

# PSP6075525 - Testing psicologico (matr. dispari)

Caso studio del 15-07-21

## Istruzioni iniziali

- Si avvii una nuova sessione di R (o RStudio).
- Si crei un nuovo script di R e lo si salvi come `cognome_nome.R`.
- Si effettui il download del file di dati dell'esame `dati_esame.Rdata` disponibile presso la pagina moodle del corso e lo si carichi nell'ambiente di lavoro di R.
- Si crei un nuovo documento di testo (mediante LibreOffice Writer, Microsoft Word o software analogo) e lo si salvi come `cognome_nome.doc`. Il file dovrà contenere le risposte ai quesiti d'esame accompagnati dai comandi di R, dai risultati ottenuti e dai grafici prodotti. Le risposte dovranno essere inserite in ordine, rispettando il numero del quesito a cui si riferiscono. Alla fine, il file dovrà essere convertito in formato non modificabile (PDF: `cognome_nome.pdf`) ed inviato al docente utilizzando la procedura "Consegna documento" disponibile presso la pagina Moodle del corso. Nel caso di utilizzo di **R-markdown** per la compilazione dinamica di documenti di testo, sarà necessario inviare il file sorgente `.Rmd` unitamente al file PDF generato. Si ricorda di riportare chiaramente Nome, Cognome e Matricola all'interno dei file contenenti le soluzioni finali (`.pdf`, `.R`, `.Rmd`).
- La valutazione della prova sarà effettuata utilizzando primariamente il file `cognome_nome.pdf`: si raccomanda pertanto la chiarezza nella scrittura delle risposte e la correttezza nel riportare i comandi e gli output di R. Il file `cognome_nome.R` dovrà essere allegato al file `cognome_nome.pdf` solo per un controllo aggiuntivo (pertanto non verrà primariamente valutato).

## Caso studio

Il caso studio si riferisce alla valutazione dei test ridotti SWLS-III (*Satisfaction With Life Scale*) e HILS-III (*Harmonic in Life*) utilizzati rispettivamente per la valutazione delle componenti cognitive e affettive del benessere soggettivo (*subjective well-being*). Le versioni abbreviate di entrambi i test comprendono tre item ciascuno. I dati si riferiscono ad uno studio<sup>1</sup> che ha coinvolto 299 partecipanti (di cui 214 di genere femminile, 84 di genere maschile, 1 non dichiarato) di nazionalità britannica. Gli item sono stati rilevati su scale ordinali a 7 livelli (1: “Strongly Disagree”, ..., 7: “Strongly Agree”) e sono descritti dalle seguenti assegnazioni semantiche: (1) *My lifestyle allows me to be in harmony*, (2) *Most aspects of my life are in balance*, (3) *I am in harmony* (HILS-III); (1) *In most ways my life is close to my ideal*, (2) *The conditions of my life are excellent*, (3) *I am satisfied with my life* (SWLS-III). Entrambi i test sono stati somministrati allo stesso campione in due tempi, il secondo dei quali a distanza di quattordici giorni in media dal primo. Per entrambe le somministrazioni è stato anche rilevato il tempo (in minuti) necessario al completamento di entrambi i test (`CompleteTime`).

L’obiettivo dell’analisi è quello di (i) studiare la dimensionalità complessiva del test SWLS-HILS composto da entrambi i test abbreviati; (ii) valutare se i costrutti indagati sono invarianti nel tempo.

1. Si individuino il numero di unità statistiche e si commenti il tipo di dato a disposizione.

Il numero di unità statistiche è pari a  $n = 299$  non equamente raggruppate per la variabile genere (maschi:  $n = 84$ ; femmine:  $n = 214$ ; altro:  $n = 1$ ). I dati a disposizione consistono nelle risposte su scala ordinale ai tre item di entrambi i test.

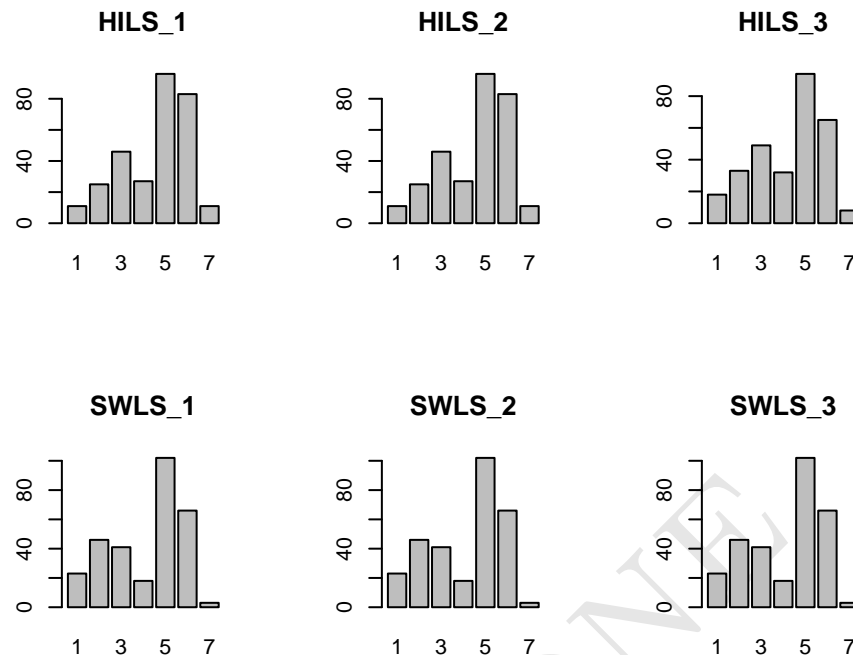
2. Si rappresentino graficamente gli item di entrambi i test al tempo t2 mediante un grafico opportuno rispetto alla scala di rilevazione delle variabili. Si commentino i risultati ottenuti al punto precedente.

Gli item del questionario sono rilevati su scala ordinale a sette livelli. Come spesso accade con questa tipologia di variabili, la distribuzione di frequenze per i livelli mostra una certa asimmetria verso i livelli più alti della scala e, in alcuni casi, la presenza di due sottogruppi di risposte.

```
par(mfrow=c(2,3))
barplot(table(datax$HILS1_t2),main = "HILS_1");
barplot(table(datax$HILS1_t2),main = "HILS_2");
barplot(table(datax$HILS3_t2),main = "HILS_3")

barplot(table(datax$SWLS1_t2),main = "SWLS_1");
barplot(table(datax$SWLS1_t2),main = "SWLS_2");
barplot(table(datax$SWLS1_t2),main = "SWLS_3")
```

<sup>1</sup> Kjell, O. N., & Diener, E. (2021). Abbreviated three-item versions of the satisfaction with life scale and the harmony in life scale yield as strong psychometric properties as the original scales. *Journal of Personality Assessment*, 103(2), 183-194.



3. Si valuti la coerenza interna dei due test al tempo **t2** mediante indice  $\alpha$  di Cronbach<sup>2</sup> e si commenti il risultato ottenuto rispetto alla relazione tra varianza di errore  $\sigma_E^2$  e varianza del punteggio vero  $\sigma_T^2$ .

```
coef_alpha(datax[,11:13]) #HILS t1
[1] 0.945253

coef_alpha(datax[,14:16]) #SWLS t1
[1] 0.9128388
```

Per entrambi i test somministrati al tempo **t2** l'indice indica che l'attendibilità della scala è buona per SWLS-III e ottima per HILS-III. Ciò implica che le due scale riescono a separare bene la varianza del misurando  $\sigma_T^2 = \sigma_{y_{tot}}^2 \sqrt{\alpha}$  dalla varianza d'errore  $\sigma_E^2 = \sigma_{y_{tot}}^2 \sqrt{1 - \alpha}$  (dove  $\sigma_{y_{tot}}^2$  è la varianza dei punteggi totali grezzi al test mentre  $\alpha$  è il valore dell'indice di Cronbach). In questo caso, per HILS-III abbiamo che  $\sigma_{T_{HILS}}^2 = 19.249$  e  $\sigma_{E_{HILS}}^2 = 4.632$ . Per SWLS-III, invece, si hanno i risultati seguenti  $\sigma_{T_{SWLS}}^2 = 19.225$  e  $\sigma_{E_{SWLS}}^2 = 5.941$ . Dunque, entrambe le scale usate per quantificare i misurandi latenti sono idonee rispetto al criterio della coerenza interna.

4. Si valuti mediante un opportuno indice descrittivo la *validità test-retest* per HILS-III tra **t1** e **t2** per le risposte con tempo di completamento **CompleteTime\_t2** non superiore ad un minuto. Si ricordi che un indice opportuno è quello che utilizza la correlazione tra i punteggi totali del test nei due tempi, ossia  $r_{t1|t2} = \text{cor}(\mathbf{y}_{tot}^{(t1)}, \mathbf{y}_{tot}^{(t2)})$ .

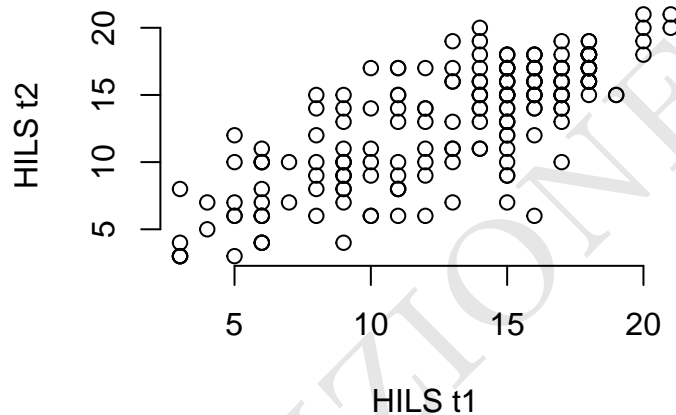
```
ytot_t1 = apply(datax[datax$CompleteTime_t2<1,11:13],1,sum) #HILS t2
ytot_t2 = apply(datax[datax$CompleteTime_t2<1,14:16],1,sum) #HILS t2
cor(ytot_t1,ytot_t2,method = "spearman")
```

<sup>2</sup> L'indice può essere calcolato, ad esempio, mediante la funzione `alpha(x=...)` della libreria `psych`. In alternativa può essere

```
[1] 0.7593383
```

Il test HILS-III presenta una buona stabilità temporale secondo il criterio test-retest: i punteggi grezzi totali (stima del misurando latente HILS) nei due tempi sono positivamente associati come evidenzia l'indice di correlazione per ranghi di Spearman ( $r_{t1|t2} = 0.795$ ) e il grafico a dispersione seguente (l'effetto clustering dei punti nel grafico a dispersione è dovuto alla natura categoriale della variabile).

```
plot(ytot_t1, ytot_t2, bty="n", xlab = "HILS t1", ylab="HILS t2")
```



5. Si definisca un modello fattoriale confermativo ad una sola variabile latente avente come item quelli di entrambe le scale rilevate al tempo t2. Successivamente lo si adatti ai dati a disposizione mediante un opportuno metodo di stima.

Entrambe le scale sono composte da tre item ciascuna e un modello di misura complessivo sarà dunque composto da sei item complessivamente. Il modello CFA è definito dall'equazione lineare

$$\Sigma_{y_{6 \times 6}} = \lambda_{6 \times 1} \lambda_{6 \times 1}^T \phi + \Theta_{\delta_{6 \times 6}}$$

mentre l'adattamento ai dati  $S_{y_{6 \times 6}}$  può essere fatto mediante stimatori DWLS per dati ordinali. Il modello necessita di 12 parametri da stimare (5 coefficienti fattoriali, 6 varianze d'errore, 1 varianza della variabile latente) su un totale di  $p(p+1)/2 = 21$  parametri totali. Poiché la stima è effettuata mediante DWLS, vi sono parametri aggiuntivi da stimare (c.d. *thresholds* degli item) e che si riferiscono alle soglie continue associate alle categorie di risposta. Questi parametri sono pari al numero di categorie di risposta (in questo caso 7) meno uno per il numero di item:  $(7-1) * 6 = 36$  parametri aggiuntivi (vengono stimati in una fase precedente alla stima dei parametri del modello CFA).

```
#ricodifichiamo ciascuna variabile osservata al tempo t2 come variabile ordinale
for(j in (11:16)){
  datax[,j] = factor(datax[,j], ordered=TRUE)
}

model1 = "eta=~HILS1_t2+HILS2_t2+HILS3_t2+SWLS1_t2+SWLS2_t2+SWLS3_t2"
```

```
fit1 = lavaan::cfa(model = model1, data = datax,
  ordered = c("HILS1_t2", "HILS2_t2", "HILS3_t2",
    "SWLS1_t2", "SWLS2_t2", "SWLS3_t2"),
  estimator="DWLS")
```

6. Si interpreti il risultato del modello adattati al punto 5 anche mediante l'utilizzo di indici di adattamento complessivo. Si suggerisce l'utilizzo dei coefficienti standardizzati nell'interpretazione della soluzione fattoriale.

```
print(fit1)

lavaan 0.6-7 ended normally after 21 iterations

      Estimator                      DWLS
Optimization method                  NLMINB
Number of free parameters              42

      Number of observations              299

Model Test User Model:

      Test statistic                      91.654
Degrees of freedom                      9
P-value (Chi-square)                    0.000

res1 = lavaan::inspect(fit1, what="std.all")
Xout = cbind(res1$lambda, diag(res1$theta), rep(res1$psi, 6))
colnames(Xout) = c("lambda", "diag(ThetaDelta)", "phi")
print(Xout)

      lambda diag(ThetaDelta) phi
HILS1_t2 0.9138881      0.16480857 1
HILS2_t2 0.9139160      0.16475747 1
HILS3_t2 0.9549563      0.08805856 1
SWLS1_t2 0.8963987      0.19646945 1
SWLS2_t2 0.8044634      0.35283860 1
SWLS3_t2 0.9037777      0.18318589 1

fitMeasures(fit1, fit.measures = c("RMSEA", "CFI", "chisq", "df", "npar"))

      rmsea    cfi  chisq    df   npar
0.176  0.997 91.654  9.000 42.000
```

Globalmente il modello adattato evidenzia un buon indice CFI ma uno scarso RMSEA. La struttura fattoriale della scala è ben formata dagli item a disposizione, con coefficienti fattoriali di magnitudine sufficientemente elevata. Le varianze d'errore per ciascun item sono contenute.

7. Si definisca un secondo modello fattoriale confermativo a due variabili latenti per gli item di entrambe le scale (rilevate al tempo  $t_2$ ) e lo si adatti ai dati a disposizione mediante opportuno metodo di stima. Per la definizione delle due variabili latenti si faccia riferimento alla seguente assegnazione: costrutto HILS (HILS1, HILS2, HILS3), costrutto SWLS (SWLS1, SWLS2, SWLS3).

Il modello CFA è definito dall'equazione lineare

utilizzata la funzione `coef_alpha()` disponibile nel file `reliability.R` nella cartella "Utilities" alla pagina Moodle del corso.

$$\Sigma_{y_{6 \times 6}} = \Lambda_{6 \times 2} \Phi_{2 \times 2} \Lambda_{6 \times 2}^T + \Theta_{\delta_{6 \times 6}}$$

mentre l'adattamento ai dati  $S_{y_{6 \times 6}}$  può essere fatto mediante stimatori DWLS per dati ordinali. Rispetto al modello unidimensionale adattato al punto 5, questo modello necessita della stima di un parametro aggiuntivo, ossia  $\phi_{21}$ .

```
model2 = "HILS=~HILS1_t2+HILS2_t2+HILS3_t2 \n SWLS=~SWLS1_t2+SWLS2_t2+SWLS3_t2"
fit2 = lavaan::cfa(model = model2,data = datax,
  ordered = c("HILS1_t2","HILS2_t2","HILS3_t2",
    "SWLS1_t2","SWLS2_t2","SWLS3_t2"),
  estimator="DWLS")
```

8. Si interpreti il risultato del modello adattato al punto 7 (si suggerisce l'utilizzo dei coefficienti standardizzati nell'interpretazione delle soluzioni fattoriali). Si valuti infine, mediante l'utilizzo di indici di adattamento complessivo, se la soluzione a due fattori (punto 7) sia superiore o meno a quella a un singolo fattore (punto 5). Si scelga, dopo opportune argomentazioni, il modello fattoriale finale che meglio si adatta ai dati.

```
print(fit2)

lavaan 0.6-7 ended normally after 24 iterations

Estimator                      DWLS
Optimization method             NLMINB
Number of free parameters       43

Number of observations          299

Model Test User Model:

Test statistic                   13.900
Degrees of freedom               8
P-value (Chi-square)            0.084

res2 = lavaan::inspect(fit2,what="std.all")
Xout = cbind(res2$lambda,diag(res2$theta),res2$psi[2,1],res1$lambda,diag(res1$theta),0)
colnames(Xout)=c("M2_lambda1","M2_lambda2","M2_diag(ThetaDelta)","M2_phi12",
  "M1_lambda","M1_diag(ThetaDelta)","M1_phi12")
print(Xout)
```

	M2_lambda1	M2_lambda2	M2_diag(ThetaDelta)	M2_phi12	M1_lambda
HILS1_t2	0.9222803	0.0000000	0.14939902	0.8847673	0.9138881
HILS2_t2	0.9306444	0.0000000	0.13390103	0.8847673	0.9139160
HILS3_t2	0.9627373	0.0000000	0.07313698	0.8847673	0.9549563
SWLS1_t2	0.0000000	0.9251160	0.14416046	0.8847673	0.8963987
SWLS2_t2	0.0000000	0.8259489	0.31780838	0.8847673	0.8044634
SWLS3_t2	0.0000000	0.9542082	0.08948671	0.8847673	0.9037777
	M1_diag(ThetaDelta)	M1_phi12			
HILS1_t2	0.16480857	0			
HILS2_t2	0.16475747	0			
HILS3_t2	0.08805856	0			
SWLS1_t2	0.19646945	0			
SWLS2_t2	0.35283860	0			
SWLS3_t2	0.18318589	0			

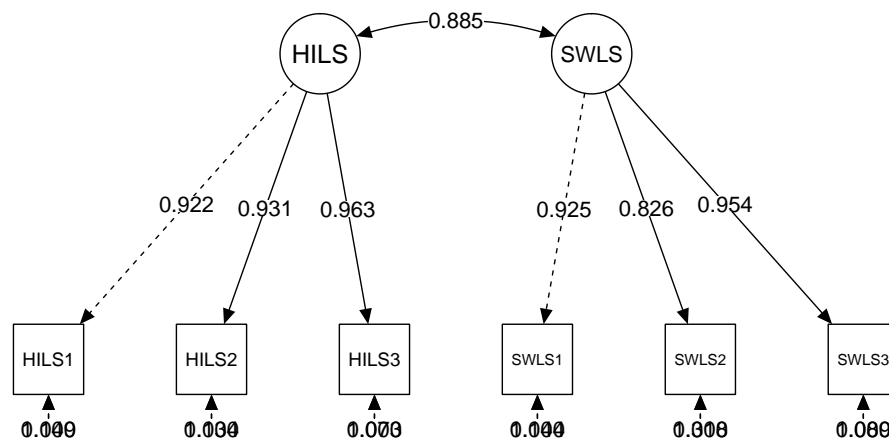
```
Yout = rbind(fitMeasures(fit2,fit.measures = c("RMSEA","CFI","chisq","df","npar","aic")),
             fitMeasures(fit1,fit.measures = c("RMSEA","CFI","chisq","df","npar","aic")))
rownames(Yout)=c("mod2","mod1")
print(Yout)
```

	rmsea	cfi	chisq	df	npar	aic
mod2	0.04974748	0.9997851	13.89995	8	43	NA
mod1	0.17555018	0.9969896	91.65352	9	42	NA

Il modello a due fattori presenta decisamente un adattamento complessivo migliore del modello ad un solo fattore (l'indice AIC non è disponibile quando i parametri sono stimati mediante DWLS). La struttura fattoriale è ben formata, come evidenziato anche dalle basse varianze residue per il modello a due fattori. L'alta correlazione tra le variabili latenti HILS e SWLS indicano che i misurandi sono associati tra loro il che implica che non sia possibile quantificare il primo costrutto senza che allo stesso modo si quantifichi il secondo. Sarebbe possibile definire un terzo modello con fattore sovraordinato ma questo non migliorerebbe di molto il modello a due fattori avendo quest'ultimo già elevati indici di fit. Si sceglie dunque di considerare il modello a due fattori per le analisi successive.

9. Sulla base dei risultati ottenuti al punto 8, si rappresenti graficamente il modello finale scelto.

```
semPlot::semPaths(object = fit2, whatLabels = "std.all",edge.label.cex = 0.95,
                  edge.color = "black",sizeMan = 7,sizeLat=8,
                  style = "lisrel",nDigits = 3,
                  intercepts = FALSE,thresholds = FALSE)
```



10. Si valuti mediante un'opportuna procedura statistica se il modello fattoriale confermativo scelto al punto 8 sia invariante *in senso forte* nelle somministrazioni a tempo  $t_1$  e  $t_2$ .<sup>3</sup>

<sup>3</sup> Per la valutazione dell'invarianza, si consiglia di creare un nuovo dataset in formato lungo che contenga i sei item concatenati in riga. Questo può essere effettuato mediante le seguenti istruzioni:

```
datay = data.frame(rbind(matrix(as.numeric(as.matrix(datax[,c(4:9)])),NROW(datax),6),
                           matrix(as.numeric(as.matrix(datax[,c(11:16)])),NROW(datax),6)))
datay$time = rep(c("1","2"),each=NROW(datax))
colnames(datay) = c(paste0("HILS",1:3),paste0("SWLS",1:3),"time")
```

A questo punto, la variabile `group` può essere utilizzata per distinguere i due gruppi/tempi nell'istruzione per il calcolo dell'invarianza fattoriale: `lavaan::cfa(...,group = "time",data=datay)`.

L'invarianza temporale può essere valutata allo stesso modo dell'invarianza per gruppi, codificando in questo caso le somministrazioni temporali come gruppi separati. Si ricorda che un modello CFA unidimensionale è invariante in senso forte all'interno di  $g = 1, \dots, G$  gruppi quando è possibile scriverlo come segue:

$$\Sigma_{y_{6 \times 6}}^{(g)} = \tau + \Lambda_{6 \times 2} \Phi_{2 \times 2}^{(g)} \Lambda_{6 \times 2}^T + \Theta_{\delta_{6 \times 6}}^{(g)}$$

dove: (i) le matrici dei coefficienti fattoriali sono vincolate ad essere uguali  $\Lambda^{(1)} = \dots = \Lambda^{(G)}$  per tutti i gruppi in considerazione (nel caso specifico,  $G = 2$  e si hanno due soli gruppi/tempi di confronto), (ii) le intercette del modello sono vincolate ad essere uguali  $\tau^{(1)} = \dots = \tau^{(G)}$ . Il test del  $\chi^2$  per modelli annidati permette di valutare se un tale modello vincolato  $\mathcal{M}_{\text{for}}$  sia superiore al modello  $\mathcal{M}_{\text{deb}}$  in cui si ha il solo vincolo delle matrici dei coefficienti fattoriali  $\Lambda^{(1)} = \dots = \Lambda^{(G)}$  (*modello debole*). Se l'ipotesi nulla

$$H_0 : \chi^2_{\mathcal{M}_{\text{for}}} - \chi^2_{\mathcal{M}_{\text{deb}}} = 0$$

non è rigettata allora i gruppi sono invarianti in senso forte (il modello  $\mathcal{M}_{\text{for}}$  è scelto rispetto a  $\mathcal{M}_{\text{deb}}$ ).

```
#ricodifica del dataset dalla forma "wide" a quella "long"
datay = data.frame(rbind(
  matrix(as.numeric(as.matrix(datax[,c(4:9)])),NROW(datax),6),
  matrix(as.numeric(as.matrix(datax[,c(11:16)])),NROW(datax),6)))

#aggiunta della variabile tempo al nuovo dataset
datay$time = rep(c("1","2"),each=NROW(datax))

#assegnazione dei nomi di colonna al nuovo dataset
colnames(datay) = c(paste0("HILS",1:3),paste0("SWLS",1:3),"time")

#modello CFA debole
model_cfa = "HILS=~HILS1+HILS2+HILS3 \n SWLS=~SWLS1+SWLS2+SWLS3"
fit_deb = lavaan::cfa(model = model_cfa,group = "time",data=datay,
  group.equal=c("loadings"))

#modello CFA forte
fit_for = lavaan::cfa(model = model_cfa,group = "time",data=datay,
  group.equal=c("loadings","intercepts"))
```

Dopo aver adattato i due sottomodelli CFA ai dati a disposizione, il test inferenziale può essere fatto mediante il comando:

```
lavaan::anova(fit_deb,fit_for)
```

Chi-Squared Difference Test							
	Df	AIC	BIC	Chisq	Chisq diff	Df diff	Pr(>Chisq)
fit_deb	20	10167	10317	45.526			
fit_for	24	10162	10294	47.867	2.3405	4	0.6734

che evidenzia il fatto che i due gruppi siano invarianti in senso forte ( $H_0$  non è rigettata ad un  $\alpha = 0.05$ ). Il modello fattoriale confermativo invariante in senso forte rappresenta la struttura fattoriale del test composito HILS-SWLS allo stesso modo in entrambe le somministrazioni temporali. Si noti inoltre che in questa configurazione fattoriale, gli item inoltre presentano le stesse medie in entrambe le somministrazioni temporali.