Automaten, formale Sprachen und Entscheidbarkeit

Mitschrift

Fabian Damken

25. Oktober 2016

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung

1.1 Beispiele

1.1.1 Transitionssystem: Uhr

In diesem Beispiel wird eine einfache Uhr modelliert.
$h \coloneqq hour$
$m \coloneqq minute$

Zustände:

$$(h, m, q) = \begin{cases} h \in H = \{0, \dots, 23\} \\ m \in M = \{0, \dots, 59\} \\ q \in \{SETH, SETM, NIL, ERROR\} \end{cases} \tag{1.1}$$

Aktionen/Operationen: $seth, setm, +, -, set, reset$

Typische Transitionen: Dies sind nur beispielhafte Transsitionen, es gibt deutlich mehr.
$(h, m, NIL) \xrightarrow{seth} (h, m, SETH)$
$(h, m, SETH) \xrightarrow{set} (h, m, NIL)$
$(h, m, SETH) \xrightarrow{seth} (h, m, ERROR)$
$(h, m, NIL) \xrightarrow{+} (h, m, ERROR)$
$(h, m, SETH) \xrightarrow{+} ((h + 1)mod24, m, SETH)$
$(h, m, ERROR) \xrightarrow{reset} (0, 0, NIL)$

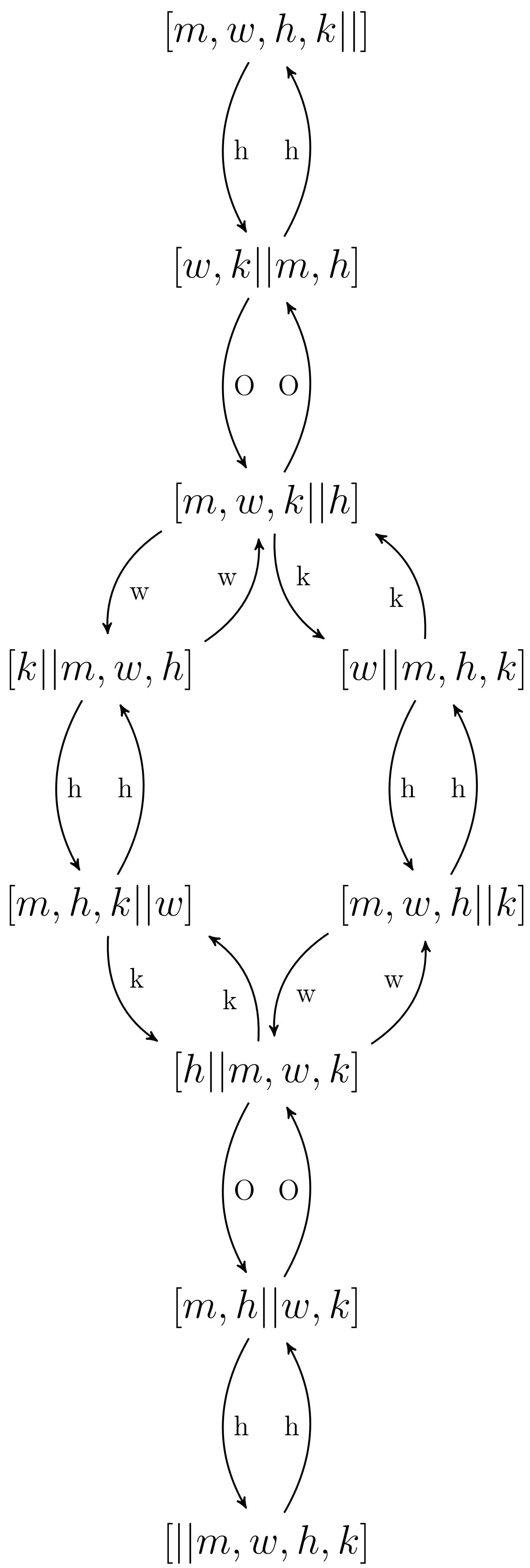
1.1.2 Transitionssystem: Mann/Wolf/Hase/Kohl

Zustände: Die Elemente $\{m, w, h, k\}$ wobei
$m \coloneqq Mann$
$w \coloneqq Wolf$
$h \coloneqq Hase$
$k \coloneqq Kohl$
sind, sind auf links/rechts verteils, symbolisiert durch $[m, w, h, k||], \dots, [m, w||h, k]$.
Dabei sind folgende Kombinationen sowohl links als auch rechts nicht erlaubt: $[w, h]$ $[h, k]$ $[w, h, k]$.

Aktionen/Operationen: Der Mann kann zur anderen Seite wechseln und dabei maximal ein anderes Element (Wolf, Hase, Kohl) mitnehmen.

Start/Ziel Der Startzustand ist $[m, w, h, k||]$. Der Endzustand soll $[||m, w, h, k]$ sein.

Lösungsgraph Der folgende Graph visualisiert alle (sinnvollen) Zustände des Transitionssystems.

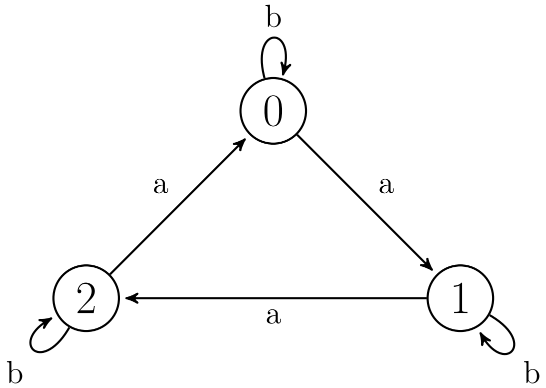

[m, w, h, k||]
h h
[w, k||m, h]
O O
[m, w, k||h]
w w k k
[k||m, w, h]
[w||m, h, k]
h h h h
[m, h, k||w]
[m, w, h||k]
k k w w
[h||m, w, k]
O O
[m, h||w, k]
h h
[||m, w, h, k]

1.1.3 Transitionssystem: Strom von Buchstaben

Sei Σ ein Alphabet und $a \in \Sigma$.

Es soll ein System gefunden werden, welches bei einem laufenen Strom von Elementen aus Σ die Information hält, ob die Anzahl der eingetroffenen a durch 3 Teilbar ist.

Zustandsgraph Der folgende Graph visualisiert den Ablauf der oben beschriebenen Prozedur mit Hilfe von drei Zuständen.



1.2 Alphabet

- Ein Alphabet ist eine nicht-leere, endliche Menge Σ.
- $a \in \Sigma$ wird als ein Buchstabe/Zeichen/Symbol bezeichnet.
- Ein Σ-Wort bezeichnet eine endlich Sequenz von Buchstaben in Σ, $w = a_1 a_2 \ldots a_n$ mit $a \in \Sigma^*$.
- Σ^* ist die Menge aller Wörter und unendlich.
- ϵ ist das leere Wort: $\epsilon \in \Sigma^*$
- Eine Σ-Sprache ist eine Teilmenge $L \subseteq \Sigma^*$ von Σ-Wörtern.