5$ .

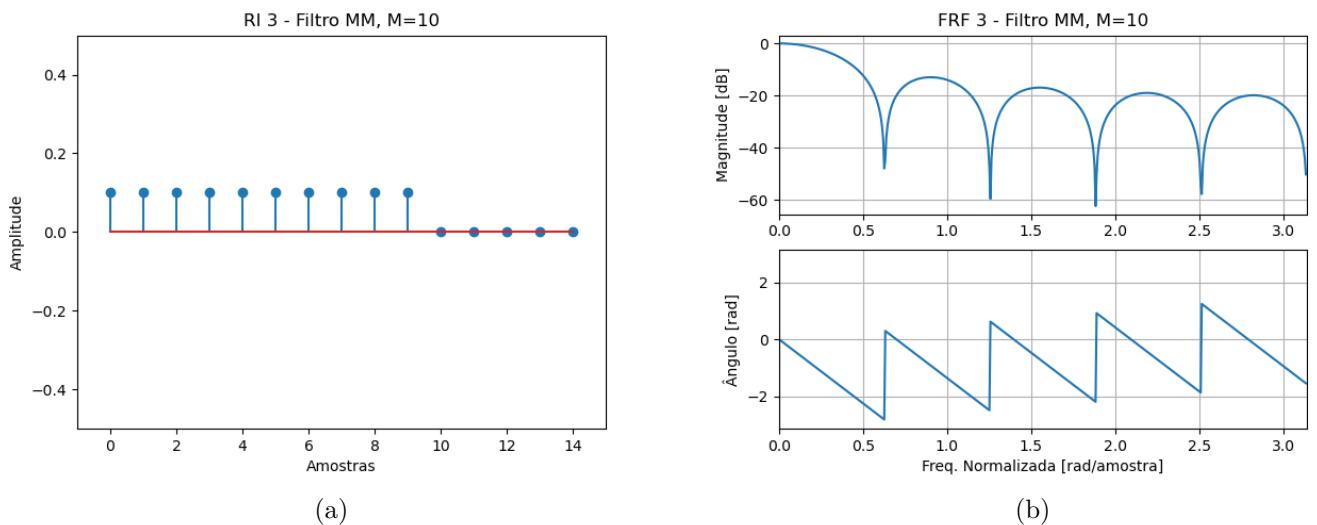
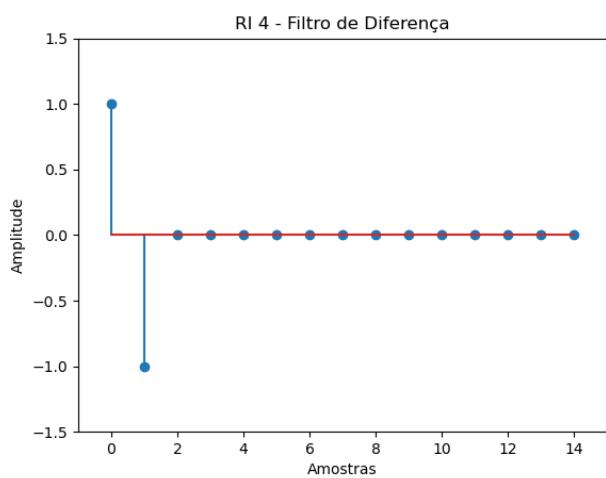
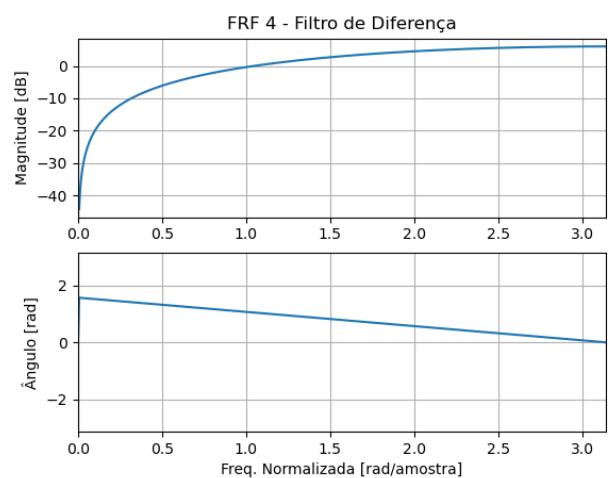


Figura 13: (a) Resposta ao impulso e (b) resposta em frequência do filtro de média móvel,  $M = 10$ .



(a)



(b)

Figura 14: (a) Resposta ao impulso e (b) resposta em frequência do filtro de diferença.