



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

UNIDAD PROFESIONAL ADOLFO LOPEZ MATEOS

SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

**“Análisis Cinemático de un robot
metamórfico tipo hexápodo”**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS

CON ESPECIALIDAD EN INGENIERÍA MECÁNICA

PRESENTA:

ING. ROMÁN ALEJANDRO RODRÍGUEZ MANZANAREZ.

DIRIGIDA POR:

DR. JESUS ALBERTO MEDA CAMPAÑA.

DR. RICARDO TAPIA HERRERA.



MEXICO, CIUDAD DE MEXICO 2017.



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

SIP-14BIS

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México siendo las 11:30 horas del día 26 del mes de Mayo del 2017 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de E. S. I. M. E. para examinar la tesis titulada:

"ANÁLISIS CINEMÁTICO DE UN ROBOT METAMÓRFICO TIPO HEXÁPODO".

Presentada por el alumno:

RODRÍGUEZ
Apellido paterno

MANZANAREZ
Apellido materno

ROMÁN ALEJANDRO
Nombre (s)

Con registro:

A	1	5	0	9	9	2
---	---	---	---	---	---	---

aspirante de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA MECÁNICA

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **SU APROBACIÓN DE LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISION REVISORA

Directores de tesis

DR. JESUS ALBERTO MEDA CAMPAÑA

Presidente

DR. RICARDO TAPIA HERRERA

Segundo Vocal

DR. IVÁN ENRIQUE CAMPOS SILVA

Tercer Vocal

DR. RICARDO TAPIA HERRERA

Secretario

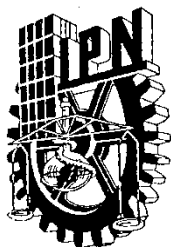
DR. ORLANDO ROSARREY HUERTA

DR. JULIO CÉSAR GÓMEZ MANCILLA

EL PRESIDENTE DEL COLEGIO

DR. MIGUEL TOLEDO VELÁZQUEZ I. P. N.

SECCIÓN DE ESTUDIOS DE
POSGRADO E INVESTIGACIÓN



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de México, D.F. el día ____ del mes de _____ del año ____, el (la) que suscribe ROMÁN ALEJANDRO RODRÍGUEZ MANZANAREZ alumno(a) del Programa de MAESTRÍA EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD EN INGENIERÍA MECÁNICA, con número de registro A150992, adscrito(a) a la **SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN DE LA E.S.I.M.E UNIDAD ZACATENCO**, manifiesto(a) que es el (la) autor(a) intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección del (de la, de los) DR. JESUS ALBERTO MEDA CAMPANIIIIIA Y DR. RICARDO TAPIA HERRERA y cede los derechos del trabajo titulado ANÁLISIS CINEMÁTICO DE UN ROBOT METAMÓRFICO TIPO HEXÁPODO, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del (de la) autor(a) y/o director(es) del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a las siguientes direcciones romanalejandro33@gmail.com. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.


ROMAN A. RODRIGUEZ MANZANAREZ.
(Nombre y firma)

Resumen.

Este trabajo es complemento a la tesis “Diseño e implementación de un sistema mecánico aplicado a un robot metamórfico tipo hexápodo” desarrollada por el M en C Mario Ricardo Cruz Deviana y tiene como objetivo principal lograr la locomoción de un robot hexápodo a modo esférico.

Se realizó el análisis cinemático del Bioloid Premium® con la metodología Denavit - Hartenberg que a través de la matriz T , indica la localización del sistema final con respecto al sistema de referencia de la base del robot.

Para poder resolver la matriz T por completo, fue necesario encontrar los ángulos de transmisión y salida del mecanismo de 4 barras, el cual se formaba como resultado del mecanismo desarrollado en la tesis anterior.

Para finalizar se realizó una rutina de movimiento por medio de los softwares proporcionados por ROBOTIS® con el fin de lograr la locomoción y metamorfosis del robot.

Abstract.

This work complements the thesis "Design and implementation of a mechanical system applied to a metamorphic robot hexapod type" developed by the M in C Mario Ricardo Cruz Deviana and has as main objective to achieve the locomotion of a hexapod robot to spherical mode.

The kinematic analysis of Bioloid Premium ® was performed using the Denavit - Hartenberg methodology, which, through the T matrix, indicates the location of the final system with respect to the reference system of the robot base.

In order to solve the T matrix completely, it was necessary to find the transmission and exit angles of the 4-bar mechanism, which was formed as a result of the mechanism developed in the previous thesis.

Finally, a routine of movement was performed through the software provided by ROBOTIS® in order to achieve the locomotion and metamorphosis of the robot.

Índice General

Índice de figuras	1
Índice de tablas	1
Índice de graficas.....	1
Resumen.....	1
Abstract	1
Objetivo general.....	1
Objetivos particulares	1
Justificación	1
Introducción	1
Capítulo 1 Antecedentes.....	1
1.1 Tipos de Robots.....	1
1.2 Robots Móviles.....	2
1.3 Robots Caminantes.	2
1.4 Robot Móvil Hexápodo.....	4
1.5 Robot Hexápodo con movimiento omnidireccional.	5
1.6 Robot Hexápodo Tenebrio.	5
1.7 Robot Hexápodo TigerBug.	6
1.8 Robots Metamórficos.....	7
1.9 Mano antropomórfica metamórfica.	7
1.10 Robot cuadrúpedo metamórfico.....	8
1.11 Robot BiLBIO 02.	8
1.12 Robot MorpHex.	9
Capítulo 2 Marco Teórico.....	10
2.1 Bioloid Premium®.....	10
2.1.1 Servomotores Dynamixel AX12.....	10
2.1.2 Batería tipo LiPo Bioloid Premium.	12
2.2.1 RoboPlus®.....	13
2.2.1 RoboPlus Motion®.....	13
2.2.2 RoboPlus Task®.	14
2.2.3 RoboPlus Manager®.	15
2.3 Operador de Traslación en cinemática de robots.....	16

2.4 Operador de Rotación.....	17
2.5 Transformaciones Homogéneas.....	19
2.6 Cinemática.....	20
2.7 Convención Denavit Hartenberg (DH).....	20
2.8 Eslabones, juntas y cadenas cinemáticas.....	22
2.9 Criterio de movilidad.....	23
2.10 Mecanismos de 4 barras.	24
Capítulo 3 Análisis Cinemático.	28
3.1 Ensamble de Mecanismo y Bioloid Premium®.....	28
3.2 Cinemática Directa Convención Denavit Hartenberg (D-H).....	30
3.3 Obtención de parámetros Denavit Hartenberg.	31
3.4 Cálculo de posición para mecanismos de 4 barras.	34
3.5 Cálculo de posición para mecanismos de 4 barras método gráfico mediante Solid Works.	42

Índice de Figuras.

Figura 1.1 Tipos de Robots	¡Error! Marcador no definido.
Figura 1.2 Triángulo de Estabilidad de un Hexápodo	3
Figura 1.3 Proporción de trabajo con robots de diferentes números de extremidades	4
Figura 1.4 Robot Hexápodo con control cinemático omnidireccional	5
Figura 1.5 Robot Tenebrio Diseño final	6
Figura 1.6 Construcción completada del TigerBug.	6
Figura 1.7 Mano antropomórfica metamórfica con una palma reconfigurable.	7
Figura 1.8 Robot cuadrúpedo metamórfico.	8
Figura 1.9 Robot BiLBIO 02	9
Figura 1.10 Robot Morphex	9
Figura 2.1 Bioloid Premium®	10
Figura 2.2 Dynamixel AX12A	11
Figura 2.3 Familia Dynamixel Fuerza y velocidad	12
Figura 2.4 Batería Tipo LiPo Bioloid Premium	13
Figura 2.5 Hoja de Movimiento RoboPlus Motion	14
Figura 2.6 Código de Tarea RoboPlus Task	15
Figura 2.7 Ajustes RoboPlus Manager	16
Figura 2.8 Traslación del vector P1.	17
Figura 2.9 Rotación del vector P1 alrededor del eje Z	18
Figura 2.10 Vectores Expresados en coordenadas homogéneas.	19
Figura 2.11 Parámetros D-H en un sistema coordenado	20
Figura 2.12 Eslabón Binario.	22
Figura 2.13 Eslabón Ternario.	22
Figura 2.14 Eslabón Cuaternario.	22
Figura 2.15 Doble Manivela (manivela – biela- manivela).	25
Figura 2.16 Manivela Balancín (manivela – biela- balancín).	25
Figura 2.17 Doble Balancín (balancín – biela- balancín).	26
Figura 2.18 Paralelogramo articulado.	26
Figura 2.19 Anti paralelogramo articulado.	27
Figura 3.1 Bioloid Premium tipo hexápodo	28
Figura 3.2 Ensamble de mecanismo y Bioloid Premium® tipo hexápodo visto desde SolidWorks	28

Figura 3.3 Pata Frontal del Bioloid Premium® vista desde Solid Works .	29
Figura 3.4 Pata lateral del Bioloid Premium® vista desde Solid Works .	29
Figura 3.5 Sistema de referencia D-H.....	30
Figura 3.6 Regla de la mano derecha.	31
Figura 3.7 Pata frontal del Bioloid Premium vista desde Solid Works con el mecanismo de 4 Barras .	34
Figura 3.8 Cadena cinemática mecanismo de 4 barras.....	35
Figura 3.9 Pata frontal del Bioloid Premium vista desde Solid Works con el mecanismo de 4 Barras y valores de r_1 , r_2 , r_3 y r_4 .	40
Figura 3.10 Pata lateral del Bioloid Premium vista desde Solid Works con el mecanismo de 4 Barras y valores de r_1 , r_2 , r_3 y r_4 .	40
Figura 3.11 Cadena cinemática método abierto pata lateral.	43
Figura 3.12 Cadena cinemática método abierto pata frontal.....	44

Índice de tablas.

Tabla 2.1 Características de Servomotores Dynamixel AX12®	11
Tabla 2.2 Significado de los parámetros DH.	21
Tabla 3.1 Parámetros Denavit Hartenberg.	31
Tabla 3.2 Ángulos Obtenidos.	44

Objetivos Particulares.

- Realizar el análisis cinemático al Bioloid Premium® con el mecanismo adaptado.
- Encontrar los ángulos de transmisión y salida del mecanismo adaptado al Bioloid Premium®.
- Comprobar que la propuesta del diseño planteado inicialmente es funcional. Realizando una rutina donde se pueda observar que el robot cumple con los movimientos esperados.
- Programar al Bioloid Premium® por medio de los softwares que proporciona ROBOTIS® y realizar una rutina donde el robot pase de fase hexápodo a esférico.

Objetivo General.

- Lograr la locomoción del Bioloid Premium® con el mecanismo adaptado. Pasar de la postura hexápodo a la esférica y viceversa.

Introducción.

El término metamórfico en la actualidad se sigue complementando, debido a su reciente uso en las aplicaciones tecnológicas. El significado más aceptado es el propuesto por el Prof. Dai Jiansheng que define a la maquina metamórfica como aquella que puede reorganizarse y cambiar su topología en función del entorno que la rodea y los requisitos de la misión.

Siguiendo este concepto en el mundo de la ciencia y tecnología nos hemos dado a la tarea de proponer un sinfín de estructuras que puedan responder a necesidades del entorno y no solo eso, que también puedan reproducir movimientos del mundo animal que en muchas ocasiones no están del todo caracterizados.

Debido a las limitaciones que los robots móviles tienen en la actualidad con respecto a la fuente de energía que los alimenta, nació la propuesta de adaptar un mecanismo a un robot de este tipo, el cual le permita hacer uso de las pendientes formadas en los distintos terrenos a explorar y de este modo ahorrar energía que se gastaría al realizar el traslado de manera normal.

Las baterías tipo Li-Po (Litio – Polímero) que son las que comúnmente utilizan los robots móviles y también los drones, tienen cierto rango de limitación, en algunos casos las descargas de estas varían y el tiempo efectivo de trabajo disminuye, lo cual nos indica que deben tener un cuidado especial al momento de operar y al recargarlas.

Los robots metamórficos presentan un área de oportunidad alta debido a su versatilidad y por ende será posible desarrollar un mayor número de estudios que permitan complementar las aplicaciones que hoy en día tienen.

Justificación.

A lo largo de la historia los seres humanos han tenido la inquietud de entender el entorno que les rodea, ir más allá de lo que pueden ver a simple vista, les intriga lo desconocido, lo inaccesible, por ello, han tratado en base a los conocimientos que han ido adquiriendo en materia de ciencia y tecnología desarrollar herramientas que les permitan alcanzar o por lo menos conocer lo que tanto les interesa.

La robótica es una ciencia que surgió como resultado de esto, y en la actualidad se encuentra en uno de sus puntos más álgidos debido a los avances tecnológicos que se han desarrollado. Sus aplicaciones son infinitas, desde robots que hoy en día realizan cirugías al otro lado del mundo, hasta aquellos que pueden explorar superficies planetarias proporcionando información en tiempo real de las condiciones geofísicas de los mismos. No se ha llegado al fin del conocimiento, por lo que seguramente cada día se contará con nuevos descubrimientos que se espera, promuevan una mejor calidad de vida en la Tierra.

Desde sus inicios, el Bioloid Premium® como plataforma educativa, ha permitido a cada usuario darle respuesta a las incógnitas que tiene con el fin de satisfacer su necesidad de conocimiento y aplicarlo a sus intereses propios en este caso, la exploración en distintos entornos.

Ha sido posible adaptarle un mecanismo que le permite reconocer el entorno geográfico que le rodea con el fin de utilizarlo a su favor, para así ahorrar energía haciendo uso de la fuerza de gravedad para llegar a terrenos más estables.

La presente investigación se ha desarrollado en la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica en su Sección de Estudios de Posgrado e Investigación del Instituto Politécnico Nacional Unidad Zacatenco, siendo en su modalidad, el primer análisis de un robot metamórfico tipo hexápodo.

1. ANTECEDENTES.



Análisis Cinemático de un Robot Metamórfico tipo Hexápodo.

Para conocer a fondo un poco más sobre el presente trabajo se presentan dos definiciones fundamentales sobre el mismo, las cuales son hexápodo y metamórfico.

- **Hexápodo [1]:**

Adj. Zool. Dicho de un animal, y especialmente de un insecto: Que tiene seis patas. U. t. c. s. m.

Para la palabra metamórfico como tal no existe una definición concreta de este término, pero con base en los trabajos y descripciones que el Prof. Dai Jiansheng presenta es posible definirla de la siguiente manera.

- **Metamórfico [2]:**

Una máquina metamórfica puede reorganizarse y cambiar su topología en función del entorno que lo rodea y los requisitos de la misión.

1.1 Tipos de Robots.

A continuación se muestran los tipos de robots con los que habitualmente se trabajan, también se presentan algunos diseños y aplicaciones de estos.

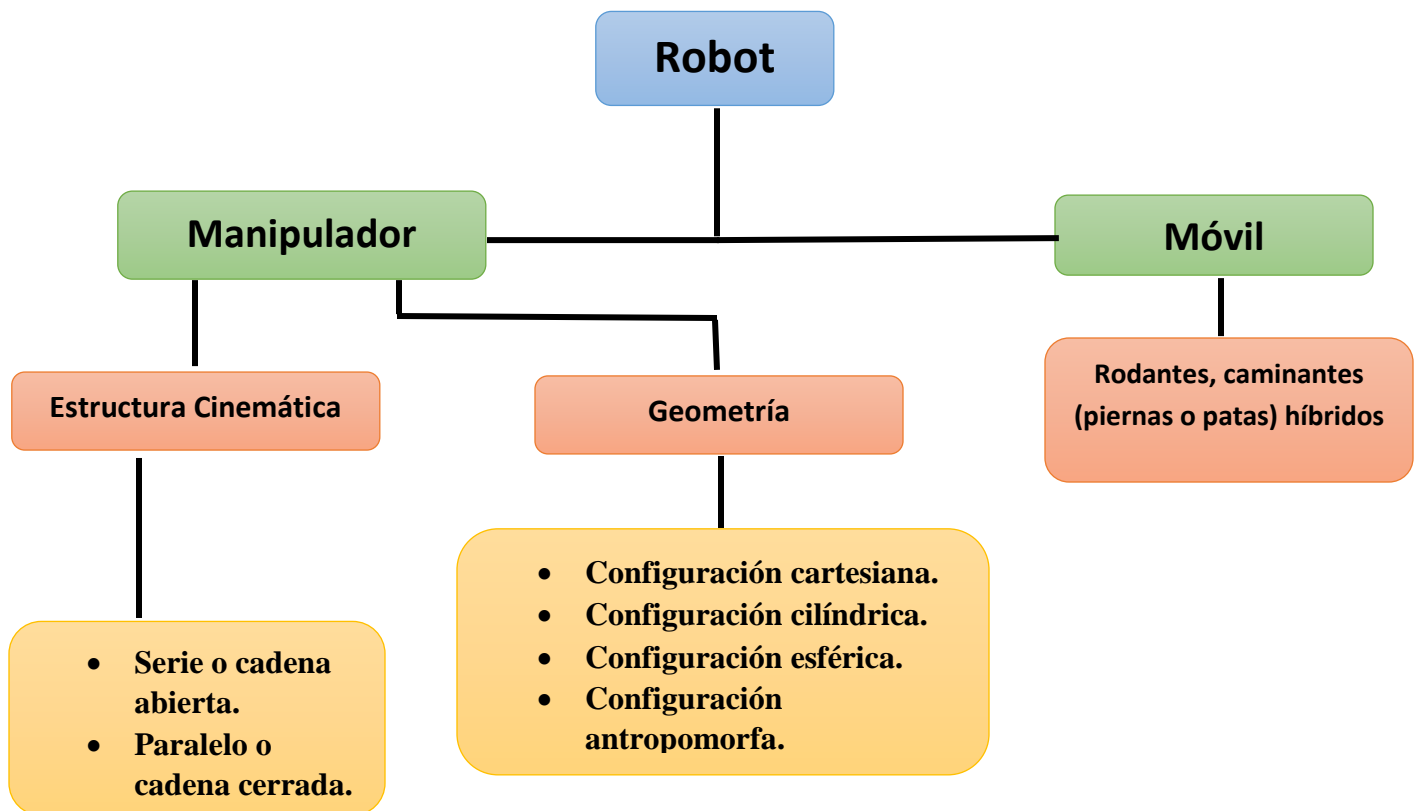


Figura 1.1 Tipos de Robots [3].

1.2 Robots Móviles.

Estos se definen como un vehículo con cierto grado de inteligencia capaz de realizar tareas útiles [4]. En la actualidad y con el auge que está tomando la robótica, los robots móviles son una gran opción ya que ofrecen grandes ventajas sobre todo al momento que se desea realizar tareas programadas.

Se presentan algunas de las aplicaciones actuales de este tipo de robots más demandadas por el mercado [4].

- De Servicio.
- De exploración Militar.
- De Construcción y minería.
- De Asistencia Médica.
- Robots Espaciales.
- Robots en Plantas nucleares.

Dentro de los robots móviles también se encuentran otras configuraciones las cuales son:

- Vehículos Rodantes.

Estos robots entran en esta clasificación siempre y cuando sean autónomos, algunos ejemplos de ellos son los oruga o con ruedas.

- Robots Industriales.

Se basan comúnmente en brazos robóticos con diversos grados de libertad, estos se encuentran sobre bases o plataformas, sus trayectorias son previamente definidas para cumplir con alguna tarea específica.

- Robots caminadores.

La movilidad de este tipo de robots está basada en el apoyo desde una pata a sistemas de traslación multipodales.

1.3 Robots Caminantes.

Este tipo de robots presentan múltiples configuraciones de segmentos o patas articuladas las cuales deben ser móviles con un mínimo de grados de libertad. Estos cuentan con un sistema de control que hace que presenten movimientos de traslación y rotación proporcionados por un conjunto de servomotores.

Los robots hexápodos a diferencia de los robots que se trasladan por un mecanismo de ruedas, son más complejos en cuanto al sistema de control y a nivel sensorial. Por muy sencillo que sea el mecanismo, cada pata mínimo debe contar con dos grados de libertad. [5].

En esta clasificación se encuentran diferentes tipos de robots los cuales pueden ser Trípode, cuadrúpedo y hexápodo, para poder lograr que el robot avance se den tomar en cuenta dos análisis los cuales son estático y dinámico. El análisis estático se debe realizar a causa de que cuando el robot no está en movimiento demanda cierta estabilidad a través de las patas que sostienen a este y el análisis dinámico se debe obtener debido a que el movimiento del robot hace que el centro de masa esté en constante desplazamiento dentro y fuera del polígono formado.

Es importante mencionar que el robot en general con más de 4 patas, debe mantenerse estable al momento de caminar, en este caso que es un robot hexápodo las patas que permanecen en el suelo son tres, y por ende las otras tres quedan en el aire, el movimiento alterno de estas patas generan que el robot se desplace, en la figura 1.2 se muestra el triángulo de estabilidad de un robot hexápodo. Generalmente estos robots móviles son alimentados con baterías, las cuales son seleccionadas dependiendo las características del mismo, en este caso el Bioloid Premium® cuenta con una batería tipo LIPO de dos celdas [6].

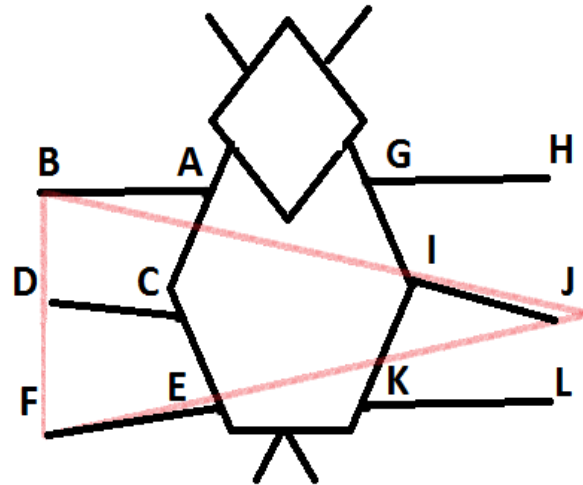


Figura 1.2 Triángulo de Estabilidad de un Hexápodo [5].

1.4 Robot Móvil Hexápodo.

El hexápodo es una estructura que cuenta con 6 extremidades colocadas paralelamente entre ellas, cuando se habla de este tipo de robots, muchos de estos están inspirados en insectos, tales como las hormigas y las arañas.

En la figura 1.3 se muestra el porcentaje de trabajos en los que se implementan los robots con extremidades, lo que indica que los robots hexápodos o bien de 6 patas son los que predominan en comparación de otros multipodales.

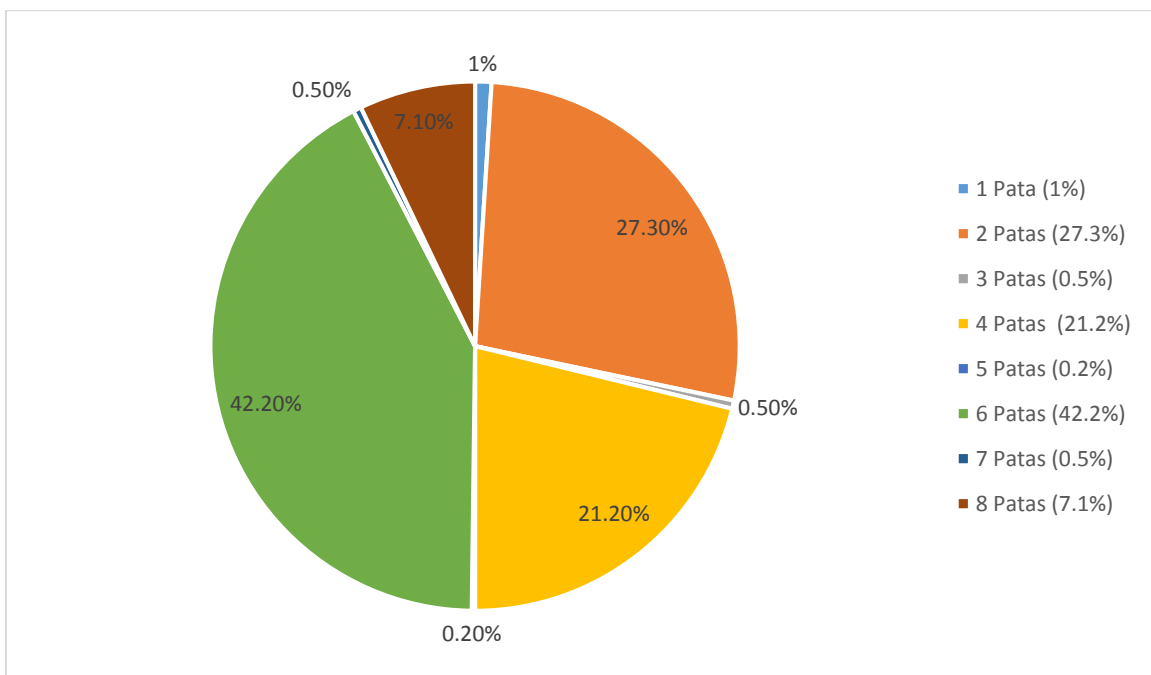


Figura 1.3 Proporción de trabajo con robots de diferentes números de extremidades [7].

1.5 Robot Hexápodo con movimiento omnidireccional. [3].

Este robot hexápodo fue diseñado y simulado por el ahora ingeniero Miguel Ángel Cárdenas Verdugo, presentando como resultado de su proyecto la posibilidad de tener movimiento omnidireccional con tres grados de libertad en cada una de las patas del mismo.

En la figura 1.4 se observa el prototipo de este robot, el cual cuenta con 18 grados de libertad; uno de los principales problemas que se exponen en este trabajo fue que los servomotores no contaban con el torque suficiente para poder desplazarse con facilidad, lo que produce mayor vibración y a corta la vida útil de este robot.



Figura 1.4 Robot Hexápodo con control cinemático omnidireccional [3].

1.6 Robot Hexápodo Tenebrio [8].

Tenebrio (figura 1.5) fue diseñado e implementado en la Universidad del Valle en Cali Colombia, gracias al sistema multiprocesador con el que cuenta es capaz de caminar en cualquier dirección haciendo uso de sus 6 extremidades las cuales son articuladas de manera inteligente.

Mediante sensores de proximidad este puede detectar obstáculos que se encuentren dentro de su trayectoria y así poder evitarlos o caminar sobre ellos sin mayor dificultad. Este robot cuenta con diversos modos de caminado lo cual le permiten adaptarse a cualquier terreno que se presente.

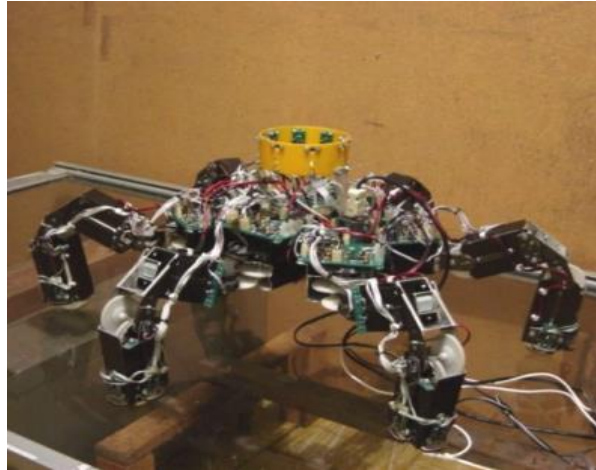


Figura 1.5 Robot Tenebrio Diseño final [8].

1.7 Robot Hexápodo TigerBug [9].

Este robot el cual se presenta en la figura 1.6 fue diseñado en el Rochester Instituto de Tecnología (RIT) Multi Agent Bio-Robotics Laboratory (MABL). El cual como todo robot hexápodo cuenta con 6 patas, las cuales se componen de 18 servomotores, y estos proporcionan 3 grados de libertad en cada una de sus extremidades, el cuerpo de este se encuentra realizado en forma hexagonal, con el fin de poder controlar a este sistema; finalmente dos algoritmos fueron implementados exitosamente para lograr que el TigerBug pudiera caminar de manera omnidireccional.



Figura 1.6 Construcción completada del TigerBug.

1.8 Robots Metamórficos.

Como se dijo anteriormente no se tiene una definición concreta para la palabra metamórfico, pero haciendo referencia a las investigaciones del Prof. Dai Jiansheng se describe lo más apropiado a lo que se busca en el desarrollo de este trabajo; también se encuentran trabajos de mecanismos metamórficos; el concepto de mecanismo metamórfico se presenta de acuerdo con el cambio de configuraciones de un estado a otro [10].

El mecanismo metamórfico es un nuevo tipo de mecanismo que nace originalmente de las investigaciones de configuración y movilidad, presentado en primer lugar por Dai J S y Rees Jones J En 1999 [11]. El mecanismo es presentado por un tipo de máquina la cual tiene la capacidad de tener una estructura e ir transformando de un tipo a otro, esto hace gran contraste con el análisis tradicional de los mecanismos que siempre son presentados de alguna manera y posteriormente se realiza su estudio correspondiente, este mecanismo muestra menos limitaciones y más alternativas de trabajo.

1.9 Mano antropomórfica metamórfica [12].

Esta mano robótica tiene una palma la cual es capaz de ser reconfigurada, su topología puede tomar diversas formas, de esta manera se obtiene mayor destreza y versatilidad de la mano según sea necesario.

El prototipo de la mano antropomórfica metamórfica (figura 1.7) fue acompañada por un sistema de control a la cual le realizaron pruebas de agarre y manipulación con el fin de investigar la destreza, adaptabilidad y manipulación de las características metamórficas antropomorfas.

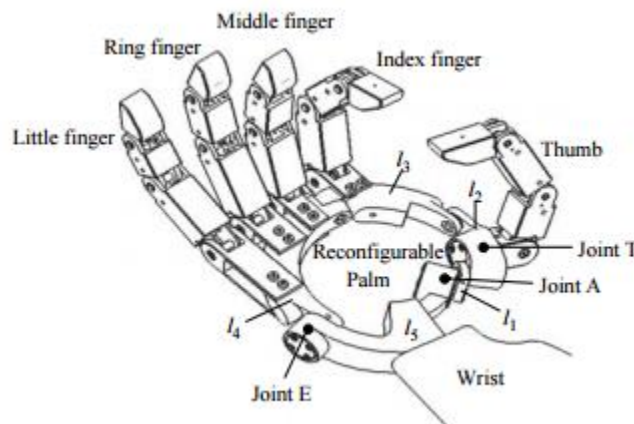


Figura 1.7 Mano antropomórfica metamórfica con una palma reconfigurable.

1.10 Robot cuadrúpedo metamórfico [13].

Este robot fue desarrollado por el profesor Dai Jiansheng y su equipo de trabajo en la universidad de Tianjin al norte de China este prototipo cumple con los fundamentos de las máquinas metamórficas, donde un cuerpo rígido puede cambiar su topología.

El robot cuadrúpedo metamórfico (figura 1.8) puede caminar imitando las diferentes formas al andar de algunos animales con patas como los reptiles, insectos o mamíferos mediante la reconfiguración de su cintura; algunos ejemplos son los cocodrilos, las arañas, perros y caballos, dependiendo la misión que se tenga que realizar y el terreno en el cual se tenga que trabajar es la forma que el robot puede determinar para andar de manera que sea lo más eficiente posible.



Figura 1.8 Robot cuadrúpedo metamórfico.

1.11 Robot BiLBIQ 02 [30].

Al observar este robot es fácil identificar los servomotores Dynamixel® del kit de Bioloid Premium® los cuales tienen grandes ventajas para trabajar; BiLBIQ fue creado por el ingeniero de origen alemán Ralf Simon King, este robot es cuadrúpedo en cada de sus piernas tiene tres actuadores, lo que precisa 12 grados de libertad, cada pierna tiene instalada una adaptación la cual permite la mórfosis de cuadrúpedo a un cuerpo circular rodante, estas adaptaciones que se observan en la figura 1.9 están fabricadas en fibra de vidrio con un recubrimiento de resina epóxica reforzada.

A diferencia de los robots hexápodos los cuadrúpedos utilizan menos servomotores, lo que los hace más hábiles al momento de realizar tareas específicas y por ende hay una menor probabilidad que exista alguna clase de interferencia entre las

piernas al momento de realizar la locomoción ya que tienen mayor distancia de separación entre ellas.



Figura 1.9 Robot BiLBIQ 02 [28].

1.12 Robot Morphex [30].

En la figura 1.10 se observa al robot Morphex el cual es un robot hexápodo que cuenta con 19 servomotores, 12 que conforman las piernas (solo se utilizan 6 dependiendo la posición del mismo) y 7 que se encuentran en el centro del robot, estas compactan o expanden las piernas según se requiera, de esta manera se evita que exista interferencia entre ellas; el Morphex fue diseñado por el ingeniero ruso Kåre Halvorsen, este tiene la función de caminar en su forma hexápodo, posteriormente realizar mórfosis para convertirse en una esfera y rodar como si se tratase de una pelota o viceversa, el revestimiento de cada una de los gajos adaptados a las piernas de este robot son a base de fibra de vidrio.



(c) Kåre Halvorsen

Figura 1.10 Robot Morphex [29].

2. MARCO TEÓRICO.



2.1 Bioloid Premium® [14].

El Kit Bioloid Premium® es un robot móvil tipo humanoide de 18 grados de libertad, 6 en piernas y 3 en cada brazo , cuenta con control de equilibrio dinámico, batería tipo LiPo, controlador CM-510, y servomotores Dynamixel AX12A®. Debido a su diseño este robot tiene la capacidad de tomar diferentes formas, donde el tipo hexápodo y humanoide son las que se emplean con mayor frecuencia.



Figura 2.1 Bioloid Premium® [20].

2.1.1 Servomotores Dynamixel AX-12A

El Bioloid Premium cuenta con 18 actuadores de este tipo, en la tabla 2.1 se muestran sus características.

Tabla 2.1 Características de Servomotores Dynamixel AX12®.

MODELO	AX-12A
Puesto de torque @ Max Voltaje	1,5 Nm / 16,5 kg-cm
Velocidad (RPM)	59
Tensión de funcionamiento	9 ~ 12V (Rec. 11.1 voltios de tensión)
Puesto de Consumo de corriente	1.5A
Dimensiones	32mm x 50mm x 40mm
Peso	54.6g
Material del tren de engranajes	Ing. El plastico
ángulo de operación	300 o giro continuo
A bordo de la CPU	ATMega8 (ATMEGA8-16AU @ 16MHZ, 8 bits)

Cada uno de estos servomotores tiene la capacidad de controlar su velocidad, temperatura, posición y carga soportada, una de sus principales características es la función Catch - and play (Programación moviendo manualmente las articulaciones) lo que facilita considerablemente el trabajo con el Robot en general.



Figura 2.2 Dynamixel AX-12A [16]

Los Dynamixel AX-12A® son los que incluye el kit de Bioloid Premium®, pero existe una amplia gama de servomotores con diferentes características que ofrecen los de desarrolladores de ROBOTIS®, en la siguiente tabla se observa el funcionamiento de cada uno de ellos en cuanto al torque contra velocidad.

La fuerza y la velocidad de registro de la Familia Dynamixel

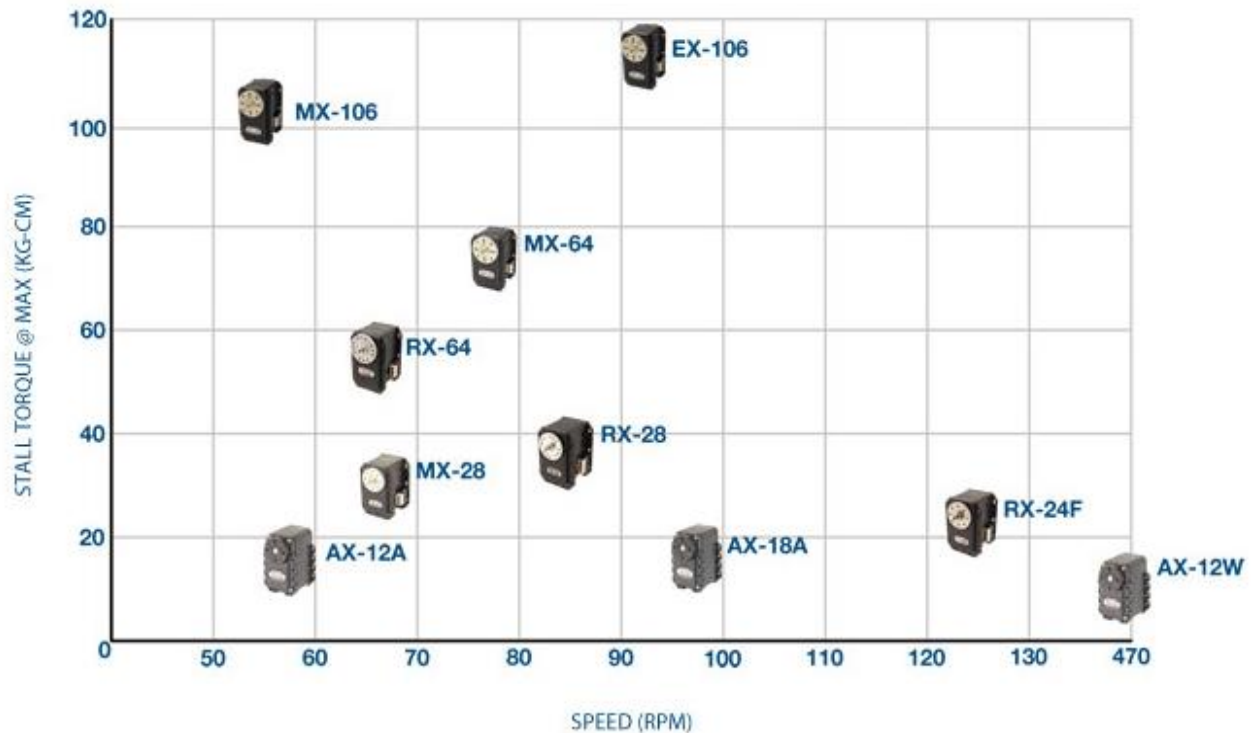


Figura 2.3 Familia Dynamixel Fuerza y velocidad [16].

2.1.2 Batería tipo LiPo Bioloid Premium.

El nombre de LiPo viene de la abreviación de Litio y Polímero, este tipo de baterías son actualmente utilizadas en distintos prototipos robóticos y sistemas eléctricos de radiocontrol; los drones también hacen uso de este tipo de baterías debido a su fácil recarga y durabilidad, algunas de las ventajas de este tipo de baterías son las siguientes [17]:

- Las baterías LiPo son ligeras y se pueden hacer de casi cualquier forma y tamaño.

- Las baterías Lipo tienen gran capacidad lo que significa que tienen una cantidad considerable de energía en un tamaño reducido.
- Las baterías LiPo tienen una tasa de descarga alta para alimentar los sistemas eléctricos más exigentes.

La tensión de trabajo del Bioloid Premium® va de los 6,5 V a 15 V pero se recomienda trabajar con los 11,1 V que proporciona la batería LiPo de 3 celdas, o con el alimentador de potencia proporcionado con Bioloid [18].



Figura 2.4 Batería Tipo LiPo Bioloid Premium [19].

2.2 RoboPlus®.

RoboPlus® es el software que la empresa ROBOTIS® proporciona a cada uno de sus productos para que se pueda desarrollar un programa personalizado a cada uno de estos, el Bioloid Premium® se programó con las herramientas que este software proporciona, tales como RoboPlus Motion, RoboPlus Task y RoboPlus Manager entre otras funciones que permite hacer práctico el trabajo con este robot.

2.2.1 RoboPlus Motion®.

Esta Herramienta es la que prácticamente permite programar los movimientos que realizará el robot, incluye la funcionalidad Catch – and Play la cual es una programación que se obtiene moviendo manualmente cada una de las articulaciones, de esta manera se crea un archivo de RoboPlus Motion® con los movimientos del mismo. Incluye también una herramienta 3D Motion Editor y la de cinemática inversa, además es capaz de interactuar con Excel [14].

Cabe destacar que el archivo Motion (su extensión es .mtn) es un conjunto de datos de posición y velocidad de cada uno de los actuadores para que el robot pueda

realizar cierta rutina, para que éste pueda moverse es necesario crear el archivo de movimiento el cual debe ser descargado previamente en el robot

La herramienta que se encargará de procesar esta información y logrará que el robot tenga movimiento será RoboPlus Task®, nuestro archivo de motion son simplemente datos, los cuales serán reproducidos cuando estos sean requeridos [15].

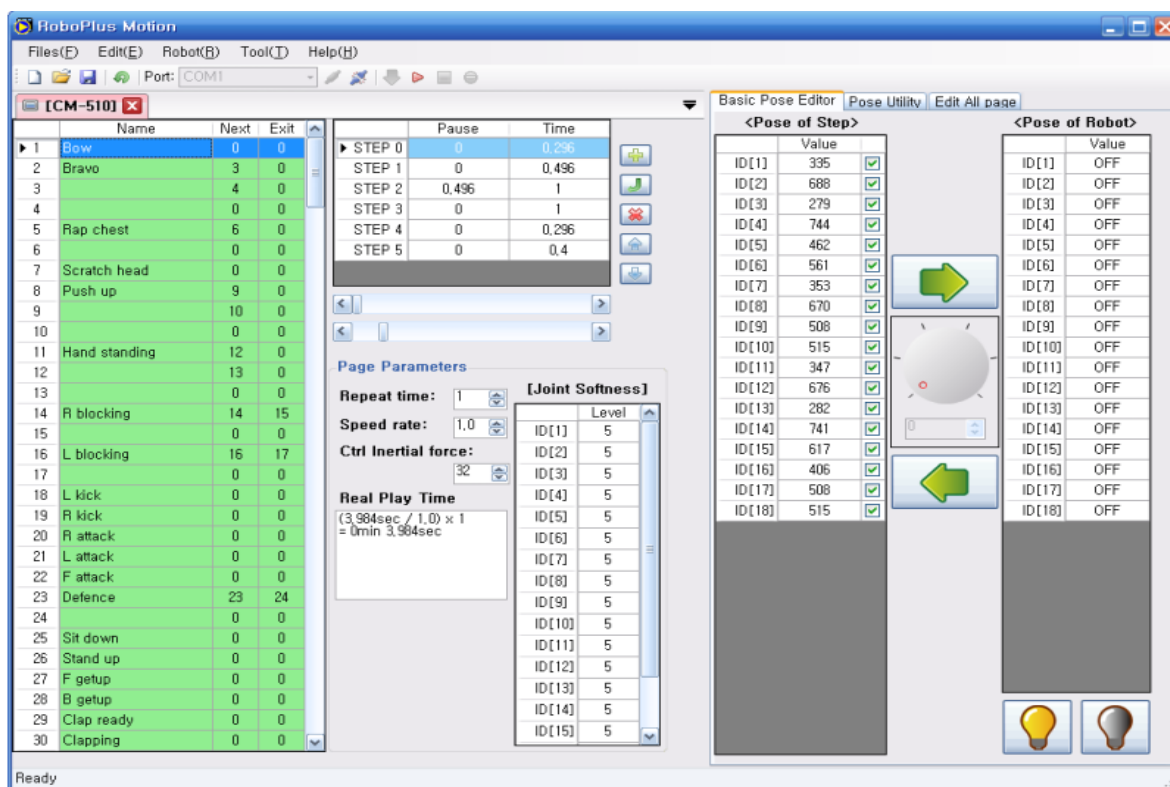


Figura 2.5 Hoja de Movimiento RoboPlus Motion [15].

2.2.2 RoboPlus Task® [14].

Esta herramienta fue diseñada para hacer accesible a principiantes de la programación el manejo de la misma, utiliza la semántica y estructura del lenguaje C o java; tal como en estos tipos de programación son utilizadas funciones, bucles y condiciones, simplemente mandándolas llamar, no es necesario hacer paso a paso todo el código y estructura, lo que sí es importante es tener conocimiento de la utilidad que tiene cada una de estas para utilizarlas de manera apropiada

RoboPlus Task® incluye también una función especial llamada CALLBACK (llamada cada 8 ms) con la finalidad de cambiar de modificar la tarea asignada si cumple alguna condición, puede hacer ajustes en tiempo real del Bioloid Premium®

en modo humanoide cuando este está andando y correcciones basadas en la retroalimentación de los sensores del robot.

Para realizar el Código Task (La extensión del archivo es .tsk) es necesario tener un conjunto de movimientos los cuales se encuentran en los archivos de RoboPlus Motion® que fueron previamente guardados, de esta manera el Bioloid Premium® podrá tener movimiento y realizará ciertas acciones, el robot se mueve de acuerdo a sus códigos de tareas (Task Code) [15].

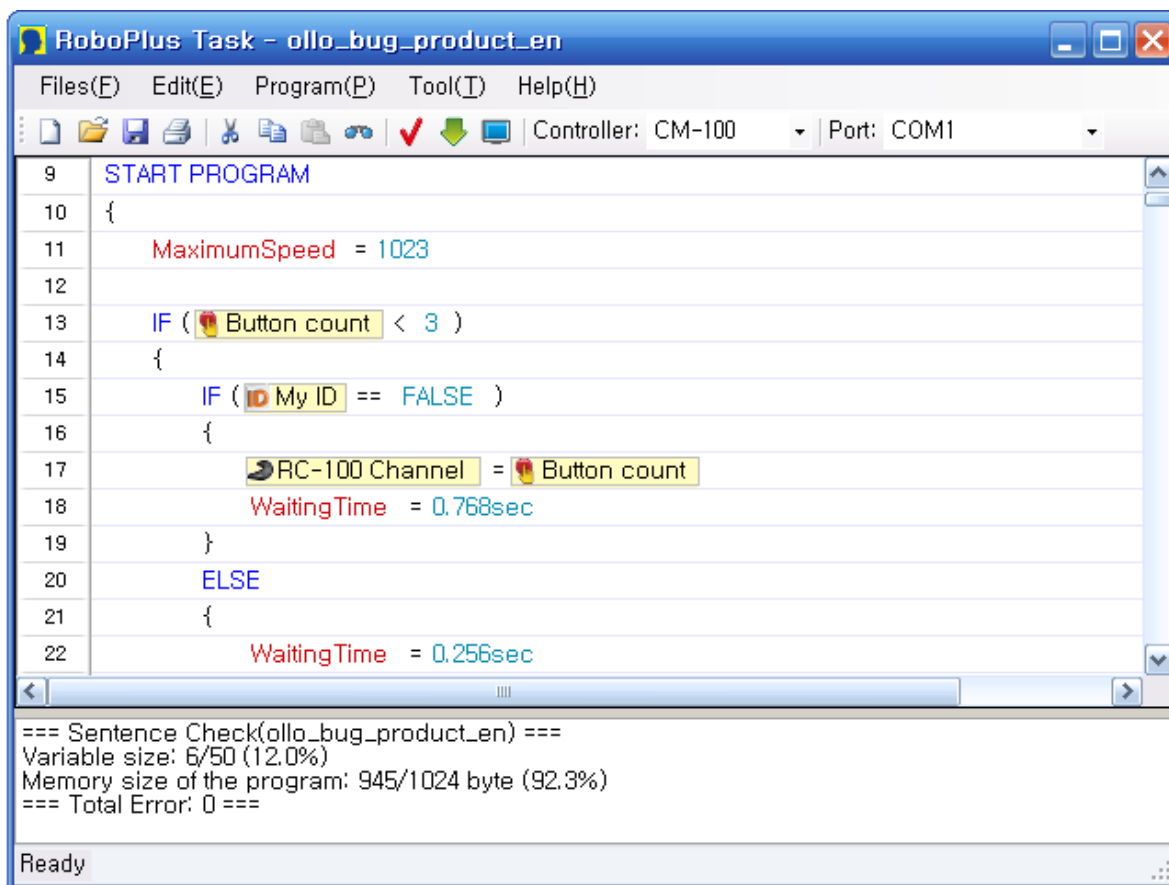


Figura 2.6 Código de Tarea RoboPlus Task [15].

2.2.3 RoboPlus Manager® [14].

Trabajar con esta herramienta es esencial para el buen funcionamiento de cada uno de los servomotores (Dynamixel AX12A®) del Bioloid Premium® ya que desde ahí es posible observar todas las características de gestión del Firmware de todos los dispositivos conectados al Bus Dynamixel y editarlos en tiempo real según las necesidades requeridas.

Las principales funciones de este programa son las siguientes [15].

- Administrar el firmware del controlador. (Actualización y restauración)
- Inspeccione el estado del controlador y de los dispositivos periféricos. (Prueba)
- Ajuste los modos requeridos. (Ajustes)

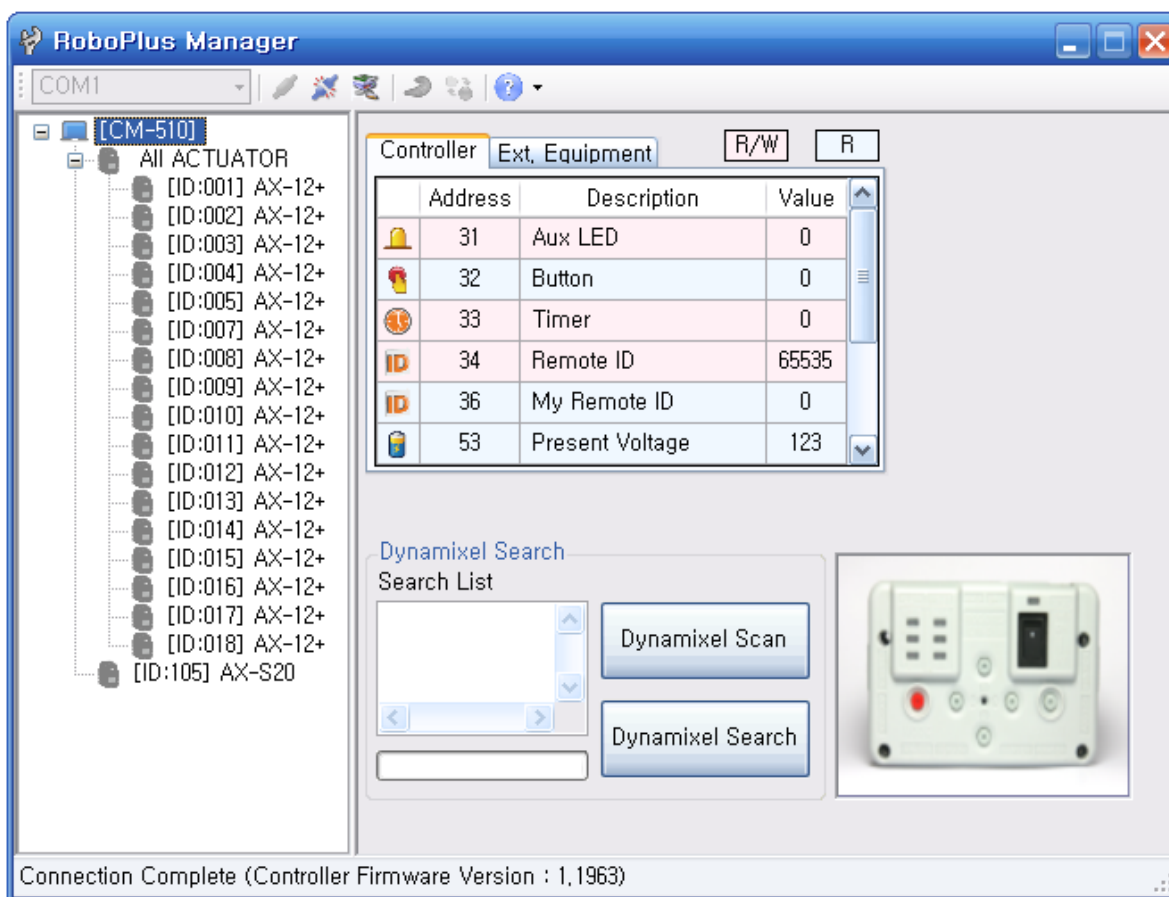


Figura 2.7 Ajustes RoboPlus Manager [15].

2.3 Operador de Traslación en cinemática de robots [23].

Este se encarga de mover un punto en el espacio una distancia determinada a lo largo de una dirección establecida, con esta interpretación de trasladar un punto en el espacio es necesario involucrar un sistema de coordenadas.

En la figura 2.8 se observa cómo se traslada un vector **P1** mediante un vector **u**, lo que hará el vector **P2** es darnos la información necesaria para poder realizar la traslación; el resultado de esta operación es un nuevo vector **P2** el cual se calcula de la siguiente manera.

$$\mathbf{P2} = \mathbf{P1} + \mathbf{u} \quad (2.1)$$

Esta operación puede escribirse como un operador matricial utilizando la siguiente notación.

$$\mathbf{P2} = \mathbf{D}(\mathbf{u}) \mathbf{P1} \quad (2.2)$$

El operador $\mathbf{D}(\mathbf{u})$ es considerado como una transformación homogénea que se define de la siguiente forma:

$$\mathbf{D}(\mathbf{u}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & V_x \\ 0 & 1 & 0 & V_y \\ 0 & 0 & 1 & V_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Donde \mathbf{u} es el vector que indica la magnitud y dirección de la traslación, \mathbf{D} es el operador de traslación; V_x , V_y , y V_z son los componentes del vector \mathbf{u} del sistema de coordenadas.

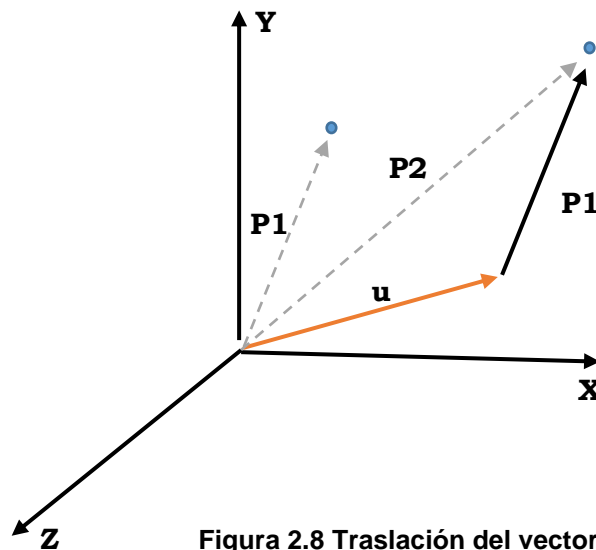


Figura 2.8 Traslación del vector P1.

2.4 Operador de Rotación [24].

Se interpreta a una matriz de rotación como un operador rotacional que opera sobre un vector $\mathbf{P1}$ y convierte ese mismo vector en uno nuevo, $\mathbf{P2}$, por medio de una rotación. Se define como:

$$\mathbf{P2} = \mathbf{R} \mathbf{P1} \quad (2.4)$$

“La matriz de rotación que gira vectores a través de cierta rotación \mathbf{R} , es la misma que la matriz de rotación que describe a una trama girada por \mathbf{R} e relación con la trama de referencia” [24].

La matriz de rotación puede identificarse como un operador, de esta manera se puede definir otra notación para este operador rotacional, que indica sobre que eje se está realizando dicho movimiento (girar).

$$\mathbf{P2} = \mathbf{R}(\theta) \mathbf{P1} \quad (2.5)$$

En este caso \mathbf{R} es el operador de rotación aplicado al vector $\mathbf{P1}$ y θ es la magnitud de la rotación; las rotaciones utilizadas comúnmente en los ejes coordenados son los siguientes:

$$\mathbf{R_x}(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ 0 & \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$\mathbf{R_y}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$$\mathbf{R_z}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

En la figura 2.9 se puede observar como el vector $\mathbf{P1}$ es rotado alrededor del vector \mathbf{u} , el cual tiene la misma dirección del vector \mathbf{Z} del sistema coordenado, como resultado se obtiene un nuevo vector $\mathbf{P2}$ el cual se calcula con la formula (2.5).

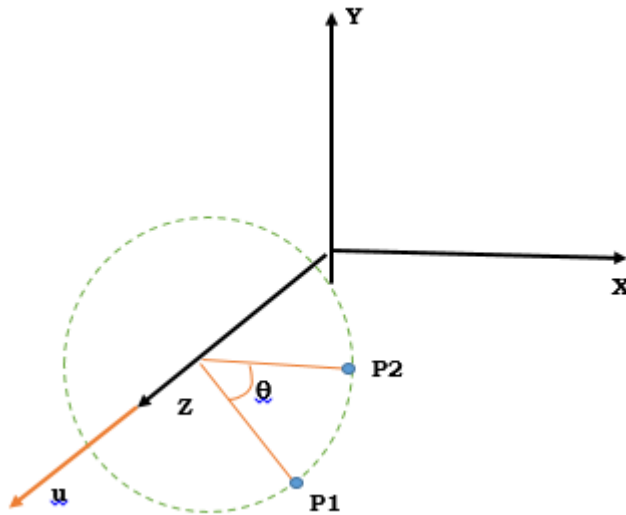


Figura 2.9 Rotación del vector P1 alrededor del eje Z [3].

2.5 Transformaciones Homogéneas [25].

Las matrices de transformación homogénea son fundamentales en robótica ya que hacen uso de los operadores de rotación y traslación, estos definen el modelo de la cinemática directa. Para representar el posicionamiento de robots manipuladores es necesario trabajar con sistemas de coordenadas cartesianos los cuales nos indicarán la posición y orientación del extremo final del robot.

La forma más común de representar la matriz de rotación y el vector de traslación se conoce como transformación homogénea, la cual podemos observar en la siguiente expresión:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \text{Matriz de rotación} & \text{Vector de traslación} \\ \mathbf{0T} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

A continuación en la figura 2.10 se observan los vectores expresados en coordenadas homogéneas.

The diagram shows the homogeneous transformation matrix A_j^k as a 4x4 matrix. The first three rows and columns are enclosed in a purple dashed box labeled 'ROTACIÓN'. The first three rows and the fourth column are enclosed in a green dashed box labeled 'TRASLACIÓN'. The first three rows and columns are also enclosed in a yellow dashed box labeled 'PERSPECTIVA'. The fourth row and column are enclosed in a red dashed box labeled 'ESCALADO GLOBAL'. The matrix is labeled (2.10).

$$A_j^k = \begin{bmatrix} r11 & r12 & r13 & dx \\ r21 & r22 & r23 & dy \\ r31 & r32 & r33 & dz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Figura 2.10 Vectores Expresados en coordenadas homogéneas.

Por cuestiones de acoplamiento en dimensiones el vector $0^T = [0 \ 0 \ 0]$ y el numero 1 aparecen en el último renglón.

2.6 Cinemática.

La cinemática es la parte de la física que aborda el problema de la descripción geométrica del movimiento de sistemas mecánicos sin tomar en cuenta las fuerzas que los producen [25]. Por lo que la cinemática directa de robots manipuladores estudia el movimiento del robot despreciando las fuerzas que producen tal movimiento respecto al sistema de coordenadas de referencia; conociendo los valores de las articulaciones y los parámetros geométricos de los elementos del robot se puede obtener la posición y orientación del extremo final del mismo.

2.7 Convención Denavit Hartenberg (DH).

La cinemática directa de un robot se puede obtener por distintos métodos, la geometría aplicada resulta una de las soluciones para resolver este problema, sin embargo cuando los grados de libertad aumentan este método se complica bastante por lo que es necesario buscar otra alternativa.

Para resolver el problema de la cinemática directa la convención Denavit - Hartenberg resulta una opción bastante interesante, el cual consiste en determinar una tabla de parámetros relacionados con los eslabones del robot (figura 2.11), tomando como referencia el diagrama de un robot manipulador en cadena cinemática abierta; los parámetros necesarios son denotados por θ_i para el tipo rotacional, d_i para prismática o lineal, ℓ_i para longitud del enlace (también se puede encontrar como a) y α_i para el ángulo entre los ejes Z_i y Z_{i-1} [25].

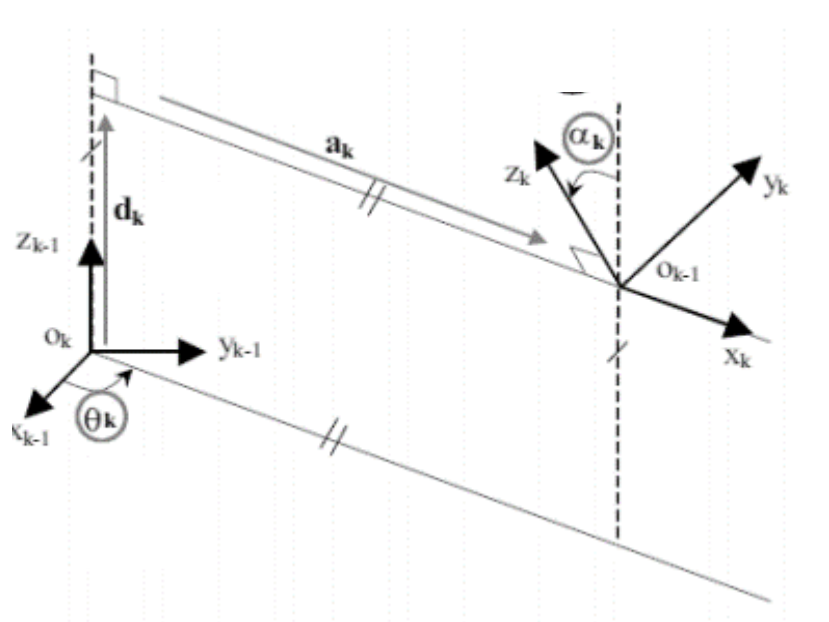


Figura 2.11 Parámetros D-H en un sistema coordenado [26].

Tabla 2.2 Significado de los parámetros DH [25].

PARÁMETRO	SIGNIFICADO
θ_i	Ángulo entre X_{i-1} y X_i referido a Z_i .
d_i	Distancia entre X_{i-1} y X_i medida a lo largo de Z_i .
ℓ_i	Distancia entre Z_i y Z_{i-1} medida a lo largo de X_i .
α_i	Ángulo entre Z_i y Z_{i-1} referido a X_i .

En la convención Denavit Hartenberg cada una de las transformaciones homogéneas es representada por el producto de cuatro transformaciones básicas [25].

$$H_i = R_z, \theta_i T_z, d_i T_x, \ell_i R_x, \alpha_i$$

Donde:

R_z, θ_i = Rotación alrededor del eje Z_{i-1} , con un ángulo θ_i .

T_z, d_i = Traslación a lo largo de Z_{i-1} a una distancia d_i .

T_x, ℓ_i = Traslación a lo largo de X_i a una distancia ℓ_i .

α_i = Rotación alrededor del eje X_i , con un ángulo α_i .

$$H_i = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \ell_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_i) & -\sin(\alpha_i) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i)\cos(\alpha_i) & \sin(\theta_i)\sin(\alpha_i) & li \cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i)\cos(\alpha_i) & -\cos(\theta_i)\sin(\alpha_i) & li \sin(\theta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & di \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

2.8 Eslabones, juntas y cadenas cinemáticas [32].

Para realizar estudios sobre la cinemática de mecanismos es necesario conocer los eslabonamientos, los cuales son esenciales para construir cualquier tipo de mecanismos, estos se componen de eslabones y juntas [32].

A continuación se muestran algunos de los tipos de eslabones, este debe ser un cuerpo rígido, que por lo menos debe poseer dos nodos los cuales son puntos de unión para más eslabones.



Figura 2.12 Eslabón Binario.

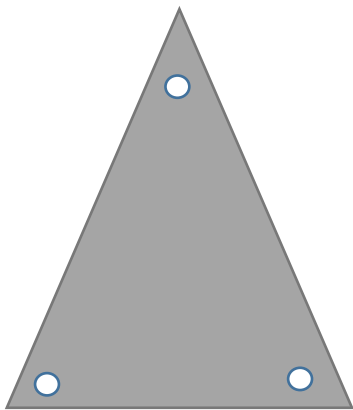


Figura 2.13 Eslabón Ternario.



Figura 2.14 Eslabón Cuaternario.

Es evidente que el eslabón binario es el que cuenta con dos nodos, el ternario el que cuenta con tres y en cuaternario con cuatro.

La conexión de dos o más eslabones es llamada junta o pares cinemáticos, este permite el movimiento entre los eslabones conectados y se clasifican de la siguiente manera [32].

- Por el tipo de contacto entre los elementos, de línea, de punto o de superficie.
- Por el número de grados de libertad permitidos en la junta.
- Por el tipo de cierre físico de la junta: cerrada por fuerza o por forma.
- Por el número de eslabones unidos (orden de la junta)

La cadena cinemática se define de la siguiente manera [32]: Un ensamble de eslabones y juntas interconectadas de modo que produzcan movimiento controlado en respuesta a un movimiento suministrado.

2.9 Criterio de movilidad [32].

En el análisis de mecanismos hablar de grados de libertad (GDL) es fundamental ya que al trabajar es necesario identificarlos de la forma más rápida, ya que van de la mano con cualquier conjunto de eslabones o juntas; también puede ser llamado movilidad (M) de un sistema y se define de la siguiente manera [32]:

“El número de entradas que se necesita proporcionar para crear una salida predecible.”

Los mecanismos o también llamados cadenas cinemáticas puede ser cerrados o abiertos, Los mecanismos cerrados no tienen nodos y estos pueden tener uno o más grados de libertad, los mecanismos abiertos siempre tendrán más de un grado de libertad, por lo que el número de actuadores es igual al número de grados de libertad que tenga el mecanismo.

Ecuación de Gruebler [32]:

$$M = 3L - 2J - 3G \quad (2.12)$$

Donde:

M= Grado de libertad o movilidad.

L= Número de eslabones.

J= Número de juntas.

G= Número de eslabones conectados a tierra.

En un mecanismo real aunque tengamos más de un eslabón conectado a tierra, esto equivale a tener un eslabón conectado a tierra de orden mayor y de tamaño más grande , por lo que G siempre valdrá uno y por lo tanto la ecuación (2.8) se convierte en:

$$M = 3(L - 1) - 2J \quad (2.13)$$

El valor de J representa a todas las juntas del mecanismo, y las semijuntas equivalen a $\frac{1}{2}$, por lo que para evitar confusiones se utiliza la ecuación de Kutzbach que es una modificación de la ecuación de Gruebler [32].

$$M = 3(L - 1) - 2J_1 - J_2 \quad (2.14)$$

Donde:

M= Grado de libertad o movilidad.

L= Número de eslabones.

J1= Número de juntas de 1 GDL (completas).

J2= Número de juntas de 2 GDL (semi).

2.10 Mecanismos de 4 barras [33].

Los mecanismos de cuatro barras son comúnmente utilizados en diferentes tipos de máquinas, también forman parte principal de mecanismos más complejos.

Este tipo de mecanismos considerando si alguno de sus elementos puede realizar una rotación completa los podemos clasificar en dos grupos [33]:

Clase 1: Por lo menos una de las barras del mecanismo puede realizar una rotación completa (Mecanismos de manivela).

Clase 2: Ninguna de las barras del mecanismo puede realizar una rotación completa. (Mecanismos de balancín).

Con ayuda del teorema de Grashof podemos determinar si el mecanismo articulado pertenece a la clase 1 o clase 2, si de alguna manera este no cumple con el teorema automáticamente se identifica que pertenece a la clase 2.

Teorema de Grashof Definición [33]: *“En un cuadrilátero articulado, al menos Una de sus barras actuará como manivela, en alguna de las disposiciones posibles, si se verifica que la suma de las longitudes de las barras mayor y menor es igual o inferior a la suma de las longitudes de las otras dos”.*

En las figuras 2.15 y 2.16 se muestran mecanismos de clase 1 ya que estos cumplen con el teorema antes mencionado, una de sus barras actúa como manivela; para el caso de la figura 2.17 se considera clase 2, ya que las dos barras que están sobre el soporte se comparten como balancines por lo tanto no cumplen con el teorema de Grashof, de igual forma con la figura 2.18 donde las dos barras adyacentes al soporte son manivelas.

A continuación se presentan algunos mecanismos de 4 barras.

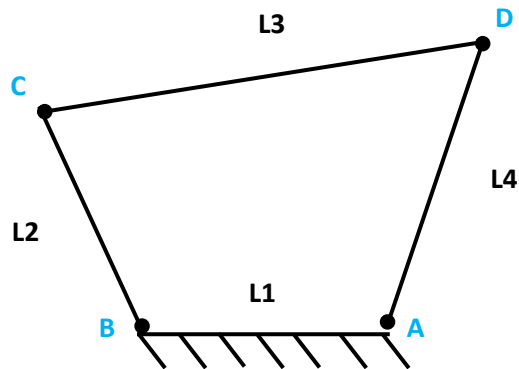


Figura 2.15 Doble Manivela (manivela – biela- manivela).

$$L1 + L3 \leq L2 + L4$$

AB = barra menor, CD = barra mayor, AB = barra fija o soporte

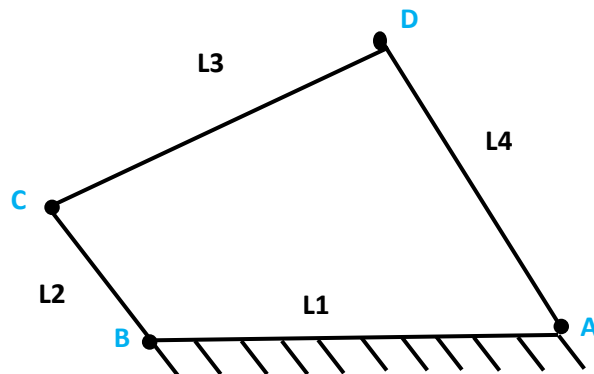


Figura 2.16 Manivela Balancín (manivela – biela- balancín).

$$L2 + L3 \leq L1 + L4$$

BC = barra menor, CD = barra mayor, AB = barra fija o soporte

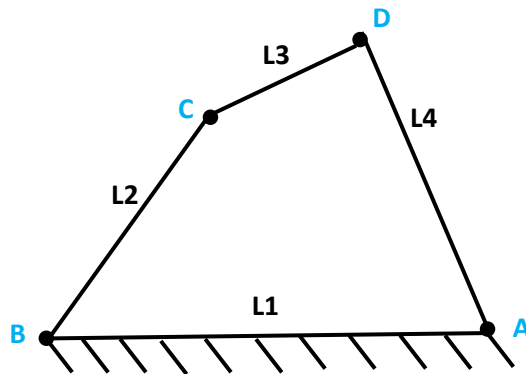


Figura 2.17 Doble Balancín (balancín – biela- balancín).

$$L1 + L3 \leq L2 + L4$$

CD = barra menor, AB = barra mayor, AB = barra fija o soporte

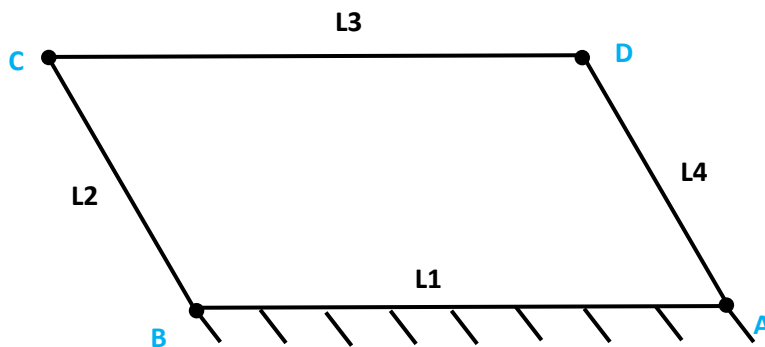


Figura 2.18 Paralelogramo articulado.

$L1 + L2 = L3 + L4$ si $(L1 = L3)$ y $(L2 = L4)$
BC y AD giran en el mismo sentido.

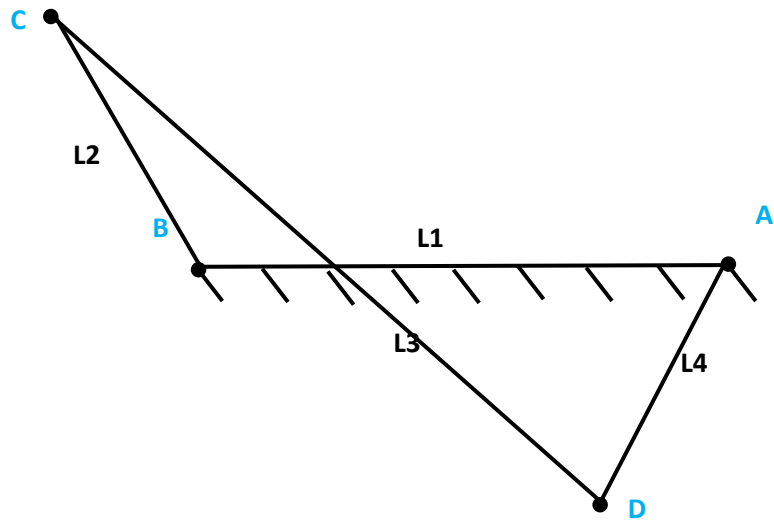


Figura 2.19 Anti paralelogramo articulado.

$L1 + L2 = L3 + L4$ si $(L1 = L3)$ y $(L2 = L4)$
 BC y AD giran en sentidos opuestos.

3. ANÁLISIS CINEMÁTICO.



Análisis Cinemático de un Robot Metamórfico tipo Hexápodo.



3.1 Ensamble de Mecanismo y Bioloid Premium®.

El presente trabajo es complemento a la tesis “Diseño e implementación de un sistema mecánico aplicado a un robot metamórfico tipo hexápodo” desarrollada por el M en C Mario Ricardo Cruz Deviana y tiene como objetivo principal lograr la locomoción de un robot hexápodo a modo esférico.

En la Figura 3.2 se muestra al Bioloid Premium® tipo hexápodo con el mecanismo que se diseñó en la tesis antes mencionada ensamblado a él, para poder realizar el análisis cinemático es necesario seleccionar una de las 6 extremidades para posteriormente comenzar a plantear el sistema de referencia. Se consideran dos extremidades como laterales, dos frontales y dos traseras, las frontales y las traseras pueden variar según se vea el frente hacia donde se desea llegar.

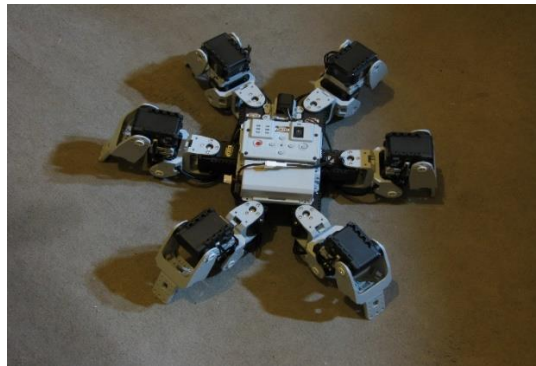


Figura 3.1 Bioloid Premium tipo hexápodo [27].

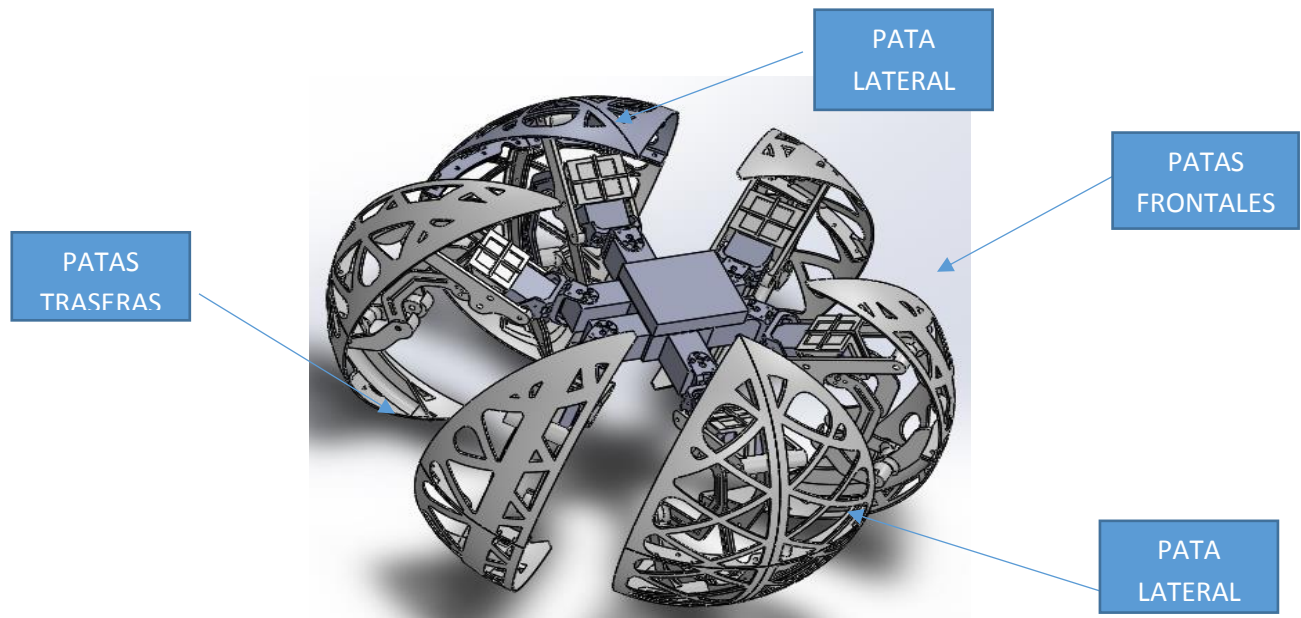


Figura 3.2 Ensamble de mecanismo y Bioloid Premium® tipo hexápodo visto desde SolidWorks [31].

Se selecciona cualquiera de las 6 patas del robot ya que cada una de ellas cuenta con los mismos actuadores, los cuales dan 3 grados de libertad para trabajar.

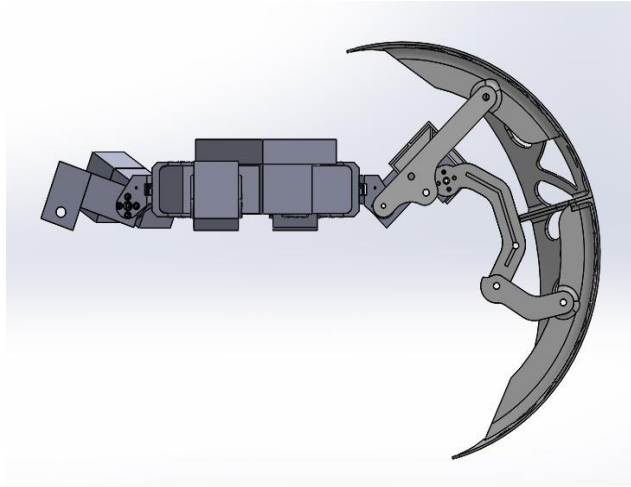


Figura 3.3 Pata Frontal del Bioloid Premium® vista desde Solid Works [31].

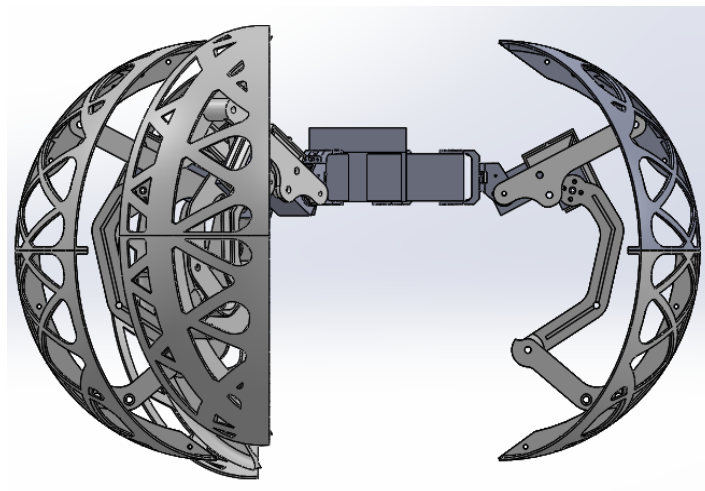


Figura 3.4 Pata lateral del Bioloid Premium® vista desde Solid Works [31].

3.2 Cinemática Directa Convención Denavit Hartenberg (D-H).

En el análisis cinemático se utilizó la convención Denavit Hartenberg la cual consta de ciertos pasos que se describen a continuación.

- Numerar los eslabones desde 0 a n ; 0 será la base fija del robot.
- Numerar cada una de las articulaciones desde 1 a n ; 1 será el primer grado de libertad de la cadena cinemática.
- Asignar el eje Z_i en los ejes articulares.
- Asignar el eje X_i en la perpendicular común.
- Utilizando la regla de la mano derecha asignar el eje Y_i .

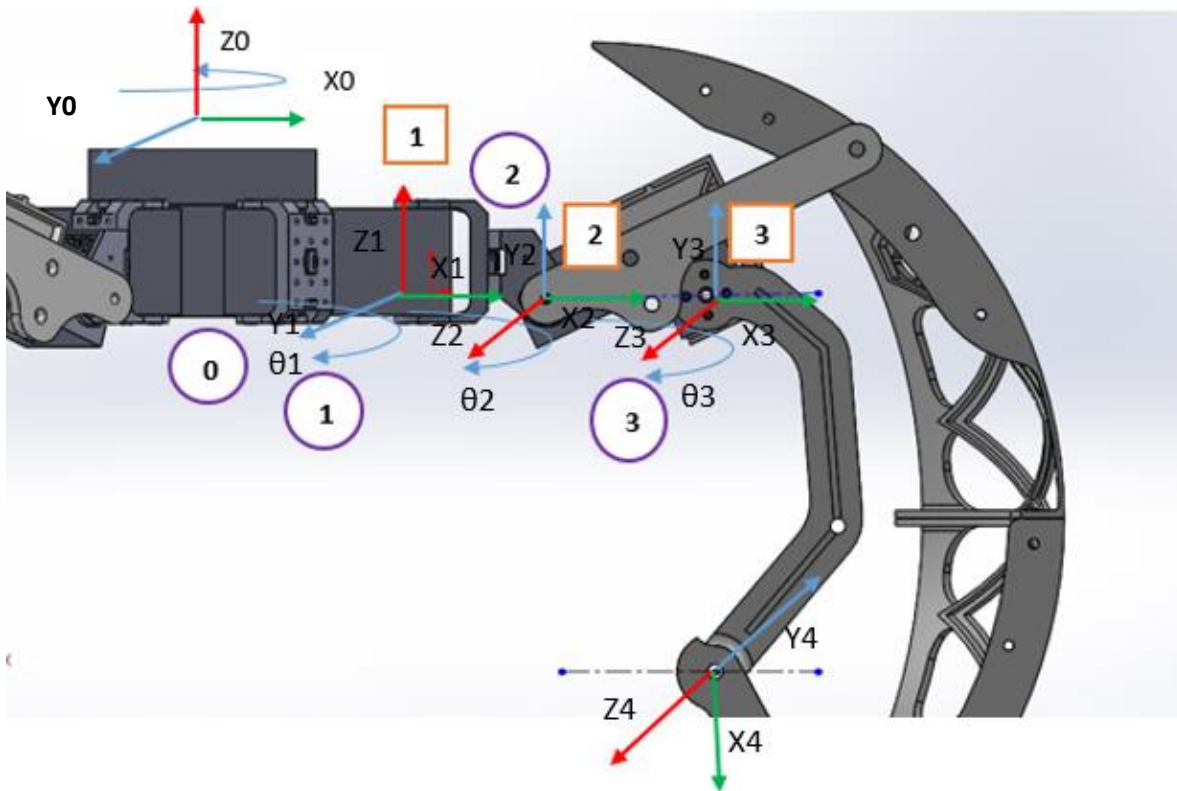


Figura 3.5 Sistema de referencia D-H.

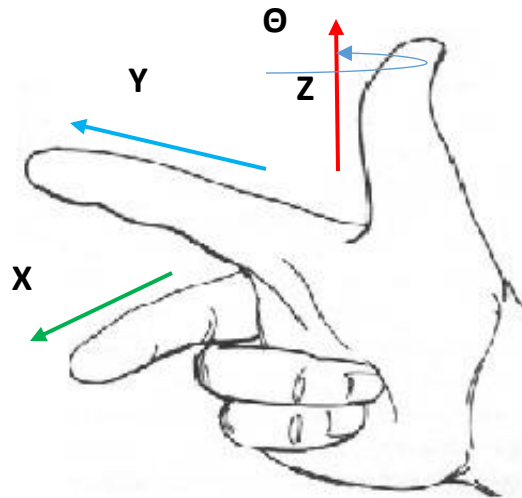


Figura 3.6 Regla de la mano derecha.

Posteriormente se obtuvieron los parámetros Denavit Hartenberg para poder resolver el problema.

3.3 Obtención de parámetros Denavit Hartenberg.

Tabla 3.1 Parámetros Denavit Hartenberg.

Articulación	θ	d	a	α
1	θ_1	0	ℓ_1	-90°
2	θ_2	0	ℓ_2	0
3	$\theta_3 - 90^\circ$	0	ℓ_3	0

Donde:

R_z, θ_i = Rotación alrededor del eje Z_{i-1} , con un ángulo θ_i .

T_z, d_i = Traslación a lo largo de Z_{i-1} a una distancia d_i .

T_x, a_i = Traslación a lo largo de X_i a una distancia a_i .

R_x, α_i = Rotación alrededor del eje X_i , con un ángulo α_i .

Después de calcular los valores de cada eslabón, se obtienen las matrices A ; esto podrá realizarse por medio de la matriz de transformación homogénea D-H.

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i)\cos(\alpha_i) & \sin(\theta_i)\sin(\alpha_i) & l_i \cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i)\cos(\alpha_i) & -\cos(\theta_i)\sin(\alpha_i) & l_i \sin(\theta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Con la que se obtuvo las siguientes matrices.

$$A_{01} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & 0 & -\sin(\theta_1) & l_1 \cos(\theta_1) \\ \sin(\theta_1) & 0 & \cos(\theta_1) & l_1 \sin(\theta_1) \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$A_{12} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & 0 & l_2 \cos(\theta_2) \\ \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) & 0 & l_2 \sin(\theta_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$A_{23} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_3 - 90^\circ) & -\sin(\theta_3 - 90^\circ) & 0 & l_3 \cos(\theta_3 - 90^\circ) \\ \sin(\theta_3 - 90^\circ) & \cos(\theta_3 - 90^\circ) & 0 & l_3 \sin(\theta_3 - 90^\circ) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Posteriormente se calcula la matriz **T** que indica la localización del sistema final con respecto al sistema de referencia de la base del robot.

$$\mathbf{T} = (\mathbf{A}_{01}) (\mathbf{A}_{12}) (\mathbf{A}_{23}). \quad (3.4)$$

$$\text{Obteniendo finalmente: } \mathbf{T} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Donde:

$$a_{11} = \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) * \cos(\theta_3 - 90^\circ) - (\cos\theta_1 * \sin\theta_2) * \sin(\theta_3 - 90^\circ).$$

$$A_{12} = \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) * -\sin(\theta_3 - 90) - (\cos\theta_1 * \sin\theta_2) * \cos(\theta_3 - 90^\circ).$$

$$A_{13} = -\sin(\theta_1).$$

$$A_{14} = \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) * L_3 \cos(\theta_3 - 90^\circ) - (\cos\theta_1 * \sin\theta_2) * L_3 \sin(\theta_3 - 90^\circ) + \cos(\theta_1) * L_2 \cos(\theta_2) + L_1 \cos(\theta_1).$$

$$a_{21} = \sin(\theta_1) * \cos(\theta_2) * \cos(\theta_3 - 90^\circ) - (\sin\theta_1 * \sin\theta_2) * \sin(\theta_3 - 90^\circ).$$

$$A_{22} = \sin(\theta_1) * \cos(\theta_2) * -\sin(\theta_3 - 90) - (\sin\theta_1 * \sin\theta_2) * \cos(\theta_3 - 90^\circ).$$

$$A_{23} = \cos(\theta_1).$$

$$A_{24} = \sin(\theta_1) * \cos(\theta_2) * L_3 \cos(\theta_3 - 90^\circ) - (\sin\theta_1 * \sin\theta_2) * L_3 \sin(\theta_3 - 90^\circ) + \sin(\theta_1) * L_2 \cos(\theta_2) + L_1 \sin(\theta_1).$$

$$a_{31} = -\sin(\theta_2) * \cos(\theta_3 - 90^\circ) - (\cos(\theta_2)) * \sin(\theta_3 - 90^\circ).$$

$$A_{32} = -\sin(\theta_2) * -\sin(\theta_3 - 90^\circ) - (\cos(\theta_2)) * \cos(\theta_3 - 90^\circ).$$

$$A_{33} = 0.$$

$$A_{34} = -\sin(\theta_2) * L_3 \cos(\theta_3 - 90^\circ) - \cos(\theta_2) * L_3 \sin(\theta_3 - 90^\circ) - L_2 \sin(\theta_2).$$

$$A_{41} = 0.$$

$$A_{42} = 0.$$

$$A_{43} = 0.$$

$$A_{44} = 1.$$

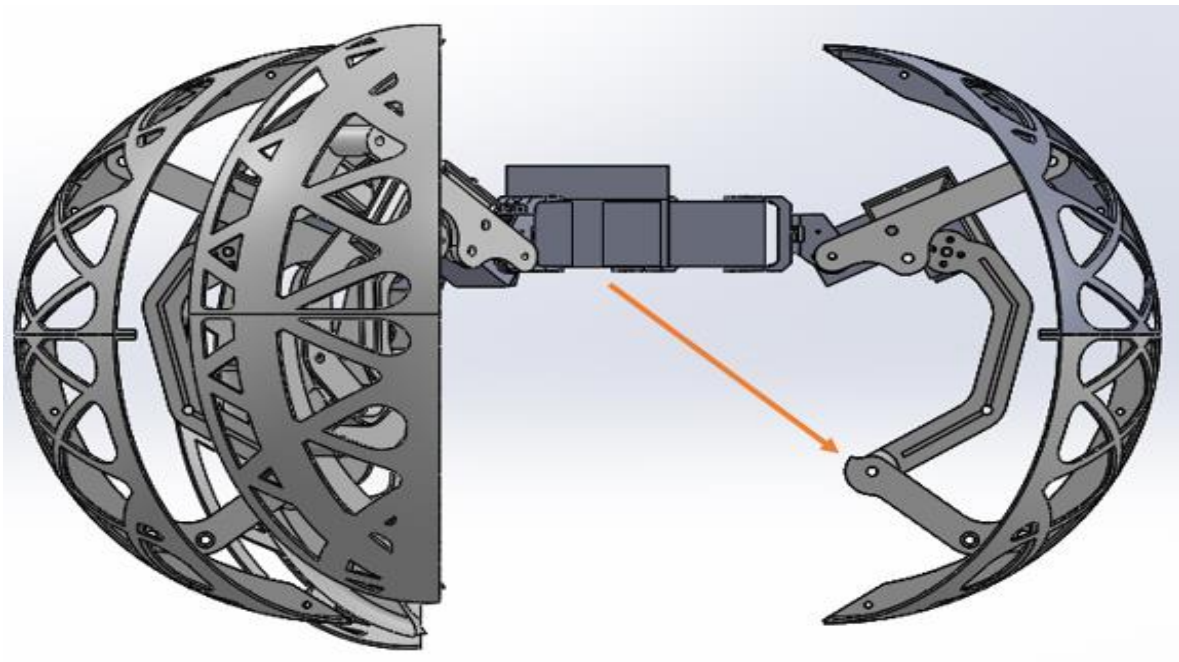


Figura 3.7 Efecto final del robot.

3.4 Cálculo de posición para mecanismos de 4 barras.

De la tabla de parámetros Denavit Hartenberg (tabla 3.1) se tienen ciertas incógnitas que son de suma importancia, los ángulos θ_1 , θ_2 , θ_3 son necesarios para poder resolver el problema completo por lo que es necesario visualizar esta situación en cada una de las extremidades del robot.

En la pata frontal del Bioloid Premium® vista desde Solid Works (figura 3.3) se observa cómo se forma un mecanismo de 4 barras entre los actuadores ensamblados al mecanismo.

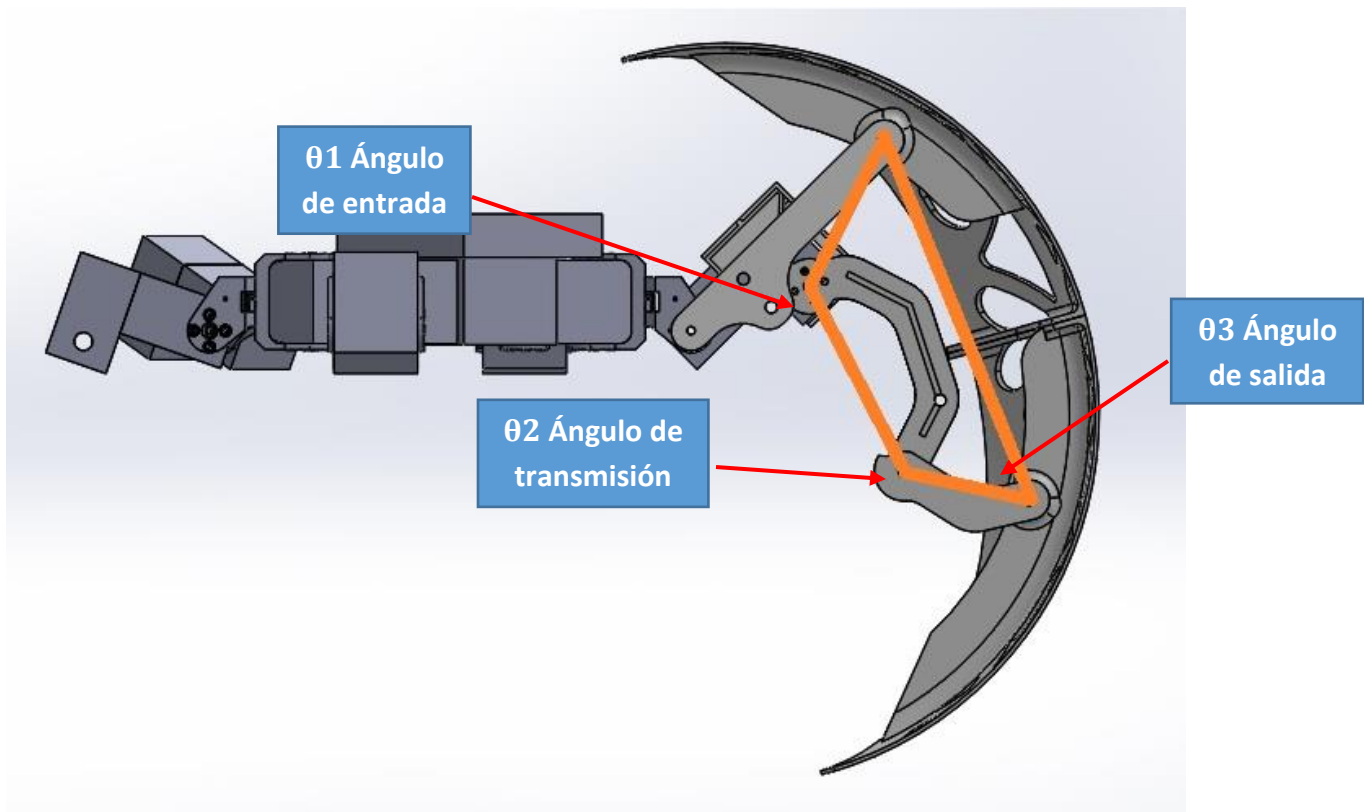


Figura 3.7 Pata frontal del Bioloid Premium vista desde Solid Works con el mecanismo de 4 Barras [31].

Se observa cómo se forma una cadena cinemática de 4 barras a la cual se plantea la solución de la siguiente manera:

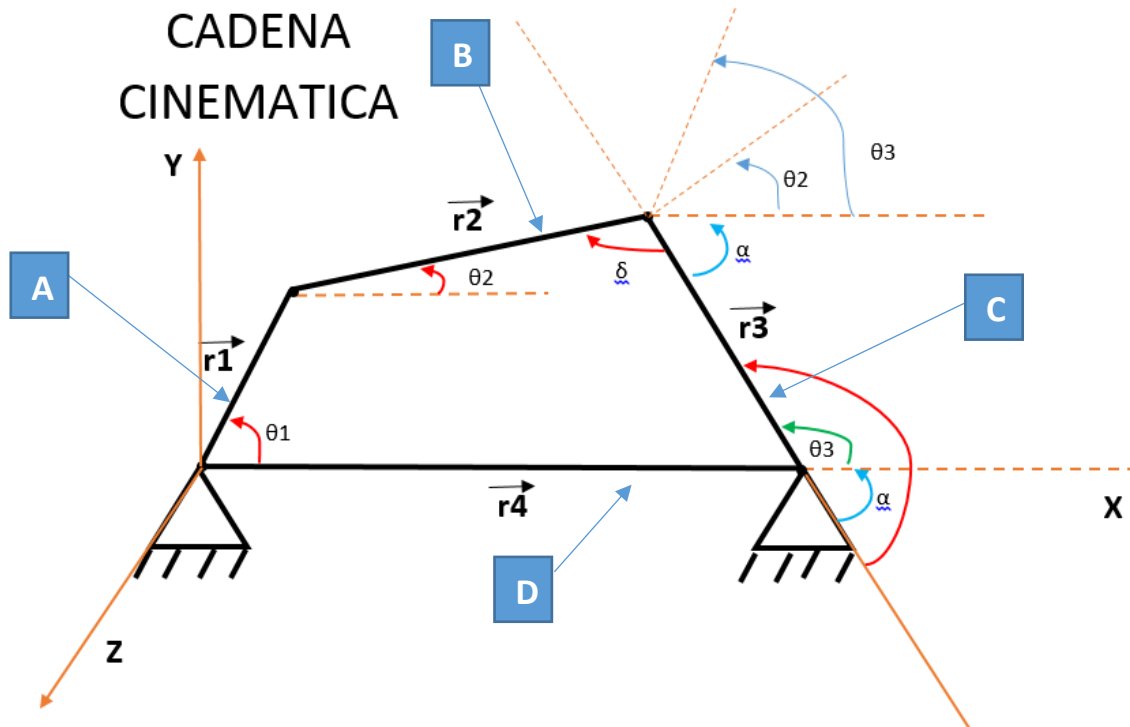


Figura 3.8 Cadena cinemática mecanismo de 4 barras.

En este mecanismo de 4 barras se tienen tres incógnitas θ_1 , θ_2 y θ_3 , para θ_1 se obtiene su valor por medio del servomotor el cual se encuentra en esa parte del mecanismo, para θ_2 y θ_3 se utiliza algebra compleja y así poder conocerlos.

Considerando la ecuación de cierre en el sistema de cuatro barras:

$$\vec{r_1} + \vec{r_2} + \vec{r_3} = \vec{r_4} \quad (3.6)$$

Pasando a coordenadas rectangulares:

$$r_1 e^{i\theta_1} + r_2 e^{i\theta_2} + r_3 e^{i\theta_3} = r_4 e^{i\theta_4} \quad (3.7)$$

Pasando a coordenadas polares se tiene:

$$r_1 (\cos (\theta_1) + i \operatorname{sen} (\theta_1)) + r_2 (\cos (\theta_2) + i \operatorname{sen} (\theta_2)) + r_3 (\cos (\theta_3) + i \operatorname{sen} (\theta_3)) = r_4 (\cos (\theta_4) + i \operatorname{sen} (\theta_4)) \quad (3.8)$$

$$r_1 \cos (\theta_1) + i r_1 \operatorname{sen} (\theta_1) + r_2 \cos (\theta_2) + i r_2 \operatorname{sen} (\theta_2) + r_3 \cos (\theta_3) + i r_3 \operatorname{sen} (\theta_3) = r_4 \cos (\theta_4) + i r_4 \operatorname{sen} (\theta_4) \quad (3.9)$$

Separando cosenos y senos nos queda:

$$(r_1 \cos(\theta_1) + r_2 \cos(\theta_2) + r_3 \cos(\theta_3) = -r_4) + (r_1 \sin(\theta_1) + r_2 \sin(\theta_2) + r_3 \sin(\theta_3) = 0) \quad (3.10)$$

Con el fin de encontrar alguno de los ángulos que se desconocen se despeja a r_3 y se eleva la ecuación al cuadrado.

$$-r_3 \cos(\theta_3)^2 = (r_1 \cos(\theta_1) + r_2 \cos(\theta_2) + r_4)^2 + (-r_3 \sin(\theta_3))^2 = (r_1 \sin(\theta_1) + r_2 \sin(\theta_2))^2 \quad (3.11)$$

Considerando la propiedad **$\cos(\theta)^2 + \sin(\theta)^2 = 1$** y desarrollando los cuadrados se obtiene:

$$r_3^2 = r_1^2 \cos^2(\theta_1) + 2r_1 r_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) + 2r_2 r_4 \cos(\theta_1) + r_2^2 \cos^2(\theta_2) + 2r_2 r_4 \cos(\theta_2) + r_4^2 \quad (3.12)$$

(Trinomio cuadrado)

$$r_1^2 \sin^2(\theta_1) + 2r_1 r_2 \sin(\theta_1) \sin(\theta_2) + r_2^2 \sin^2(\theta_2) \quad (3.13)$$

(Binomio Cuadrado)

Factorizando e igualando a 0:

$$0 = \underbrace{r_1^2 + r_2^2 - r_3^2 + r_4^2}_{\mathbf{C}} + \underbrace{2r_1 r_2 \cos(\theta_1) + 2r_2 r_4 \cos(\theta_1)}_{\mathbf{A}} + \underbrace{2r_1 r_2 \sin(\theta_1) \sin(\theta_2)}_{\mathbf{B}} \quad (3.14)$$

De acuerdo a la ecuación:

$$A \cos(\theta_2) + B \sin(\theta_2) + C = 0 \quad (3.15)$$

Por lo tanto:

$$A: 2r_1 r_2 \cos(\theta_1) + 2r_2 r_4. \quad (3.16)$$

$$B: 2r_1 r_2 \sin(\theta_1). \quad (3.17)$$

$$C: r_1^2 + r_2^2 - r_3^2 + r_4^2 + 2r_1 r_4. \quad (3.18)$$

Utilizando Propiedades Trigonométricas

$$\cos(\theta) = \left[\frac{1 - \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right] \quad (3.19) \quad \sin(\theta) = \left[\frac{2 \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right] \quad (3.20)$$

$$A \left[\frac{1 - \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right] + B \left[\frac{2 \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right] + C = 0 \quad \text{multiplicando por } (1 + \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right))$$

Se obtiene.

$$A [(1 - \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right))] + B [2 \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)] + C = 0. \quad (3.21)$$

$$A - A \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + 2B \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) + C + C \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right). \quad (3.22)$$

Ordenando los términos se encuentra una ecuación de segundo grado.

$$C - A \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + 2B \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) + C + A = 0. \quad (3.23)$$

De acuerdo a la formula general de segundo grado:

$$Ax^2 + Bx + C = 0. \quad (3.24)$$

Solución.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (3.25)$$

En este caso los valores de cada variable son los siguientes:

$$a = (C - A) \quad b = (2B) \quad c = (C + A) \quad (3.26)$$

Sustituyendo:

$$x_{1,2} = \frac{-2B \pm \sqrt{(2B)^2 - 4(C - A)(C + A)}}{2(C - A)} \quad (3.27)$$

$$x_{1,2} = \frac{-2B \pm \sqrt{(2B)^2 - 4(C^2 - A^2)}}{2(C-A)} \quad (3.28)$$

$$x_{1,2} = \frac{-2B \pm \sqrt{4B^2 - 4C^2 + 4A^2}}{2(C-A)} \quad (3.29)$$

$$x_{1,2} = \frac{-2B \pm \sqrt{4(A^2 + B^2 + C^2)}}{2(C-A)} \quad (3.30)$$

$$x_{1,2} = \frac{-2B \pm 2\sqrt{(A^2 + B^2 + C^2)}}{2(C-A)} \quad (3.31)$$

Finalmente se obtiene:

$$x_{1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{(A^2 + B^2 + C^2)}}{(C-A)} \quad (3.32)$$

$$X = \operatorname{tg} \left(\frac{\theta_2}{2} \right) \quad \theta_2 = 2 \operatorname{tg}^{-1} \frac{-B \pm \sqrt{(A^2 + B^2 + C^2)}}{(C-A)} \quad (3.33)$$

En el desarrollo anterior se obtuvo θ_2 , ahora para encontrar θ_3 se debe despejar a las variables que involucran a este valor como se muestra a continuación.

$$(r_1 \cos(\theta_1) + r_2 \cos(\theta_2) + r_3 \cos(\theta_3) = -r_4) + (r_1 \sin(\theta_1) + r_2 \sin(\theta_2) + r_3 \sin(\theta_3) = 0) \quad (3.10)$$

Se eleva al cuadrado la ecuación anterior y se despeja a r_2 .

$$(-r_2 \cos(\theta_2))^2 = (r_3 \cos(\theta_3) + r_1 \cos(\theta_1) + r_4)^2 + (-r_2 \sin(\theta_2))^2 = r_3^2 \sin^2(\theta_3) + (r_1 \sin(\theta_1))^2 \quad (3.34)$$

Considerando la propiedad $\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1$ y desarrollando los cuadrados se obtiene:

$$r^2 = r^3 \cos^2(\theta_3) + 2r_3r_4 \cos(\theta_3) + 2r_3r_1 \cos(\theta_3) + r_4^2 + r_1^2 \cos^2(\theta_1) + 2r_4r_1 \cos(\theta_1)$$

(Trinomio cuadrado) (3.35)

$$r^3 \sin^2(\theta_3) + 2r_1r_3 \sin(\theta_1) \sin(\theta_3) + r_1^2 \sin^2(\theta_1) \text{ (Binomio Cuadrado)} \quad (3.36)$$

Factorizando e igualando a 0:

$$0 = \frac{-r^2 + r^3 + r_1^2 + 2r_4r_1 \cos(\theta_1) + r_4^2}{C} + \frac{(2r_3r_4 + 2r_3r_1 \cos(\theta_1)) \cos(\theta_3)}{A} + \frac{(2r_1r_3 \sin(\theta_1)) \sin(\theta_3)}{B} \quad (3.37)$$

De acuerdo a la ecuación:

$$A \cos(\theta_3) + B \sin(\theta_3) + C = 0 \quad (3.15)$$

Por lo tanto:

$$A: 2r_3r_4 + 2r_3r_1 \cos(\theta_1). \quad (3.38)$$

$$B: 2r_1r_3 \sin(\theta_1). \quad (3.39)$$

$$C: -r^2 + r^3 + r_1^2 + r_4^2 + 2r_4r_1 \cos(\theta_1). \quad (3.40)$$

Utilizando Propiedades Trigonómicas

$$\cos(\theta) = \left[\frac{1 - \tan^2\left(\frac{\theta_2}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\theta_2}{2}\right)} \right] \quad (3.19) \quad \sin(\theta) = \left[\frac{2 \tan\left(\frac{\theta_2}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\theta_2}{2}\right)} \right] \quad (3.20)$$

$$A \left[\frac{1 - \tan^2\left(\frac{\theta_3}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\theta_3}{2}\right)} \right] + B \left[\frac{2 \tan\left(\frac{\theta_3}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\theta_3}{2}\right)} \right] + C = 0 \quad \text{multiplicando por } (1 + \tan^2\left(\frac{\theta_3}{2}\right))$$

Se obtiene.

$$A \left[(1 - \tan^2\left(\frac{\theta_3}{2}\right)) \right] + B \left[(2 \tan\left(\frac{\theta_3}{2}\right)) \right] + C = 0. \quad (3.41)$$

$$A - A \tan^2\left(\frac{\theta_3}{2}\right) + 2B \tan\left(\frac{\theta_3}{2}\right) + C + C \tan^2\left(\frac{\theta_3}{2}\right). \quad (3.42)$$

Ordenando los términos se obtiene una ecuación de segundo grado.

$$C - A \tan^2\left(\frac{\theta_3}{2}\right) + 2B \tan\left(\frac{\theta_3}{2}\right) + C + A = 0. \quad (3.43)$$

De acuerdo a la formula general de segundo grado:

$$Ax^2 + Bx + C = 0. \quad (3.24)$$

Solución.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (3.25)$$

En este caso los valores de cada variable son los siguientes:

$$a = (C-A) \quad b = (2B) \quad c = (C+A) \quad (3.26)$$

Sustituyendo:

$$x_{1,2} = \frac{-2B \pm \sqrt{(2B)^2 - 4(C-A)(C+A)}}{2(C-A)} \quad (3.27)$$

$$x_{1,2} = \frac{-2B \pm \sqrt{(2B)^2 - 4(C^2 - A^2)}}{2(C-A)} \quad (3.28)$$

$$x_{1,2} = \frac{-2B \pm \sqrt{4B^2 - 4C^2 + 4A^2}}{2(C-A)} \quad (3.29)$$

$$x_{1,2} = \frac{-2B \pm \sqrt{4(A^2 + B^2 + C^2)}}{2(C-A)} \quad (3.30)$$

$$x_{1,2} = \frac{-2B \pm 2\sqrt{(A^2 + B^2 + C^2)}}{2(C-A)} \quad (3.31)$$

Finalmente se obtiene:

$$x_{1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{(A^2 + B^2 + C^2)}}{(C-A)} \quad (3.32)$$

$$X = \tan\left(\frac{\theta_3}{2}\right) \quad \theta_3 = 2 \tan^{-1} \frac{-B \pm \sqrt{(A^2 + B^2 + C^2)}}{(C-A)} \quad (3.44)$$

Ahora que se sabe cómo encontrar los ángulos θ_2 y θ_3 se debe sustituir en las formulas correspondientes los valores necesarios para poder encontrarlos, previamente deben obtenerse las dimensiones de r_1, r_2, r_3 y r_4 los cuales son las distancias del mecanismo de 4 barras, con apoyo de los dibujos realizados se pueden conocer estas medidas.

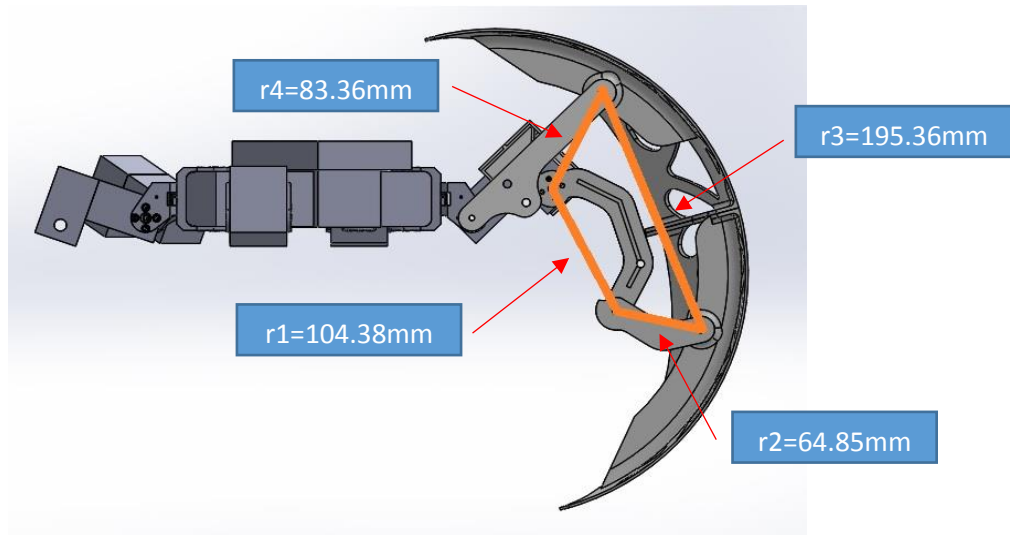


Figura 3.9 Pata frontal del Bioloid Premium vista desde Solid Works con el mecanismo de 4 Barras y valores de r_1, r_2, r_3 y r_4 [31].

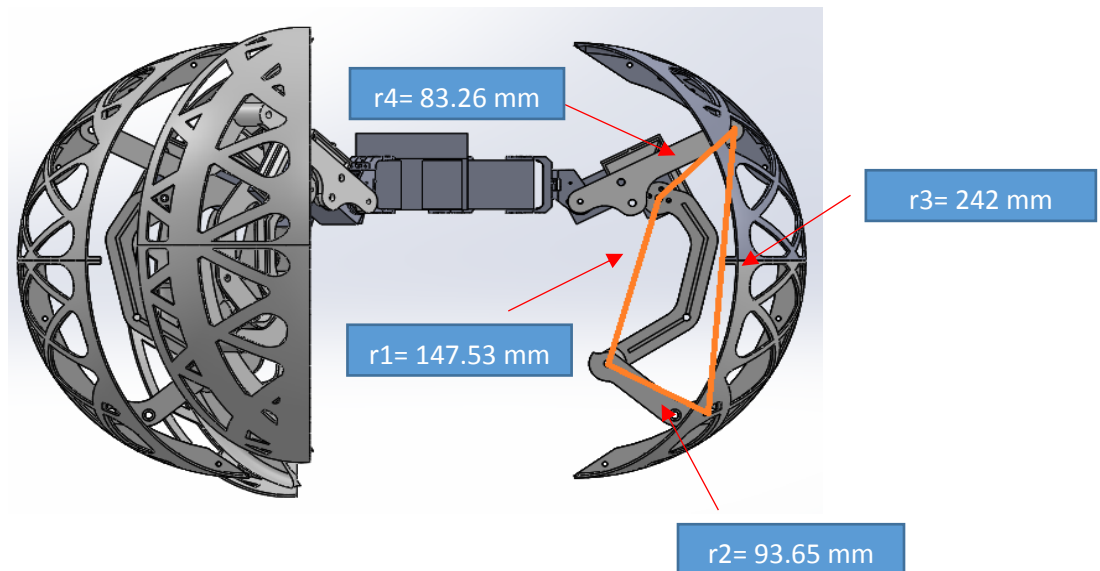


Figura 3.10 Pata lateral del Bioloid Premium vista desde Solid Works con el mecanismo de 4 Barras y valores de r1, r2, r3 y r4 [31].

Conociendo los valores de r1, r2, r3 y r4 se resuelven según sea el caso, para la pata lateral se tiene:

Datos del mecanismo

θ_1 entrada= 284.89° (Este valor se obtuvo del primer servomotor).

r1= 147.53 mm (Eslabón de entrada).

r2= 93.65 mm (Eslabón Acoplador).

r3= 242 mm (Eslabón de salida).

r4= 83.26 (Bancada).

θ_2 transmisión = ?

θ_3 salida = ?

$$X = \tan\left(\frac{\theta_2}{2}\right) \quad \theta_2 = 2 \tan^{-1} \frac{-B \pm \sqrt{(A^2 + B^2 + C^2)}}{(C - A)} \quad (3.33)$$

$$\theta_2 = -114.689^\circ.$$

$$\theta_2 = 15.4093^\circ.$$

$$X = \tan\left(\frac{\theta_3}{2}\right) \quad \theta_3 = 2 \tan^{-1} \frac{-B \pm \sqrt{(A^2 + B^2 + C^2)}}{(C - A)} \quad (3.44)$$

$$\theta_3 = 150.9^\circ.$$

$$\theta_3 = 109.82^\circ.$$

Se consideran correctos los ángulos $\theta_2 = 15.4093^\circ$ y $\theta_3 = 150.9^\circ$ ya que para resolver este problema se consideró la configuración abierta del mecanismo.

3.5 Cálculo de posición para mecanismos de 4 barras método gráfico mediante Solid Works.

Con la herramienta Solid Works se puede obtener por medio del método gráfico los ángulos de la cadena cinemática de 4 barras, el ángulo de entrada que es el único que se conoce, se obtiene de la posición del servomotor al que está conectada la palanca del mecanismo (Figura 3.7), en este caso que es experimental se propuso un ángulo (150°) cualquiera para poder comprobar este sistema.

Es importante mencionar que esto se puede realizar por medio del método abierto y método cruzado los cuales son herramientas muy útiles para resolver este tipo de problemas según se presenten, planteando un sistema de referencia en el plano, y utilizando el origen como punto de partida para que esto no altere futuros resultados

Datos del mecanismo

θ_1 entrada = 284.89° (Este valor se obtuvo del primer servomotor).

$r_1 = 147.53$ mm (Eslabón de entrada).

$r_2 = 93.65$ mm (Eslabón Acoplador).

$r_3 = 242$ mm (Eslabón de salida).

$r_4 = 83.26$ (Bancada).

θ_2 transmisión = ?

θ_3 salida = ?

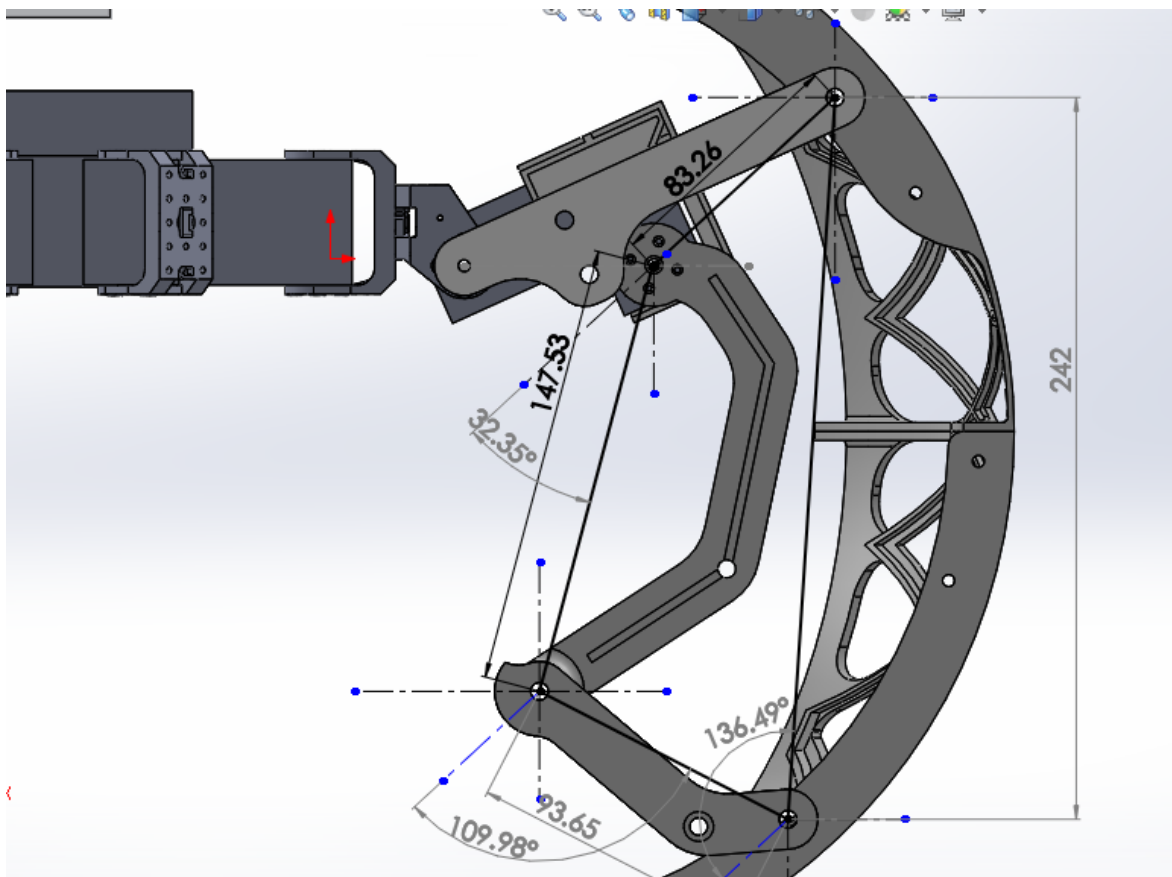


Figura 3.11 Cadena cinemática método abierto pata lateral.

De esta manera se comprueba que los ángulos obtenidos por álgebra compleja son muy cercanos a los que muestra el método gráfico en SolidWorks®.

Tabla 3.2 Ángulos Obtenidos.

Ángulo	Álgebra Compleja	Método gráfico
θ_2 (Pata Lateral)	110.322°.	109.98°
θ_3 (Pata Lateral)	136.441°.	136.49°

4. PLANEACIÓN Y PROGRAMACIÓN DE TRAYECTORIA.



4.1 RoboPlus Manager® [15]

En la parte de RoboPlus Manager® se presenta una interfaz en la cual se puede monitorear cada uno de los dispositivos del Bioloid Premium®; que en este caso son los servomotores Dynamixel AX-12A®, las principales funciones de este programa son las siguientes.

- Administrar el firmware del controlador (Actualización y restauración).
- Inspeccionar el estado del controlador y de los dispositivos periféricos (Prueba).
- Ajuste los modos requeridos (Ajustes).

Para comenzar a trabajar con este software es importante conocer la forma de conectar los servomotores a probar, en la figura 4.1 se observa cómo realizar este paso y proceder posteriormente con las pruebas que se requieran.

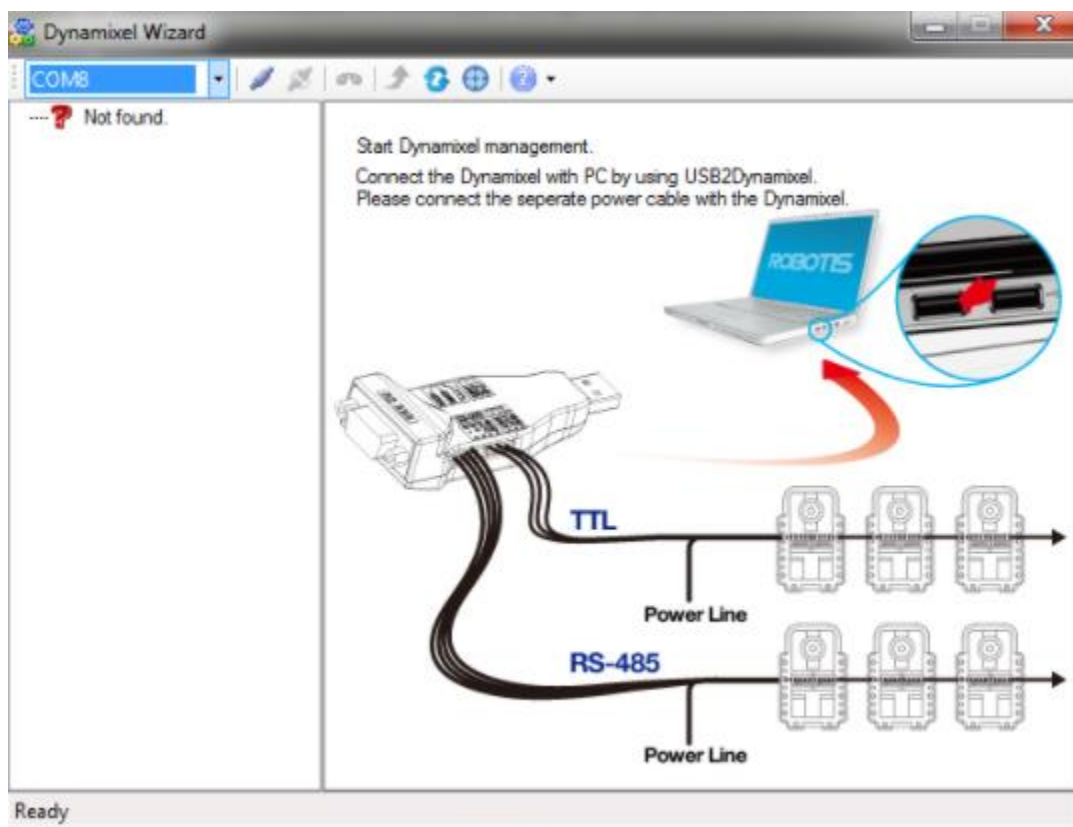


Figura 4.1 Conexión de servomotores [15].

En la figura 4.2 se observa la interfaz de RoboPlus Manager® y las diferentes modalidades que se pueden configurar dentro de él, la imagen precisa los parámetros del controlador, esta parte es fundamental, ya que aquí se puede apreciar la posición de los servomotores y los factores que pueden alarmar alguna falla dentro de estos.

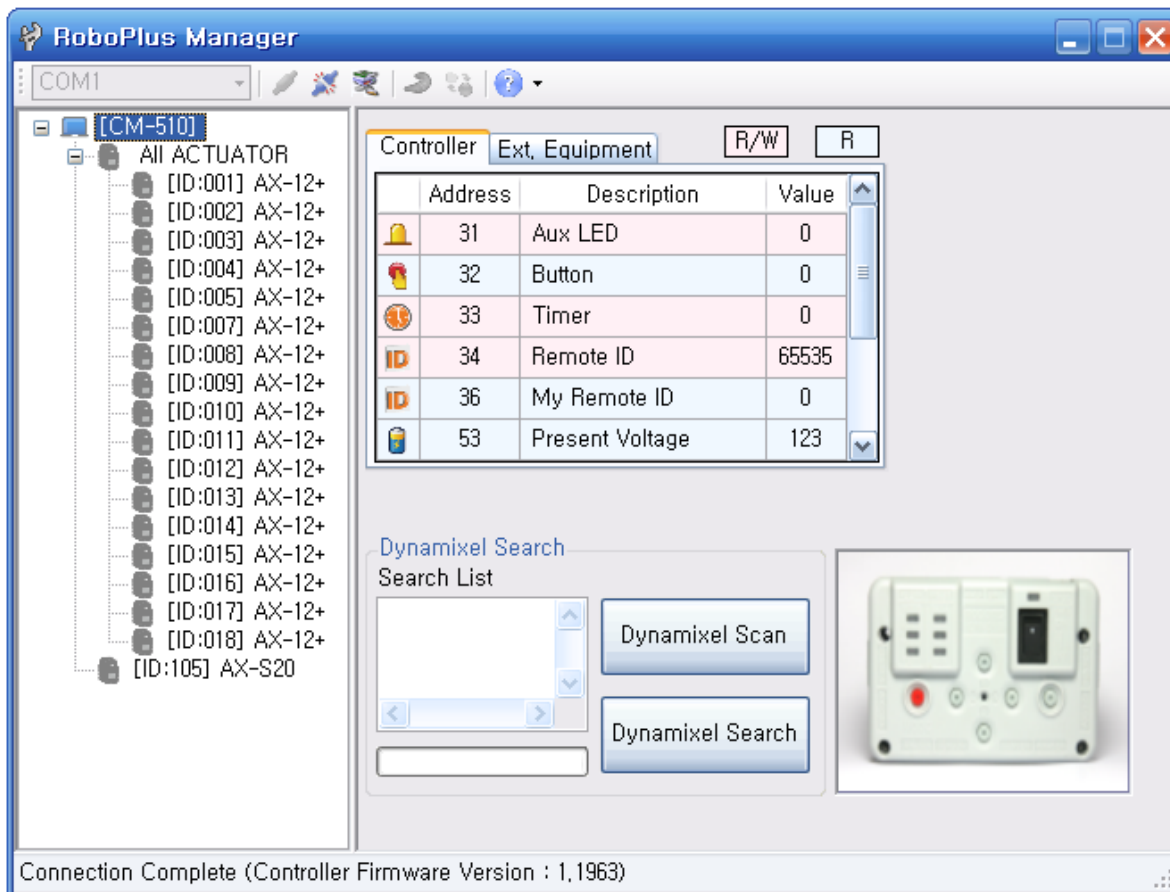


Figura 2.7 Ajustes RoboPlus Manager [15].

En la figura 4.2 se puede apreciar la ventana de configuración y prueba de esta interfaz en la cual se observan ciertas parámetros de los servomotores, en el recuadro marcado con el número 1 se muestra al controlador del Bioloid que en este caso es el CM-510 y a todos los actuadores que están conectados a este, basta con seleccionar cualquiera de estos que se necesite verificar o probar para que despliegue el recuadro que está marcado con el número 2, donde se muestran varios parámetros para ser evaluados, o parámetros que se desean modificar de acuerdo a las necesidades de trabajo; por ultimo en el recuadro con el número 3 está la posición del servomotor, marcando su valor y su ángulo en grados, este parámetro se puede modificar directamente en la parte del recuadro con el número 2 Address 36 o bien directamente en el círculo del servomotor y llevarlo a la posición deseada, al hacerlo directamente en el círculo el servomotor se accionará posicionándose en la nueva ubicación deseada o bien presionando Center Position este irá a la posición 0.

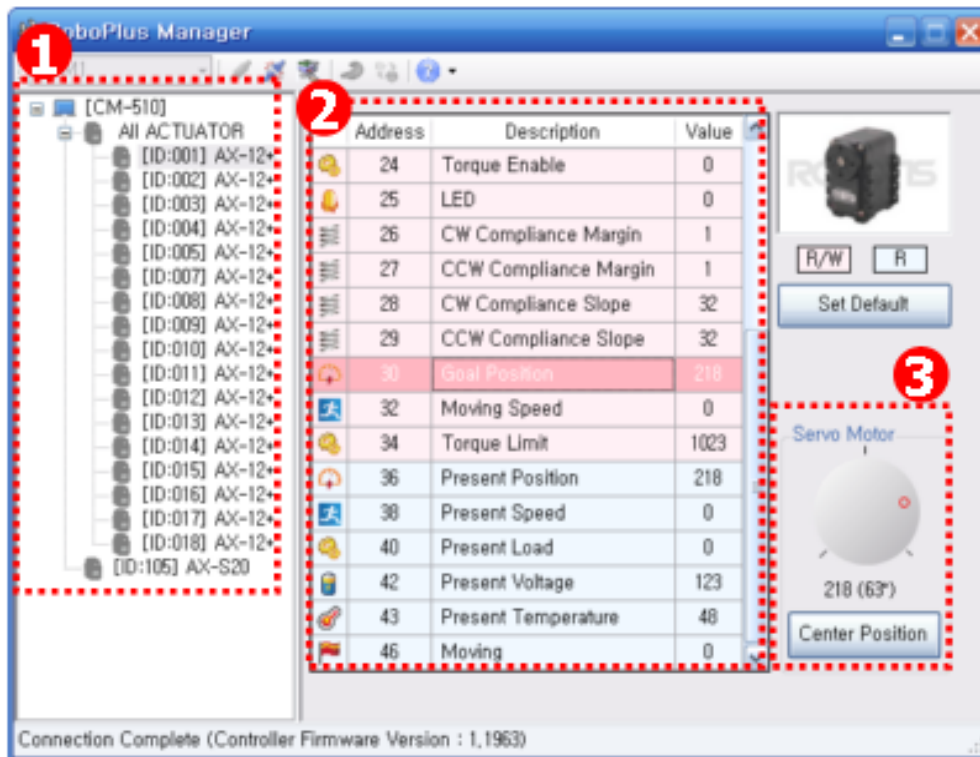


Figura 4.2 Ventana de configuración y prueba [15].

4.2 RoboPlus Motion® [15].

En la interfaz de RoboPlus Motion se presentan un conjunto de datos que son importantes para lograr el movimiento del robot, los cuales son posición y velocidad de cada uno de los actuadores del mismo.

Es importante crear este archivo de movimiento para posteriormente utilizarlo en la programación formal del robot.

En el lado izquierdo del recuadro de la figura (2.5) en color verde se observan los nombres de unas rutinas ya establecidas, con las cuales el robot puede realizar ciertos movimientos preestablecidos; en la parte de page parameters encontramos el tiempo de repetición, tasa de velocidad y la fuerza de inercia, estos parámetros son de gran utilidad al momento de crear una rutina.

En la parte derecha de la imagen 2.5 se encuentra Basic Pose Editor, es importante conocer cómo funciona el catch and play que ofrece el Bioloid Premium® donde al encender el foco que aparece en la parte inferior el programa nos muestra la Pose of robot, esta parte guarda cada una de las posiciones de los actuadores, apoyados de las flechas en color verde podemos pasar a Pose of stop e ir guardando cada movimiento que se desea en el robot, en la parte central se encuentra un cuadro pequeño donde esta pause, time and step, en esta parte se guarda paso a paso

cada uno de los movimientos del robot, teniendo como un máximo de 5 pasos, si se desea tener más movimientos se debe crear un nuevo archivo, los cuales podrán conjuntarse al momento de crear un código de tarea.

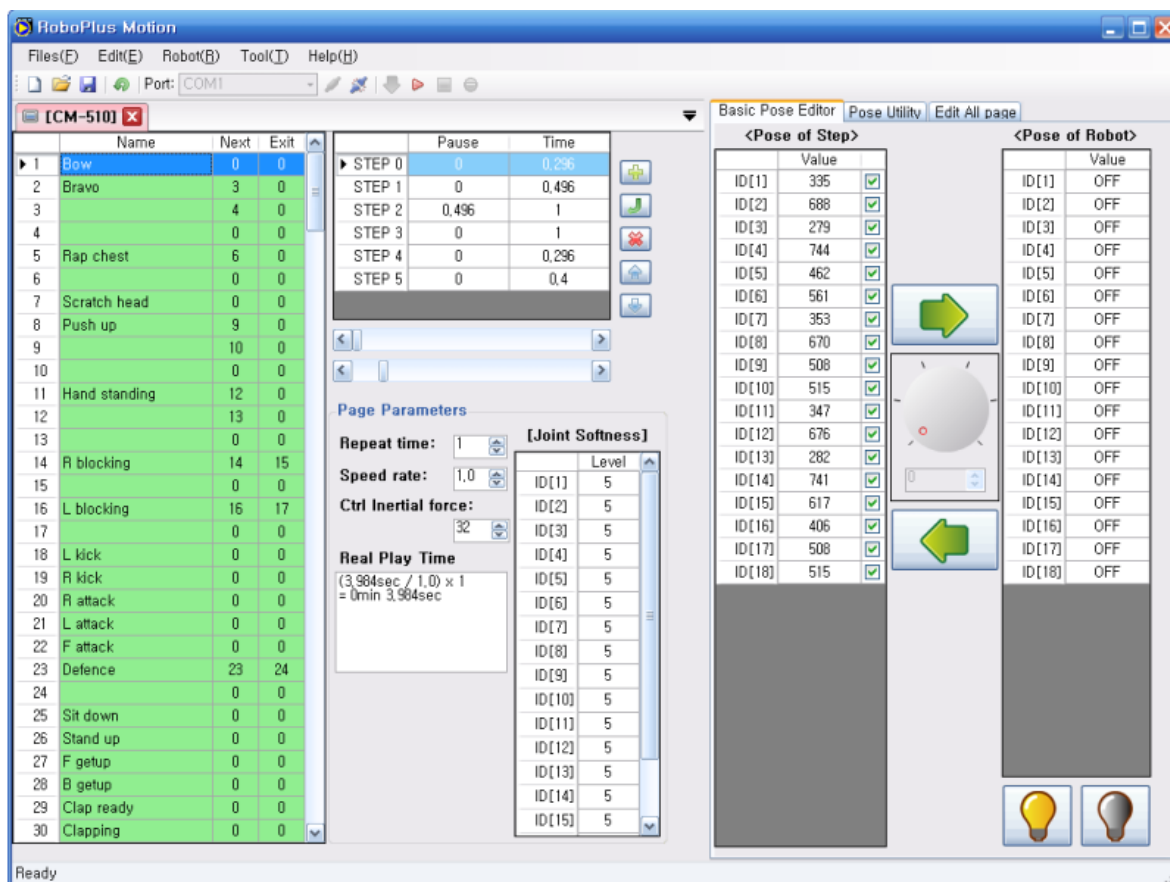


Figura 2.5 Hoja de Movimiento RoboPlus Motion [15].

En la figura 4.3 se presenta el archivo de movimiento, el cual contiene tres hojas de movimientos, con los nombres de “holi 1”, “holi 2” y “holi 3” cada una de estas guarda rutinas diferentes de movimientos preestablecidos para el Bioloid Premium®, en la cual se presentan la morfosis de hexápodo a esfera y de forma inversa este movimiento, también la rutina de locomoción en la cual el robot en su forma hexápodo camina dando un avance de 40 cms en 1:05 mins.

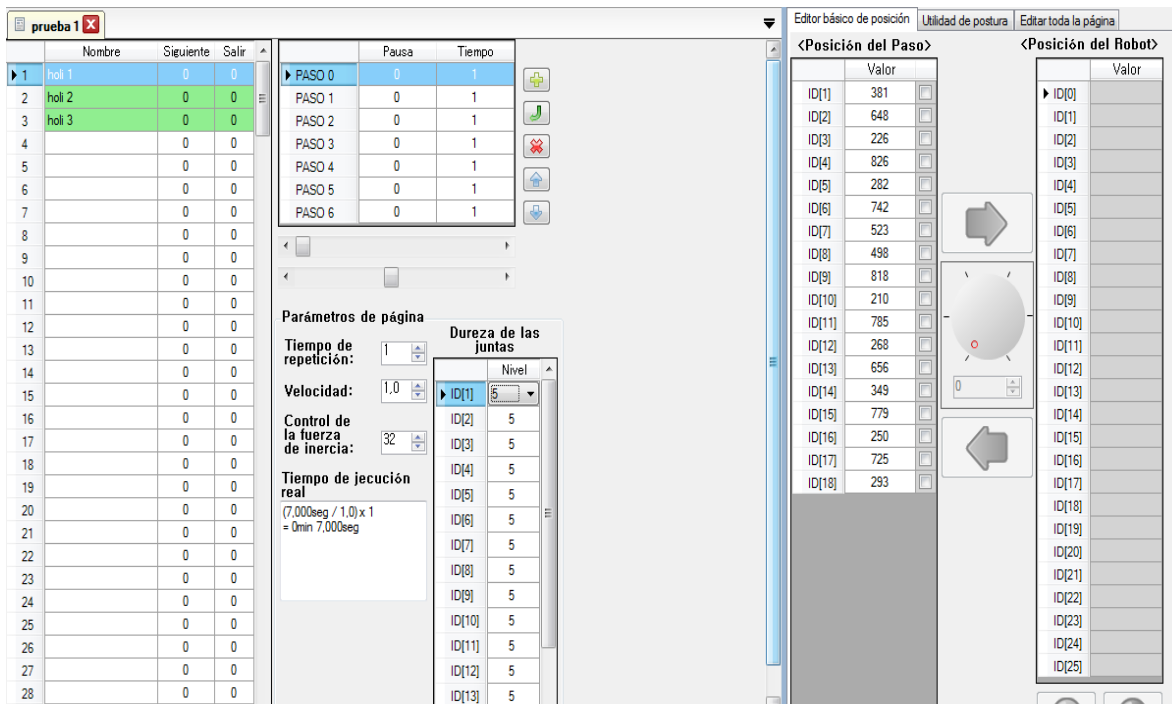


Figura 4.3 Hoja de movimiento del Bioloid Premium® [15].

4.2 Roboplus Task® [15].

Esta interfaz de Roboplus es la que se encargará de cargar las hojas de movimiento según estructuraremos en un programa, el robot se moverá de acuerdo a lo establecido en los códigos de tareas; se define a una tarea como un conjunto de mociones para realizar ciertas acciones [15].

Roboplus Task® es el software que facilita la creación de los códigos de tareas, basando su estructura en el lenguaje C, a diferencia que aquí no es necesario declarar la estructura y cuerpo del programa, el software mismo te indica cómo realizarlo y los tipos de instrucciones que se pueden utilizar, es importante tener previo conocimiento de este lenguaje ya que cada instrucción realiza este procedimiento en automático.

En la figura 4.4 se presenta la ventana de dialogo en la cual el usuario puede seleccionar las instrucciones que necesite para estructurar su programa e iniciar el código del mismo.

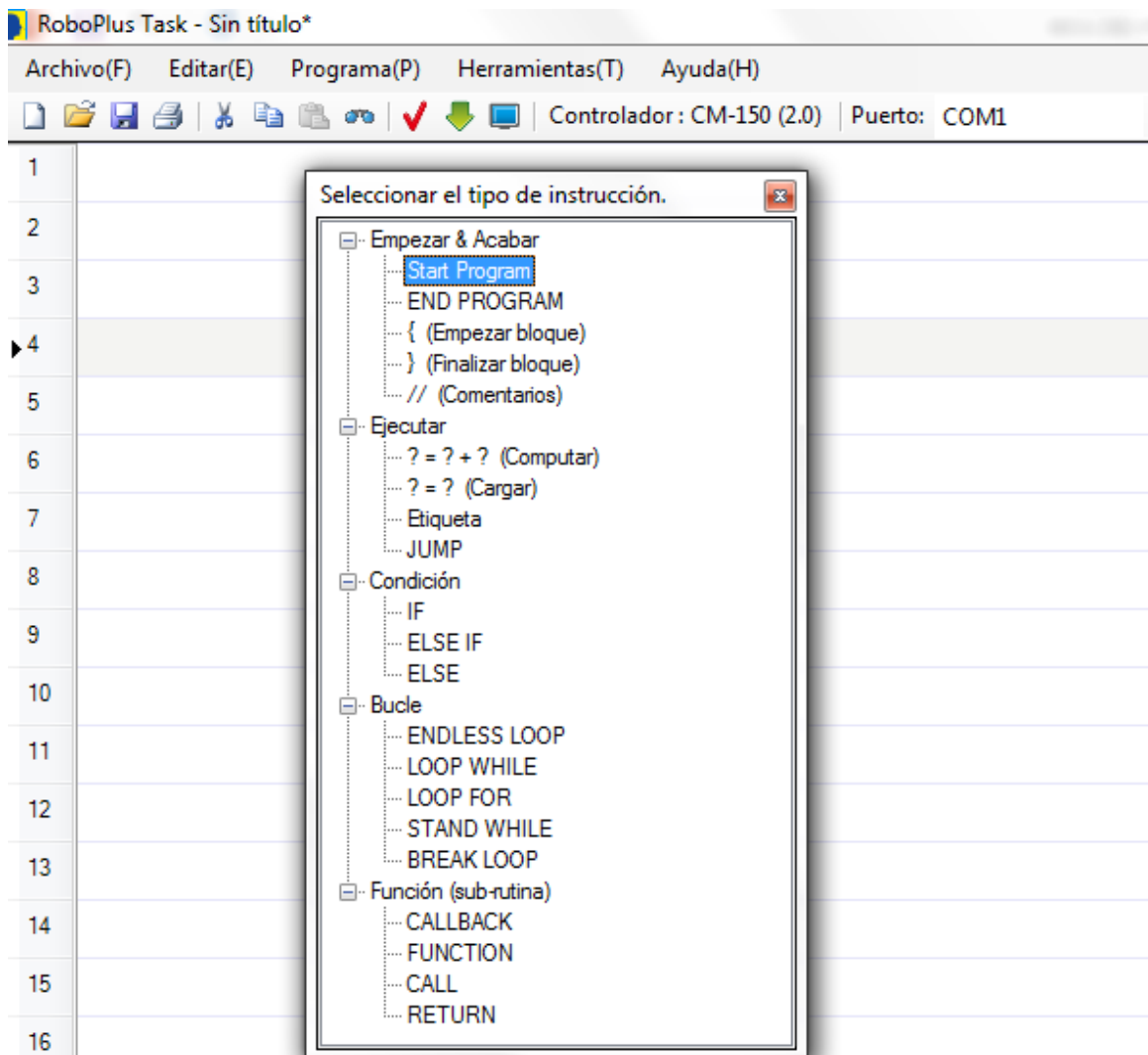


Figura 4.4 Instrucciones Roboplus Task® [15].

Capítulo por concluir.

5. ANÁLISIS DE RESULTADOS



Análisis Cinemático de un Robot Metamórfico tipo Hexápodo.

En este capítulo se analizan los resultados obtenidos en el presente trabajo.

En el análisis cinemático realizado a una de las 6 patas del Bioloid Premium®, se tomó a cualquiera de estas como referencia ya que cada una cuenta con la misma cantidad de grados de libertad, encontrando la matriz T que nos indica el efector final de esta. El valor de esta matriz será de gran utilidad para posteriormente encontrar la dinámica de la pata del robot.

Matriz T que indica la localización del sistema final con respecto al sistema de referencia de la base del robot.

$$T = (A_{01}) (A_{12}) (A_{23}). \quad (3.4)$$

Obteniendo finalmente: $T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \quad (3.5)$

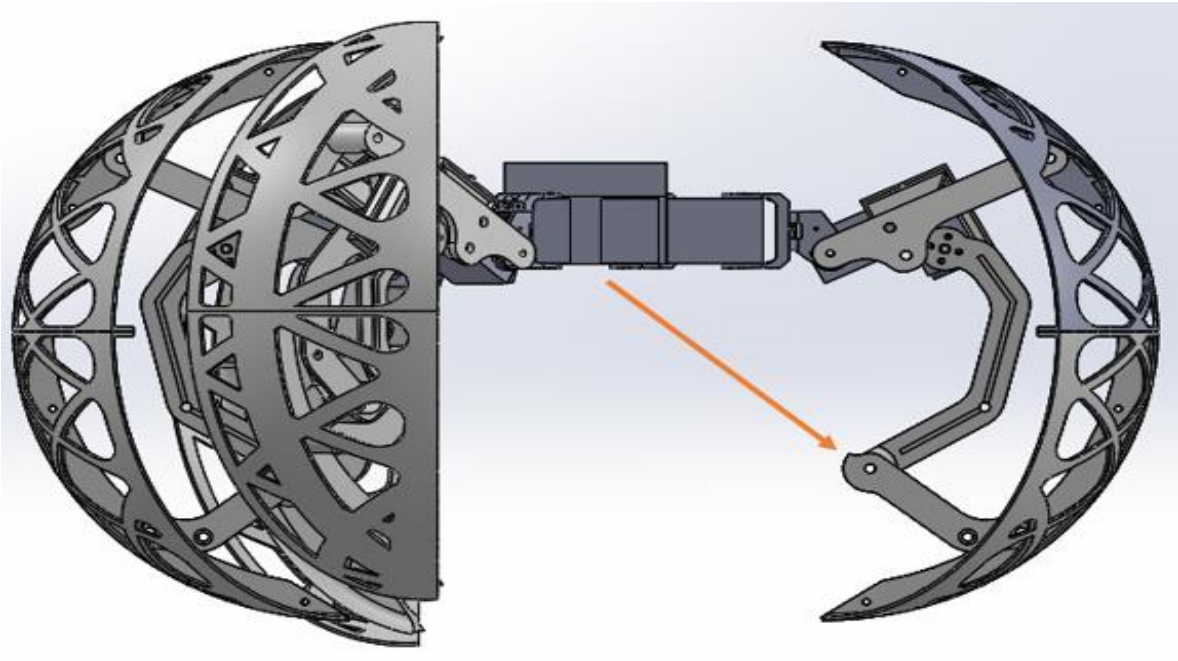


Figura 3.7 Efector final del robot [31].

Por medio de el álgebra compleja y el software Solid Works fue posible encontrar y comprobar los ángulos de transmisión y salida del mecanismo que fue adaptado al Bioloid Premium® los cuales se observan en la tabla 3.2.

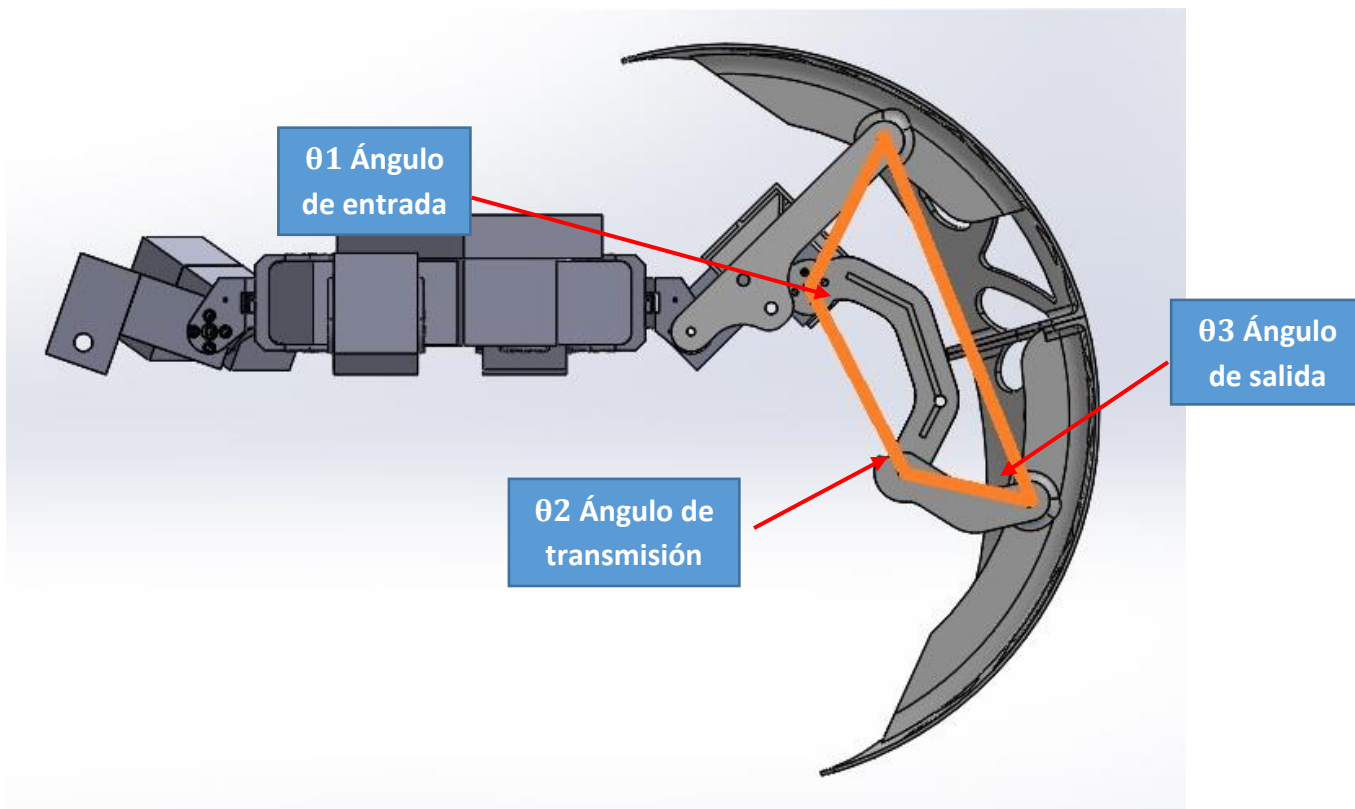


Figura 3.7 Pata frontal del Bioloid Premium vista desde Solid Works con el mecanismo de 4 Barras [31].

Tabla 3.2 Ángulos Obtenidos.

Ángulo	Álgebra Compleja	Método grafico
θ_2 (Pata Lateral)	110.322°.	109.98°
θ_3 (Pata Lateral)	136.441°.	136.49°

A partir de los resultados obtenidos se calculó el % de error para conocer qué tan precisos son estos métodos.

$$\% \text{ ERROR} = \frac{\text{VALOR EXACTO} - \text{VALOR APROXIMADO}}{\text{VALOR EXACTO}} \times 100 = \%$$

$$\% \text{ ERROR } \theta_2 = \frac{110.322 - 109.98}{110.322} \times 100 = \%$$

$$\% \text{ ERROR } \theta_3 = \frac{136.441 - 136.49}{136.441} \times 100 = \%$$

En la tabla 5.1 se presenta el porcentaje de error que existe entre estos métodos.

Tabla 5.1 Ángulos Obtenidos y porcentaje de error.

Ángulo	Algebra Compleja	Método grafico	% ERROR
θ2 (Pata Lateral)	110.322°.	109.98°	0.0031%.
θ3 (Pata Lateral)	136.441°.	136.49°	0.000359 %

Previamente antes de realizar la programación al Bioloid Premium® para lograr la locomoción se propuso la siguiente configuración para realizar los movimientos.

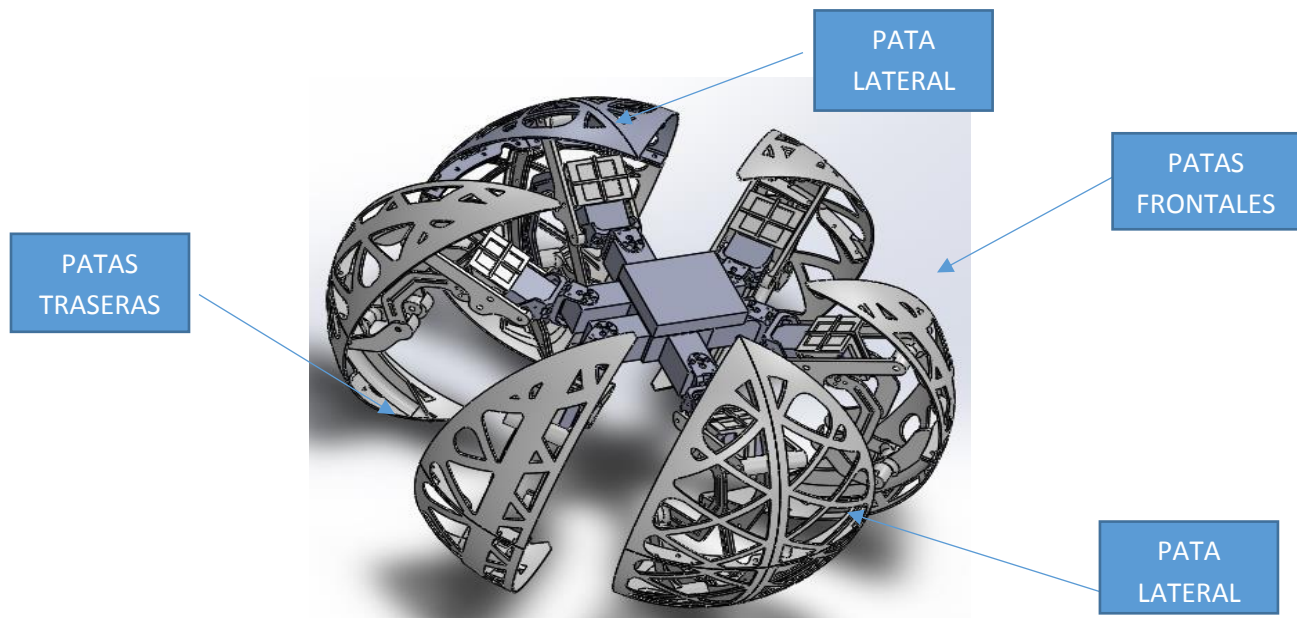


Figura 3.2 Ensamble de mecanismo y Bioloid Premium® tipo hexápodo visto desde SolidWorks [31].

Posteriormente se encontró que lo que se consideró como patas laterales, estas tenían mejor fricción con el terreno donde el robot se trasladaba, determinaban los movimientos al frente y hacia atrás por lo que se encontró que la configuración correcta es la mostrada en la figura 5.1.

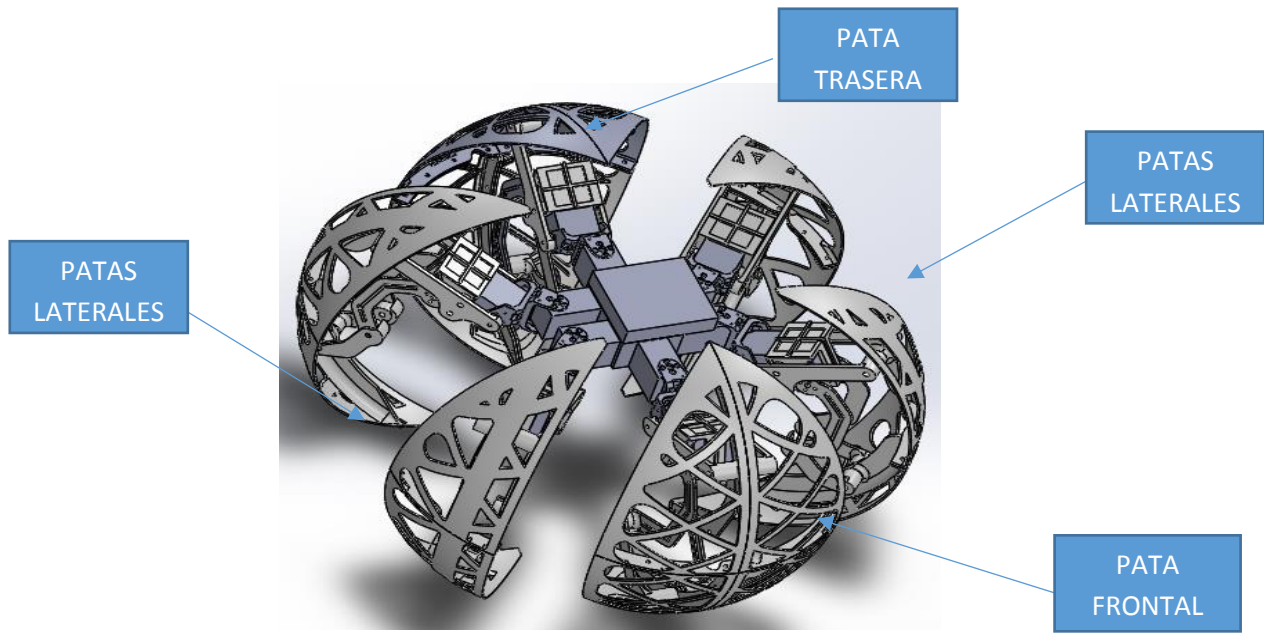


Figura 3.2 Configuración de movimiento del Bioloid Premium® [31].

Conclusiones.

En el desarrollo del presente trabajo se realizó un avance considerable en cuanto a la locomoción del Bioloid Premium®, bajo las condiciones del diseño y el torque que proporcionaron los servomotores Dynamixel AX-12A se logró mover 40 cm en minuto y cinco segundos, al momento de realizar las primeras pruebas con los prototipos del mecanismo varios de estos servomotores se quemaron o sufrieron fallas severas debido a que fueron llevados al límite en cuanto al torque que estos proporcionan, se propone que en un futuro estos puedan ser modificados con unos de mayor capacidad y al momento de lograr la locomoción el robot no se vea tan forzado al realizar las tareas establecidas.

Se logró comprobar que efectivamente el mecanismo es funcional, el robot logra hacer la mórfosis de hexápodo a esfera sin ningún problema, sin embargo se considera que el material del mecanismo podría ser sustituido por uno que genere mejor fricción con el terreno que este utiliza para trasladarse, ya que con el PLA el robot suele resbalarse y esto genera problemas para lograr la locomoción.

La diferencia entre los robots hexápodos y cuadrúpedos es que los hexápodos tienen mayor estabilidad en el suelo a diferencia de los cuadrúpedos, pero estos últimos tienen menor interferencia entre sus extremidades por lo que existe una posibilidad menor de que se produzca alguna falla por esta causa, en este caso se trabajó con un robot hexápodo y le fue implementado un mecanismo por lo que el robot tiene mayor interferencia entre sus extremidades, motivo por el cual se produjeron diversas dificultades al momento de realizar las pruebas, generaban choques entre ellas y elevaban al límite de temperatura los servomotores al moverse, por lo que se espera que el mecanismo pueda cambiar en un futuro siendo menos robusto y proporcionar mayor margen de movimiento.

En cuanto a la posibilidad de que el robot pueda girar en algún sentido sería necesario implementar un sistema de control para ajustar las direcciones del mismo y considerar la manera de hacerlo un poco más ligero, ya que con el mecanismo incluido se encuentra rondando los 4 kg, por lo que se complica considerablemente este movimiento, sin embargo es algo que se puede lograr ya que esa es una de las tareas planeadas que se tiene para este prototipo.

En general se considera que se obtuvieron buenos resultados en cuanto a la locomoción del robot, cumple la tarea de mórfosis y puede moverse de un punto a otro, hay mucho que mejorar y a partir de los resultados que se obtuvieron se puede trabajar a corto y largo plazo de manera que sea un robot fácil de operar y cumpla con las expectativas esperadas.

Perspectiva.

- Obtener la cinemática directa del mecanismo e incluirla a los resultados obtenidos de la pata del Bioloid Premium®.
- Obtener la cinemática inversa del robot.
- Implementar un sistema de control al robot.
- Cambiar los servomotores Dynamixel AX-12A por unos que puedan proporcionar un mayor torque.
- Modificar el mecanismo de forma que genere la menor interferencia posible entre las patas del robot.
- Modificar el material del mecanismo para obtener una mejor fricción en los terrenos donde el Bioloid Premium® se traslade.
- Realizar una rutina del robot donde tenga que pasar por un plano inclinado y observar su comportamiento.
- Si sale una versión nueva del Bioloid Premium® conocerla e intentar trabajar con las mejoras que esté presente.

Anexos.

```

1      % Función Denavit-Hartenberg
2
3      function A=DH(theta,d,a,alpha)
4
5      A=[cos(theta) -cos(alpha)*sin(theta) sin(alpha)*sin(theta) a*cos(theta);
6
7      sin(theta)    cos(alpha)*cos(theta) -sin(alpha)*cos(theta) a*sin(theta);
8
9      0              sin(alpha)          cos(alpha)          d;
10
11     0              0              0              1];
12
13     %Articulacion      Q(theta)    d      a      A(alpha)
14     %      1          q1          0      L1     -90
15     %      2          q2          0      L2      0
16     %      3          q3-90       0      L3      0
17
18
19     %syms q1 q2 q3 L1 L2 L3;
20     %pii=sym(pi);
21     %0

```

Command Window

```

>> syms q1 q2 q3 L1 L2 L3;
>> pii= sym (pi);
fx >> A01=DH(

```

```

DH(theta,d,a,alpha)

```

[More Help...](#)

Command Window

```
A01=DH(q1,0,L1,-(pii/2))
```

```
A01 =
```

```
[ cos(q1), 0, -sin(q1), L1*cos(q1)]
[ sin(q1), 0, cos(q1), L1*sin(q1)]
[      0, -1,      0,      0]
[      0, 0,      0,      1]
```

```
>> A12=DH(q2,0,L2,0)
```

```
A12 =
```

```
[ cos(q2), -sin(q2), 0, L2*cos(q2)]
[ sin(q2), cos(q2), 0, L2*sin(q2)]
[      0,      0, 1,      0]
[      0,      0, 0,      1]
```

```
>> A23=DH((q3-(pii/2)),0,L3,0)
```

```
A23 =
```

```
[ cos(q3 - pi/2), -sin(q3 - pi/2), 0, L3*cos(q3 - pi/2)]
[ sin(q3 - pi/2), cos(q3 - pi/2), 0, L3*sin(q3 - pi/2)]
[      0,      0, 1,      0]
fx [      0,      0, 0,      1]
```

```
>> T=A01*A12*A23
```

```
T =
```

```
[ cos(q1)*cos(q2)*cos(q3 - pi/2) - cos(q1)*sin(q2)*sin(q3 - pi/2), - cos(q1)*cos(q2)*sin(q3 - pi/2) - cos(q1)*cos(q3 - pi/2)*sin(q2),
[ cos(q2)*cos(q3 - pi/2)*sin(q1) - sin(q1)*sin(q2)*sin(q3 - pi/2), - cos(q2)*sin(q1)*sin(q3 - pi/2) - cos(q3 - pi/2)*sin(q1)*sin(q2),
[      - cos(q2)*sin(q3 - pi/2) - cos(q3 - pi/2)*sin(q2), sin(q2)*sin(q3 - pi/2) - cos(q2)*cos(q3 - pi/2),
[      0,      0,      0,      0,

-sin(q1), L1*cos(q1) + L2*cos(q1)*cos(q2) + L3*cos(q1)*cos(q2)*cos(q3 - pi/2) - L3*cos(q1)*sin(q2)*sin(q3 - pi/2)]
cos(q1), L1*sin(q1) + L2*cos(q2)*sin(q1) + L3*cos(q2)*cos(q3 - pi/2)*sin(q1) - L3*sin(q1)*sin(q2)*sin(q3 - pi/2)]
0, - L2*sin(q2) - L3*cos(q2)*sin(q3 - pi/2) - L3*cos(q3 - pi/2)*sin(q2)]
0, 1]
```

```
Editor - C:\Users\ROMAN\at2.m
at3.m  at2.m  +
1 - r1=input('Valor de r1 = ');
2 - r2=input('Valor de r2 = ');
3 - r3=input('Valor de r3 = ');
4 - r4=input('Valor de r4 = ');
5 - teta=input('Valor de teta = ');
6
7 % pii= sym(pi);
8
9
10 - a=(2*r1*r2*cos(teta*(pi/180)))+(2*r2*r4);
11 - b=(2*r1*r2*sin(teta*(pi/180)));
12 - c=((r1)^2)+((r2)^2)+(-r3^2)+((r4)^2)+(2*r1*r4*cos(teta*(pi/180)));
13
14 - disp('a = '),disp(a),
15 - disp('b = '),disp(b),
16 - disp('c = '),disp(c),
17
18 - d=a^2+b^2-c^2;
19 - if d<0
20 -     disp('No existen raices reales');
21
22 - elseif d==0
23 -     disp('La ecuación presenta un punto de corte en');
24
25 - else
26 -     disp('La ecuación presenta dos puntos de corte y son');
```

```
else
    disp('La ecuación presenta dos puntos de corte y son');
    x1=(-b+sqrt(d))/(c-a);
    x2=(-b-sqrt(d))/(c-a);
    disp('x1'),disp(x1),
    disp('x2'),disp(x2),

end
```

```
Editor - C:\Users\ROMAN\at3.m
at3.m  at2.m  +
1 - r1=input('Valor de r1 = ');
2 - r2=input('Valor de r2 = ');
3 - r3=input('Valor de r3 = ');
4 - r4=input('Valor de r4 = ');
5 - teta=input('Valor de teta = ');
6
7 % pii= sym(pi);
8
9
10 - a=(2*r3*r1*cos(teta*(pi/180)))+(2*r3*r4);
11 - b=(2*r1*r3*sin(teta*(pi/180)));
12 - c=((r1)^2)+(-r2^2)+((r3)^2)+((r4)^2)+(2*r4*r1*cos(teta*(pi/180)));
13
14 - disp('a = '),disp(a),
15 - disp('b = '),disp(b),
16 - disp('c = '),disp(c),
17
18 - d=a^2+b^2-c^2;
19 - if d<0
20 -     disp('No existen raices reales');
21
22 - elseif d==0
23 -     disp('La ecuación presenta un punto de corte en');
24
25 - else
26 -     disp('La ecuación presenta dos puntos de corte y son');
27
28 -     x1=(-b+sqrt(d))/(c-a);
29 -     x2=(-b-sqrt(d))/(c-a);
30 -     disp('x1'),disp(x1),
31 -     disp('x2'),disp(x2),
32 - end
```


REFERENCIAS

- [1] “*Real Academia Española*”. [En línea]. Disponible: <http://dle.rae.es/?id=KI24ZZK>
Recuperado el 12 de Julio de 2016.
- [2] Prof. Dai Jiansheng. Centro de Robótica y Mecanismos de la facultad de ingeniería Mecánica de la Universidad de Tianjin.
- [3] [Cárdenas Verdugo, Miguel Ángel. (2011). *Diseño, Construcción y Control de un Robot Hexápodo*. (Tesis). Universidad Nacional Autónoma de México. México, Ciudad de México]
- [4] [Mac Conaine, 1991].
- [5] [Nolfi & Floreano, 2000]
- [6] [Calvario Ceballos, Eduardo Oliverio. (2008). *Plataforma experimental de robot móvil tipo Hexápodo de exploración*. (Tesis). Instituto Politécnico Nacional. México, Ciudad de México]
- [7] Martínez De Oraá, N. Fernández Gómez, P. (2003), *Robot Hexápodo* [proyecto][en línea], Catalunya, España. Escuela *Universitaria Politécnica de Vilanova i la Geltrú*, Ingeniería Técnica En Electrónica Industrial, disponible en: <<http://e-md.upc.edu/diposit/material/26459/26459.pdf>> (21 de Diciembre 2016).
- [8] “*Diseño e implementación de un robot móvil hexápodo*”. [En línea]. Disponible:<http://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/10893/1416/1/Diseno%20e%20implementacion%20de%20un%20robot.pdf>. Recuperado 22 de Septiembre Del 2016.
- [9] Christopher B. Johnson. (2014). *Omnidirectional Control of the Hexapod Robot TigerBug* (Tesis). Rochester Institute of Technology RIT Scholar Works.
- [10] Jin Guoguang. Jin Guoguang. Dai Jiansheng. Li Duanling. (2003). *Dynamic modeling of metamorphic mechanism* (chinese journal of mechanical engineering). Robotics Institute.
- [11] Dai J S, Rees Jones J. (1999). Mobility in metamorphic mechanism of foldable/erectable kinds. Transaction of the ASME, Journal of Mechanical Design, 121(3): 375~382
- [12] Guowu Wei. Jian S. Dai. Shuxin Wang. Haifeng Luo. (September 2011). Kinematic analysis and prototype of a metamorphic anthropomorphic hand with a reconfigurable palm. (Article in International Journal of Humanoid). Centre for Advanced Mechanisms and Robotics, MOE Key Laboratory for Mechanisms Theory

and Equipment Design, Tianjin University , Centre for Robotics Research, School of Natural and Mathematical Sciences, King's College London, University of London, UK.

[13] Zhao Tang. Xi Kang. Yaging Song. Huijuan Feng. Chunsong Zhang. Professor Jian S. Dai. (June 2016) *Walking in a variety of shapes of metamorphic walking robot imitating walking patterns of different legged animals by waist reconfiguration*. International Centre for Advanced Mechanisms and Robotics. Tianjin University.

[14] “*Bioloid Premium y Roboplus: Características detalladas*”. [En línea]. Disponible: <http://www.robotica-personal.es/2010/03/bioloid-premium-y-roboplus.html>. Recuperado el 23 de Marzo 2016.

[15] Soporte técnico Roboplus (Incluido en el kit Bioloid Premium).

[16] “*Dynamixel Smart Servo*”. [En línea]. Disponible: <http://tdrobotica.co/dynamixel-smart-servo/178>. Recuperado el 12 de Abril 2016.

[17] “*LiPo Batteries*”. [En línea]. Disponible: <https://erlerobotics.gitbooks.io/erle-robotics-erle-copter/content/es/safety/lipo.html>. Recuperado el 12 de Abril del 2016.

[18] “*Controlador BIOLOID CM-510*”. [En línea]. Disponible: <http://robotica.com/Producto/Controlador-BIOLOID-CM-510/>. Recuperado el 14 de Abril del 2016.

[19] “*Batería LiPo 11.1V 1000mAh para Bioloid*”. [En línea]. Disponible: <http://tdrobotica.co/bateria-lipo-111v-1000mah-para-bioloid/518.html>. Recuperado el 12 de Abril del 2016.

[20] “*Robotis Bioloid PREMIUM Kit*”. [En línea]. Disponible: <https://robosavvy.com/store/robotis-bioloid-premium-kit-4991.html>. Recuperado el 15 de Febrero del 2016.

[21] “*Solid Servicios*” [En línea]. Disponible: http://solidservicios.com/?gclid=CjwKEAiAkuLDBRCRguCqvITww0YSJAAHrpf-bLYCWPQ4sfxBdDYz0311sKPLKTCbhqOOVqvd2nRNhoCEgTw_wcB. Recuperado el 14 de Enero del 2017.

[22] “*Descripción MATLAB*”. [En línea]. Disponible: <http://nereida.deioc.ull.es/~pcgull/ihiu01/cdrom/matlab/contenido/node2.html>. Recuperado el 14 de Enero del 2017.

[23] Craig John J. *Robotica*. Tercera Edición. Pearson Prentice Hall. México, 2006 ISBN: 970-26-0772-8. Página 30. [En línea]. Disponible: https://books.google.com.mx/books?id=hRzOp_qdxG8C&pg=PA31&lpg=PA31&dq=operador+de+rotacion+robotica&source=bl&ots=fP8df4Xz2l&sig=h8fY8RbdXh5VMs7-DRyRMgPRPv8&hl=es&sa=X&ved=0ahUKEwjgmb2D4czRAhXnsVQKHxrCC34Q6AEIjAB#v=onepage&q=operador%20de%20rotacion%20robotica&f=false. Recuperado el 1 de Marzo del 2016.

[24] Craig John J. *“Robótica”* Tercera Edición. Pearson Prentice Hall. México, 2006 ISBN: 970-26-0772-8. Página 31. Título. Recuperado de https://books.google.com.mx/books?id=hRzOp_qdxG8C&pg=PA31&lpg=PA31&dq=operador+de+rotacion+robotica&source=bl&ots=fP8df4Xz2l&sig=h8fY8RbdXh5VMs7-DRyRMgPRPv8&hl=es&sa=X&ved=0ahUKEwjgmb2D4czRAhXnsVQKHxrCC34Q6AEIjAB#v=onepage&q=operador%20de%20rotacion%20robotica&f=false. Recuperado el 1 de Marzo del 2016.

[25] Reyes Cortes Fernando. (2011). *“Robótica control de robot manipuladores”*. Primera Edición. Editorial Alfaomega. México. México DF. ISBN: 978-607-707-190-7. Capítulo 4 Cinemática de robots manipuladores. Páginas 208-217.

[26] *“Cinematica Directa del Robot”*. [En línea]. Disponible: <http://www.kramirez.net/Robotica/Material/Presentaciones/CinematicaDirectaRobot.pdf>. Recuperado el 17 de Enero del 2016.

[27] *“Chispazo Cerebral”*. [En línea]. Disponible: <http://chispazocerebral.blogspot.mx/2012/01/hexapodo-bichocc.html>. Recuperado el 05 de Marzo del 2017.

[28] *“Quadruped with walking and rolling locomotion [BiLB IQ 02 - V 03 - following the robot]”*. [En línea]. Disponible: <https://www.youtube.com/watch?v=4z-aT8Wp2YQ>. Recuperado el 1 de marzo del 2017.

[29] *“Zenta Robotic Creations Morphey”*. [En línea] Disponible: <http://zentasrobots.com/robot-projects/morphey-mkii/>. Recuperado el 7 de Marzo del 2017.

[30] King Ralf S. (2012). *“A Biologically Inspired Robot With Walking And Rolling Locomotion”*

[31] [Cruz Deviana, Mario Ricardo. (2016). *Diseño e implementación de un sistema mecánico aplicado a un robot metamórfico tipo hexápodo. (Tesis). Instituto Politécnico Nacional. México, Ciudad de México*].

[32] Robert L. Norton. (2009). “Diseño de maquinaria síntesis y análisis de máquinas y mecanismos”. Cuarta Edición. Editorial Mc Graw Hill. México. Ciudad de México. ISBN: ISBN: 978-970-10-6884-7. Capítulo 2 Fundamentos de cinemática. Páginas 27 – 78.

[33] “Teoría de Mecanismos”. Departamento de Ingeniería Mecánica Universidad Carlos III de Madrid. Práctica 3. Páginas 1-7. [En línea] Disponible: <http://ocw.uc3m.es/ingenieria-mecanica/teoria-de-maquinas/practicas-1/p3.pdf>. Recuperado el 7 de Marzo del 2017.