

# cryptohack Mathematics 部分 wp by crumbling

---

## [目录](#)

- [Mathematics](#)
  - [MODULAR MATH](#)
    1. [Quadratic Residues](#)
    2. [Legendre Symbol](#)
    3. [Modular Square Root](#)
    4. [Chinese Remainder Theorem](#)
  - [LATTICES](#)
    1. [Vectors](#)
    2. [Size and Basis](#)
    3. [Gram Schmidt](#)
    4. [What's a Lattice?](#)
    5. [Gaussian Reduction](#)
    6. [Find the Lattice](#)
    7. [Backpack Cryptography](#)

## Mathematics

### MODULAR MATH

#### Quadratic Residues

二次剩余

```
p=29
key=[14,6,11]
for j in range(3):
    for i in range(1, p):
        if i ** 2 % p == key[j]:
            print(i,key[j])
```

#### Legendre Symbol

勒让德符号

```

p =
10152403517453989048540857567108526178875896518906016448438569080146616735666703
66779329988897254765824217387885007387385031343561581972474738502735653492495738
67251280253564698939768700489401960767007716413932851838937641880157263936985954
881657889497583485535527613578457628399173971810541670838543309159139
ints =
[2508184120469590447589408297419200771864293181104032454318213008880423904714928
33347005306004685282989209301502218716662971943950614625927815512751616954111670
49544771049769000895119729307495913024360169904315078028798025169985966732789207
320203861858234048872508633514498384390497048416012928086480326832803,
45471765180330439060504647480621449634904192839383897212809808339619841633826534
85610999902796262038187487808699112585424710835969979991377691722705828609042648
45483493881389355042996092003778990527166633511886640963026727120785086013117258
63678223874157861163196340391008634419348573975841578359355931590555,
17364140182001694956465593533200623738590196990236340894554145562517924989208719
24542955764525495352765804924673758953828033201053302706247768423793322119863994
89387842445104691388268081873656783225479920997152292186154759237548969603631388
90331502811292427146595752813297603265829581292183917027983351121325,
14388109104985808487337749876058284426747816961971581447380608277949200244660381
57056853112977505368425607181983729443606913359277254358273598585550625066093857
42349587542113492152932816452053540699707901552370334360654345720206529556668557
73232074749487007626050323967496732359278657193580493324467258802863,
43794993083107728210040904476507850953566435904117063581192391666620894286855627
19233435615196994728767593223519226235062647670077854687031681041462632566890129
59550643018860223875345033769144129304271690990169257097195507892469930687319198
3953501093343423248482960643055943413031768521782634679536276233318,
85256449776780591202928235662805033201684571648990042997557084658000067050672130
15273491191958166152395707599276166231526268503011525593835254003229711361568781
59760393905377167078545699805166902465921129367969175040347114184654428933234394
90171095447109457355598873230115172636184525449905022174536414781771,
50576597458517451578431293746926099486388286246142012476814190030935689430726042
81045834482856391300101241570287619970821687502099711208969375963845490009258074
66386310621179618766115458511576138357246350052537923161423792390476543929704153
4369465758035333217547079551304961116837545648785312490665576832987,
96868738830341112368094632337476840272563704408573054404213766500407517251810212
49451586217635691691262717228044614120266164019123733656873106932790610089617877
62453116898579970121875991408759120265896726299352678446969769808903807308675200
71059572350667913710344648377601017758188404474812654737363275994871,
48812616568466388006235496629433932343610618271286101200463156497070782441803136
61063004390750821317096754282796876479695558644108492317407662131441224257537276
27496237202127358347850941635876470609847184953603618492464059388890285944138847
2856822541452041181244337124767666161645827145408781917658423571721,
18237936726367556664171427575475596460727369368246286138804284742124256700367133
25007860853712987796828788545741795786858055337199941422748473760368899262095320
01436880610240926235564710530064641232051338946079238013719860274582743437378603
95496260538663183193877539815179246700525865152165600985105257601565]
for i in range(10):
    if pow(ints[i],(p-1)//2,p):
        d = (p + 1) // 4
        x = pow(ints[i], d, p)
        print(x)

```

## Modular Square Root

### 二次同余方程

当时的代码好像是偷来的脚本，后来有遇见过同样的问题但是一时间没找到，这里先贴个sage的求解吧。

```
p=305318518619943332526759351114879506944143327639090835141337698613509608950765
04687261369815735742549428789138300843082086550059082835141454526618160634109969
19548632201577594303006044955709006481194013943173520918599645473916355591072649
35972226468555064456029536895274053622079269904423917050146047770386858805275374
89845359101552442292804398472642356609304810680731556542002301547846635101455995
73258407135590301085671868073233736912849865525527700364366903169451685139050592
34167106012126184431098440415149424019696291589754570790269063043287490399972629
60301209158175920051890620947063936347307238412281568760161
a=847999465831677215194161651009712708755454127481243511200942577859549535970024
44704006424037470585668071278141653966402158441923279004541162579794874320167693
29970767046735091249898678088061634796559556704959846424131820416048436501387617
21177012429279330807921415317997762444043861695857505836119397568662004643987730
83399892956045378674936838727788439217713073056027763987869783538662316614533760
56771972069776398999013769588936194859344941268223184197231368887060609212875507
51893617206070220955712443047713742184713068260166696869165144723691701863490240
7704797328509461854842432015009878011354022108661461024768
R.<x> = Zmod(p) []
f=x^2-a
enc=f.roots()
print(min(enc[0][0],enc[1][0]))
```

## Chinese Remainder Theorem

中国剩余定理，这东西还是很有用的

当时也是找了python的脚本，同样先贴个sage的吧。

```
n = [5,11,17]
c = [2,3,5]
print(crt(c,n))
```

## LATTICES

年年考年年错

## Vectors

向量

```
#sage
v = vector([2,6,3])
w = vector([1,0,0])
u = vector([7,7,2])
print(3*(2*v - w)*2*u)
```

python可以考虑sympy库

## Size and Basis

求向量的大小

9

## Gram Schmidt

施密特正交化

```
from sympy import *
v= [Matrix([4,1,3,-1]),Matrix([2,1,-3,4]),Matrix([1,0,-2,7]),Matrix([6, 2, 9,
-5])]
o1=GramSchmidt(v)
print(o1)
print(273/298)
```

## What's a Lattice?

介绍了格

求基本域体积

```
from sympy import *
v1 = [6, 2, -3]
v2 = [5, 1, 4]
v3 = [2, 7, 1]
v=Matrix([v1,v2,v3])
print(Abs(v.det()))
```

## Gaussian Reduction

高斯规约。

高斯规约是**二维格基规约算法**，而后面的LLL算法是他的推广，在初期对一些题目的接触中时常有见到。

```
from sympy import *
def Gaussian(v1,v2):
    f=0
    while f==0:
        m=round((v1.T*v2)[0]/(v1.T*v1)[0])
        v2=v2-v1*m
        if (v1.T*v1)[0]<=(v2.T*v2)[0] :
            f=1
        else:
```

```
        u=v1;v1=v2;v2=u
    return v1,v2

v = Matrix([846835985, 9834798552])
u = Matrix([87502093, 123094980])
u_,v_=Gaussian(u,v)
print(u_.T*v_)
```

## Find the Lattice

高斯规约的应用。

## Backpack Cryptography

LLL算法解决背包问题，非常经典，另外同样经典的有HNP问题

```
from sage.all import*
from Crypto.Util.number import inverse,long_to_bytes
import numpy.matlib
```

public=

[2602883778914443703726151480090236400572949265476024193314065313836822230977872  
88755377467188515435381259752760746, 32273435801175886240139937093192986305255360  
2421714393280581187496537763321855751120439457234561080720455397490349, 880923592  
56403564783665281993130133541226601877969436905267415353041909757324746080398461  
245281826552421872983184, 6016847013001109459210369375724610501403529844018746759  
17155063594305583314408001377505387079690115000992094388032, 19381464385062873995  
81527440417430588584840882696092934294084902945523450053657769621943658137961301  
65113184925621, 51510606914703888409341761261103125433754505248101513818740574350  
196563260563818621033222936301769697693287778876, 5027027426779745403087988467500  
17003106263447846689040491266463798703222616320168069962523670400796196343460832  
764, 8698983578358673814088315020132737417612458841046418869288497333424168151470  
2306716383785095564084499563152815246, 515511378187957676256419959601984383408150  
348796281656976955880729383340611785836962788715725367023923811376366815, 1198451  
78983025037005174732553931706284024826223176718982111213579707091766057320315419  
827781508690979405126062061, 2078677949109684340260038819200296572245913769250674  
93713968219177352819759854486838459675245909787840416982457750, 23939998660321650  
30294025449006109848811601019232943967926652044862229754200813006613546031753847  
72323551980155480, 30666523613231533696157656609490848619698155697117217014529917  
4389720334940261512384837950321772782983903454058725, 558130280550827068212352576  
38771381102746823390517394468035556203781525740344611312889593732641294085958820  
4361963, 123471925832174980344066571541132411467266736109103860421447462536930482  
316849470378251137263190870093702164003085, 1460897066290121423846613509882168824  
83919264673129621404831339166566056469572087759748854086023354002641923689390, 44  
60978926843892197197429143738674570999544994498246025323331811690382490813957589  
8313390656484000962001976506057, 20402993427605922535290113471482331792057687246  
5404508059719045291560482057171052793698580294637069578017200124432, 412333373143  
00045774130798847005550457667515129934538773369261821827517702764378588104201854  
6460452418506341967356, 171418413940299360322712423004114364681865276057786947919  
043883366302567169869592290151559269290446563185553350080, 4015934733374111142585  
78268223784182795068785564101722335215736591292301602077751376477881087346810602  
041717163104, 2040036885438203543371139384949793119815745714247568839288552869267  
34578790400322291262042466654212377708831289347, 55561292649698620833731787106168  
45028035943756548796807025814039872482927340141397177569000049056537681337951289  
73, 46278561228191084682264562916095323199903708113761520433467244541807866580807  
0086646804794186256411131615189487813, 779619616181732760507917334479690835441527  
11482614563228085622136316525792569658878271751219358260960116292497570, 51778937  
02214354197765880874906789918240219279453875332830883887904829133012817331154586  
01414668206432512998904516, 28187032834031439515065848293269911458174320027999622  
7099530744754750289102031518563761975024621347281374162044877, 602049779373043377  
97770029325498234132893935850995809547662640467737007197647697381430963693698522  
962733473746281, 3959367878361956751783883592777615753816019721386938304352886114  
14489963379399027975388601714741876831895709497105, 90921357930302550361827901642  
06728419126869559412041581720253478692433039242122182936154601076445305192881487  
6700, 238523907687908075601117120608130752369082206676107364350347208286323115036  
939777325067473364465438898353765093766, 2775150100219889961165950008890511608112  
49034599876556819610707794016612800585201793339332495839495779526504613846, 18721  
59374973188901991352849835150623199881366361081708525915988625243637778703318882  
16170582220867500042557737272, 41122002933136708113691878911208323578123773007930  
5782620378994961505282090962448446931628731751970521853108685376, 433613620456520  
97962797444120544194231113379064789722632038820534069525681860876574626666231449  
9649013982035729731, 509613591091334719216567967380183602959933686617275815879939  
870258332674755345348802452058256788513837941126219238, 3527081660222640451508423  
58964512080203788453464883319778517822047480718640858804837886057264514786742694  
419419735, 4862723573354925007539563722992557986035753926970184518007744277527243

12455328655650777691830508441976819499348269, 12915332497480538243428511854519703  
24561531056195308125673915619130780992270420765078102812914222570167615953050, 52  
07075019205468162509153260193512610902088135344921431364857436449393722326384618  
02625700978801768541842624647274, 27235945678872169261876861219022245330483893491  
6628492701462591276450281926223118982602858211688086607842351391495, 119534191144  
39716432741739759396402147748868331121564477001064174573648003909420927309222395  
9694752862193314087240, 394945131470603614379767959704654538029557537489316246092  
982427107641617479545488843535929537498546432123287486437, 3959794284756081017652  
30328218274625986674115712051764903732593018454264017781340199795540039285257513  
438842708672, 3221016294938872201591990195828108924189579419463007522452494620930  
36697035162212557261470168522953435341905295650, 60610073299031334532969727880668  
989046838926047395613981473675505442500833244137863225398782029541439420403686372  
, 4925824318350056214419228999956668064994376110691930990722479185970474150206280  
78410849119945608854080040163699375, 35629061412444807786488413692240929161712837  
0298210212357882465167338600485728936925448944675136056707929560080237, 469737185  
57887912237801695975929746413227243242574527210799853419701494023501833534988639  
8896979254122985841196030, 522871107234918024128768136315123497251902274681110489  
386594944387181296826024289163431880961506314580935567743910, 4071517236124813917  
24375429193917289623669496278028982297086458062111012958436324350527302865535766  
565677711383191, 5973543857749707154487977404838561191391520218349118521444902987  
36330354118482480147237280491305029710326837274157, 54110643360821398560791312040  
22760009402036250869889297572762860180993364455588645483536108697296421962237504  
68493, 41726995928052854815694899439726297305782105510828856509111374540973017462  
6359955737489143948177504667498654245449, 165844467199853002181647516786815801413  
939363188955720855463610698066730208657222822269457713666541555820608908443, 5487  
57331710067975376478594030846234220362468094976216624009183814962844406445033304  
11668895858884933248328986102, 46581905044185793421090630512737437729185045070790  
6416261994960542649394393702032587209990932960399224341143990297, 369322923825463  
71572441140444445236012584586565867394724236196827186394407904769608762173131124  
3573179527276498509, 553158781749591211954659671173145767949897795287325677938373  
702443265138456771264711232588438786042792968904732769, 4098120139381657008875197  
58386718364160025926340003407045361393371862966914817952304595560620453598830906  
305966865, 4946548681387575527683716394182374892640994718944192202731475036240775  
64865563661914136003656825657044284503346448, 58361329525246099314440307413090162  
2751986348055784728175987246652496523293580989652454868505577305787293683850652,  
4562309840816839876997123938749592898083555721564847009059790575158770295430426  
790200773274288087331109699336204, 3919643063565677717437812914683460096012506826  
640530687726260536750371354188413207203531511343645151492477471286, 269811462520  
46996028859495335777933254151556349480649970545503671668969405574109662692718255  
8039773813984145657639, 561291581620870342090358417392961339487085297134118178989  
28727109770418208078239244331640522507423413446203417794, 52421010723975028824953  
03367718640249169956325705492679724282945395072998206291338017719587368393613257  
98918246415, 74499040113803277306263886217659673645883223840279171192334357737741  
618882160648968176974754905084576184804774369, 5375660856890807171088706467054583  
38163437075433046077845999622035879463636776663759447985884960181167857417860517  
, 6705389018170801890916168339326153252699357872977055474102148284034829986692782  
1016301415949708659944497709907470, 226687291544149270579995169198961617407190234  
578516732237756117257869929434434889879973211444301745820066870869034, 3011913056  
07973522240942997665907471781563783140880929478308998479277675593918224856183973  
27733723834195435500170, 27355468507806358741567075772566350813049875199811044280  
7136494763920302805098071555958936900406570453984774374060, 879802777435801705736  
07118853300224477595233902389343863665172738347967268089655736029345194767280704  
236057718111, 4153251158633467912982329383934113934627774513862438428305531216895  
94926353646948497680883539360608323603975987452, 29186038199636984996399787574971  
03316977228762768512052032809104918944672293659512200314703671591685111076801062

62,55465356946294034241806346792525254831448511888610000283229003050599137887849  
8660088540140703141291011055029173137,323189774384600834625013268084915768916855  
209746568551595158521873406091567687194674213765428238599317205811518692,2718058  
85895959097314720980134407607645324820417975238169874050425279962478579515969226  
563851125481000349196674810,  
27358050424415246906340567022795198030362182405787605888497833118825782149685233  
4599050020207990127348359965113465,899940801542006857176369300683179313259311687  
23237899144166312528962957042842197915530047017893088501681215899095,17990352980  
60435050325814949085668466597731170494010567676699433302299350078224375491314709  
77810261112485254094386,33755333973705488001728831495157545179742686253021976393  
6855885416298554494199226261714888518914541341927073075939,555767235943468829145  
17616915509260915444308762551400560217462518909289055446940809390878002725822401  
595827206530,1674822076819685890449991852470917273516654951508568904893840554914  
1121222201553686060172878474455615920723669801,317380564633191615800168658676142  
557493413060315417096622564923156521630376263849705099633192226251101432134441153  
,5339908883766671295751418494331662531040329641558953683577973143782600924709046  
27861359175864364684662961150582207,5133965999563119517609216115086272052501396  
280925354694804471629521639434841281422984348587180771099209184749005,5987516715  
21816401429095343374521592165563401213195481604556405443389323390172923217639290  
327197434030974530635632,5025164189429804621745860898580609122357975548017821867  
82319843655355616321036648106166017773986280053024012403712,96757697084956246010  
02582010726053870682716313574880914299893736245716947106110829229706676907902084  
3197361323396,160715027762704553320571142674023737670353756130518440136900430091  
151963142004047232920245715827837173811719927140,2791382921238407480827806895435  
74043699162822819208361733228093396335579794292477744981338016264347327181324984  
710,7644584205468932452351442168109826185751482763136469525595941851924561257119  
9123499205752729124353901548286671941,  
38367531941413375363512191461521846435822081420874771201610356247615746494489713  
1756675168140846189629485664787044,260741648290568813857849033448155840373964568  
801980310694295413631289231242930901519918814851819352903132884286000,5728151449  
56474380133620797676157654285774633299428534205241845335783095326631133195133798  
583360396067031309578073,3262584659391471783683535730609652883278919868076995828  
22092415027094204965326681853802159504539722937811913340954,27026657024298648825  
88090145908071521366336927161326697707483955232140170625576034286571966613424104  
76403164567952,59463566832417401877814079305781515688587046566060986523458684953  
6688338135131804764199647040009222634146148815637,112066852946512058163194024984  
81517606907433136767376359041576075731375068767521802275187167841188168471819898  
8959,726431402519735935617000858215701313909147431217548685775021109040919890897  
08201436984242838820806097191225214858,41855876782952652423510355573795835157318  
3096833081038769308995724925326439890724874671213539641031754157727776067,196559  
28882336903048909423861061741201265919487861168648208945648788987913536990641056  
9754176462601644487717691079,484475844260869041475828428835126624027291693283800  
645559775410528136122290210564467730445814182429120097372738911,3978955315722544  
23225385975618860549078025992059379971480526615942245245283818149065605766495091  
059477544617632303,1730982357455439523365177470782835178026678696306280624743152  
40281111485771833849083340162673485620557610425012773,39543874473024181778236119  
62556818279248470410286648965034606810412268719799864165142031899804561700131275  
49062319,47002199086720771734700371035949016921263721225579641818142082524726209  
4876084196634243149241752002339736588912053,116393009019558569654503508922282193  
810180596603376432764270301486325221610807518426481578453602546466299515294456,3  
12679236344738874814229979243462639486594453393064312671149009880980836289564409  
215088541509970023077739205203468,1256336126070151470272927406798363453320975128  
16636698981581758992992116056276272361001165705597842757882238693825,55054574765  
05769904642658843824992742548723119863816750907518868240378112356250952052178454  
51891396561893492715391,58234494737926220394508260992104712678990245864097494717



4265099323728700596079597139164883619347159500887293859913, 597445807393853093495  
56486608135912281434810547891463825859533951516898749977166492472898125007984719  
8831836930965, 203086100710322798737771097067197649738932976573837729229038404179  
992238381339090779534246758253939763462200026384, 3660830219967879112062728561696  
65720981308167177143125303074466648545813452157612764258146407782634619278092168  
081, 5684250677618758231988935919667574613384707006756150339464291494839701380556  
65377562238998722395767377075284081587, 29206317820241018663144351913867443664516  
3233411161937085629856088259050827382985093506892763617302007759121037731, 572237  
52094357584130199836523894041292898261733576815539469156709259569494329093827846  
4533099223273214233507106207, 130730938892686892107630262721901246969052318133502  
728671984157629171554435251506312878040499761922665301495030981, 1851171081483522  
76973404708807613996548096583954940273525781406848525491758486946236965943611210  
198389159091280333, 3706099009298692513228782015235461827147358901482559589783875  
3632315007172710154561879917551705194656825456571032, 403396730776194870459199627  
54412263601087076825746335923576677553388293812814611283848957777749743220302003  
0499998, 390519053219213422305599109947414047895590808796368085342860468917268018  
310638864392199371679272174634278410878307,  
12844478194787359260260941878305571573687655772560893230161329444693493093347401  
4020041434831899064316552264614235, 543291373538613455155809248493830432520680330  
961337677793905220928838352322514565851452650441518480234729892153780, 4885144443  
83813071753894478409325136755661751625837651637348989332739608743318097848609715  
931362718450900659714726, 3455845824294754205262083828638264590054834552096557126  
36957752389218040279848223862500232738960994712140028026289, 93010878843154734421  
54356126519654880656208192303707459645905268663377572317146608812626982205731539  
3084026072218, 125334129658829259874194972586605692374557144605826086202376388586  
42686843645624645184949324869641399446820464020, 56277003203041404755795290491012  
60272154560253435303502486168185943665256001807780112754660747645898443218723642  
72, 12845170507087105615739691059176629603898923579826498243476925614411571260864  
8937222298167066517556774062311420353, 490278961434267039693706795888817653385586  
689501848271165345121922956317504140732421546020494675482464550410472502, 2122875  
43946551782522399704940695532581109453008804375002654843122502975490312129477869  
621998080277682674199046031, 3512281673291389571285924547664111426098362393304793  
31051630155591459798299725613134325016512314887321869487481161, 36405658010615810  
28956945712536719435719169208857951429600903117224442692412479630098145881998740  
30295862636577768, 32341061317491212886517476894909278097964617850503955502519436  
4419990442219941948707117457621400459111231556621585, 555979459475319018276106133  
18957858996468737377299554942381390277330427418444888565157000108361405414069206  
3026580, 471645896888183848879918063770091917659270906648819201901346651975957177  
950753583099047587304484006413716362087065, 5957461079028982709057146353790707166  
51708771264047581902664532594897071557252807014533004074458867603957329534516, 55  
78165176936033517196614110541443742502470406722269345346041513999027803191980988  
21629853612396635344596388943480, 75653615683769023911143698869320584951015514055  
697266638646507368530841035631560833198288977975782471517557394092, 3867292188623  
61591185009654369415880766336899946663823664818477204172007165198875809899277634  
660190797185025579614, 3931082654779442406613084555506127967692004704985027039050  
73280606596277788078742986164286625262059483908055127428, 36506580258320445000443  
56619125065925324687537233994067406635340702894044922936807640786595884542404361  
60849321237, 34347479257585670008072639417708313477107942679804235919396610970085  
0531408037245425173307797050676647933775237484, 449270583610225180914452784540333  
562631570453995885992409935055758994173533991695282410200635020830187612444056607  
, 1524771486080009739400855322673194929326296091999642171672732793151094034264344  
32473053141371160594251975646390787, 21575804681052002917141735796350854972686583  
8830930981174495643955719506571398771447950049727234258305885220507020, 388644732  
07957047924989481459394517730968961338656650829233609890799223999463537479907000  
3303374928382563877494312, 331743964966274973835796875862543920562313215342827585

87681567913835717050445163816449882425899904436708697640574,29332835696437595107  
22420729768512671868282424680187078105999073365253146704505026815222838761319240  
77746023996643,29280448628075350402667475779416601551959038550552893714818494572  
6179320137391480944836180610675717906694042510411,278315915715399524055936806996  
90709293779446705474946215046375615217684761739555711150830685146538646201126238  
5630,103884040577296119486012754822466682224025370872916939490159319500421058932  
999421365377738193002421767097172706341,1114636521296598740069152881748316546341  
46152513640366449316440114829594116719772451443937868409442532699879776869,47515  
21242609697972650604533544547991248457174453572390272495977860291563074886976339  
98763174770332805926500738683,22059733594411364313804091001926331825161620395454  
8724660953303915089233301354511542662225751359573592406567125779,460838912228809  
94784309498615478069484131408768537935155110776371412761378932385879500327595835  
0186756130179585099,140183105024444619512158726537661171898184380568070161231133  
567610679885584873426652521827961950911404383912561621,1002583123637321499316565  
49158547430770829888011033153048299126820116382987576385251423248018523377569893  
042593237,4052908671854205939727110920478584034314150589576481088482907128554862  
05273135789994549738296802436972506132007215,25695527706897458675250557070315305  
1582682851398012077625721880852140628262494489158976679841716540706155916871083,  
59854915980295871040136283948128027368193395784194466208814951251847657300001180  
3427513695903373248355980692446393,308263288681016807641714404434630877489176754  
884164049322636274036076916608089721011418189274379096133290778967977,8342859679  
41017963172950884214733727802597984526821205468395186969062391741324266787643812  
0214556608223950514653,439895086294728342454449126955941890844828534912064877350  
830376651948083146591737071488196253116258629344717466258,9188122612340725953692  
15484341743828410017915681692931987699401312302566118066010584711058852546284224  
99512141440,37726632436376626340063020572473121887724398027702520456725570882874  
2612895175112462476548764041808998472515741645,116673062533491873681185131034931  
580572262852751033929144868000941380674942800523209276875356733463592351603448680  
,5723824256726915602781681570694653946349349763449290016850116376605893030056738  
8616552782194562204025116893421410,589774086517371498643669747060802896861503240  
906569357013148621028285639980785543690656162836694887880501379427719,2991256261  
28142030020988742420785075132372751191528474146303145649473683269241675130370288  
768899920531289674244113,3046883955476661118981096633379929175573529687497301255  
49180444196974698222351897080702952045364871753888027443342,48273985167682410047  
39204093472158483987893189001175614652973996141156667386144772591954150152721467  
41220074932513,22354686265211323693586255615817790180380622973999495819595812770  
0830125319767534179348037800919714328649801362322,150425375689725206871177727482  
71762542894412145621278847244692256411371851886763685550628057864190425988800603  
8685,143374483079122348274771015162872747263883105211675941440480524305910827744  
168931572051691220561136775398957657059,1286333511580334537963561085609702415278  
89904619011394383277988372280437398843373552825146090070247278923404428730,24962  
57016212615444381831087112057734789385606405712003251272524857794817010784527595  
13943692466279038851599018511,33009848976287187977368101955973226246617201877327  
2582308614672671671001199307865518506835519360693927579848132122,972725709792065  
2842412733698151681716856695522510512261839537633559389914877185855268875504270  
285494647179225542,7471884102664502794139123879612614177503044188155279801018559  
5153873780524478674202965665888738730228577064111032,590092059100558686845617425  
29451214311094377006520731342399475542159755492342086349692903126315766192176134  
558364,1479541068720237139514631456912164750844300063060604162213648968347957694  
25749212897622105818492094458111589403860,55599283027193617981279955000281341253  
9390844307434015514327261249472823762801208645240806724751727789206958497458,459  
22343868855957124911668591464945009554012166893325850760974660979437453944806346  
3326591749261191192370815662117,571393209200912648822312183637054598815269397678  
580613768957089116765483865121162495918269935152288322187647411253,1772861868240  
84038346767370297094817293812392957721642873053028629715330336525966361030541938

870465423944241324109, 5874912671131422019335908554129854292539486526795436729272  
32780837039223665539177593879438262959884768626979925026, 12107371999274855884928  
29965027034462792403139568236506196822408606303736349487986955235140858793104333  
88769297911, 32699282182187935416550269596102824008497829478738395771896393007077  
6372845305415470613976088436935751047043512627, 558974626589739855548374534809849  
23331777372313619418297379632868358904708526448610515770876401568010074036247, 47  
42815171110808975425578458652860410974576502497279147458764961398827774612270762  
72058949306156001543709356614827, 40880447006931568560802817837347288973549001731  
224760995212446282117046967004745589464560120352241602331262757637, 1993775822533  
79978414081552664345738394226248383486423477706857549702059554694037264958719644  
482986837756496613246, 6758380680932552968478211865447664341151660028515189609398  
3454855502714712133346956141976654071062935812737453191, 452546341988439193982297  
21401167876625850649029091106609029064761406845515180662140975664643053211771333  
3419814200, 631540799448434525282088741836240559533619903365421654686958713909643  
83215223885775202331596927466794955939855669, 33455103394258356847460674183921395  
7101383590286251155186668543235920975897931743928357631453433934808796703330473,  
43700012513366071240378802599220509069848443090765789406627207129603548337507847  
4260228687865444802416063967634962, 799965075238562679428895075763003400147193167  
33731500178081582238768493408405645914333660158893963260211116177267, 13695727082  
43183410271249890342355858556469810932814537611454614408909555037936845171868759  
95202144027265329969201, 28020475319858890627598031839847872928528796154292028552  
9979812275266316580102545873587416433404212703776245726478, 537734235993878341769  
43498255004249036598175125142866023717994273437448541592242435745332184693702232  
8664895920607, 498357256878949571854248804622370932859926894994690120526235824883  
083753765132401863605500892090016764206939698756, 5931836586946080140944491042497  
71865876595121367209656250471158771632486392533730913932393504513988512194994235  
126, 4715250479589716552085341070522878539139499879264766761975143103204112350202  
83503103705707957701802098089852040455, 51555019552208634276923273952075076834560  
1850976320014312405876943691700378141377151414091085616391824613041356222, 229784  
65476796735514990949770981111936856065403720688094403522982769101181501691313111  
9422451043820980926353941725, 217169654015051285238559403576147518221573574303291  
047729813710960725792892550445720464605476174663800328177597453, 4458655552541011  
27829958642102675927687168710569707725467286103803938348116926832834254624089519  
482737855028080263, 8394699779208807374635441037645812135454647709028515112189629  
3987266118404260723878401677521317330022928683440101, 472119354862263268431251633  
43242497690438421060339909356880629186233204831028205010084220412539647210131962  
0313029, 468434675156933899836279388725983242842441710679885632604959853458214660  
93790361374194115630948136965603015643581, 27730258912679936098275011160344236055  
5051934636756171066424884732490616874962892980005637968336486277371298105284, 377  
96860324947087933757452089444569583341754367174335457777874936449439863762482510  
080776848131952814291888228252, 3292016626314835192758502080434210591403474204625  
80260818216051307977255139454956805683010032538225008290753339066, 41095826074481  
44556379083171609793338815453140734576215592046231453446872797911032905672330486  
73594441768330391568, 39118406915003960144063906755718486281699105152381713239666  
6190555512106382919904848895224325098711230221328168893, 341778180155955688649827  
27157769026925392436710635945376806206298319430276614499669223353058511687034393  
9549344048, 482885184891891026832543019680624112333051960746415331234199075553060  
933581630480706330420552017650892318225421994, 2274170298796022919138981544543504  
65334192275455983368980997243946371067766121862949125088496933933053493304375082  
, 1318910590771738234806816832748092967006670120545950154893297985676688414558822  
78540434006611778254351469315756836, 10397768540057593687600724535108042273456929  
170954015262222483086840011211808484758839889045266405362833100572217, 430039690  
42086286471032886031791625155216273853846013104529538899048662194099926082062994  
6807283129550503791042360, 336054039341779369078755981618338727567421739252984379  
060088264565052065080902800664605952509539644185937023210384, 4146504873015201958

60820485747902373712957920758077572646321108690388934071745453432265035539090489  
903222596288408, 5895761933619412671760151541970923380770604286657673023205503230  
24382985851379047593411265195718688560873123744185, 21838233362273010415993542555  
27568418203889486395199238424953339101509809368662516259889646157647721595788622  
14025, 25423565431816988130759571574013857065124680636732410768441947829089378808  
47391489213422972872487843717747974071, 19012712934576590810330358701965194246607  
393288484627129050567402003333386833300009773236871643918870071025370112, 2614594  
49945270346696260426170010104493420330959761424072408598127181246567262293489464  
049721489266230568086023687, 3930578727630782493778706340429939422525443931369783  
40205701555086856991894130814830449765311294161681995357980571, 31706670785655144  
48925874421971725345587317548608849844635725162882472565389801781786630377526238  
3346847940227722, 352845629675989592022318947558037109666715372268243939061740352  
176833050420783754677666411876876865226448815643420, 5795234995706921577766423652  
78787278074363193157128877724940050501652213832135926670258239249988403301949338  
255538, 5347813220345718491832227182409383691817820698301172158748011378902277205  
44463940037268498986061166881241864175911, 29394754782817424572455474526399706801  
6996177889470503383528004805559670712802640725469343616840367100443153534752, 202  
56488447976344493484944853334005566670073013412177398480406734598723283264289836  
587474269370253077015786359305, 4753073409573458448768119239704497885147068917274  
80716267956523131203845997503382023500463149439850432076379159007, 95321937770315  
01443256432870520743234491840911054244783623102207162388499144070592024440812057  
106927678514406207, 3037645590639925612653418122769288555326628369991309944920524  
8506625206632827693466133644861846223565145288661633, 310323302397755654510284518  
63113807998143926563285268485287625411698909144539348757991175725604357001837723  
0904180, 407387187512823516321154849212634322952876110252179375736935664859854509  
488826142049903683991617538259494461983206, 2117657734883005007167960645255025735  
90145731868562963063378748592341237756767589777342751660513980880169703658019, 11  
81199968505698124437993063068750482132096860439876659253651297117423008440600143  
47898233682054000714610165352429, 45628803792198611488264416155949418281865177233  
5241262800783776696209877706906644069180867207555069937013686421247, 321798425169  
97116991234329596269708557750807657111988819628911318108001381413344367322104986  
0354996979915353284172, 324976521789232911848337505841284978746361536915903971011  
255451438673522500730537005137182463678372897314198988595, 3956217590766941891104  
73461483468243816716472466025836871653502259071450104902960119128530517955567830  
675053452079, 5393005175857502169481176171651465825892246959904887499045519610390  
61424290129525221984586819908097960720708938354, 29279302128607422250205549520059  
282069518559284219582605487413142781822276106373289432262133635053599391124926385  
, 5540473878892653848698589164774421819524035972505559483929494692966739417933818  
52004501421929101000148453680659392, 11778082542483728849447900938122175936115148  
7239443821133102414888864152904732196195473813006762420646998382258677, 513764579  
68198827042541863036571261307390879876995969073999879284617365021150807845801145  
6784363312999085649615413, 421686906289957894155024887354760839265000904451245772  
175308131137467275202489561700021659858819873604538650489994, 4200378324232595253  
88141394520857134457021929872555809167052539034540217718781279113965175987358081  
438109891771580, 3645160574511204060280495423593946208134679177031018166363169905  
4048414835838956409055640948581948016033003511333, 658664434698662488281190999945  
18897685990064406903627156894902667947376070679854260383038634727146436274230980  
496, 2767641370149244776396494520576960275976834762374118998027822594372858718794  
0271050634054217590942659542302722334, 500312789935788689187812810985806111797362  
028998353677843819125485045576943472901976055579663665267905809820905862, 5200643  
54401353505774803720281331074080600746212325401527048530022713769008774050816490  
541356142354757805595273068, 4958546560374236840614171132449644814316029153247176  
05570975073575414392233479237472936965636133612283412033946051, 91739870792230359  
21004304640178695919004592912414170965387369939857407757939578555520046273450972  
8806350612588545, 484531754577892922131892661653620989224382080321025512011181426

```
678442547912964573223048519566085582623517825865418,1127146843440843910788669808
39255594355187885339701715768009153551270432322826715969989728340963213693095849
427668,4044292047237865342995253331221633425885869914219024668398084684874938963
30979873416105908841447535426923681220957,92404742424217640040375362532444172359
091402942418950195520660310216430170054358290537973281349284862065214755739,2240
43393969043013532511880223075809120842856165608086692928112430171548569493398551
019081676395857489451126409940,4305919427803364191555497499680058924116536587126
751817219863902878291078989381194676206640960307162723876513248]
c=456907528332996262768605658489301833080169467863758598062943466227450825125118
47698896914843023558560509878243217521
n=len(public)
L = Matrix(ZZ,n + 1,n+1)
for row, x in enumerate(public):
    L[row, row] = 2
    L[row, -1] = x
L[-1, :] = 1
L[-1, -1] = c
#print(L.LLL())#人肉查找符合条件的行
a=101111100010111000010110111001101000110011001100111011100010111000010110111001
10100011000011011011111010110011101000110011111010110101101100011000101100110011
10000011100010110001110110110101101111101010011110101101101101111011110110001011
10000011101001111001001110110001100
b=0b0011000110111001001111001011100000111010001101111011110110110110101111001010
11111011010110110111000110100011100000111001100110100011000110110101101011111001
10001011100110101111101101100001100010110011101101000011101000111011100110011001
1000101100111011010000111010001111101
print(long_to_bytes(b))
```