| 1 | | | 2 | 3 | | | 4 | | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a | b | c | | a | b | c | a | b | |
| | | | | | | | | | |

N° de alumno: [redacted]
Apellido y nombre: Suc[illegible] Sofia Agustin
Carrera: Lic. en Sistemas

**MATEMATICA 3 - 1° CUATRIMESTRE 2023**
**1° PARCIAL - 1° FECHA (18/05/2023)**

**1)** Una máquina A fabrica teclas cuadradas estándar de teclados de PCs,. Si alguna de las piezas es defectuosa es rechazada, ya que provocaría un fallo en la cadena de montaje del teclado. La probabilidad de que una tecla, fabricada por la máquina A, ésta sea defectuosa es 0.0456.
En la empresa, hay otra máquina B que también fabrica teclas similares, pero para esta máquina, la proporción de teclas defectuosas es igual a 1%. Cada máquina produce la mitad de la producción total.

**a)** ¿Cuál es la probabilidad de que, escogiendo una tecla al azar entre la producción, resulte defectuosa?

**b)** Se elige una tecla de cualquiera de las dos máquinas y resulta ser defectuosa ¿Qué probabilidad tiene de haber sido producida por la máquina A?.

**c)** Se sabe que los teclados contienen 100 de éstas piezas que se escogen al azar entre la producción total. Son rechazados cuándo alguna tecla es defectuosa, ¿qué probabilidad tiene un teclado de ser rechazado?.
*Sugerencia: considerar la v.a. X: "n° de teclas defectuosas en un teclado" y pensar cuál es la distribución de X.*

**2)** Sean A y B dos sucesos, tales que P(A) = [redacted] 0,2, P(B) = 0.8 y P(A|B) = [redacted] 0,5. Entre las siguientes afirmaciones, indica cuales son correctas.
$P(A \cap B) = 0.4$ ; $P(A \cap B) = 0.16$ ; $P(A \cap B) = 0.1$ ; $P(A \cup B) = 0.6$ ; $P(A \cup B) = 1$

**3)** Con objeto de establecer un plan de producción, una empresa ha estimado que la demanda semanal es una variable aleatoria X cuya función de densidad viene dada por $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{8}(4x - 2x^2) & \text{si} \quad 0 \le x \le 2 \\ 0 & c.c. \end{cases}$

donde X viene expresada en millones de unidades. Calcular:

**a)** La demanda esperada en una semana.

**b)** El costo de producir x millones de unidades viene dada por C = 5X + 40 unidades monetarias, ¿cuál será el costo semanal esperado?

**c)** La probabilidad de que la demanda semanal supere el millón y medio de unidades.

**4)** La capacidad de unos determinados envases sigue una distribución normal de media 100 cl y desviación estándar 0.4 cl. Según una norma de calidad, se consideran aceptables todas aquellos envases cuya capacidad esté comprendida dentro del intervalo (99, 101).

**a)** Determinar el porcentaje de envases que cumplen la norma.

**b)** Supongamos que los envases se empaquetan en lotes de 12 unidades, y un lote se rechaza si contiene más de 2 envases defectuosos. Determinar la proporción de lotes que se rechazarán.
*Sugerencia: considerar la v.a. X: "n° de unidades defectuosas en un lote" y pensar cuál es la distribución de X.*

**5)** El centro de cálculo de una universidad dispone de un servidor para gestionar las páginas web personales de profesores y alumnos. Supongamos que la cantidad de memoria ocupada por una de estas páginas puede considerarse como una variable aleatoria con una media de 1.3 MB y una desviación estándar de 0.3. Si el servidor va a gestionar un total de 500 páginas, calcular aproximadamente la probabilidad de que la cantidad total de memoria necesaria supere los 660 MB.
*Sugerencia: considerar las v.a. $X_i$: "cantidad de memoria ocupada por la página i", i=1,2,...,500*

DOBAL, Federico

18/5/2023

1) A = "máquina A fabrica tecla" $A \cup B = S$

$P(F/A) = 0,0456.$

B = "máquina B fabrica tecla".

$P(F/B) = 0,01. \rightarrow 1\%$

F = "la tecla es defectuosa".

a) $P(F) = P(F/A)P(A) + P(F/B)P(B) = 0,0456 \cdot \frac{1}{2} + 0,01 \cdot \frac{1}{2}$

$= 0,0278$

T. Prob. Total

b) $P(A/F) = \frac{P(F/A)P(A)}{P(F)} = \frac{0,0456 \cdot \frac{1}{2}}{0,0278}$

T. de Bayes

$\approx 0,820$

c) X: "nº de teclas defectuosas de un teclado".

$X \sim B(n, p)$ ; $n = 100$ , $p = P(F) = 0,0278$

$\rightarrow X \sim B(100, 0,0278)$

$P(X > 0) = 1 - P(X = 0) = 1 - \left[\binom{100}{0} \cdot 0,0278^0 \cdot (1-0,0278)^{100}\right.$

$= 1 - \binom{100}{0} \cdot 0,0596$

$= 0,94036$

app

2) $P(A) = 0,2$ ; $P(B) = 0,8$ ; $P(A|B) = \frac{1}{2}$ $\rightarrow$ A y B NO son independientes

a) $P(A \cap B) = P(B|A)P(A) = (P(A|B)P(B))P(A)$

$= \left(\frac{1}{2} \cdot 0,8\right) \cdot 0,2 = 0,08 \neq 0,4$

FALSO

b) $P(A \cap B) = 0,08 \neq 0,16.$ FALSO

3) $f(x) = \begin{cases} 3/8\,(4x - 2x^2) & , \quad 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & , \quad c.c. \end{cases}$

a) $E(X) = \int_0^2 \frac{3}{8}(4x - 2x^2)\,dx = \frac{3}{8}\left(\int_0^2 4x\,dx - \int_0^2 2x^2\,dx\right)$

$= \frac{3}{8}\left(\left(4\int_0^2 x\,dx\right) - \left(2\int_0^2 x^2\,dx\right)\right)$

$= \frac{3}{8}\left(4\left(\frac{x^2}{2}\Big|_0^2\right) - 2\left(\frac{x^3}{3}\Big|_0^2\right)\right)$

$= \frac{3}{8}\left(4\cdot\left(2 - 0\right) - 2\cdot\left(\frac{8}{3}\right)\right)$

$= \frac{3}{8}\left(8 - \frac{16}{3}\right) = \frac{3}{8}\cdot\frac{8}{3} = 1$

b) $C = 5x + 40$

$E(C) = E(5x+40) \underset{\text{linealidad}}{=} E(5x) + E(40) = 5E(x) + 40$
$= 5 \cdot 1 + 40$
$= 45$

c) $P(X > 1,5) =$

$= \int_{1,5}^2 \frac{3}{8}(4x - 2x^2)\,dx = \frac{3}{8}\left(4\left(\frac{x^2}{2}\Big|_{1,5}^2\right) - 2\left(\frac{x^3}{3}\Big|_{1,5}^2\right)\right)$

$= \frac{3}{8}\left(4\left(2 - 1,13\right) - 2\left(2,67 - 1,13\right)\right)$

$= 0,15$

4) $X$ = "capacidad de determinados envases".

$X \sim N(100, 0{,}4)$. aceptable: $99 < X < 101$.

a) $P(99 < X < 101) \underset{\text{estandarizo}}{=} P\left(\frac{99-100}{0{,}4} < \underbrace{\frac{X-\mu}{\sigma}}_{Z \sim N(0,1)} < \frac{101-100}{0{,}4}\right)$

$= P(-2{,}5 < Z < 2{,}5) = \Phi(2{,}5) - \Phi(-2{,}5) \underset{\text{Tabla}}{=}$

$= 0{,}9938 - 0{,}0062 = 0{,}98758 \rightarrow 98{,}758\ \%$

b) $X$: "nº de unidades defectuosas en un lote".

$X \sim B(n, p)$. $n = 12$ ; $p = 1 - 0{,}98758 = 0{,}01242$

$\rightarrow X \sim B(12, 0{,}01242)$

$P(X > 2) = 1 - (P(X=1) + P(X=0) + P(X=2))$

$\underset{\text{app}}{=} 1 - (0{,}86073 + 0{,}12990 + 0{,}00898)$

$= 0{,}00039$

5) $X_i$ = "Cant. de memoria ocupada por la página $i$", $i = 1..500$.

$n = 500 \geq 30 \Rightarrow$ puedo aplicar T.C.L. $\boxed{\mu = 1{,}3 \ ; \ V(X_i) = \sigma^2 = (0{,}3)^2}$

$X_i \sim N(1{,}3 \, , \, 0{,}3)$. $P(\Sigma X_i > 660) = P\left(\sum_{i=1}^{500} X_i > 660\right) =$

$= 1 - P\left(\sum_{i=1}^{500} X_i \leq 600\right) \underset{\text{estandarizo}}{=} 1 - P\left(\frac{\sum_{i=1}^{500} x_i - n\mu}{\sqrt{n} \cdot \sigma^2} \leq \frac{660 - 500 \cdot 1{,}3}{\sqrt{500} \cdot 0{,}3}\right)$

$\underset{\text{TCL}}{\approx} 1 - \Phi(1{,}49) = 1 - 0{,}9319 = 0{,}0681$

Tabla