Mathe 1

Mitschrift

Fabian Damken

18. Oktober 2016

Inhaltsverzeichnis

1 Grundbegriffe

1.1 Aussagen

Beispiele:

- A_1: 3 ist eine gerade Zahl.
- A_2: Jede natürliche Zahl ist gerade.
- A_3: 3 ist prim.

1.1.1 Aussageformen

Aussagen mit Variablen.
Beispiele:

- E_1: $x + 10 = 5$
- E_2: $x^2 >= 0$
- E_3: n ist gerade.
- E_4: $x^2 + y^2 = 1$

1.1.2 Quantoren

- $\forall x \in M : E(x)$ - Für alle x in M gilt $E(x)$ wobei E eine Aussageform darstellt.
- $\exists x \in M : E(x)$ - Es existiert mindestens ein x in M für das gilt $E(x)$ wobei E eine Aussageform darstellt.

Beispiele:

- $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 >= 0$ - (w)
- $\forall n \in \mathbb{N} : E_3(n)$ - (f)
- $\exists n \in \mathbb{N} : E_3(n)$ - (w)

1.1.3 Aussagenlogische Verknüpfungen

- $A \wedge B$ - Konjunktion (und)
- $A \vee B$ - Disjunktion (oder)
- $A \implies B$ - Implikation (aus A folgt B)
- $\neg A$ - Negation (nicht)
- $A \iff B$ - Äquivalenz (Gleichheit)

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \implies B$ $((\neg A) \vee B)$	$A \iff B$
w	w	f	f	w	w	w	w
w	f	f	w	f	w	f	f
f	w	w	f	f	w	w	f
f	f	w	w	f	f	w	f

Äquivalenz $A \iff B \equiv (A \implies B) \wedge (B \implies A)$

Kontraposition $A \implies B \iff (\neg B \implies \neg A)$

de Morgan'schen Regeln

- $\neg(A \vee B) \iff \neg A \wedge \neg B$
- $\neg(A \wedge B) \iff \neg A \vee \neg B$

Distributivgesetz

- $(A \vee B) \wedge C \iff (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$
- $(A \wedge B) \vee C \iff (A \vee C) \wedge (B \vee C)$

1.2 Mengen

Beispiele:

- $\mathbb{N} = \{0; 1; ...; n; ...\}$
- $\mathbb{N}* = \{1; 2; ...; n; ...\} = \{n \in \mathbb{N} : n \neq 0\}$
- $\{x \in M : E(x)\}$ wobei E eine Aussagenform darstellt.
- $\{n \in \mathbb{N} : prim(x) \wedge n <= 6\} = \{2; 3; 5\}$

1.2.1 Formalia

- $A \subseteq B \equiv \forall x \in A : x \in B$
- $A = B \equiv (A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A) \equiv \forall x \in M : (x \in A \implies x \in B) \wedge (x \in B \implies x \in A)$
- $\emptyset \equiv \{x \in A : x \neq x\}$ $(x \neq x \equiv \neg x = x)$

1.2.2 Operationen

$M, N \in G$

- $M \cap N \equiv \{x \in M : x \in N\} \equiv \{x \in G : x \in M \wedge x \in N\}$
- $M \cup N \equiv \{x \in G : x \in M \vee x \in N\}$
- $M \setminus N \equiv \{x \in M : x \notin N\} \equiv \{x \in M : \neg x \in N\}$
- $M^{\mathsf{c}} \equiv \{x \in G : x \notin M\} \equiv \{x \in G : \neg x \in M\}$
- $M \times N \equiv \{(x, y) : x \in M, y \in N\}$ - Kartesisches Produkt
- $A_1 \times ... \times A_n \equiv \{(x_1, ..., x_n) : x_y \in A_1, ..., x_n \in A_n\}$
- $P(M) = \{x : x \in M\}$
  - $\emptyset \subseteq P(\emptyset) \subseteq P(P(\emptyset)) \subseteq ...$
  - $V_w \subseteq P^n(\emptyset)$ $(n \in \mathbb{N})$
  - $P(V_w) = V_(w + 1)$