## PSP6075525 - Testing psicologico (matr. dispari)

Caso studio del 08-07-22

## Istruzioni iniziali

- Si avvii una nuova sessione di R (o RStudio).
- Si crei un nuovo script di R e lo si salvi come cognome\_nome.R.
- Si effettui il download del file di dati dell'esame dati\_esame.Rdata disponibile presso la pagina moodle del corso e lo si carichi nell'ambiente di lavoro di R.
- Si crei un nuovo documento di testo (mediante LibreOffice Writer, Microsoft Word o software analogo) e lo si salvi come cognome\_nome.doc. Il file dovrà contenere le risposte ai quesiti d'esame accompagnati dai comandi di R, dai risultati ottenuti e dai grafici prodotti. Le risposte dovranno essere inserite in ordine, rispettando il numero del quesito a cui si riferiscono. Alla fine, il file dovrà essere convertito in formato non modificabile (PDF: cognome\_nome.pdf) ed inviato al docente utilizzando la procedura "Consegna documento" disponibile presso la pagina Moodle del corso. Nel caso di utilizzo di R-markdown per la compilazione dinamica di documenti di testo, sarà necessario inviare il file sorgente .Rmd unitamente al file PDF generato. Si ricorda di riportare chiaramente Nome, Cognome e Matricola all'interno dei file contenenti le soluzioni finali (.pdf, .R, .Rmd).
- La valutazione della prova sarà effettuata utilizzando primariamente il file cognome\_nome.pdf: si raccomanda pertanto la chiarezza nella scrittura delle risposte e la correttezza nel riportare i comandi e gli output di R. Il file cognome\_nome.R dovrà essere allegato al file cognome\_nome.pdf solo per un controllo aggiuntivo (pertanto non verrà primariamente valutato).

## Caso studio

Il caso studio si riferisce all'analisi della dimensionalità del test bh90210 sovente utilizzato per la quantificazione dell'abilità nell'individuare dissonanze sonore all'interno di una sequenza armonica consonante. In letteratura tale test è spesso associato a due dimensioni sebbene non manchino lavori che riferiscono una sola dimensione. Il test è composto da otto items rilevati su una scala pseudo-continua nell'intervallo [-4,4] dove valori positivi e di magnitudine elevata indicano forte abilità nell'individuazione delle dissonanze armoniche. I dati si riferiscono ad uno studio sperimentale che ha coinvolto due gruppi sottoposti rispettivamente ad una sorgente sonora a frequenze lente (slow: 79 partecipanti) e una a frequenze veloci (fast, 101 individui). L'obiettivo dell'analisi è quello di studiare la dimensionalità complessiva del test bh90210 e di valutare se esso sia invariante nella misurazione della dissonanza cognitiva sonora per entrambi i gruppi.

- Si individuino il numero di unità statistiche e si commenti il tipo di dato a disposizione.
   Il numero di unità statistiche è pari a n = 180 non ripartiti equamente nei due gruppi sperimentali. I dati a disposizione consistono nelle risposte sulle otto scale pseudo-continue. Le variabili riferite agli item sono di tipo continuo.
- 2. Si calcolino e si rappresentino graficamente delle statistiche opportune per sintetizzare l'informazione sugli item per entrambi i gruppi.

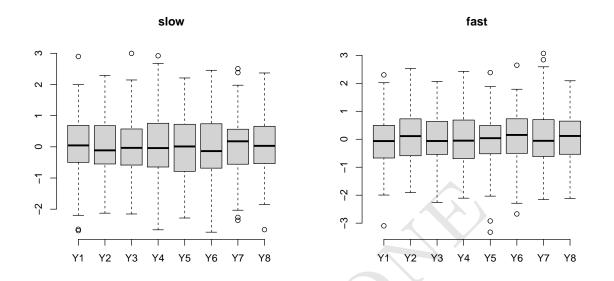
  Considerando la natura delle variabili disponibili, alcune statistiche opportune sono quelle notevoli per le

Considerando la natura delle variabili disponibili, alcune statistiche opportune sono quelle notevoli per le variabili reali (es.: minimo, massimo, media, varianza). Il calcolo di esse può essere agevolmente effettuato mediante la funzione describeBy() della libreria psych.

```
psych::describeBy(x = datax[,1:8],group = datax$group_label)
   Descriptive statistics by group
  group: slow
     vars
           n mean
                      sd median trimmed
                                        mad
                                                min max range
                                                                skew kurtosis
        1 79
              0.08 1.03
                           0.05
                                   0.08 0.86 -2.69 2.90
                                                          5.59
                                                               -0.11
                                                                         0.45 0.12
        2 79
              0.08 0.93
                          -0.11
                                   0.04 0.87 -2.13 2.29
                                                                0.35
                                                                         -0.17 0.10
                                                          4.42
  Y3
        3 79
              0.04 0.93
                          -0.03
                                   0.01 0.86 -2.15 3.00
                                                          5.15
                                                                0.47
                                                                         0.43 0.10
        4 79
              0.05 1.04
                          -0.04
                                   0.03 0.95 -2.66 2.92
                                                          5.58
                                                                0.20
                                                                         0.57 0.12
        5 79 -0.02 0.91
                           0.01
                                  -0.02 1.15 -2.28 2.21
                                                          4.49 -0.06
                                                                         -0.73 0.10
  Y6
        6 79
              0.05 1.02
                          -0.14
                                   0.01 1.00 -2.74 2.46
                                                          5.19
                                                                0.29
                                                                         -0.08 0.11
  Y7
        7 79
              0.00 0.97
                           0.18
                                   0.01 1.02 -2.36 2.51
                                                         4.87 -0.04
                                                                         0.09 0.11
                           0.03
                                   0.05 0.90 -2.66 2.37
                                                         5.03 0.08
                                                                         0.10 0.11
  8Y
        8 79
              0.07 0.94
  group: fast
     vars
                       sd median trimmed
                                          mad
                                                min max range
                                                                 skew kurtosis
            n mean
                                                                                  se
  Y1
        1 101 -0.03 0.95
                           -0.06
                                   -0.03 0.90 -3.10 2.30
                                                           5.40 -0.09
                                                                           0.22 0.09
                                    0.09 1.04 -1.90 2.53
        2 101 0.12 0.96
                            0.11
                                                           4.43 0.17
                                                                          -0.540.10
        3 101 -0.02 0.85
                           -0.06
                                   -0.01 0.89 -2.26 2.06
                                                           4.32 -0.03
                                                                          -0.340.08
                                    0.01 1.07 -2.11 2.42
                                                           4.53 0.10
  Y4
        4 101
               0.01 1.02
                           -0.05
                                                                         -0.400.10
        5 101
               0.01 1.00
                            0.04
                                    0.03 0.83 -3.32 2.38
                                                           5.71 -0.36
                                                                           0.74 0.10
  Y6
        6 101
               0.05 0.96
                            0.15
                                    0.08 0.91 -2.67 2.65
                                                           5.32 -0.25
                                                                           0.16 0.10
          101
               0.05 1.10
                                    0.02 0.99 -2.15 3.07
                                                           5.22
                                                                          -0.06 0.11
  Y7
        7
                           -0.06
                                                                 0.30
        8 101 0.09 0.87
                                    0.08 0.81 -2.11 2.09 4.21 0.04
                                                                         -0.09 0.09
                          0.12
```

3. Si rappresentino le variabili che compongono il test mediante una opportuna rappresentazione grafica. Si interpreti il risultato ottenuto.

```
par(mfrow=c(1,2))
boxplot(datax[datax$group_label=="slow",1:8],frame=FALSE,main="slow")
boxplot(datax[datax$group_label=="fast",1:8],frame=FALSE,main="fast")
```



Complessivamente, in entrambi i gruppi, le variabili sono centrate sul valore neutro della scala e presentano dispersione contenuta. Graficamente, il gruppo slow non sembra evidenziare differenze in termini di variabilità o tendenza centrale rispetto al gruppo fast.

4. Si calcoli, per entrambi i gruppi, il seguente indicatore sintetico:

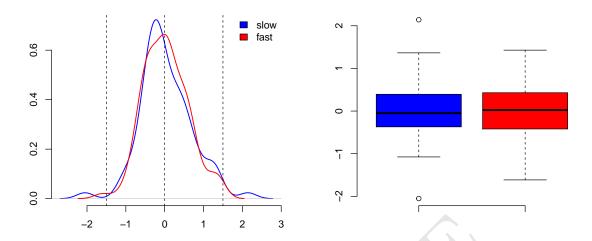
$$h_i^g = \frac{\alpha_g}{8} \sum_{i=1}^{n_g} \mathbf{y}_{ig} \qquad g \in \{\text{slow}, \text{fast}\}$$

dove  $\alpha_g$  è l'indice  $\alpha$  di Chronbach calcolato per il g-esimo gruppo mentre  $\mathbf{y}_{ig}$  si riferisce al vettore  $1 \times 8$  contenente le variabili osservate per l'i-esima unità statistica e il g-esimo gruppo. Si rappresenti il risultato graficamente e lo si interpreti.

```
alpha_slow = coef_alpha(datax[datax$group_label=="slow",1:8])
alpha_fast = coef_alpha(datax[datax$group_label=="fast",1:8])

h_slow = (1/8)*rowSums(x = datax[datax$group_label=="slow",1:8])*alpha_slow
h_fast = (1/8)*rowSums(x = datax[datax$group_label=="fast",1:8])*alpha_fast

par(mfrow=c(1,2))
plot(density(h_slow),bty="n",main="",xlab="",ylab="",col="blue",lwd=1.5)
lines(density(h_fast),bty="n",main="",xlab="",ylab="",col="red",lwd=1.5)
legend(x="topright",fill=c("blue","red"),legend = c("slow","fast"),bty = "n")
abline(v = c(-1.5,0,1.5),lty=2)
boxplot(h_slow,h_fast,frame=FALSE,main="",col=c("blue","red"))
```



```
print(c(alpha_slow,alpha_fast))
[1] 0.8948277 0.8482264
```

I due gruppi presentano indici di attendibilità molto elevati sugli otto item rilevati e presentano, complessivamente, punteggi complessivi al test sovrapponibili sia in termini di variabilità che di tendenza centrale. Entrambi i gruppi mostrano punteggi medi di individuazione della dissonanza sonora intorno al valore neutro.

5. Si definiscano e si adattino due modelli fattoriali confermativi appropriati rispetto ai dati a disposizione. Il primo modello lo si consideri unidimensionale mentre per il secondo si consideri la seguente assegnazione:

```
\eta_1: Y1 Y2 Y3 Y4 
\eta_2: Y5 Y6 Y7 Y8
```

Si ricordi che il modello deve essere adattato tenendo conto della variabile categoriale group mediante il comando cfa(..,group="group\_label").

```
mod1 = "eta = " Y1+Y2+Y3+Y4+Y5+Y6+Y7+Y8"
mod1_fit = lavaan::cfa(model = mod1,data = datax,group = "group_label")
mod2 = "eta1 = " Y1+Y2+Y3+Y4 \n eta2 = " Y5+Y6+Y7+Y8"
mod2_fit = lavaan::cfa(model = mod2,data = datax,group = "group_label")
```

Il primo modello è composto da q=1 variabili latenti per p=8 variabili osservate secondo l'equazione lineare

$$\boldsymbol{\Sigma}_{y_{8\times8}} = \boldsymbol{\lambda}_{8\times1}\boldsymbol{\lambda}_{8\times1}^T\boldsymbol{\phi} + \boldsymbol{\Theta}_{\delta_{8\times8}}$$

mentre il secondo, essendo composto da q=2 variabili latenti sempre per p=8 variabili osservate, risponde all'equazione seguente:

$$oldsymbol{\Sigma}_{y_{8 imes 8}} = oldsymbol{\Lambda}_{8 imes 2} oldsymbol{\Phi}_{2 imes 2} oldsymbol{\Lambda}_{8 imes 2}^T + oldsymbol{\Theta}_{\delta_{8 imes 8}}$$

L'adattamento ai dati  $\mathbf{Y}_{180\times8}$  deve essere fatto, in questo caso, mediante gli stimatori ottenuti per massima verosmiglianza.

6. Si scelga il modello ottimale tra i due adattati al punto precedente e lo si interpreti anche mediante l'utilizzo di indici di adattamento complessivo.

```
lavaan::anova(mod2_fit,mod1_fit,test="Chisq")

Chi-Squared Difference Test

Df AIC BIC Chisq Chisq diff Df diff Pr(>Chisq)

mod2_fit 38 3535.0 3694.6 41.801

mod1_fit 40 3531.2 3684.5 42.055 0.25423 2 0.8806
```

Il modello che meglio si adatta ai dati è quello unidimensionale che, rispetto a quello bidimensionale, presenta meno parametri liberi (maggiore parsimoniosità).

```
res1 = lavaan::inspect(mod1_fit,what="std.all")
Xout_s = cbind(res1$slow$lambda,diag(res1$slow$theta))
colnames(Xout_s)=c("lambda_s","diag(ThetaDelta)")
print(Xout_s)
      lambda_s diag(ThetaDelta)
  Y1 0.6684987
                    0.5531095
  Y2 0.7004690
                     0.5093432
  Y3 0.7460113
                     0.4434672
  Y4 0.7674974
                    0.4109478
  Y5 0.6742017
                     0.5454521
  Y6 0.7304284
                     0.4664743
  Y7 0.7202169
                     0.4812876
  Y8 0.7443552
                     0.4459354
Xout_f = cbind(res1$fast$lambda,diag(res1$fast$theta))
colnames(Xout_f)=c("lambda","diag(ThetaDelta)")
print(Xout_f)
        lambda diag(ThetaDelta)
  Y1 0.6990994 0.5112601
  Y2 0.5891378
                     0.6529166
  Y3 0.4841763
                    0.7655733
  Y4 0.5910593
                    0.6506489
  Y5 0.6873442
                     0.5275580
  Y6 0.7486233
                     0.4395631
                     0.4843787
  Y7 0.7180677
  Y8 0.6111800
                     0.6264590
lavaan::fitMeasures(mod1_fit,fit.measures = c("RMSEA","CFI","chisq","df","npar"))
   rmsea
            cfi chisq
                          df
   0.024 0.996 42.055 40.000 48.000
```

Tale modello presenta buoni indici di adattamento complessivi con coefficienti fattoriali sufficientemente elevanti nel sottomodello *slow* e accettabili nel sottomodello *fast*. In quest'utimo caso, qualche indicatore osservato presenta bassi coefficienti fattoriali (es.: Y2-Y3).

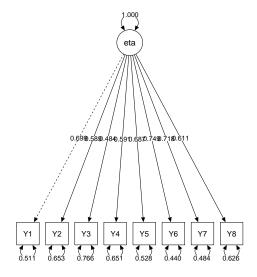
7. Si rappresenti graficamente il modello finale scelto al punto precedente. Nota: per la visualizzazione dei

due grafici si ricordi di utilizzare nel comando semPlot::semPaths(...,panelGroups=TRUE).

0.66@.70@.74@.76D.670.73@.72@.744

Y1 Y2 Y3 Y4 Y5 Y6 Y7 Y8

0.553 0.509 0.443 0.411 0.545 0.486 0.481 0.446



8. Si valuti il livello di invarianza che il modello adattato al punto 5 può raggiungere. Nota: l'invarianza deve essere valutata rispetto alla variabile categoriale group\_label.

```
mod2_fit = lavaan::cfa(model = mod1,data = datax,group = "group_label",
                       group.equal=c("loadings"))
lavaan::anova(mod1_fit,mod2_fit)
  Chi-Squared Difference Test
                        BIC Chisq Chisq diff Df diff Pr(>Chisq)
                 AIC
  mod1_fit 40 3531.2 3684.5 42.055
  mod2_fit 47 3527.5 3658.4 52.275
                                       10.219
                                                          0.1765
mod3_fit = lavaan::cfa(model = mod1,data = datax,group = "group_label",
                       group.equal=c("loadings","intercepts"))
lavaan::anova(mod2_fit,mod3_fit)
  Chi-Squared Difference Test
                        BIC Chisq Chisq diff Df diff Pr(>Chisq)
                 AIC
  mod2_fit 47 3527.5 3658.4 52.275
  mod3_fit 54 3515.3 3623.9 54.121
                                       1.8462
                                                           0.9679
mod4_fit = lavaan::cfa(model = mod1,data = datax,group = "group_label",
                       group.equal=c("loadings","intercepts","residuals"))
```

```
lavaan::anova(mod3_fit,mod4_fit)

Chi-Squared Difference Test

Df AIC BIC Chisq Chisq diff Df diff Pr(>Chisq)

mod3_fit 54 3515.3 3623.9 54.121

mod4_fit 62 3510.0 3593.0 64.769 10.648 8 0.2225
```

Il modello scelto al punto 6 raggiunge il livello di invarianza esatta, dove vale anche il vincolo sulle varianze d'errore  $\Theta_{\delta_{\text{slow}}} = \Theta_{\delta_{\text{fast}}}$  tra i due gruppi. Ciò indica che la struttura fattoriale complessiva del test bh90210 è la medesima sia per i partecipanti al gruppo slow sia per quelli del gruppo fast.

9. Si calcoli l'attendibilità del modello adattato scelto al punto 6 e si commenti il risultato ottenuto.

I risultati indicano che complessivamente il test bh90210 presenta una buona attendibilità nei due gruppi.

10. Si calcolino i factor scores del modello scelto al punto 6 e li si confrontino graficamente con i punteggi complessivi campionari calcolati invece al punto 4. Nota: per la predizione dei factor scores si usi il metodo di Bartlett (lavaan::lavPredict(...,method="Bartlett")).

```
Eta_pred = lavaan::lavPredict(object = mod1_fit,type = "lv",method = "Bartlett")
par(mfrow=c(1,2))
boxplot(cbind(Eta_pred$slow,h_slow),frame=FALSE,ylim=c(-3,3),main="slow")
boxplot(cbind(Eta_pred$fast,h_fast),frame=FALSE,ylim=c(-3,3),main="fast")
```

