#Lab.3327 – Aula 33

Eng. Francisco Souza Júnior

Março/2022

MODELOS DE TBJ PARA PEQUENOS SINAIS

Considerando apenas a polarização DC, a corrente I_C será dada por:

$$I_C = I_S \times e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}$$

Com I_S sendo a corrente de saturação do transistor.

Quando adicionamos uma fonte AC (sinal), temos a seguinte relação:

$$i_c = I_S \times e^{\frac{V_{BE}+v_{be}}{V_T}}$$

Onde v_{be} representa o sinal AC.

Realizando algumas manipulações matemáticas, podemos reescrever a última equação como:

$$i_c = I_S \times \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \times e^{\frac{v_{be}}{V_T}} \right)$$

Como $I_C = I_S \times e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}$

Temos:

$$i_c = I_C \times e^{\frac{v_{be}}{V_T}}$$

De acordo com a série de Taylor/McLaurin, podemos representar uma função exponencial como:

$$e^x = 1 + \frac{x^1}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \ldots + \frac{x^n}{n!}$$

É comum fazermos a representação da função exponencial utilizando apenas os dois primeiros termos da série de Taylor/McLaurin, ou seja, representando a função exponencial por meio de uma função de primeiro grau. Reescrevendo a expressão de i_c com essa representação, temos:

$$i_c \cong I_C \times \left(1 + \frac{v_{be}}{V_T} \right)$$

Porém, essa aproximação só é válida quando temos a seguinte relação:

Autor: Eng. Francisco Souza Júnior
fcsouzajr@gmail.com

$$v_{be} \ll V_T$$

Na prática, podemos considerar que quando $v_{be} \leq 10\,mV$, podemos utilizar a equação aproximada para determinação da corrente i_c.

Reescrevendo (x), podemos observar que a corrente de coletor é composta por duas partes, uma responsável pela polarização DC e a outra pela influência do sinal AC, conforme podemos ver abaixo:

$$i_c = I_C + I_C \times \left(\frac{v_{be}}{V_T}\right)$$

Quando usamos essa aproximação, dizemos que estamos utilizando o modelo de pequenos sinais do TBJ, ou seja, consideramos apenas a parte linear do transistor. A presença de sinais com nível de tensão superior a 10mV, faz com que surjam componentes de ordens superiores no modelo do TBJ.

Se analisarmos apenas a parte AC da equação anterior, temos:

$$i_c = I_C \times \frac{v_{be}}{V_T}$$

Dessa equação, podemos definir a transcondutância do transistor como:

$$g_m = \frac{I_C}{V_T}$$

Assim, do ponto de vista exclusivo do sinal AC, o transistor pode ser entendido como sendo uma fonte de corrente (i_c) controlada por tensão (v_{be}).

Com relação às correntes dos outros dois termais, temos o que segue-se:

$$i_B = I_B + i_b$$

$$i_B = \frac{i_C}{\beta}$$

$$i_B = \frac{I_C}{\beta} + \frac{i_c}{\beta}$$

$$i_B = \frac{I_C}{\beta} + \frac{I_C \times \frac{v_{be}}{V_T}}{\beta}$$

$$i_B = \frac{I_C}{\beta} + \frac{g_m \times v_{be}}{\beta}$$

$$i_b = \frac{g_m \times v_{be}}{\beta}$$

$$r_\pi = \frac{\beta}{g_m}$$

$$v_{be} = r_\pi \times i_b$$

Sendo que o r_π é a resistência de entrada para pequenos sinais, entre a base e o emissor, olhando para a base.

Para a corrente de emissor, temos:

$$i_E = I_E + i_e$$

$$i_E = \frac{I_C}{\alpha} + \frac{i_c}{\alpha}$$

$$I_E = \frac{I_C}{\alpha} + \frac{I_C \times \frac{v_{be}}{V_T}}{\alpha}$$

$$i_e = \frac{I_C}{\alpha} \times \frac{v_{be}}{V_T}$$

$$i_e = I_E \times \frac{v_{be}}{V_T}$$

$$v_{be} = r_e \times i_e$$

$$r_e = \frac{V_T}{I_E}$$

Quando comparamos as equações de r_e e r_π, temos:

$$v_{be} = r_\pi \times i_b = r_e \times i_e$$

$$r_\pi \times \frac{i_c}{\beta} = r_e \times \frac{i_c}{\alpha}$$

$$\alpha = \frac{\beta}{\beta + 1}$$

$$r_\pi \times \frac{i_c}{\beta} = r_e \times \frac{i_c}{\frac{\beta}{\beta+1}}$$

$$r_\pi \times \frac{i_c}{\beta} = r_e \times \frac{i_c \times (\beta + 1)}{\beta}$$

Simplificando:

$$r_\pi = r_e \times (\beta + 1)$$

Modelos para estudo com pequenos sinais

Para analisar o TBJ utilizando as condições apresentadas acima, temos dois modelos básicos para representação do dispositivo: o modelo T e o modelo pi-híbrido.

Modelo pi-híbrido

Podemos observar que não temos a representação direta da resistência de emissor, porém, aplicando a lei de Kirchhoff das correntes para o terminal E para o circuito da Figura 1, temos:

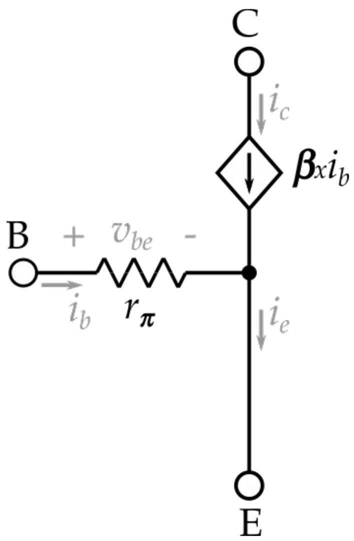

Figura 1 – Modelo de TBJ para pequenos sinais – tipo PI

$$i_e = g_m v_{be} + \frac{v_{be}}{r_\pi}$$

$$i_e = v_{be} \times \left(g_m + \frac{1}{r_\pi} \right)$$

Como $g_m = \frac{\beta}{r_\pi}$, temos:

$$i_e = v_{be} \times \left(\frac{\beta}{r_\pi} + \frac{1}{r_\pi} \right)$$

$$i_e = v_{be} \times \left(\frac{\beta + 1}{r_\pi} \right)$$

Utilizando a relação entre os resistores r_e e r_π, temos:

$$i_e = v_{be} \times \left(\frac{\beta + 1}{r_e \times (\beta + 1)} \right)$$

$$i_e = \frac{v_{be}}{r_e}$$

Modelo T

No modelo T, representamos apenas a resistência de emissor, porém, analogamente ao que foi feito no modelo pi-híbrido, podemos verificar que a relação representada pela resistência de base também é válida.

Aplicando a lei de Kirchhoff das correntes ao terminal da base no circuito da Figura 2, temos:

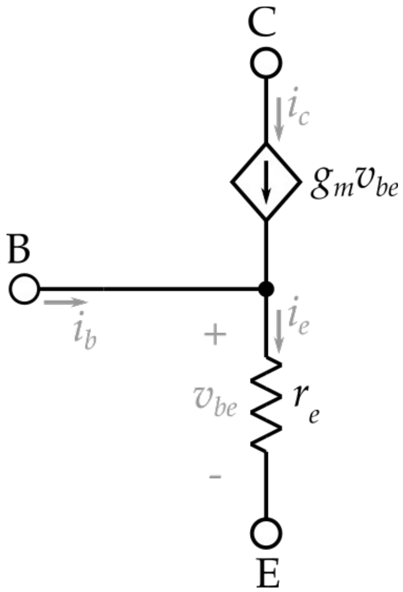

Figura 2 – Modelo de TBJ para pequenos sinais – tipo T

$$i_b + g_m \times v_{be} = i_e$$

$$i_b + g_m \times v_{be} = \frac{v_{be}}{r_e}$$

$$i_b = \frac{v_{be}}{r_e} - g_m \times v_{be}$$

$$i_b = v_{be} \times \left(\frac{1}{r_e} - g_m \right)$$

Utilizando a relação entre os resistores r_e e r_π, temos:

$$i_b = v_{be} \times \left(\frac{1}{\frac{r_\pi}{\beta+1}} - g_m \right)$$

$$i_b = v_{be} \times \left(\frac{\beta+1}{r_\pi} - g_m \right)$$

Reescreendo substituindo g_m, temos:

$$i_b = v_{be} \times \left(\frac{\beta+1}{r_\pi} - \frac{\beta}{r_\pi} \right)$$

$$i_b = v_{be} \times \left(\frac{1}{r_\pi} \right)$$