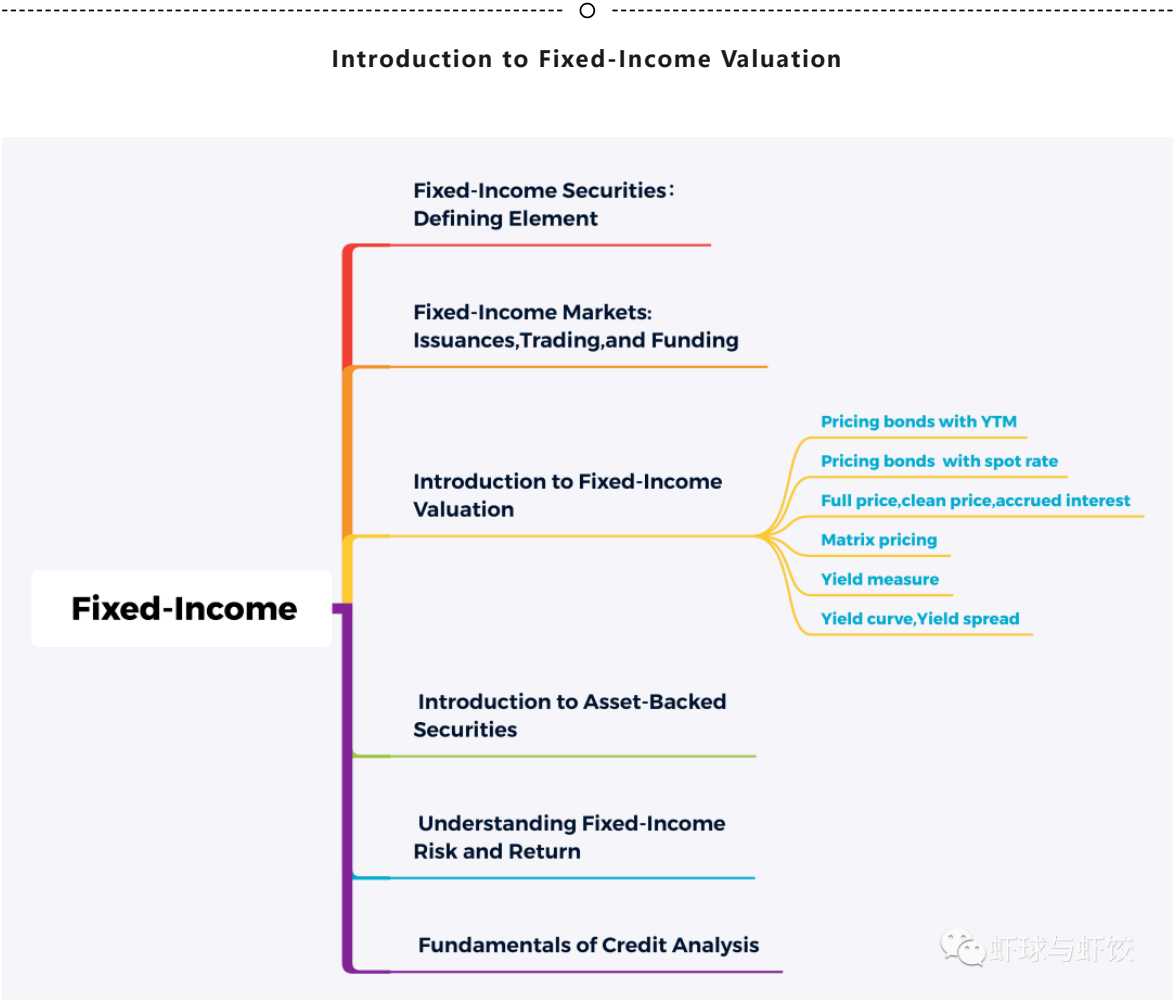


【PyCFA】FI No.1 关于债券定价及到期收益率的计算

NAU Analysts 2020-04-01 19:13

以下文章来源于虾球与虾饺，作者阿茶



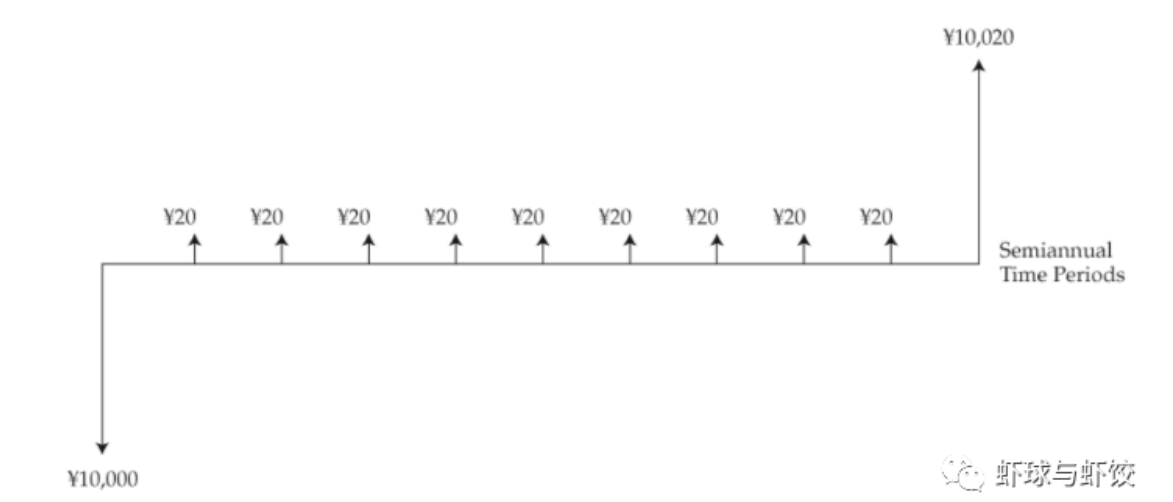
按照发行主体可以大致分为三类：政府债券、金融债券、公司（企业）债券。

政府债券因为有政府税收作为保障，是这三类中风险最小的，同时收益也最小。

接下来了解几个债券的基本元素

- 发行人 (Issuer)
- 到期日 (Maturity Date)
- 票面价值 (Par Value)
- 票面利率 (Coupon Rate)
- 频率 (Frequency)
- 货币面值 (Currency Denomination)

以一个**五年期**的日本国债 (Japanese Government Bond) 为例，**票面利率为0.4%**，**票面价值为 ¥ 10,000**,**半年付息一次**。可以得到以下的现金流图片。



图片来源：《EQUITY AND FIXED INCOME》

Coupon Payment= $(10,000 \times 0.4\%) \div 2 = 20$
每半年返还利息 ¥ 20，最后一年连本金一起返还 ¥ 1020

向下的箭头代表着投资者付出现金。向上的箭头代表着投资者获得的本金、利息。


进行利息的计算，我们先了解**付息频率**

付息频率

常见的付息频率有**每年付息**(annual payment)，**每半年付息**(semiannual payment)，**每季度付息**(quarterly payment)。

借助银行存款中的**复利频次**进行理解

$$FV = A(1 + \frac{R}{m})^{mn}$$

 虾球与虾饺

FV=终值（本息和），A=本金，R=利率，m=每年付息的次数，n=年数

Example

假设有100元存入银行五年，5年期定期存款的利率为2.75%，若每年付息一次，五年后得到的本息和是多少？

```

1 def FV(A,R,m,n):
2     if m == 'Y':
3         return ('一年复利1次得到的本息和',round(A*(1+R)**(n),4))
4     elif m == 'S':
5         return ('半年复利1次得到的本息和',round(A*(1+R/2)**(n*2),4))
6     elif m == 'Q':
7         return ('每季度复利1次得到的本息和',round(A*(1+R/4)**(n*4),4))
8
9 FV_m = FV(A=100,R=0.015,m='Q',n=1)
10 print(FV_m)

```

在计算中，要注意复利频率，一般所给出的利率是年化利率，需要进行调整。

定价公式

债券发行价格=各期利息按市场利率折现+到期票面金额按市场利率折算的现值

1.利用固定的市场折现率计算债券价格

假设市场折现率不变，进行债券价格的计算

$$P = \sum_{t=1}^n \frac{PV * C}{(1+r)^t} + \frac{PV}{(1+r)^n}$$

P=债券价格，PV=票面价值，C=票面利率，r=市场折现率，n=付息期数

Example1.

假设一个票面价值为100元的三年期债券，其票面利率为8%，每年两次在6月15日和12月15日付款，同期市场折现率为3%，则该债券的价格为多少？

```

1 def price(PV,C,r,n):
2     sum = []
3     for i in range(n-1):
4         i=i+1
5         sum.append((PV*C)/((1+r)**i))
6     return (np.sum(sum)+(PV*(1+C)/(1+r)**n))
7
8 price_m=price(100,0.04,0.03,6)
9 print(round(price_m,4))

```

例子中票面利率8%是指年化利率，半年期付息则半年的利率为4%，3年期的债券就会有6期来付息，所以C=4%，n=6

计算得到债券价格为95.4172

2.利用即期利率计算债券价格

计算债券价格另一个基本方法是使用与现金流日期相对应的市场贴现率，这些市场贴现率为即期利率，这一计算债券价格的方法相较于使用固定市场折现率计算会更为常用。

即期利率是在每个现金流日到期的零息债券的到期收益率，用即期利率计算的债券价格被称为“无套利价格”。

$$P = \sum_{t=1}^n \frac{PV * C}{(1+r_t)^t} + \frac{PV}{(1+r_t)^n}$$

P=债券价格，PV=票面价值，C=票面利率，r=即期利率，n=付息期数

Example

假设有一个面值为100元，票面利率为3%，每年付息一次的四年期债券，则该债券价值为多少。

Time-to-Maturity Spot Rates A

1 year	0.39%
2 years	1.40%
3 years	2.50%
4 years	3.60%



题目来源：《EQUITY AND FIXED INCOME》

```

1 def price(PV,R,n,r):
2     sum = []
3     for (i,j) in zip(x[:n-1],y):
4         sum.append((PV*R)/((1+j)**i))
5     return (np.sum(sum)+(PV*(1+R)/(1+r)**n))
6
7 x=[1,2,3,4]
8 y=[0.0039,0.014,0.025,0.036]
9 zip(x,y)
10
11 price_m=price(100,0.03,4,0.036)
12 print(round(price_m,4))

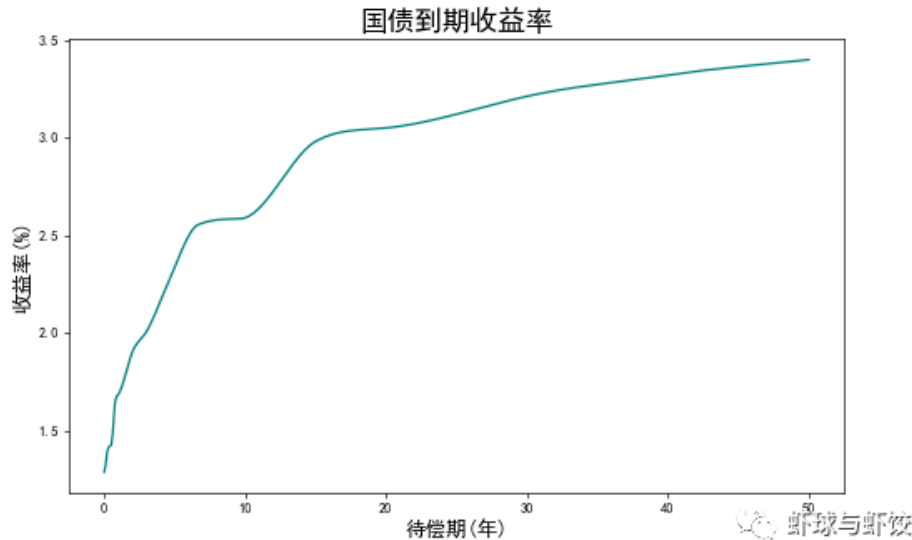
```

计算得到价格为98.1044

到期收益率 (Yield to Maturity)

到期收益指的是将债券持有到偿还期所获得的收益，包括到期的全部利息，到期收益率经常被用来衡量债券的收益水平。

下图为我国国债的到期收益率曲线，可以看出，随着期限的增加，到期收益率也在上升，因为借款期限越长，市场价格变动的可能性越大，投资者所承担的风险越高，因此会要求一个更高的收益率。



债券中有很多指标，到期收益率是其中一个可以帮助投资者衡量一支债券好坏的指标。利用到期收益率这一个指标，可以将不同的债券进行比较，从而简单判断出哪个债券比另外一个债券更有“价值”。

计算到期收益率有以下三个关键的假设条件

- 1.投资者持有债券至到期

2.发行方在预定的日期全额支付所有利息与本金

3.投资者能够以相同的收益率再投资

到期收益率的计算公式

$$P = \frac{PV*CR}{(1+YTM)^1} + \frac{PV*CR}{(1+YTM)^2} + \dots + \frac{PV*(1+CR)}{(1+YTM)^n}$$

虾球与虾饺

P=价格，PV=票面价值，CR=票面利率，YTM=到期收益率，n=付息期数

Example

假设一个票面价值为100元的三年期债券，其票面利率为8%，每年两次在6月15日和12月15日付款，该债券价格为98.17元，则该债券的到期收益率为多少？

```
1 from sympy import *
2
3 def price(PV,CR,r,n):
4     sum = []
5     for i in range(n-1):
6         i=i+1
7         sum.append((PV*CR)/((1+r)**i))
8     return (np.sum(sum)+(PV*(1+CR)/(1+r)**n))
9
10 def YTM_long(PV,CP,YTM,n,P):
11     YTM=Symbol('YTM')
```

```
12     f=(price(PV,CP,YTM,n)-P)
13     result=solve(f,YTM)
14     r = [n for n in result if n.is_real] #在得到的数据中选取实数
15     rate = [i for i in r if i > 0] #选取大于0的数据即为利率
16     return(rate)
17
18 YTM_long(100,0.0125,YTM,6,98.17)
```

计算得到该债券到期收益率为1.571%

债券的定价及收益率的计算是学习债券中重要的一节，除此之外还有债券的久期，债券的期限结构理论等，这些在之后也会介绍。

以上就是本期用python来实现关于债券定价及到期收益率的计算，如果有不当的地方，还请大家多多指正。

○

本期撰写人：孙天佑
南京审计大学2018级CFA1班
邮箱：1161114204@qq.com

