PSP6075525 - Testing psicologico (matr. dispari)

Caso studio del 09-02-21

Istruzioni iniziali

- Si avvii una nuova sessione di R (o RStudio).
- Si crei un nuovo script di R e lo si salvi come `cognome_nome.R`.
- Si effettui il download del file di dati dell'esame `dati_esame.Rdata` disponibile presso la pagina moodle del corso e lo si carichi nell'ambiente di lavoro di R.
- Si crei un nuovo documento di testo (mediante LibreOffice Writer, Microsoft Word o software analogo) e lo si salvi come `cognome_nome.doc`. Il file dovrà contenere le risposte ai quesiti d'esame accompagnati dai comandi di R, dai risultati ottenuti e dai grafici prodotti. Le risposte dovranno essere inserite in ordine, rispettando il numero del quesito a cui si riferiscono. Alla fine, il file dovrà essere convertito in formato non modificabile (PDF: `cognome_nome.pdf`) ed inviato al docente utilizzando la procedura "Consegna documento" disponibile presso la pagina Moodle del corso. Nel caso di utilizzo di `R-markdown` per la compilazione dinamica di documenti di testo, sarà necessario inviare il file sorgente .Rmd unitamente al file PDF generato. Si ricorda di riportare <u>chiaramente</u> Nome, Cognome e Matricola all'interno dei file contenenti le soluzioni finali (.pdf, .R, .Rmd).
- La valutazione della prova sarà effettuata utilizzando primariamente il file `cognome_nome.pdf`: si raccomanda pertanto la chiarezza nella scrittura delle risposte e la correttezza nel riportare i comandi e gli output di R. Il file `cognome_nome.R` dovrà essere allegato al file `cognome_nome.pdf` solo per un controllo aggiuntivo (pertanto non verrà primariamente valutato).

Caso studio

Il caso studio si riferisce alla valutazione del test SWLS (*Satisfaction With Life Scale*) utilizzato per la valutazione del benessere individuale (*subjective well-being*). I dati si riferiscono ad uno studio che ha coinvolto 207 partecipanti di sesso maschile e 269 partecipanti di sesso femminile. Il test SWLS è originariamente composto da cinque item rappresentati mediante scala ordinale a sette punti (categorie elevate si riferiscono a maggiore soddisfazione). Gli item sono descritti semanticamente come segue: (1) *In most ways my life is close to my ideal*, (2) *The conditions of my life are excellent*, (3) *I am satisfied with my life*, (4) *So far I have gotten the important things I want in life*, (5) *If I could live my life over, I would change almost nothing*. L'obiettivo dell'analisi è quello di studiare la dimensionalità del test SWLS per entrambi i gruppi e valutare se i costrutti indagati sono invarianti per genere.

1. Si individuino il numero di unità statistiche e si commenti il tipo di dato a disposizione.
   Il numero di unità statistiche è pari a $n = 476$ non equamente raggruppate per la variabile genere (maschi: $n = 207$; femmine: $n = 269$). Il dato di cui si dispone è la matrice di covarianza $\mathbf{S}_Y$ riferita ai cinque item del test per entrambi i gruppi $\mathbf{S}_{Y_\mathrm{M}}$ e $\mathbf{S}_{Y_\mathrm{F}}$. Inoltre, per entrambi i gruppi, si dispone anche delle medie (osservate) per ciascuno dei cinque item che compongono il test.[1]

```
str(swls_data)

   List of 4
    $ datacov    :List of 2
     ..$ Male  : num [1:5, 1:5] 1.75 1.23 1.19 1.18 1.25 ...
     .. ..- attr(*, "dimnames")=List of 2
     .. .. ..$ : chr [1:5] "Item1" "Item2" "Item3" "Item4" ...
     .. .. ..$ : chr [1:5] "Item1" "Item2" "Item3" "Item4" ...
     ..$ Female: num [1:5, 1:5] 1.49 1.13 1.14 1 1.17 ...
     .. ..- attr(*, "dimnames")=List of 2
     .. .. ..$ : chr [1:5] "Item1" "Item2" "Item3" "Item4" ...
     .. .. ..$ : chr [1:5] "Item1" "Item2" "Item3" "Item4" ...
    $ nobs       : Named num [1:2] 207 269
     ..- attr(*, "names")= chr [1:2] "Male" "Female"
    $ groupLabels: Named chr [1:2] "M" "F"
     ..- attr(*, "names")= chr [1:2] "Male" "Female"
    $ itemMeans  :List of 2
     ..$ Male  : num [1:5] 3.97 4.04 4.42 4.12 3.85
     ..$ Female: num [1:5] 4.08 4.24 4.49 4.32 3.97
```

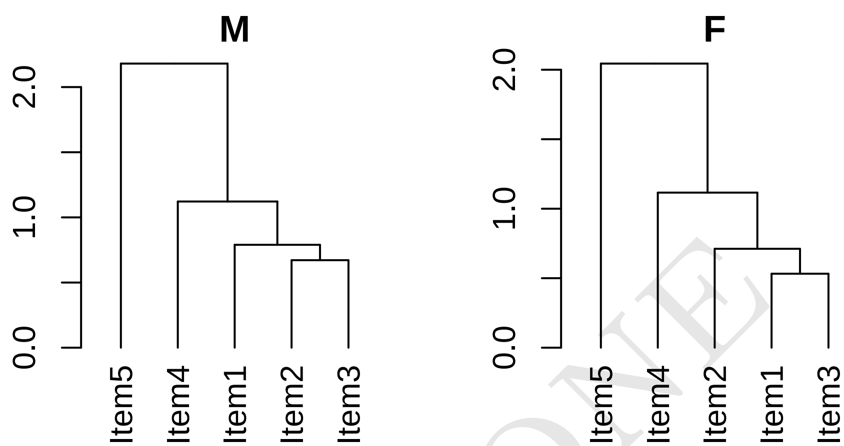
2. Si comparino le matrici di covarianza per i due gruppi mediante adeguata rappresentazione grafica e si valuti la loro similarità strutturale mediante un opportuno indice numerico. Si interpreti infine il risultato ottenuto.
   Un modo per confrontare le due matrici di covarianza $\mathbf{S}_{Y_\mathrm{M}}$ e $\mathbf{S}_{Y_\mathrm{F}}$ è quello di utilizzare un grafico tipo *tanglegram*. In breve, questo grafico visualizza i dendrogrammi relativi a $\mathbf{S}_{Y_\mathrm{M}}$ e $\mathbf{S}_{Y_\mathrm{F}}$, ottenuti ciascuno mediante clustering gerarchico sulle matrici di covarianza opportunamente trasformate in matrici di distanza, e ne valuta la loro similarità rispetto alla soluzione di clustering. Due dendrogrammi sono valutati come simili quando entrambi presentano gli stessi raggruppamenti, nello stesso ordine, per le variabili utilizzate.

```
cov_M = swls_data$datacov$Male
cov_F = swls_data$datacov$Female
```

[1] I dati si riferiscono alla ricerca seguente:
Wu, C. H., & Yao, G. (2006). Analysis of factorial invariance across gender in the Taiwan version of the Satisfaction with Life Scale. *Personality and Individual Differences*, 40(6), 1259-1268.

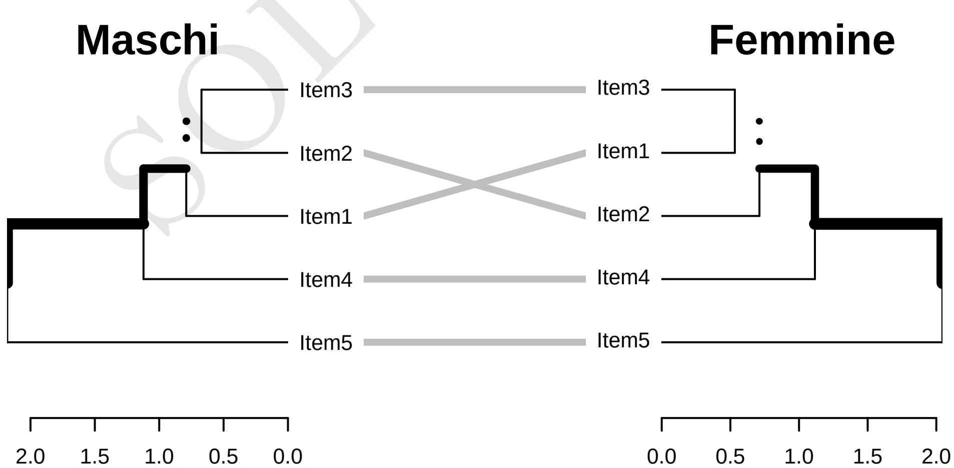
```
hclust_M = hclust(d = dist(cov_M),method = "ward.D2")
hclust_F = hclust(d = dist(cov_F),method = "ward.D2")

dend_M = as.dendrogram(hclust_M)
dend_F = as.dendrogram(hclust_F)
par(mfrow=c(1,2),mai=c(0.65, 0.75, 0.25, 0.15))
plot(dend_M,main = "M");plot(dend_F,main = "F")
```



I due dendrogrammi presentano una struttura di aggregazione gerarchica molto simile, come anche evidenziato dal grafico tipo *tanglegram* costruito usando la libreria `dendextend`. Sulla base dei valori in ordinata di entrambi i dendrogrammi, appaiono due insiemi, uno formato dalla variabile `Item5` e il secondo dalle restanti `Item1-Item4`.

```
dendextend::tanglegram(dend_M,dend_F,main_left = "Maschi",main_right = "Femmine")
```




```
sim_MF = dendextend::entanglement(dend_M,dend_F)
print(sim_MF)

   [1] 0.09234952
```

Un indice utilizzato per la valutazione della similarità tra i due dendrogrammi è l'indice di intreccio (*entanglement*). Il valore prossimo a zero conferma quanto evidenziato graficamente, ossia la similarità del risultato dell'aggregazione tra le variabili per entrambi i gruppi a disposizione.

3. Si definisca un modello fattoriale confermativo ad una sola variabile latente separatamente per i due gruppi e lo si adatti ai dati a disposizione.
Il modello CFA per entrambi i gruppi è definito dall'equazione lineare:

$$\boldsymbol{\Sigma}^{(g)}_{y_{5\times 5}} = \boldsymbol{\lambda}^{(g)}_{5\times 1}\boldsymbol{\lambda}^{T^{(g)}}_{5\times 1}\phi^{(g)} + \boldsymbol{\Theta}^{(g)}_{\delta_{5\times 5}} \quad g = \{1, 2\}$$

dove ϕ indica la sola varianza della variabile latente. Nel caso semplice in cui $\boldsymbol{\Theta}_\delta$ sia diagonale, il modello unidimensionale implica 10 parametri da stimare su un totale di $p(p+1)/2 = 15$ parametri totali.

```
model1 = "eta=~Item1+Item2+Item3+Item4+Item5"
fit1_M = lavaan::cfa(model = model1,sample.cov = swls_data$datacov$Male,
                     sample.nobs = swls_data$nobs[1])

fit1_F = lavaan::cfa(model = model1,sample.cov = swls_data$datacov$Female,
                     sample.nobs = swls_data$nobs[2])
```

4. Si interpreti il risultato dei modelli adattati al punto 3 anche mediante l'utilizzo di indici di adattamento complessivo. Si suggerisce l'utilizzo dei coefficienti standardizzati nell'interpretazione delle soluzioni fattoriali.

```
res1_M = lavaan::inspect(fit1_M,what="std.all")
res1_F = lavaan::inspect(fit1_F,what="std.all")

Xout = cbind(res1_M$lambda,res1_F$lambda,diag(res1_M$theta),diag(res1_F$theta))
colnames(Xout)=c("lambda_M","lambda_F","thetad_M","thetad_F")
print(Xout)

          lambda_M  lambda_F  thetad_M  thetad_F
   Item1 0.8261299 0.8853403 0.3175094 0.2161725
   Item2 0.8292658 0.8055693 0.3123182 0.3510581
   Item3 0.8672702 0.8638932 0.2478425 0.2536885
   Item4 0.7700895 0.7190636 0.4069622 0.4829476
   Item5 0.6308096 0.6336869 0.6020793 0.5984410

Yout = rbind(fitMeasures(fit1_M,fit.measures = c("RMSEA","CFI","chisq","df","npar")),
             fitMeasures(fit1_F,fit.measures = c("RMSEA","CFI","chisq","df","npar"))
             )
rownames(Yout)=c("M","F")
print(Yout)

          rmsea       cfi    chisq df npar
   M 0.10583929 0.9799421 16.59402  5   10
   F 0.09859487 0.9826984 18.07468  5   10
```

Globalmente entrambi i modelli presentano lo stesso grado di parsimoniosità, mostrando un buon indice CFI ma un discreto indice RMSEA. La struttura fattoriale della scala è ben formata dagli item a disposizione. Si nota come il parametro λ_5, rispetto agli altri coefficienti fattoriali, sia più basso in entrambi i gruppi sebbene di valore non critico ($\lambda > 0.30$). Le varianze d'errore per ciascun item sono contenute per entrambi i gruppi.

5. Si definisca un secondo modello fattoriale confermativo a due variabili latenti separatamente per i due gruppi e lo si adatti ai dati a disposizione. Per la definizione delle due variabili latenti si faccia riferimento alla seguente assegnazione: costrutto 1 (item 1, item 2, item 3), costrutto 2 (item 4, item 5). Si noti che,

sulla base del contenuto semantico degli item del test, il primo costrutto indica la “dimensione presente” del benessere individuale mentre il secondo costrutto indica la “dimensione passata”. Si indichi infine se il numero di parametri da stimare è superiore o meno al modello definito al punto 3.

Il modello CFA per entrambi i gruppi è definito dall'equazione lineare:

$$\boldsymbol{\Sigma}^{(g)}_{y_{5\times 5}} = \boldsymbol{\Lambda}^{(g)}_{5\times 2}\boldsymbol{\Phi}^{(g)}_{2\times 2}\boldsymbol{\Lambda}^{T(g)}_{5\times 2} + \boldsymbol{\Theta}^{(g)}_{\delta_{5\times 5}} \quad g = \{1, 2\}$$

Nel caso semplice in cui $\boldsymbol{\Theta}_\delta$ sia diagonale, il modello bidimensionale implica 11 parametri da stimare su $p(p+1)/2 = 15$ parametri totali. Rispetto al modello unidimensionale adattato al punto 3, questo modello implica la stima di un parametro aggiuntivo, vale a dire ϕ_{21}.

```r
model2 = "presente=~Item1+Item2+Item3
          passato=~Item4+Item5"
fit2_M = lavaan::cfa(model = model2,sample.cov = swls_data$datacov$Male,
                     sample.nobs = swls_data$nobs[1])

fit2_F = lavaan::cfa(model = model2,sample.cov = swls_data$datacov$Female,
                     sample.nobs = swls_data$nobs[2])
```

6. Si interpreti il risultato dei modelli adattati al punto 5 (si suggerisce l'utilizzo dei coefficienti standardizzati nell'interpretazione delle soluzioni fattoriali). Si valuti infine, mediante l'utilizzo di indici di adattamento complessivo, se la soluzione a due fattori (punto 5) sia superiore o meno a quella a un singolo fattore (punto 3).

```r
res2_M = lavaan::inspect(fit2_M,what="std.all")
res2_F = lavaan::inspect(fit2_F,what="std.all")

Xout = cbind(res2_M$lambda,res2_F$lambda,diag(res2_M$theta),diag(res2_F$theta))
colnames(Xout)=c("lambda1_M","lambda2_M","lambda1_F","lambda2_F","thetad_M","thetad_F")
print(Xout)

         lambda1_M lambda2_M lambda1_F lambda2_F  thetad_M  thetad_F
   Item1 0.8256074  0.000000 0.8869663 0.0000000 0.3183724 0.2132907
   Item2 0.8363194  0.000000 0.8095199 0.0000000 0.3005699 0.3446775
   Item3 0.8693694  0.000000 0.8646746 0.0000000 0.2441969 0.2523378
   Item4 0.0000000  0.819610 0.0000000 0.7720182 0.3282394 0.4039879
   Item5 0.0000000  0.661907 0.0000000 0.6755806 0.5618792 0.5435908

Yout = rbind(fitMeasures(fit1_M,fit.measures = c("RMSEA","CFI","chisq","df","AIC")),
             fitMeasures(fit1_F,fit.measures = c("RMSEA","CFI","chisq","df","AIC")),
             fitMeasures(fit2_M,fit.measures = c("RMSEA","CFI","chisq","df","AIC")),
             fitMeasures(fit2_F,fit.measures = c("RMSEA","CFI","chisq","df","AIC"))
             )
rownames(Yout)=c("mod1_M","mod1_F","mod2_F","mod2_F")
print(Yout)

               rmsea       cfi    chisq df      aic
   mod1_M 0.10583929 0.9799421 16.59402  5 3079.671
   mod1_F 0.09859487 0.9826984 18.07468  5 3849.457
   mod2_F 0.10411488 0.9844723 12.97544  4 3078.052
   mod2_F 0.09216992 0.9879039 13.14094  4 3846.524
```

Globalmente i modelli a due fattori presentano lo stesso grado di parsimoniosità, mostrando un buon indice CFI con un discreto RMSEA. La struttura fattoriale delle scale è ben formata dagli item a disposizione. Si nota come i parametri λ_{51} e λ_{52}, se confrontati con gli altri coefficienti fattoriali, siano più bassi in entrambi i gruppi sebbene di valore non critico ($\lambda > 0.30$), analogamente al modello unidimensionale. Le varianze d'errore per ciascun item continuano ad essere contenute per entrambi i gruppi. Se confrontato in termini di adattamento complessivo con il modello unidimensionale, il modello a due fattori non comporta alcun miglioramento: mentre le differenze rispetto agli indici CFI e RMSEA sono alla terza cifra decimale, le differenze in termini di AIC sono trascurabili.

7. Sulla base dei risultati ottenuti al punto 6, si scelga il modello finale e lo si rappresenti graficamente. Si suggerisce di fare la scelta finale anche considerando la magnitudine della correlazione ϕ_{21} nel modello a due fattori.

   Considerando il fatto che il modello fattoriale confermativo a due fattori latenti non presenti un adattamento decisamente superiore a quello unidimensionale, utilizzando il criterio della parsimoniosità, si sceglie il modello unidimensionale (adattato al punto 3) per entrambi i gruppi. Si noti come tale modello presenti una struttura fattoriale semplice.

```r
res2_M = lavaan::inspect(fit2_M,what="std.all")
res2_F = lavaan::inspect(fit2_F,what="std.all")

print(res2_M$psi)
```

```
            presnt passat
   presente 1.000
   passato  0.926  1.000
```

```r
print(res2_F$psi)
```

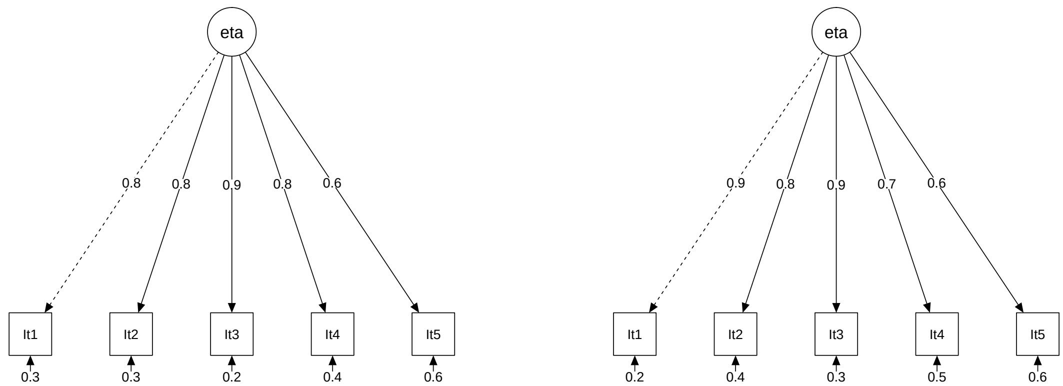
```
            presnt passat
   presente 1.000
   passato  0.919  1.000
```

   Si noti altresì come la scelta del modello unidimensionale sia giustificata anche dal fatto che il modello a due fattori presenta un'elevata correlazione ϕ_{21} in entrambi i gruppi. Ciò suggerisce che entrambe le scale siano fortemente correlate e che misurare la dimensione "presente" del benessere individuale comporti anche la misurazione della sua dimensione "passata". In questo senso, il modello a due fattori, se adottato, non permetterebbe un'adeguata misurazione del benessere individuale. Si noti infine che l'aggiunta di un fattore sovraordinato rispetto a "presente" e "passato" (modello del secondo ordine) non semplificherebbe l'interpretazione della struttura fattoriale del benessere individuale. Pertanto, sulla base di tali considerazioni, si preferisce adottare il modello unidimensionale che risulta complessivamente più parsimonioso e con una struttura fattoriale di tipo semplice. Il grafico del modello finale, per entrambi i gruppi, risulta come segue.

```r
par(mfrow=c(1,2),mai=c(0.65, 0.75, 0.25, 0.15))

semPlot::semPaths(object = fit1_M, whatLabels = "std.all",edge.label.cex = 0.95,
                  edge.color = "black",sizeMan = 7,sizeLat=8,
                  style = "lisrel",nDigits = 1)

semPlot::semPaths(object = fit1_F, whatLabels = "std.all",edge.label.cex = 0.95,
                  edge.color = "black",sizeMan = 7,sizeLat=8,
                  style = "lisrel",nDigits = 1)
```



8. Si valuti mediante un'opportuna procedura statistica se il modello fattoriale confermativo scelto al punto 7 sia invariante *in senso debole* per il gruppo dei maschi e delle femmine.

Un modello CFA unidimensionale è invariante in senso debole all'interno di $g = 1, \dots, G$ gruppi quando è possibile scriverlo come segue:

$$\boldsymbol{\Sigma}^{(g)}_{y_{5\times5}} = \boldsymbol{\lambda}_{5\times1}\boldsymbol{\lambda}^T_{5\times1}\phi^{(g)} + \boldsymbol{\Theta}^{(g)}_{\delta_{5\times5}}$$

dove i vettori dei coefficienti fattoriali sono vincolati ad essere uguali

$$\boldsymbol{\lambda}^{(1)} = \dots = \boldsymbol{\lambda}^{(G)}$$

per tutti i gruppi in considerazione (nel caso specifico, $G = 2$ e si hanno due soli gruppi di confronto). Il test del χ^2 per modelli annidati permette di valutare se un tale modello vincolato $\mathcal{M}_{\text{deb}}$ sia superiore ad un modello in cui non si ha tale vincolo (modello configurale) $\mathcal{M}_{\text{conf}}$. Se l'ipotesi nulla

$$H_0 : \chi^2_{\mathcal{M}_{\text{deb}}} - \chi^2_{\mathcal{M}_{\text{conf}}} = 0$$

non è rigettata allora il modello i gruppi sono invarianti in senso debole (il modello $\mathcal{M}_{\text{deb}}$ è scelto rispetto a $\mathcal{M}_{\text{conf}}$).
Il primo passo per valutare dunque se un modello CFA è invariante nei gruppi in senso debole è quello di definire e adattare un modello di tipo configurale (modello senza vincoli, *unconstrained model*) ed uno con il vincolo di uguaglianza dei coefficienti fattoriali, come segue:

```
fit1_conf = lavaan::cfa(model = model1,sample.cov = swls_data$datacov,
                     sample.nobs = swls_data$nobs, group = swls_data$groupLabel,
                     sample.mean = swls_data$itemMeans)

fit1_deb = lavaan::cfa(model = model1,sample.cov = swls_data$datacov,
                     sample.nobs = swls_data$nobs, group = swls_data$groupLabel,
                     sample.mean = swls_data$itemMeans,
                     group.equal=c("loadings"))
```

Successivamente, il test inferenziale può essere fatto mediante il comando:

```
lavaan::anova(fit1_conf,fit1_deb)

   Chi-Squared Difference Test

             Df    AIC    BIC  Chisq Chisq diff Df diff Pr(>Chisq)
   fit1_conf 10 6949.1 7074.1 34.669
   fit1_deb  14 6942.4 7050.7 35.918     1.2494       4     0.8699
```

che evidenzia il fatto che i due gruppi siano invarianti in senso debole (H_0 non è rigettata ad un $\alpha = 0.05$).

9. Si interpreti il risultato ottenuto al punto 8 rispetto alle implicazioni derivanti per il test SWLS.

   Il modello fattoriale confermativo invariante in senso debole rappresenta la struttura fattoriale del test SWLS allo stesso modo per maschi e femmine. In particolare, il modello di misura - ossia la formalizzazione che mette in relazione variabili osservate e latenti - è invariante per maschi e femmine, ad indicare come gli item quantificano il costrutto del benessere individuale allo stesso modo per maschi e femmine. A questo livello di invarianza, tuttavia, non può essere affermato ne che gli item siano interpretati allo stesso modo in entrambi i gruppi ne che i residui del modello siano i medesimi. È possibile solo affermare che la struttura di misura è la medesima in entrambi i gruppi (nessun confronto rispetto ai punteggi fattoriali latenti può essere effettuato).

10. Si calcoli l'attendibilità della scala del benessere individuale rispetto al modello finale scelto al punto 8 e se ne interpreti il risultato.

```
semTools::reliability(fit1_deb)

   $Male
                eta
   alpha  0.8811855
   omega  0.8801022
   omega2 0.8801022
   omega3 0.8761841
   avevar 0.5949897

   $Female
                eta
   alpha  0.8773591
   omega  0.8781210
   omega2 0.8781210
   omega3 0.8824127
   avevar 0.5904896
```

   L'analisi dell'invarianza debole ha evidenziato come sia possibile utilizzare un modello CFA per maschi e femmine che abbia la stessa matrice dei coefficienti fattoriali $\boldsymbol{\Lambda}_{5\times 2}$. Tale modello, se analizzato dal punto di vista dell'attendibilità, evidenzia una buona quantificazione del costrutto del benessere individuale mediante il test SWLS. Sia l'indice α (basato sulle matrici di covarianza osservata) sia l'indice ω sono pressocché gli stessi ed indicano come più dell'80% della variazione nelle misure osservate è da attribuire al misurando latente "benessere individuale".