

UNIVERSIDAD DE GRANADA

Análisis Matemático I

Ejercicios resueltos

Doble Grado de Informática y Matemáticas

Curso 2016/17

1. Topología de un espacio métrico.

Ejercicio. Dado el conjunto $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x \leq 1\}$, ¿es abierto?

Demostración. Tenemos que comprobar si A es abierto, es decir, si es cierto que $\forall a \in A \ \exists s > 0$ tal que $B(a, s) \subset A$. Para ello, fijo $y \in \mathbb{R}$ y escojo $x_o = (1, y) \in A$. Además, tomo $s > 0$ cualquiera. Veamos que hay puntos $z \in B(x_o, s)$ que no pertenecen a A .

Sea $z = (1 + \frac{s}{2}, y)$. Entonces, se tiene que $d(z, x_o) = \sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 + 0} = \frac{s}{2} < s$, y por tanto $z \in B(x_o, s)$.

Claramente $z \notin A$, pues $1 + \frac{s}{2} > 1$. Así, concluimos que z es un punto de $B(x_o, s)$ que no pertenece a A , por lo que $B(x_o, s) \not\subset A$, y A no es abierto. \square