

CC1

Documents, calculatrices et portables interdits. Chaque réponse doit être accompagnée d'une justification.

Durée : 1h

Exercice 1. a) Exprimer $f(x) = |x| + |x + 3|$ sous la forme $ax + b$ en distinguant trois cas, selon la position du nombre réel x par rapport à -3 et 0 .

b) Résoudre l'équation $|x| + |x + 3| = 4$.

Exercice 2. a) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $\sqrt{x - 2} < 1$.

b) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\sqrt[3]{x^2} = 2x$.

Exercice 3. On considère les fonctions $u : x \mapsto \sqrt{x}$ et $v : x \mapsto x^2 - 4x + 3$.

a) Quels sont les ensembles de définition de u et de v ?

b) Déterminer l'ensemble de définition de $v \circ u$ et calculer $v \circ u(x)$.

c) Déterminer l'ensemble de définition de $u \circ v$ et calculer $u \circ v(x)$.

Exercice 4. On considère la fonction rationnelle $g : x \mapsto \frac{x^4 - x^3}{(x^2 - 1)(x^2 + 2)}$.

a) Déterminer l'ensemble de définition de g .

b) Déterminer la limite en $-\infty$ de g .

c) Trouver une expression simplifiée de $g(x)$, puis déterminer $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$.

Exercice 5. On considère la fonction $h : x \mapsto \cos(\arcsin(x))$.

a) Donner l'ensemble de définition D_h de h , et montrer que la fonction h est paire.

b) Soit $x \in D_h$. On pose $a = \arcsin(x)$. Montrer que

$$(\cos a)^2 = 1 - x^2 \quad \text{et} \quad \cos a \geq 0.$$

En déduire une expression simplifiée de $h(x)$.