



Facultad de Ingeniería, Universidad de la República

Montevideo, Uruguay

INFORME LABORATORIO 4

Métodos de Monte Carlo

Autor

Francisco Casarotti - 4.595.179-7

Supervisor

Ing. Hector Cancela

23/03/2021

ÍNDICE

Ejercicio 7.1	3
Especificaciones del computador	3
Parte a	4
Resolución	4
Parte b	5
Resolución	6
Parte c	7
Resolución	7

Ejercicio 7.1

Supongamos que un programa de posgrado incluye un conjunto de P profesores y otro de S estudiantes, y que se desea asignar a cada estudiante un profesor para consultas, pero que todas las personas son de diferentes países y comprenden distintos idiomas. Si cada estudiante tiene asignado un profesor para consultas, la cantidad total de formas de asignar profesores a los estudiantes es P^S (hay P opciones para cada estudiante, y S estudiantes en total, la cantidad total de opciones es el producto sobre los estudiantes de las opciones de cada estudiante).

Supongamos que nos interesa determinar cuántas formas hay de asignar profesores a los estudiantes, respetando que cada profesor asignado a un estudiante tenga un idioma en común con él (para que puedan comunicarse). Si hay L lenguajes posibles, podemos tener para cada estudiante s un subconjunto $Id(s)$ con los lenguajes que entiende, y lo mismo para cada profesor p ; y una asignación sólo sería válida si para cada estudiante s y su profesor $p(s)$, se cumple que $Id(s) \cap Id(p(s)) \neq \emptyset$ (estos conjuntos también podrían representarse como matrices $Id_{s,l}$ e $Id_{p,l}$, con entradas 1 cuando ese estudiante o profesor entienden el lenguaje l y 0 si no).

Para estimar la cantidad de formas distintas de realizar estas asignaciones de profesores y estudiantes, es posible aplicar el método Monte Carlo.

Se debe recibir en entrada el número de replicaciones a realizar, y el nivel de confianza; en salida, se debe dar la estimación del número de combinaciones N_C , así como la desviación estándar y un intervalo de confianza (del nivel especificado) calculado en base al criterio de Agresti-Coull.

Especificaciones del computador

Para la realización de los cálculos en todas las partes del problema se utilizó una computadora ACER Aspire 5 A515-51-563W, con un procesador Intel® Core™ i5-7200U CPU @ 2.50GHz $\times 4$, un disco duro de 240GB SSD, y una memoria de 8GB. Además, se utilizó el sistema operativo Ubuntu 20.04.

Parte a

Escribir un programa para hacer el cálculo previamente descrito. Entregar pseudocódigo y código.

Resolución

```
1 Pseudocódigo:
2 r = #Profesores^#Estudiantes
3 Sj = {son los pares (estudiante,profesor) tal que comparten un idioma en común}
4 S=0
5 for i = 1 to n:
6     for j = 1 to can_estudiantes:
7         sorteo un profesor, a ese profesor le asignó ese estudiante (un profesor puede
            tener múltiples estudiantes)
8         Por cada profesor, chequeo que los estudiantes sorteados coincidan en por lo menos
            un idioma, en caso de no hacerlo no es una asignación válida.
9         Si todos los profesores coinciden:
10             s+=1
11 Esperanza = rS/n
12 Varianza = Esperanza*(Esperanza-r)/n
```

En primer lugar para saber si existe o no una conexión entre un estudiante y un profesor, lo que se hace es, las matrices entrantes que son s_l (que corresponde a Estudiante Lenguaje) y p_l (que es Profesor Lenguaje) se multiplican. Para lograr esto p_l se transpone y multiplican con s_l dando como resultado una matriz que nos indica que estudiantes tienen una conexión con qué profesores mediante una lengua.

Para generar los valores aleatorios, en lugar de ir generando pares independientes, lo que se hizo fue, por cada estudiante sortear un profesor y crear un diccionario en el que el profesor es la “key” del diccionario y guardan en un arreglo los estudiantes. Luego para validar se recorre el diccionario de profesores y se chequea si existe una conexión entre ese profesor y sus respectivos estudiantes.

Ejemplo

Profesores = { 0:[0,5], 2:[2,3,5] }

Profesor 0 imparte clases a los los estudiantes 0 y 5

Profesor 2 imparte clases a los estudiantes 2, 3 y 5

Parte b

Sea el siguiente caso: **Estudiantes/lenguajes:** Maria: español, inglés; Sophie: inglés, francés; Liliana: español, portugués; Lucia: inglés, portugués; Monique: francés; Rodrigo: español, inglés, francés; John: inglés; Neymar: portugués, español; Jacques: francés, portugués; Juan: español.

Estudiante/Idioma	Español	Inglés	Francés	Portugués
Maria	Si	Si	No	No
Sophie	No	Si	Si	No
Liliana	Si	No	No	Si
Lucia	No	Si	No	Si
Monique	No	No	Si	No
Rodrigo	Si	Si	Si	No
John	No	Si	No	No
Neymar	Si	No	No	Si
Jacques	No	No	Si	Si
Juan	Si	No	No	No

Profesores: Tom: inglés, francés, español; Luciana: inglés, portugués; Gerard: inglés, francés; Silvia: español, francés.

Profesor/Idioma	Español	Inglés	Francés	Portugués
Tom	Si	Si	Si	No
Luciana	No	Si	No	Si
Gerard	No	Si	Si	No
Silvia	Si	No	Si	No

Usando el programa anterior, y empleando 1000 replicaciones de Monte Carlo, estimar los valores de cuantas combinaciones N_C hay para asignar profesores a estudiantes y que tengan un idioma en común, con intervalos de confianza de nivel 95%.

Resolución

Se ingresaron los datos del ejercicio y se obtuvieron los siguientes resultados para mil replicaciones.

Esperanza -> 108003
Varianza -> 101686665
Desviación Media -> 10084
Intervalo Agresti Coull -> [100922, 114258]
Tiempo ejecución -> 0.0372 segundos

Por los datos aportados por un compañero en el foro se sabe que el valor exacto de esta resolución es 124416. Se puede ver claramente que el intervalo se encuentra lejos de la solución se vuelve aplicar pero para mayor replicaciones.

Para 10^7 replicaciones estos son los datos obtenidos.

Esperanza -> 124404
Varianza -> 11497
Desviación Media -> 107
Intervalo Agresti Coull -> [124326, 124481]
Tiempo ejecución -> 110.0731 segundos

Para esta segunda ejecución con mayor cantidad de replicaciones se llega un resultado mucho más fiel y cercano al resultado real.

Parte c

Adaptar el programa para calcular el número de combinaciones si además queremos agregar como restricción que ningún profesor atienda menos de un estudiante ni más de cuatro estudiantes.

Usando el programa modificado, y empleando 1000 replicaciones de Monte Carlo, estimar los valores de cuantas combinaciones $N C$ hay para asignar profesores a estudiantes y que tengan un idioma en común y cuplan la restricción adicional mencionada, con intervalos de confianza de nivel 95%.

Resolución

El programa en sí no recibió muchas modificaciones sino que más bien las formas de validar. Al igual que en la parte a se tiene que cada profesor tiene un conjunto de estudiantes asignados y, anteriormente lo que se hacía era saber si existía una relación de idioma entre profesores y estudiantes, ahora la diferencia es que se recorren todos los profesores, no se recorre solamente los que tienen estudiantes asignados, y verificar que tengan por lo menos un estudiante y no más de cuatro. A continuación se puede ver la diferencia de código.

```
# Parte A
def valida(profs,b):
    for key in profs:
        for i in profs[key]:
            if b[i][key] != 1:
                return False
    return True
```

```
# Parte C
def valida(cant_profs,profs,b):
    for i in range(cant_profs):
        if i not in profs or len(profs[i])>4:
            return False
        else:
            for j in profs[i]:
                if b[j][i] != 1:
                    return False
    return True
```

Para 1000 replicaciones se obtienen los siguientes datos.

Escriba la cantidad de replicaciones que desea realizar: 1000

Esperanza -> 60817
Varianza -> 60133050
Desviación Media -> 7755
Intervalo Agresti Coull -> [56830, 64340]
Tiempo ejecución -> 0.0414 segundos

Por los mismos datos aportados por un compañero en el foro se sabe que el valor exacto de esta resolución es 75045. Se puede ver claramente que el intervalo se encuentra lejos de la solución se vuelve aplicar pero para mayor replicaciones.

Para 10^6 replicaciones estos son los datos obtenidos.

Esperanza -> 75018
Varianza -> 73035
Desviación Media -> 270
Intervalo Agresti Coull -> [74871, 75165]
Tiempo ejecución -> 13.1811 segundos