

# Matemática III

## Apuntes de clase

### Clase 2

Se tiene un evento  $A$  asociado a un experimento  $\varepsilon$ .  $N_A$  será el número de veces que el evento  $A$  ocurre en las  $N$  repeticiones de  $\varepsilon$ . A partir de esto se define cómo **frecuencia relativa de  $A$**  (y se simboliza  $f_A$ ) al cociente  $(N_A) / N$ , siendo este la **proporción de veces que ocurre  $A$  en las  $N$  repeticiones de  $\varepsilon$** .

Para encontrar la probabilidad de que  $A$  ocurra deberíamos probar  $N$  cada vez más grande. Fácilmente diríamos que mediante el límite de  $N$  que tiende a infinito podríamos definir la probabilidad de  $A$ . Pero esto no es así, ya que el evento  $A$  ocurre aleatoriamente, no tiene por qué aparecer en  $N$  veces incluso.

¿Cómo resolvemos esto? Con la **definición axiomática de la probabilidad**:

Sea  $\varepsilon$  un experimento aleatorio y  $S$  un espacio muestral asociado con  $\varepsilon$ . Con cada evento  $A$  asociamos un número real llamado probabilidad de  $A$ , que anotamos  $P(A)$ , el cual satisface las siguientes propiedades básicas o axiomas:

$$1- 0 \leq P(A) \leq 1$$

$$2- P(S) = 1$$

$$3- \text{Si } A \text{ y } B \text{ son eventos mutuamente excluyentes entonces } P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$4- \text{Si } A_1, A_2, \dots, A_n, A_{n+1}, \dots \text{ es una secuencia de eventos tales que}$$

$$A_i \cap A_j = \emptyset \quad \text{si } i \neq j, \text{ entonces } P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

### Propiedades de la probabilidad

$$1. P(\emptyset) = 0$$

2. Si el complemento de  $A$  es el evento complementario de  $A$ , entonces:

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

3. Si  $A \subset B$  entonces:

$$P(A) \leq P(B)$$

4. Si  $A \subset B$ , entonces:

$$P(B - A) = P(B) - P(A)$$

5. Si  $A$  y  $B$  son dos eventos cualesquiera, entonces:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

6. Si tengo tres eventos cualesquiera A, B y C, entonces:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

Esto se puede generalizar para  $n$  eventos A cualesquiera de esta manera:

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i) - \sum_{i < j} P(A_i \cap A_j) + \sum_{i < j < k} P(A_i \cap A_j \cap A_k) - \dots + (-1)^{n-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n)$$

7. Téngase  $n$  eventos A cualesquiera tales que  $(A_i \cap A_j) = \emptyset$  con  $i \neq j$  entonces:

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i)$$

### NOTA

“Se elige al azar” =

= “Cada uno de los elementos tienen la misma posibilidad de ser elegidos” =

= “Espacio muestral equiprobable”.