

# 概率论与数理统计 (第四版)

2017 年 6 月 6 日

## 第二章 随机变量及其分布

问题 2.1	$X$	20	5	0
	$p_k$	0.0002	0.0010	0.9989

问题 2.6 以  $X$  记“同一时刻被使用的设备台数”, 则

$$P(X=k) = \binom{5}{k} (0.1)^k (0.9)^{5-k}$$

$$(1) P(X=2) = \binom{5}{2} (0.1)^2 (0.9)^3 = 0.0729$$

$$(2) 1 - \sum_{k=0}^2 P(X=k) = 0.00856$$

$$(3) 1 - \sum_{k=4}^5 P(X=k) = 0.99954$$

$$(4) 1 - P(X=0) = 0.40951$$

问题 2.11 以  $X$  记“此地区每年撰写此类文章的篇数”, 则  $X \sim \pi(6)$ , 故明年没有此类文章的概率为

$$P(X=0) = \frac{\lambda^0 e^{-\lambda}}{0!} \Big|_{\lambda=6} = 0.00248.$$

问题 2.16 出事故的车辆数  $X$  服从二项分布, 但  $n$  很大且  $p$  很小时, 可近似认为其服从泊松分布, 故令  $\lambda = np = 1000 \times 0.0001 = 0.1$ , 则有  $X \sim \pi(0.1)$ , 从而

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X=0) - P(X=1) = 1 - e^{-0.1} - 0.1 \cdot e^{-0.1} = 0.00468.$$

问题 2.21 (1) 分布函数

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1; \\ 2x - 4 + \frac{2}{x}, & 1 \leq x < 2; \\ 1, & x \geq 2. \end{cases}$$

(2) 分布函数

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ \frac{x^2}{2}, & 0 \leq x < 1; \\ -\frac{x^2}{2} + 2x - 1, & 1 \leq x < 2; \\ 1, & x \geq 2. \end{cases}$$

问题 2.26 考虑到  $X \sim N(3, 2^2)$ , 则有

(1)

$$P(2 < X \leq 5) = P(X \leq 5) - P(X \leq 2) = \Phi(1) - \Phi\left(-\frac{1}{2}\right) = \Phi(1) + \Phi\left(\frac{1}{2}\right) - 1 = 0.53281,$$

$$P(-4 < X \leq 10) = \Phi\left(\frac{7}{2}\right) - \Phi\left(-\frac{7}{2}\right) = 2\Phi\left(\frac{7}{2}\right) - 1 = 0.99953,$$

$$P(|X| > 2) = P(X < -2) + 1 - P(X \leq 2) = 1 + \Phi\left(-\frac{5}{2}\right) - \Phi\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 + \Phi\left(\frac{1}{2}\right) - \Phi\left(\frac{5}{2}\right) = 0.69767$$

$$P(X > 3) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - \Phi(0) = 0.5$$

(2) 即求  $1 - P(X \leq c) = P(X \leq c)$ , 即

$$P(X \leq c) = \Phi\left(\frac{c-3}{2}\right) = \frac{1}{2},$$

所以有  $c = 3$ .(3) 由  $P(X > d) \geq 0.9$ , 可知  $1 - P(X \leq d) \geq 0.9$ , 即  $P(X \leq d) \leq 0.1$ , 而  $\Phi(-1.28155) = 0.1$ , 所以

$$d = 2 \times (-1.28155) + 3 = 0.43690.$$