PSP6075525 - Testing psicologico (matr. dispari)

Caso studio del 11-06-21

Istruzioni iniziali

- Si avvii una nuova sessione di R (o RStudio).
- Si crei un nuovo script di R e lo si salvi come `cognome_nome.R`.
- Si effettui il download del file di dati dell'esame `dati_esame.Rdata` disponibile presso la pagina moodle del corso e lo si carichi nell'ambiente di lavoro di R.
- Si crei un nuovo documento di testo (mediante LibreOffice Writer, Microsoft Word o software analogo) e lo si salvi come `cognome_nome.doc`. Il file dovrà contenere le risposte ai quesiti d'esame accompagnati dai comandi di R, dai risultati ottenuti e dai grafici prodotti. Le risposte dovranno essere inserite in ordine, rispettando il numero del quesito a cui si riferiscono. Alla fine, il file dovrà essere convertito in formato non modificabile (PDF: `cognome_nome.pdf`) ed inviato al docente utilizzando la procedura "Consegna documento" disponibile presso la pagina Moodle del corso. Nel caso di utilizzo di `R-markdown` per la compilazione dinamica di documenti di testo, sarà necessario inviare il file sorgente .Rmd unitamente al file PDF generato. Si ricorda di riportare chiaramente Nome, Cognome e Matricola all'interno dei file contenenti le soluzioni finali (.pdf, .R, .Rmd).
- La valutazione della prova sarà effettuata utilizzando primariamente il file `cognome_nome.pdf`: si raccomanda pertanto la chiarezza nella scrittura delle risposte e la correttezza nel riportare i comandi e gli output di R. Il file `cognome_nome.R` dovrà essere allegato al file `cognome_nome.pdf` solo per un controllo aggiuntivo (pertanto non verrà primariamente valutato).

Caso studio

Il caso studio si riferisce alla valutazione dei test ridotti SWLS-III (*Satisfaction With Life Scale*) e HILS-III (*Harmonic in Life*) utilizzati rispettivamente per la valutazione delle componenti cognitive e affettive del benessere soggettivo (*subjective well-being*). Le versioni abbreviate di entrambi i test comprendono tre item ciascuno. I dati si riferiscono ad uno studio[1] che ha coinvolto 299 partecipanti (di cui 214 di genere femminile, 84 di genere maschile, 1 non dichiarato) di nazionalità britannica. Gli item sono stati rilevati su scale ordinali a 7 livelli (*1*: "Strongly Disagree",...,*7*: "Strongly Agree") e sono descritti dalle seguenti assegnazioni semantiche: (1) *My lifestyle allows me to be in harmony*, (2) *Most aspects of my life are in balance*, (3) *I am in harmony* (HILS-III); (1) *In most ways my life is close to my ideal*, (2) *The conditions of my life are excellent*, (3) *I am satisfied with my life* (SWLS-III). Entrambi i test sono stati somministrati allo stesso campione in due tempi, il secondo dei quali a distanza di quattordici giorni in media dal primo. Per entrambe le somministrazioni è stato anche rilevato il tempo (in minuti) necessario al completamento di emtrambi i test (`CompleteTime`).
L'obiettivo dell'analisi è quello di (i) studiare la dimensionalità complessiva del test SWLS-HILS composto da entrambi i test abbreviati; (ii) valutare se i costrutti indagati sono invarianti nel tempo.

1. Si individuino il numero di unità statistiche, si calcolino alcune statistiche descrittive del campione e si commenti il tipo di dato a disposizione.
   Il numero di unità statistiche è pari a $n = 299$ non equamente raggruppate per la variabile genere (maschi: $n = 84$; femmine: $n = 214$; altro: $n = 1$). L'età media del campione è di 34.98 (scarto quadratico medio pari a 12.071), con il sottogruppo delle femmine avente età media pari a 35.407 (scarto quadratico medio pari a 11.598) e quello dei maschi avente età media pari a 33.786 (scarto quadratico medio pari a 13.232). Entrambi i sottogruppi presentano un intervallo di completamento del test pari a 14 giorni, sebbene i maschi presentino una maggiore variabilità (pari a 1.628) rispetto alle femmine (pari a 1.305). Anche il tempo di completamento dei test alla prima somministrazione (`t1`) è lo stesso tra maschi e femmine, sebbene questi ultimi presentino tempi meno dispersi intorno al loro valor medio. I dati a disposizione consistono nelle risposte su scala ordinale ai tre item di entrambi i test.

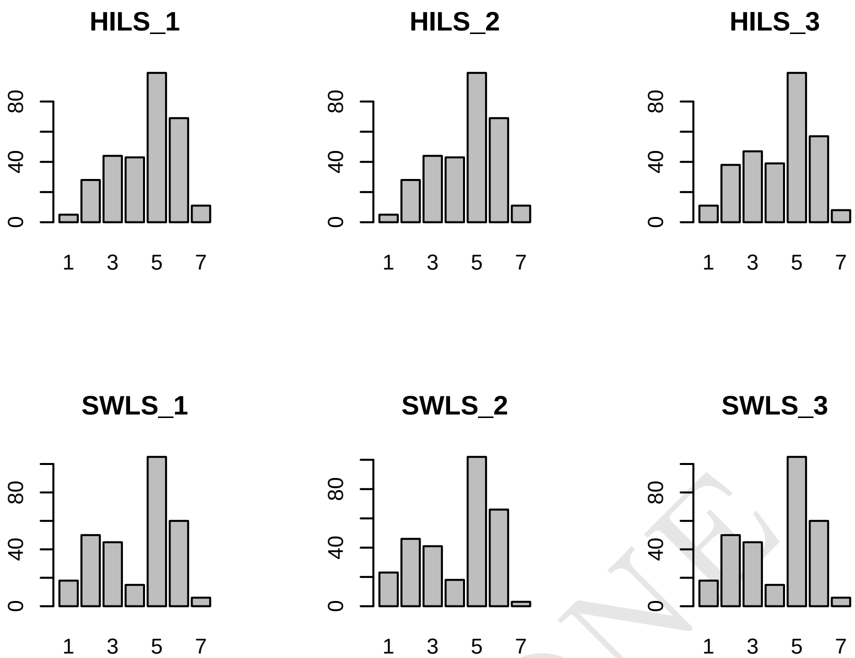
```r
#conteggi genere
c(sum(datax$Gender=="M"),sum(datax$Gender=="F"))

  [1]  84 214

#età complessiva
c(mean(datax$Age),sd(datax$Age))

  [1] 34.97993 12.07136

#età condizionata a genere
c(mean(datax$Age[datax$Gender=="M"]),
  sd(datax$Age[datax$Gender=="M"]))

  [1] 33.78571 13.23201

c(mean(datax$Age[datax$Gender=="F"]),
  sd(datax$Age[datax$Gender=="F"]))

  [1] 35.40654 11.59805

#CompletionDays condizionata a genere
c(mean(datax$CompleteDays[datax$Gender=="M"]),
  sd(datax$CompleteDays[datax$Gender=="M"]))
```

[1] Kjell, O. N., & Diener, E. (2021). Abbreviated three-item versions of the satisfaction with life scale and the harmony in life scale yield as strong psychometric properties as the original scales. *Journal of Personality Assessment*, 103(2), 183-194.

```
  Time differences in days
  [1] 14.919275  1.627835

c(mean(datax$CompleteDays[datax$Gender=="F"]),
  sd(datax$CompleteDays[datax$Gender=="F"]))

  Time differences in days
  [1] 14.771254  1.305174

#CompletionTime condizionata a genere (solo T1)
c(mean(datax$CompleteTime_t1[datax$Gender=="M"]),
  sd(datax$CompleteTime_t1[datax$Gender=="M"]))

  [1] 1.0105159 0.7047875

c(mean(datax$CompleteTime_t1[datax$Gender=="F"]),
  sd(datax$CompleteTime_t1[datax$Gender=="F"]))

  [1] 1.043847 1.848353
```

2. Si rappresentino graficamente gli item di entrambi i test al tempo `t1` mediante un grafico opportuno rispetto alla scala di rilevazione delle variabili. Si commentino i risultati ottenuti al punto precedente.
Gli item del questionario sono rilevati su scala ordinale a sette livelli. Come spesso accade con questa tipologia di variabili, la distribuzione di frequenze per i livelli mostra una certa asimmetria verso i livelli più alti della scala e, in alcuni casi (es.: `SWLS`), la presenza - anche se non marcata - di due sottogruppi di risposte.

```
par(mfrow=c(2,3))
barplot(table(datax$HILS1_t1),main = "HILS_1");
barplot(table(datax$HILS1_t1),main = "HILS_2");
barplot(table(datax$HILS3_t1),main = "HILS_3")

barplot(table(datax$SWLS1_t1),main = "SWLS_1");
barplot(table(datax$SWLS1_t2),main = "SWLS_2");
barplot(table(datax$SWLS1_t1),main = "SWLS_3")
```



3. Si valuti la coerenza interna dei due test al tempo `t1` mediante indice α di Cronbach[2] e si commenti il risultato ottenuto rispetto alla relazione tra varianza di errore σ^2_E e varianza del punteggio vero σ^2_T.

```
coef_alpha(datax[,4:6]) #HILS t1

  [1] 0.9247363

coef_alpha(datax[,7:9]) #SWLS t1

  [1] 0.8783845
```

L'indice α è calcolato sulla matrice di covarianza osservata tra le variabili che formano la scala e, pertanto, non tiene conto di nessun modello di misura (valuta la coerenza interna della scala sul criterio della covariazione tra variabili). Per entrambi i test somministrati al tempo `t1` l'indice indica che l'attendibilità della scala è buona per SWLS-III e ottima per HILS-III. Ciò implica che le due scale riescono a separare bene la varianza del misurando $\sigma^2_T = \sigma^2_{y_{tot}}\sqrt{\alpha}$ dalla varianza d'errore $\sigma^2_E = \sigma^2_{y_{tot}}\sqrt{1-\alpha}$ (dove $\sigma^2_{y_{tot}}$ è la varianza dei punteggi totali grezzi al test mentre α è il valore dell'indice di Cronbach). In questo caso, per HILS-III abbiamo che $\sigma^2_{T_{\text{HILS}}} = 16.864$ e $\sigma^2_{E_{\text{HILS}}} = 4.811$. Per SWLS-III, invece, si hanno i risultati seguenti $\sigma^2_{T_{\text{SWLS}}} = 16.779$ e $\sigma^2_{E_{\text{HILS}}} = 6.243$. Dunque, entrambe le scala usate per quantificare i misurandi latenti sono idonei rispetto al criterio della coerenza interna.

4. Si valuti mediante un opportuno indice descrittivo la *validità test-retest* per HILS-III per i due tempi a disposizione. Si ricordi che un indice opportuno è quello che utilizza la correlazione tra i punteggi totali del test nei due tempi, ossia $r_{\texttt{t1|t2}} = \texttt{cor}\left(\mathbf{y}^{(t_1)}_{tot}, \mathbf{y}^{(t_2)}_{tot}\right)$.

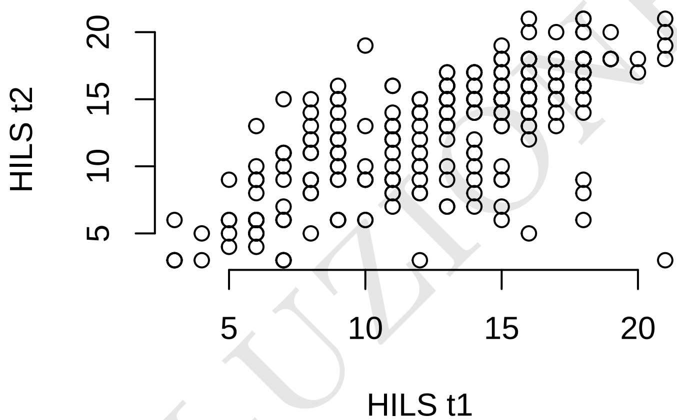
[2] L'indice può essere calcolato, ad esempio, mediante la funzione `alpha(x=...,)` della libreria `psych`. In alternativa può essere utilizzata la funzione `coef_alpha()` disponibile nel file `reliability.R` nella cartella "Utilities" alla pagina Moodle del corso.

```
ytot_t1 = apply(datax[,4:6],1,sum) #HILS t1
ytot_t2 = apply(datax[,11:13],1,sum) #HILS t2
cor(ytot_t1,ytot_t2,method = "spearman")
```

```
[1] 0.7513709
```

Il test HILS-III presenta una buona stabilità temporale secondo il criterio test-retest: i punteggi grezzi totali (stima del misurando latente HILS) nei due tempi sono positivamente associati come evidenzia l'indice di correlazione per ranghi di Spearman ($r_{\mathtt{t1|t2}} = 0.741$) e il grafico a dispersione seguente (l'effetto clustering dei punti nel grafico a dispersione è dovuto alla natura categoriale della variabile).

```
plot(ytot_t1,ytot_t2,bty="n",xlab = "HILS t1",ylab="HILS t2")
```



5. Si definisca un modello fattoriale confermativo ad una sola variabile latente per gli item di entrambe le scale (rilevate al tempo `t1`) e lo si adatti ai dati a disposizione mediante opportuno metodo di stima.

   Entrambe le scale sono composte da tre item ciascuna e un modello di misura complessivo sarà dunque composto da sei item complessivamente. Il modello CFA è definito dall'equazione lineare

$$\boldsymbol{\Sigma}_{y_{6\times 6}} = \boldsymbol{\lambda}_{6\times 1}\boldsymbol{\lambda}^T_{6\times 1}\phi + \boldsymbol{\Theta}_{\delta_{6\times 6}}$$

   mentre l'adattamento ai dati $\mathbf{S}_{y_{6\times 6}}$ può essere fatto mediante stimatori DWLS per dati ordinali. Il modello necessita di 12 parametri da stimare (5 coefficienti fattoriali, 6 varianze d'errore, 1 varianza della variabile latente) su un totale di $p(p+1)/2 = 21$ parametri totali. Poiché la stima è effettuata mediante DWLS, vi sono parametri aggiuntivi da stimare (c.d. *thresholds* degli item) e che si riferiscono alle soglie continue associate alle categorie di risposta. Questi parametri sono pari al numero di categorie di risposta (in questo caso 7) meno uno per il numero di item: $(7-1)*6 = 36$ parametri aggiuntivi (vengono stimati in una fase precedente alla stima dei parametri del modello CFA).[3]

```
#ricodifichiamo ciascuna variabile osservata al tempo t1 come variabile ordinale
for(j in (4:9)){
```

[3] Per una applicazione si veda:
`https://www.r-bloggers.com/2021/02/how-does-polychoric-correlation-work-aka-ordinal-to-ordinal-correlation/`.

```
  datax[,j] = factor(datax[,j],ordered=TRUE)
}

model1 = "eta=~HILS1_t1+HILS2_t1+HILS3_t1+SWLS1_t1+SWLS2_t1+SWLS3_t1"
fit1 = lavaan::cfa(model = model1,data = datax,
                   ordered = c("HILS1_t1","HILS2_t1","HILS3_t1",
                               "SWLS1_t1","SWLS2_t1","SWLS3_t1"),
                   estimator="DWLS")
```

6. Si interpreti il risultato del modello adattati al punto 5 anche mediante l'utilizzo di indici di adattamento complessivo. Si suggerisce l'utilizzo dei coefficienti standardizzati nell'interpretazione della soluzione fattoriale.

```
print(fit1)

  lavaan 0.6-7 ended normally after 19 iterations

    Estimator                                         DWLS
    Optimization method                             NLMINB
    Number of free parameters                           42

    Number of observations                             299

  Model Test User Model:

    Test statistic                                 116.282
    Degrees of freedom                                   9
    P-value (Chi-square)                             0.000

res1 = lavaan::inspect(fit1,what="std.all")
Xout = cbind(res1$lambda,diag(res1$theta),rep(res1$psi,6))
colnames(Xout)=c("lambda","diag(ThetaDelta)","phi")
print(Xout)

             lambda diag(ThetaDelta) phi
  HILS1_t1 0.8826990        0.2208425   1
  HILS2_t1 0.8940547        0.2006662   1
  HILS3_t1 0.9265891        0.1414326   1
  SWLS1_t1 0.7851674        0.3835121   1
  SWLS2_t1 0.7719652        0.4040697   1
  SWLS3_t1 0.8468704        0.2828105   1

fitMeasures(fit1,fit.measures = c("RMSEA","CFI","chisq","df","npar"))

    rmsea     cfi   chisq      df    npar
    0.200   0.993 116.282   9.000  42.000
```

Globalmente il modello adattato evidenzia un buon indice CFI ma uno scarso RMSEA. La struttura fattoriale della scala è ben formata dagli item a disposizione, con coefficienti fattoriali di magnitudine sufficientemente elevata. Le varianze d'errore per ciascun item sono contenute per entrambi i gruppi.

7. Si definisca un secondo modello fattoriale confermativo a due variabili latenti per gli item di entrambe le scale (rilevate al tempo `t1`) e lo si adatti ai dati a disposizione mediante opportuno metodo di stima. Per la definizione delle due variabili latenti si faccia riferimento alla seguente assegnazione: costrutto HILS (HILS1, HILS2, HILS3), costrutto SWLS (SWLS1, SWLS2, SWLS3).

Il modello CFA è definito dall'equazione lineare

$$\boldsymbol{\Sigma}_{y_{6\times 6}} = \boldsymbol{\Lambda}_{6\times 2}\boldsymbol{\Phi}_{2\times 2}\boldsymbol{\Lambda}^T_{6\times 2} + \boldsymbol{\Theta}_{\delta_{6\times 6}}$$

mentre l'adattamento ai dati $\mathbf{S}_{y_{6\times 6}}$ può essere fatto mediante stimatori DWLS per dati ordinali. Rispetto al modello unidimensionale adattato al punto 5, questo modello necessita della stima di un parametro aggiuntivo, ossia ϕ_{21}.

```r
model2 = "HILS=~HILS1_t1+HILS2_t1+HILS3_t1 \n SWLS=~SWLS1_t1+SWLS2_t1+SWLS3_t1"
fit2 = lavaan::cfa(model = model2,data = datax,
                   ordered = c("HILS1_t1","HILS2_t1","HILS3_t1",
                               "SWLS1_t1","SWLS2_t1","SWLS3_t1"),
                   estimator="DWLS")
```

8. Si interpreti il risultato del modello adattato al punto 7 (si suggerisce l'utilizzo dei coefficienti standardizzati nell'interpretazione delle soluzioni fattoriali). Si valuti infine, mediante l'utilizzo di indici di adattamento complessivo, se la soluzione a due fattori (punto 7) sia superiore o meno a quella a un singolo fattore (punto 5). Si scelga, dopo opportune argomentazioni, il modello fattoriale finale che meglio si adatta ai dati.

```r
print(fit2)

  lavaan 0.6-7 ended normally after 22 iterations

    Estimator                                       DWLS
    Optimization method                           NLMINB
    Number of free parameters                         43

    Number of observations                           299

  Model Test User Model:

    Test statistic                                 5.915
    Degrees of freedom                                 8
    P-value (Chi-square)                           0.657

res2 = lavaan::inspect(fit2,what="std.all")
Xout = cbind(res2$lambda,diag(res2$theta),res2$psi[2,1],res1$lambda,diag(res1$theta),0)
colnames(Xout)=c("M2_lambda1","M2_lambda2","M2_diag(ThetaDelta)","M2_phi12",
                 "M1_lambda","M1_diag(ThetaDelta)","M1_phi12")
print(Xout)

           M2_lambda1 M2_lambda2 M2_diag(ThetaDelta)  M2_phi12 M1_lambda
  HILS1_t1  0.8945894  0.0000000          0.19970981 0.8215187 0.8826990
  HILS2_t1  0.9116767  0.0000000          0.16884567 0.8215187 0.8940547
  HILS3_t1  0.9511888  0.0000000          0.09523988 0.8215187 0.9265891
  SWLS1_t1  0.0000000  0.8163607          0.33355527 0.8215187 0.7851674
  SWLS2_t1  0.0000000  0.8187805          0.32959850 0.8215187 0.7719652
  SWLS3_t1  0.0000000  0.9135317          0.16545989 0.8215187 0.8468704
           M1_diag(ThetaDelta) M1_phi12
  HILS1_t1           0.2208425        0
  HILS2_t1           0.2006662        0
  HILS3_t1           0.1414326        0
  SWLS1_t1           0.3835121        0
```

```
  SWLS2_t1          0.4040697       0
  SWLS3_t1          0.2828105       0
```

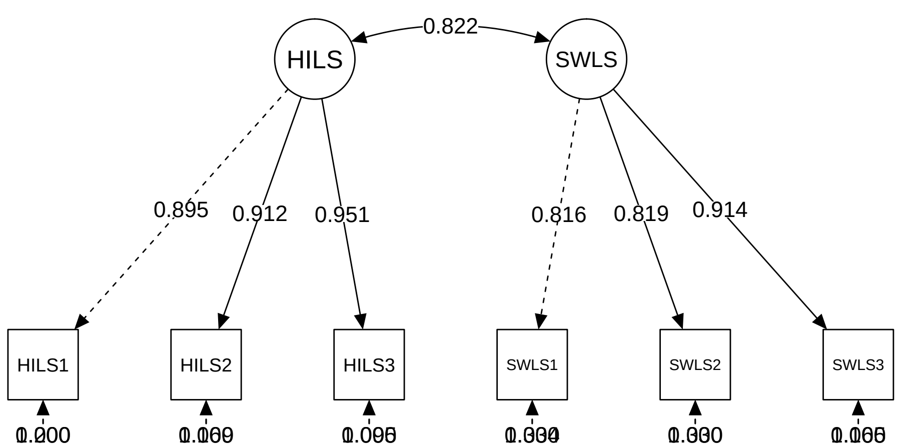
```
Yout = rbind(fitMeasures(fit2,fit.measures = c("RMSEA","CFI","chisq","df","npar","aic")),
             fitMeasures(fit1,fit.measures = c("RMSEA","CFI","chisq","df","npar","aic")))
rownames(Yout)=c("mod2","mod1")
print(Yout)
```

```
          rmsea       cfi      chisq df npar aic
  mod2 0.000000 1.0000000   5.915002  8   43  NA
  mod1 0.200002 0.9926386 116.282139  9   42  NA
```

Il modello a due fattori presenta decisamente un adattamento complessivo migliore del modello ad un solo fattore (l'indice AIC non è disponibile quando i parametri sono stimati mediante DWLS). La struttura fattoriale è ben formata, come evidenziato anche dalle basse varianze residue per il modello a due fattori. L'alta correlazione tra le variabili latenti HILS e SWLS indicano che i misurandi sono associati tra loro il che implica che non sia possibile quantificare il primo costrutto senza che allo stesso modo si quantifichi il secondo. Sarebbe possibile definire un terzo modello con fattore sovraordinato ma questo non migliorerebbe di molto il modello a due fattori avendo quest'ultimo già elevati indici di fit. Si sceglie dunque di considerare il modello a due fattori per le analisi successive.

9. Sulla base dei risultati ottenuti al punto 8, si rappresenti graficamente il modello finale scelto.

```
semPlot::semPaths(object = fit2, whatLabels = "std.all",edge.label.cex = 0.95,
                  edge.color = "black",sizeMan = 7,sizeLat=8,
                  style = "lisrel",nDigits = 3,
                  intercepts = FALSE,thresholds = FALSE)
```



[4] Per la valutazione dell'invarianza, si consiglia di creare un nuovo dataset in formato lungo che contenga i sei item concatenati in riga. Questo può essere effettuato mediante le seguenti istruzioni:

```
datay = data.frame(rbind(matrix(as.numeric(as.matrix(datax[,c(4:9)])),NROW(datax),6),
        matrix(as.numeric(as.matrix(datax[,c(11:16)])),NROW(datax),6)))
datay$time = rep(c("1","2"),each=NROW(datax))
colnames(datay) = c(paste0("HILS",1:3),paste0("SWLS",1:3),"time")
```

A questo punto, la variabile `group` può essere utilizzata per distinguere i due gruppi/tempi nell'istruzione per il calcolo dell'invarianza fattoriale: `lavaan::cfa(...,group = "time",data=datay)`.

10. Si valuti mediante un'opportuna procedura statistica se il modello fattoriale confermativo scelto al punto 8 sia invariante *in senso debole* nelle somministrazioni a tempo `t1` e `t2`.[4]

    L'invarianza temporale può essere valutata allo stesso modo dell'invarianza per gruppi, codificando in questo caso le somministrazioni temporali come gruppi separati. Si ricorda che un modello CFA unidimensionale è invariante in senso debole all'interno di $g = 1, \ldots, G$ gruppi quando è possibile scriverlo come segue:

$$\boldsymbol{\Sigma}^{(g)}_{y_{6\times 6}} = \boldsymbol{\Lambda}_{6\times 2}\boldsymbol{\Phi}^{(g)}_{2\times 2}\boldsymbol{\Lambda}^{T}_{6\times 2} + \boldsymbol{\Theta}^{(g)}_{\delta_{6\times 6}}$$

    dove le matrici dei coefficienti fattoriali sono vincolate ad essere uguali

$$\boldsymbol{\Lambda}^{(1)} = \ldots = \boldsymbol{\Lambda}^{(G)}$$

    per tutti i gruppi in considerazione (nel caso specifico, $G = 2$ e si hanno due soli gruppi/tempi di confronto). Il test del χ^2 per modelli annidati permette di valutare se un tale modello vincolato $\mathcal{M}_{\text{deb}}$ sia superiore ad un modello in cui non si ha tale vincolo (modello configurale) $\mathcal{M}_{\text{conf}}$. Se l'ipotesi nulla

$$H_0 : \chi^2_{\mathcal{M}_{\text{deb}}} - \chi^2_{\mathcal{M}_{\text{conf}}} = 0$$

    non è rigettata allora il modello i gruppi sono invarianti in senso debole (il modello $\mathcal{M}_{\text{deb}}$ è scelto rispetto a $\mathcal{M}_{\text{conf}}$).

    Il primo passo per valutare dunque se un modello CFA è invariante nei gruppi in senso debole è quello di definire e adattare un modello di tipo configurale (modello senza vincoli, *unconstrained model*) ed uno con il vincolo di uguaglianza dei coefficienti fattoriali, come segue:

```r
#ricodifica del dataset dalla forma "wide" a quella "long"
datay = data.frame(rbind(
  matrix(as.numeric(as.matrix(datax[,c(4:9)])),NROW(datax),6),
  matrix(as.numeric(as.matrix(datax[,c(11:16)])),NROW(datax),6)))

#aggiunta della variabile tempo al nuovo dataset
datay$time = rep(c("1","2"),each=NROW(datax))

#assegnazione dei nomi di colonna al nuovo dataset
colnames(datay) = c(paste0("HILS",1:3),paste0("SWLS",1:3),"time")

#modello CFA configurale
model_inv = "HILS=~HILS1+HILS2+HILS3 \n SWLS=~SWLS1+SWLS2+SWLS3"
fit_conf = lavaan::cfa(model = model_inv,group = "time",data=datay)

#modello CFA debole
fit_deb = lavaan::cfa(model = model_inv,group = "time",data=datay,
                               group.equal=c("loadings"))
```

    Successivamente, il test inferenziale può essere fatto mediante il comando:

```r
lavaan::anova(fit_conf,fit_deb)

  Chi-Squared Difference Test

           Df   AIC   BIC  Chisq Chisq diff Df diff Pr(>Chisq)
  fit_conf 16 10174 10341 44.138
  fit_deb  20 10167 10317 45.526     1.3888       4     0.8461
```

    che evidenzia il fatto che i due gruppi siano invarianti in senso debole (H_0 non è rigettata ad un $\alpha = 0.05$). Il modello fattoriale confermativo invariante in senso debole rappresenta la struttura fattoriale del test composito HILS-SWLS allo stesso modo in entrambe le somministrazioni temporali. In particolare, il modello di misura - ossia la formalizzazione che mette in relazione variabili osservate e latenti - è invariante in `t1` e `t2` e ciò indica che gli item quantificano il costrutto composito del benessere individuale allo stesso modo sia per la prima sia per la seconda somministrazione. Si noti in ultima instanza la differenza tra la valutazione della validità temporale mediante CFA e quella fatta mediante correlazione tra punteggi totali grezzi (punto 4): quest'ultima non definisce un modello statistico per la gestione dell'errore di misura ed utilizza una trasformazione lineare delle risposte grezze come stima del misurando latente.