

Automaten, formale Sprachen und Entscheidbarkeit

Mitschrift

Fabian Damken

25. Oktober 2016

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	3
1.1	Beispiele	3
1.1.1	Transitionssystem: Uhr	3
1.1.2	Transitionssystem: Mann/Wolf/Hase/Kohl	3
1.1.3	Transitionssystem: Strom von Buchstaben	6
1.2	Alphabet	6

1 Einführung

1.1 Beispiele

1.1.1 Transitionssystem: Uhr

In diesem Beispiel wird eine einfache Uhr modelliert.

$h := hour$

$m := minute$

Zustände:

$$(h, m, q) = \begin{cases} h \in H = \{0, \dots, 23\} \\ m \in M = \{0, \dots, 59\} \\ q \in \{SETH, SETM, NIL, ERROR\} \end{cases} \quad (1.1)$$

Aktionen/Operationen: $seth, setm, +, -, set, reset$

Typische Transitionen: Dies sind nur beispielhafte Transsitionen, es gibt deutlich mehr.

$$\begin{aligned} (h, m, NIL) &\xrightarrow{seth} (h, m, SETH) \\ (h, m, SETH) &\xrightarrow{set} (h, m, NIL) \\ (h, m, SETH) &\xrightarrow{seth} (h, m, ERROR) \\ (h, m, NIL) &\xrightarrow{+} (h, m, ERROR) \\ (h, m, SETH) &\xrightarrow{+} ((h + 1) \bmod 24, m, SETH) \\ (h, m, ERROR) &\xrightarrow{reset} (0, 0, NIL) \end{aligned}$$

1.1.2 Transitionssystem: Mann/Wolf/Hase/Kohl

Zustände: Die Elemente $\{m, w, h, k\}$ wobei

$m := Mann$

$w := Wolf$

$h := Hase$

$k := Kohl$

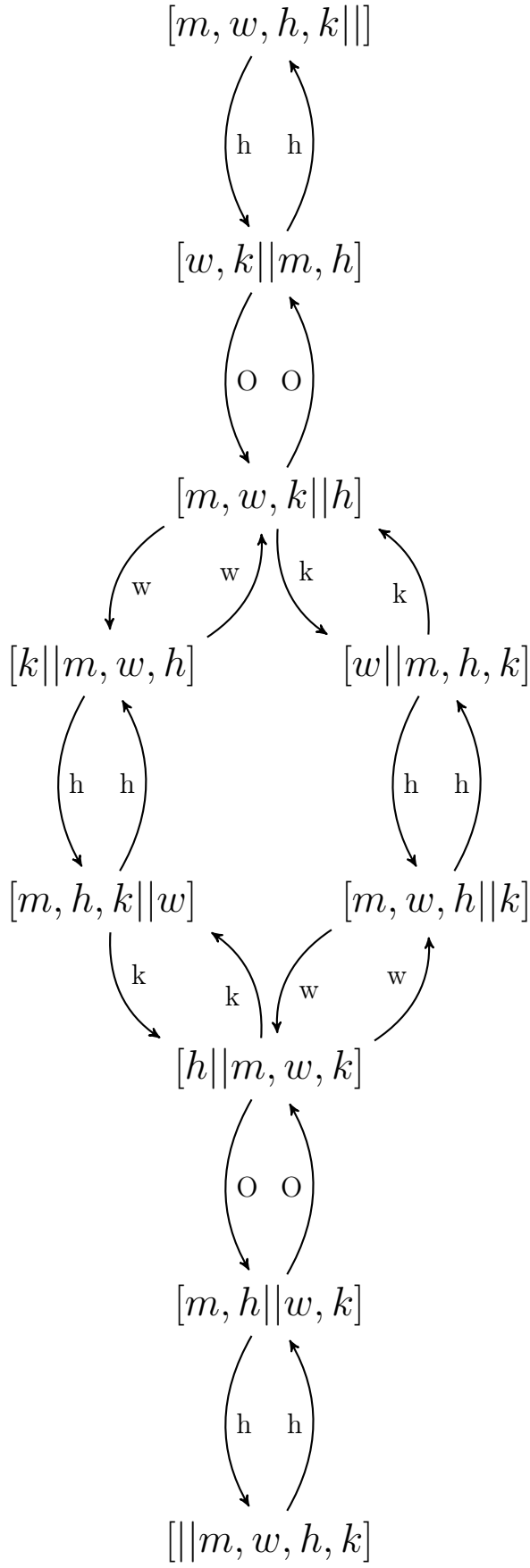
sind, sind auf links/rechts verteilt, symbolisiert durch $[m, w, h, k||], \dots, [m, w||h, k]$.

Dabei sind folgende Kombinationen sowohl links als auch rechts nicht erlaubt: $[w, h]$
 $[h, k]$ $[w, h, k]$.

Aktionen/Operationen: Der Mann kann zur anderen Seite wechseln und dabei maximal ein anderes Element (Wolf, Hase, Kohl) mitnehmen.

Start/Ziel Der Startzustand ist $[m, w, h, k]$. Der Endzustand soll $[m, w, h, k]$ sein.

Lösungsgraph Der folgende Graph visualisiert alle (sinnvollen) Zustände des Transitionssystems.

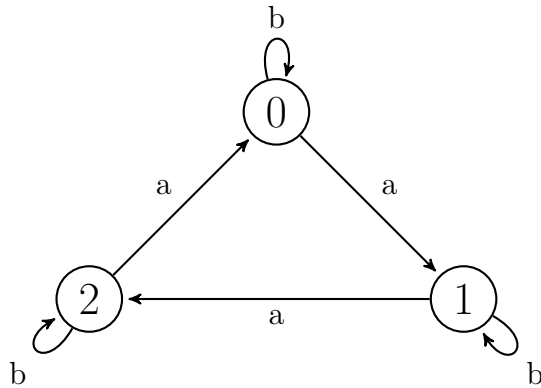


1.1.3 Transitionssystem: Strom von Buchstaben

Sei Σ ein Alphabet und $a \in \Sigma$.

Es soll ein System gefunden werden, welches bei einem laufenden Strom von Elementen aus Σ die Information hält, ob die Anzahl der eingetroffenen a durch 3 Teilbar ist.

Zustandsgraph Der folgende Graph visualisiert den Ablauf der oben beschriebenen Prozedur mit Hilfe von drei Zuständen.



1.2 Alphabet

- Ein Alphabet ist eine nicht-leere, endliche Menge Σ .
- $a \in \Sigma$ wird als ein Buchstabe/Zeichen/Symbol bezeichnet.
- Ein Σ -Wort bezeichnet eine endlich Sequenz von Buchstaben in Σ , $w = a_1 a_2 \dots a_n$ mit $a \in \Sigma^*$.
- Σ^* ist die Menge aller Wörter und unendlich.
- ϵ ist das leere Wort: $\epsilon \in \Sigma^*$
- Eine Σ -Sprache ist eine Teilmenge $L \subseteq \Sigma^*$ von Σ -Wörtern.