概率论与数理统计(第四版)

2017年6月6日

第二章 随机变量及其分布

问题
$$2.1$$
 $\begin{array}{c|cccc} X & 20 & 5 & 0 \\ \hline p_k & 0.0002 & 0.0010 & 0.9989 \end{array}$

问题 2.6 以 X 记"同一时刻被使用的设备台数"则

$$P(X = k) = {5 \choose k} (0.1)^k (0.9)^{5-k}$$

(1)
$$P(X=2) = {5 \choose 2} (0.1)^2 (0.9)^3 = 0.0729$$

(2)
$$1 - \sum_{k=0}^{2} P(X = k) = 0.00856$$

(3)
$$1 - \sum_{k=0}^{5} P(X = k) = 0.99954$$

(4)
$$1 - P(X = 0) = 0.40951$$

问题 2.11 以 X 记 "此地区每年撰写此类文章的篇数",则 $X \sim \pi(6)$,故明年没有此类文章的概率为

$$P(X=0) = \frac{\lambda^0 e^{-\lambda}}{0!} \bigg|_{\lambda=6} = 0.00248.$$

问题 2.16 出事故的车辆数 X 服从二项分布, 但 n 很大且 p 很小时, 可近似认为其服从泊松分布, 故令 $\lambda = np = 1000 \times 0.0001 = 0.1$, 则有 $X \sim \pi(0.1)$, 从而

$$P(X \ge 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) = 1 - e^{-0.1} - 0.1 \cdot e^{-0.1} = 0.00468.$$

问题 2.21 (1) 分布函数

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1; \\ 2x - 4 + \frac{2}{x}, & 1 \le x < 2; \\ 1, & x \ge 2. \end{cases}$$

(2) 分布函数

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ \frac{x^2}{2}, & 0 \le x < 1; \\ -\frac{x^2}{2} + 2x - 1, & 1 \le x < 2; \\ 1, & x \ge 2. \end{cases}$$

问题 2.26 考虑到 X~N(3,22),则有

(1)

$$\begin{split} P(2 < X \leqslant 5) &= P(X \leqslant 5) - P(X \leqslant 2) = \varPhi(1) - \varPhi\left(-\frac{1}{2}\right) = \varPhi(1) + \varPhi\left(\frac{1}{2}\right) - 1 = 0.53281, \\ P(-4 < X \leqslant 10) &= \varPhi\left(\frac{7}{2}\right) - \varPhi\left(-\frac{7}{2}\right) = 2\varPhi\left(\frac{7}{2}\right) - 1 = 0.99953, \end{split}$$