

1			2		3		4		5
a	b	c	a	b	a	b	a	b	

N° de alumno:

Apellido y nombre:

Carrera:

MATEMATICA 3 - 1° CUATRIMESTRE 2022
1° PARCIAL - 1° FECHA (19/05/2022)

- 1) En muchas industrias es común que se utilicen máquinas para llenar los envases de un producto. Dichas máquinas no son perfectas y podrían A: “cumplir las especificaciones de llenado”, B: “quedar por debajo del llenado establecido” y C: “llenar de más”. Por lo general se busca evitar la práctica de llenado insuficiente. Sea $P(B) = 0.001$, mientras que $P(A) = 0.990$
 - a) Determine $P(C)$
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de que la máquina no dé llenado insuficiente?
 - c) ¿Cuál es la probabilidad de que la máquina llene de más o de menos?

- 2) Hay dos ascensores (A y B) en cada ala de un hospital, supongamos que, al llamar un usuario en la planta baja a los dos ascensores de manera simultánea, la probabilidad de que llegue primero el ascensor A es de 0.75. Además la probabilidad de que el ascensor se quede bloqueado, con el usuario dentro, es de 0.005 para el ascensor A, y de 0.01 para el ascensor B,
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de que el usuario que ha llamado a los dos ascensores desde la planta baja se quede bloqueado?
 - b) Si un usuario se ha quedado bloqueado, ¿cuál es la probabilidad de que sea en el ascensor A?

- 3) La longitud y el ancho, en pulgadas, de los paneles utilizados para puertas interiores son variables aleatorias X e Y respectivamente. Suponga que X e Y son variables independientes con densidades
$$f_X(x) = \begin{cases} 2 & 17.75 < x < 18.25 \\ 0 & \text{caso contrario} \end{cases} \quad f_Y(y) = \begin{cases} 2 & 4.75 < y < 5.25 \\ 0 & \text{caso contrario} \end{cases}$$
 - a) Hallar $E(X)$, $E(Y)$, $V(X)$, $V(Y)$.
 - b) Determine la $P(X > 18, Y > 5)$ utilizando la independencia entre X e Y .

- 4) Una máquina fabrica piezas cuyas longitudes se distribuyen según una normal de media 32 y desviación estándar 0.3 milímetros, considerándose aceptables aquellas cuya medida se encuentra dentro del intervalo (31.1, 32.6).
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de que una pieza fabricada por esta máquina sea defectuosa?
 - b) Calcular la probabilidad de que un lote de 20 piezas contenga más de 2 piezas defectuosas.
Sugerencia: considere la v.a. Y : “n° de piezas defectuosas en el lote”, piense qué distribución tiene Y .

- 5) Los tiempos que tarda un cajero en procesar el pedido de cada persona son variables aleatorias independientes con una media de 1.5 minutos y una desviación estándar de 1 minuto. ¿Cuál es la probabilidad aproximada de que se puedan procesar los pedidos de 100 personas en menos de 2 horas?
¿Qué teorema utiliza?. ¿Podría calcular la probabilidad de que el tiempo de espera de una persona sea menor que 1 minuto?. Explique su respuesta.
(Sugerencia: considere las variables aleatorias X_i : “tiempo de espera de la persona i ”, $i = 1, 2, \dots, 100$)

Mare - 19/5/22

DOBAL, Federico

1) A: "cumplir las especificaciones de llenado".

B: "quedar por debajo del llenado est. "

C: "llenar de más".

$$P(A) = 0,990$$

$$P(B) = 0,001$$

$$a) (A \cup B \cup C) = S$$

$$P(C) = 1 - P(A) - P(B) = 1 - 0,990 - 0,001 = 0,01$$

b) D = "no de llenado insuficiente".

$$P(D) = P(B^c) = 1 - P(B) = 0,999$$

c) E = "llene de más o de menos".

$$P(E) = P(B \cup C) = P(B) + P(C) = 0,011$$

2) A₁ = "llega primero el oscensor A".

$$P(A_1) = 0,75$$

F = "se queda bloqueado con el usuario dentro".

A₂ = "se queda bloqueado el oscensor A con el usuario dentro".

$$P(A_2) = 0,005 = P(F|A_1)$$

B₂ = "se queda bloqueado el B con el usuario dentro".

$$P(B_2) = 0,01 = P(F|B_1)$$

B₁ = "llega primero el osc. B".

$$P(B_1) = P(A^c) = 1 - P(A) = 0,25$$

a) ~~P(A₁ ∪ A₂ ∪ B₁ ∪ B₂)~~ P(F) = ?

$$P(F) = P(F|A_1)P(A_1) + P(F|B_1)P(B_1) = 0,005 \cdot 0,75 + 0,01 \cdot 0,25 = 0,00625$$

T. prob. total

$$A \cup B = S$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } P(A_1/E) &= \frac{P(F/A_1)P(A_1)}{P(F/A_1)P(A_1) + P(F/B_1)P(B_1)} \\
 &\quad \downarrow \\
 &\quad \text{T. de Bayes} \\
 &= \frac{0,005 \cdot 0,75}{0,005 \cdot 0,75 + 0,01 \cdot 0,25} = 0,6
 \end{aligned}$$

3) X e Y son independientes.

$$\text{a) } X \sim U(a, b) \quad a = 17,75 ; b = 18,25$$

$$\rightarrow X \sim U(17,75, 18,25)$$

$$E(X) = \frac{17,75 + 18,25}{2} = 18$$

$$Y \sim U(a, b) \quad a = 4,75 ; b = 5,25$$

$$\rightarrow Y \sim U(4,75, 5,25)$$

$$E(Y) = \frac{4,75 + 5,25}{2} = 5$$

$$V(X) = \frac{(18,25 - 17,75)^2}{12} = 0,208\hat{3}$$

$$V(Y) = \frac{(5,25 - 4,75)^2}{12} = 0,208\hat{3}$$

$$\text{b) } P(X > 18, Y > 5) = P(X > 18) \cdot P(Y > 5) =$$

$$\begin{aligned}
 &\quad \downarrow \\
 &\quad \text{indep.} \\
 &= (1 - F_X(18)) \cdot (1 - F_Y(5)) = \left(1 - \frac{18 - 17,75}{18,25 - 17,75}\right) \cdot \left(1 - \frac{5 - 4,75}{5,25 - 4,75}\right) \\
 &\quad \downarrow \quad \downarrow \\
 &\quad \text{Prop. del complemento} \quad \text{F.d.2} \\
 &= 0,5 \cdot 0,5 = 0,25
 \end{aligned}$$

4) a) acceptable = $P(31,1 \leq L \leq 32,6)$; $L = \text{"longitud en mm."}$

inacceptable (defectuosa) = $1 - P(31,1 \leq L \leq 32,6)$; $L \sim N(32, 0,3)$

\downarrow
estandarizo

$$= 1 - P\left(\frac{31,1 - 32}{0,3} \leq \frac{L - 32}{0,3} \leq \frac{32,6 - 32}{0,3}\right)$$

$$= 1 - P(-3 \leq Z \leq 2) = 1 - [\Phi(2) - \Phi(-3)]$$

$$= 1 - (0,9812 - 0,0013) = 0,0196$$

b) $Y = \text{"nº de piezas defectuosas en el lote"}$.

$$Y \sim B(n, p). \quad n = 20 ; p = 0,0196$$

$$P(Y > 2) = 1 - P(Y \leq 2) = 1 - [P(Y=0) + P(Y=1) + P(Y=2)]$$

$$= 1 - \left[\binom{20}{0} 0,0196^0 (1-0,0196)^{20} + \binom{20}{1} 0,0196^1 (1-0,0196)^{19} + \binom{20}{2} 0,0196^2 (1-0,0196)^{18} \right]$$

$$= 1 - (0,67308 + 0,26912 + 0,05111) = 0,00669$$

\downarrow
app

5) $X_i = \text{"tiempo de espera de la persona } i"$. $i = 1, 2, \dots, 100$.

$n = 100 \geq 30 \Rightarrow$ se puede aplicar Teorema central del límite.

$\mu = 1,5$; $\sigma = 1 = \sqrt{V(X_i)}$

$S_{100} = \sum_{i=1}^{100} X_i \rightarrow P(S_{100} < 120) = P\left(\frac{S_{100} - n\mu}{\sqrt{n} \cdot \sigma} < \frac{120 - 150}{10}\right) =$

\downarrow
estandarizo

"el tiempo de espera de los pedidos de 100 personas".

$\phi(-3) = 0,0013$

\downarrow
tabla

No se puede calcular la probabilidad de tiempo de espera ya que no hay dist. y $n = 1 < 30$.