

Equações de afilamento para descrever o volume total do fuste de *Pinus caribaea* var. *hondurensis* na região do Triângulo MineiroTaper functions to describe the stem profile and total bole volume for *Pinus caribaea* var. *hondurensis* in the Triangulo MineiroFernando da Silva<sup>1</sup>, Ana Paula Dalla Corte<sup>2</sup> e Carlos Roberto Sanquetta<sup>3</sup>**Resumo**

O objetivo do estudo foi avaliar o desempenho de funções de afilamento para estimativa do diâmetro ao longo do fuste, em diferentes classes de diâmetro e volume total. A espécie estudada foi *Pinus caribaea* var. *hondurensis*, na região do Triângulo Mineiro, estado de Minas Gerais. A base de dados foi composta por 200 árvores cubadas pelo método de Hohenadl com dez seções, escolhidas aleatoriamente, com base nas idades e na distribuição diamétrica do povoamento. As idades dos plantios variaram de 8 a 18 anos. Os doze modelos testados foram avaliados por meio das estatísticas: índice de Schlaegel, erro padrão da estimativa, desvio dos diâmetros em cada posição no fuste, desvio padrão das diferenças dos diâmetros, soma do quadrado do resíduo relativo e porcentagem dos resíduos dos diâmetros. Com base nessas estatísticas, fez-se um ordenamento para eleger os melhores modelos. Concluiu-se que o modelo de Hradetzky foi o melhor, para o conjunto total dos dados, sendo indicado para estimar os diâmetros ao longo do fuste, a razão di/DAP e o volume total de *Pinus caribaea* var. *hondurensis* na região de estudo.

**Palavras-chave:** Manejo florestal, função de afilamento, *Pinus*.

**Abstract**

The aim of this study was to evaluate the accuracy of taper functions for estimating diameters along the stem according to diameter classes and total volume. Studied was *Pinus caribaea* var. *hondurensis* in the Triangulo Mineiro region, state of Minas Gerais. The database consisted of 200 trees measured by the method of Hohenadl with ten sections, randomly chosen based on age and diameter distribution. The ages of the plantations ranged from 8 to 18 years. The twelve tested models had their performance assessed by the statistics: Schlaegel index; the standard error of estimate; deviation of diameters in each relative position along the bole; standard deviation of differences of diameters; sum of squares of relative residue and the percentage of the residual of diameters. Based on these statistics, ranking permitted to choose the best model to be used. The model from Hradetzky was the best for the total data set, being indicated for diameter estimates along the stem, the ratio di/dbh and the total volume of *Pinus caribaea* in the study region.

**Keywords:** Forest management, taper function, *Pinus*.

**INTRODUÇÃO**

A modelagem do volume individual de árvores começou a ser desenvolvida na primeira metade do século XX, após o desenvolvimento de técnicas de análise de regressão. Hojer (1903), citado por Behre (1923), foi o primeiro a usar funções matemáticas para descrever a forma do fuste e desde então diversos pesquisadores estudaram a forma do fuste de árvores, devido a sua importância na quantificação do volume. Inúmeros são os estudos dedicados ao ajuste e comparação de equações de volume para diferentes espécies e situações. Muitos modelos matemáticos

foram sendo criados e testados para o ajuste de equações de volume, mas apesar de alguns modelos terem sua eficácia consagrada, nenhum deles terá sempre o melhor desempenho para todas as espécies e condições. Por isto, é recomendável testar vários modelos e, por meio de análises estatísticas, identificar o melhor para cada caso.

Segundo Friedl (1989), do ponto de vista dendrométrico a forma do fuste de árvores genericamente é sua configuração externa, que a rigor não se assemelha a forma de um sólido geométrico específico, mas sim com vários, segundo a porção do tronco considerada. Husch *et al.* (1972) concluíram que a forma do tronco pode

<sup>1</sup>Eng. Florestal, Mestrando em Ciências de Florestas Tropicais, Instituto Nacional de Pesquisas da Amazônia - INPA - E-mail: [silvaflorestal@gmail.com](mailto:silvaflorestal@gmail.com)

<sup>2</sup>Dr., Eng. Florestal, Fundação de Pesquisas Florestais do Paraná - FUPF - E-mail: [anapaulacorte@gmail.com](mailto:anapaulacorte@gmail.com)

<sup>3</sup>Eng. Florestal, Ph.D., Depto. de Ciências Florestais, UFPR - E-mail: [sanquetta@ufpr.br](mailto:sanquetta@ufpr.br)

ser geometricamente descrita como um neilóide na base, um parabolóide no meio e um cone na extremidade final, não sendo possível a determinação exata da transição de um sólido para outro sobre o mesmo tronco. Em virtude dessas variações de forma, que podem sofrer influência de fatores genéticos, ambientais e dos tratamentos silviculturais, o cálculo de volume de uma árvore é feito a partir do somatório dos volumes de pequenas partes da mesma, visando diminuir os erros provenientes da alteração da forma. Figueiredo Filho *et al.* (1996a) concluíram que é necessária a combinação de 10 pontos ao longo do fuste da árvore para representar com acuracidade a sua forma.

Afilamento é um termo técnico utilizado no meio florestal para se referir ao perfil do tronco de uma árvore e é definido como sendo a taxa de decréscimo do diâmetro ao longo do tronco das árvores. As equações obtidas são conhecidas como: equações de afilamento do tronco, equações de adelgaçamento do tronco, modelos do perfil do tronco e funções de forma. Husch *et al.* (1972) discutiram sobre a aplicabilidade destas funções por possibilitarem estimar o diâmetro a uma altura qualquer do tronco, estimar a altura comercial relativa a um diâmetro mínimo de uso, bem como estimar o volume parcial ou total do fuste.

De acordo com Ahrens e Holbert (1981), estas funções descrevem matematicamente o perfil longitudinal do tronco. Assumindo-se que a seção transversal seja circular em qualquer ponto, o volume é obtido por integração da função. Assim em termos geométricos, o tronco é tratado como um sólido de revolução. Uma vez definido um modelo matemático para o afilamento, pode-se determinar o volume de madeira entre quaisquer pontos ao longo do tronco, o que possibilita definir melhor os multiprodutos de um mesmo tronco para o processamento industrial, e conseqüente melhor aproveitamento.

O desenvolvimento de novos modelos e métodos para a descrição do perfil do fuste é justificado devido à dificuldade em descrever corretamente as diferentes porções do tronco, a complexidade de ajuste e/ou aplicação. Segundo Figueiredo Filho *et al.* (1996b), o polinômio do 5º grau tem sido o mais usado para descrever o perfil de *Pinus taeda* e *Pinus elliottii* na região sul do Brasil.

A maior parte dos estudos dedicados às funções de afilamento trata do ajuste de diâmetros ao longo do fuste e do volume como se uma

mesma função estimasse com a mesma acurácia as duas variáveis. Entretanto, um modelo que estime diâmetros satisfatoriamente não é garantia de que estimará volumes da mesma forma. Nesse contexto, o presente estudo teve por objetivo avaliar o desempenho das funções para descrever as variáveis razão di/DAP, diâmetros ao longo do fuste e volume total do fuste de *Pinus caribaea*.

## MATERIAL E MÉTODOS

Os dados usados neste estudo foram obtidos por meio de levantamentos em campo realizados em plantios de *Pinus caribaea* nos anos de 2004, 2005, 2006 e 2008. Os plantios estendem-se por uma área de aproximadamente 6.000 hectares, com idades variando de 6 a 17 anos. As áreas se localizam no município de Prata – MG (Figura 1), com latitude de 19° 18' 27" S e longitude de 48° 55' 22" W, e altitude de 631 m acima do nível do mar.

Segundo a classificação de Köppen o clima predominante é do tipo Aw, tropical semi-úmido, com chuvas de verão e seca de inverno. O clima tropical de altitude está presente no divisor de águas entre os rios Tejuco e da Prata, no leste do município, onde as altitudes ultrapassam os 800 m. A temperatura média anual na cidade é de 24°C, mínima de 7°C no outono e máxima de 40°C na primavera e a pluviosidade média anual de 1.500mm.

Foram cubadas rigorosamente 200 árvores, escolhidas aleatoriamente, com base nas idades e na distribuição diamétrica. Destas foram medidos os diâmetros nas alturas relativas com 17 seções, por meio do método de Hohenadl, de: 0%, 1%, 2%, 3%, 4%, 5, 10%, 15%, 25%, 35%, 95% da altura total da árvore, bem como à 1,3m do solo (DAP). O volume real das árvores cubadas foi calculado por meio da equação de Smalian exposta a seguir.

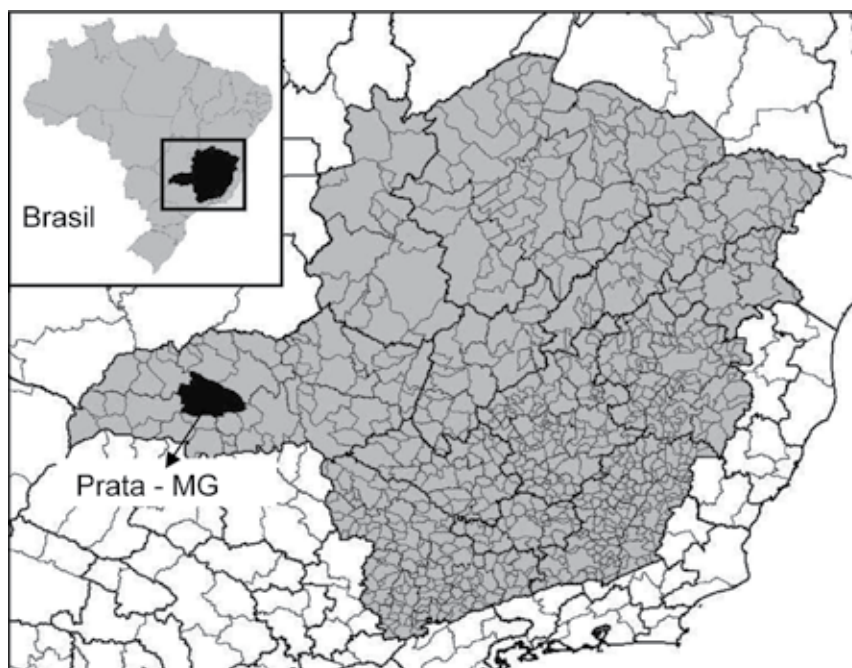
$$Vol = \frac{\pi}{4} \left[ \left( \frac{D_0^2 + D_{10}^2}{2} \right) + D_1^2 + D_2^2 + \dots + D_9^2 \right] * \frac{Ht}{10}$$

Onde: Vol = volume total com casca (m³);

$D_0, D_1, D_2, \dots, D_{10}$  = diâmetro nas respectivas alturas de 0 a 95% do fuste;

Ht = altura total (m),  $\pi$  = constante pi (3,141592...).

Foram testadas doze funções de afilamento dentre as quais as mais conhecidas na literatura florestal. Essas funções são apresentadas na Tabela 1.



**Figura 1.** Localização do Município de Prata – MG.  
**Figure 1.** Location of Prata – MG.

**Tabela 1.** Funções de afilamento testadas para modelagem do perfil e do volume.  
**Table 1.** Taper functions tested for modeling the stem profile and volume.

Autores	Modelo
Hojer (1903)	$y = \beta_0 * \ln[(\beta_1 + z)/\beta_2]$
Johnson (1911)	$y = \beta_0 * \ln[(\beta_1 + (z - 2,5))/\beta_2]$
Schoepfer (1966)	$y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \beta_3 x^3 + \beta_4 x^4 + \beta_5 x^5$
Bruce <i>et al.</i> (1968)	$y^2 = \beta_1 z^{1,5} + \beta_2 (z^{1,5} - z^3) DAP + \beta_3 (z^{1,5} - z^3) h + \beta_4 (z^{1,5} - z^3) h * DAP + \beta_5 (z^{1,5} - z^3) h^{0,5} + \beta_6 (z^{1,5} - z^3) h^2$
Kozak <i>et al.</i> (1969)	$y^2 = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2$
Demaerschalk (1973)	$y^2 = 10^{2\beta_0} * DAP^{(2\beta_1 - 2)} * h^{2\beta_2} * (H - H)^{2\beta_3}$
Ormerod (1973)	$y^2 = z^{2\beta_1}$
Hradetzky (1976)	$y = \beta_0 + \beta_1 x^{p_1} + \beta_2 x^{p_2} + \beta_3 x^{p_3} + \dots + \beta_{n-1} x^{p_{n-1}} + \beta_n x^{p_n}$
Garay (1979)	$y = \beta_0 + (1 + \beta_1 \ln(1 - \beta_2 h^{\beta_3} * h^{\beta_3}))$
Baldwin Jr e Feduccia (1991)	$y = \beta_0 + \beta_1 \ln(1 - (1 - e^{(-\beta_0 \beta_1^{-1})}))^{3\sqrt{x}}$
Garcia <i>et al.</i> (1993)	$y^2 = \beta_0 + \beta_1^2 \sqrt{x} + \beta_2 x$
Leite e Garcia (2001)	$y^2 = 10^{2\beta_0} * DAP^{(2\beta_1 - 2)} * h^{2\beta_2} * (H - H)^{2\beta_3} * e^{(\beta_4 (tx/DAP))}$

Legenda:  $y = di/DAP$ ;  $x = h_i/h$ ;  $z = (h - h_i)/(h - l,3)$ ;  $tx = 1$  para  $di$  com casca, e 0 para  $d$  sem casca;  $d_i$  = diâmetro  $i$  ao longo do fuste da árvore;  $DAP$  = diâmetro a altura do peito;  $h_i$  = altura  $i$  ao longo do fuste da árvore;  $h$  = altura total;  $\beta_s$  = coeficientes do modelo;  $p_i$  = potência  $i$  do modelo;  $\ln$  = Logaritmo neperiano;  $e$  = Constante de Euler (2,7182...).

Para os modelos que não apresentam a razão  $h_i/H_t$ , foi utilizado a altura de Lorey e o diâmetro quadrático médio do fuste como variáveis independentes. Os modelos foram ajustados em sua maioria por regressão linear e os que não permitiam transformações matemáticas foram ajustados por regressão não linear em processo iterativo por meio do solver (suplemento do Excel). As potências do modelo de Hradetzky (1976) foram escolhidas pelo processo *stepwise*, utilizando o programa estatístico SAS. Este processo consiste em eliminar todas as variáveis que não atingiram o grau de significância determinado para o teste, sendo que as potências combina-

das foram desde 0,00005 até 95. As integrais das funções foram resolvidas no software Maple 12.

A escolha da melhor equação foi baseada nos seguintes parâmetros indicativos da qualidade do ajuste: índice de Schlaegel (IA), erro padrão da estimativa  $S_{yx}$ , a análise gráfica dos dados ajustados e de resíduos. Os modelos foram avaliados quanto à estimativa de  $d_i$ ,  $d_i/DAP$  e volume total. As fórmulas para cálculo das estatísticas o índice de Schlaegel e  $S_{yx}$  estão descritas a seguir:

$$IA = 1 - \frac{n-1}{n-p} * \frac{SQ_{res}}{SQ_{total}}$$

Onde:

$N$  = número de dados;  $p$  = número de variáveis

independentes do modelo em questão;  $SQ_{res}$  = Soma de quadrado dos resíduos;  $SQ_{total}$  = Soma de quadrado total.

$$Syx \text{ recalculado} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-p}}$$

Onde:

$Syx$  = erro padrão da estimativa;  $y_i$  = valor observado de cada observação;  $\hat{y}_i$  = valor estimado de cada observação.

Alguns modelos matemáticos ajustados podem apresentar a variável dependente transformada matematicamente. Para tais modelos as estatísticas de ajuste e precisão devem ser recalculadas levando em consideração a variável de interesse. No entanto, para os modelos matemáticos logarítmicos não é suficiente calcular o anti-log do resultado fornecido. Quando tal operação matemática é realizada, existe um erro devido a este artifício matemático chamado de discrepância logarítmica. Para corrigir esta diferença existe o Fator de correção de Meyer ( $F_m$ ), para modelos que utilizam o logaritmo na base 10 e o logaritmo natural. O Fator de Correção de Meyer será utilizado, segundo a fórmula a seguir:

$$F_m = e^{0,5 * ((Syx)^2)}$$

Onde:

$e$  = Constante de Euler (2,718281828...);

$Syx$  = erro padrão da estimativa.

Adicionalmente para avaliar o desempenho dos modelos foi feito um ordenamento entre os modelos testados, para a estimativa de di, di/DAP e vt, conforme procedimento adotado por Figueiredo Filho *et al.* (1996 b) (Tabela 2). O objetivo deste ordenamento ("ranking") é saber qual modelo em média teve o melhor desempenho. Esta análise foi feita por meio de atribuição de notas de 1 a 12 para os modelos, ao final se fez o somatório e o modelo que obteve a menor pontuação foi o recomendado.

**Tabela 2.** Critérios adicionais para avaliação dos modelos e montagem do ordenamento.

**Table 2.** Additional criteria for evaluation of models and ranking set-up.

Estimativa	Fórmula
Desvio (D)	$(\sum \text{Diffi})/N$
Desvio padrão das diferenças (SD)	$[\sum (\text{Diffi}-D)^2/(N-1)]^{0.5}$
Soma do quadrado do resíduo relativo (SSRR)	$\sum (\text{Diffi}/d_i)^2$
Porcentagem dos resíduos (RP)	$\sum (\text{Diffi}/d_i) * 100/N$

Diffi = (di - dei) é o desvio dos diâmetros em cada i-ésima posição no fuste (1%, 2%, ..., 95%); di = diâmetro da árvore, na posição i no fuste; dei = diâmetro da árvore estimado para a posição i no fuste; N = número de árvores.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os parâmetros e potências de todos os modelos polinomiais testados e as respectivas estatísticas de precisão encontram-se na Tabela 3. Todos os modelos proporcionaram ajustes satisfatórios de acordo com o IA, sendo que este variou entre 0,92 e 0,98, para a estimativa da razão di/DAP, de 0,93 a 0,98 para a estimativa de di, e 0,96 a 0,98 para a estimativa de vt.

Já analisando o erro padrão da estimativa é possível verificar algumas divergências no desempenho dos modelos; verificou-se que alguns modelos que apresentaram resultados satisfatórios para a estimativa de di/DAP, não propiciaram o mesmo desempenho para estimativa de di e vt. É importante observar que as estatísticas tradicionais ou medidas de precisão apresentadas na Tabela 2 não retratam o desempenho das funções de afilamento, considerando que são médias que não consideram a posição da estimativa ao longo dos fustes. Portanto, servem apenas como um indicativo da correlação existente entre as variáveis envolvidas nos modelos testados. Após a análise das estatísticas IA e  $Syx\%$ , e dos critérios adicionais, pode-se estabelecer o ordenamento, onde foram apresentadas as pontuações dos índices de ajuste e precisão. Nesse ordenamento (Tabela 4), valores de 12 foram atribuídos para o modelo de pior ajuste e 1 para o modelo de melhor ajuste.

Analisando o desempenho dos modelos apresentados na Tabela 3 observa-se que, segundo a estatística IA, os modelos de Ormerod (1973), Kozak *et al.* (1969), Hojer (1903) e Demaerschalk (1973), propiciaram os piores desempenhos para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste para esta espécie. Este comportamento significa que em determinadas porções do fuste os modelos apresentam tendenciosidade. De acordo com o erro padrão da estimativa estes mesmos modelos também foram os que apresentaram os piores resultados. Ao incluir os critérios adicionais na análise é possível comprovar o desempenho ruim destes modelos, sendo que o pior modelo para estimar di foi o de Kozak *et al.* (1969), Pimentel (2009), ajustou este modelo para o mesmo sítio e espécie e também obteve resultados semelhantes, considerando o modelo de Kozak como inapropriado para as estimativas.

A pouca acuracidade destas funções de afilamento para estimar o diâmetro ao longo do perfil do fuste não as credencia para serem utilizadas com segurança para a espécie e região sob

estudo. Assis *et al.* 2002, avaliando modelos polinomiais não segmentados para na estimativa de diâmetros comerciais e volumes para *Pinus taeda*, encontraram resultados semelhantes para essas estatísticas ( $R^2$ , Syx%), sendo que o modelo de Kozak *et al.* (1969), também foi considerado inapropriado. Queiroz (2006), ao avaliar modelo para *Mimosa scabrella* Bentham, obteve resultados semelhantes ao utilizar polinômio de Kozak *et al.* (1969), principalmente nas estimativas de diâmetros inferiores. Este autor também reporta resultados superiores aos demais para o

modelo de Hradetzky (1976). Ferreira (2004), trabalhando com funções de aflamento para representar o perfil do fuste de *Pinus taeda*, na região norte do Estado do Paraná, ao realizar as mesmas análises estatísticas obteve melhor pontuação em quase todas as posições relativas para o polinômio de potências fracionárias. Einfeld *et al.* (2004), avaliando o polinômio de 5º grau, polinômio de potências variáveis ajustado por regressão não linear, concluíram que os modelos do polinômio do 5º grau e o modelo de Hradetzky (1976) possuem perfis semelhantes.

**Tabela 3.** Estimativas dos parâmetros e estatísticas de precisão, para todos os modelos ajustados e para o conjunto total dos dados.

**Table 3.** Estimates of the parameters and precision statistics for all the fitted models, and for the total data set.

Modelo	Coeficientes							Variáveis	Syx%	IA
	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$\beta_5$	$\beta_6$			
Hojer	-11,555168	12,195512	12,292301					di/DAP	9,49	0,9636
								di	9,6	0,957
								vt	8,83	0,9821
Johnson	3,921851	5,857520	3,311186					di/DAP	9,29	0,965
								di	9,33	0,9594
								vt	9,67	0,9788
Schoepfer	1,265997	-4,599033	21,213937	-48,957316	49,477496	-18,402643		di/DAP	6,8	0,9813
								di	6,74	0,9822
								vt	9,94	0,9776
Bruce <i>et al.</i>	-	1,048235	0,022974	-0,027488	-0,000150	0,008849	-0,000018	di/DAP	6,76	0,9815
								di	6,52	0,9834
								vt	10,02	0,9773
Kozak <i>et al.</i>	1,389554	-2,660052	1,308719					di/DAP	11,33	0,9481
								di	11,15	0,9514
								vt	11,66	0,9692
Demaerschalk	0,131059	0,892549	-0,700326	0,749065				di/DAP	9,32	0,9508
								di	9,42	0,9586
								vt	10,06	0,9771
Ormerod		0,746463						di/DAP	12,06	0,9267
								di	11,4	0,9394
								vt	10,96	0,9728
Hradetzky	1,308199	-1225,139520	1530,570043	-371,909108	68,34202	-3,108209	-0,06343	di/DAP	6,42	0,9833
								di	6,66	0,9846
								vt	10,03	0,9772
Garay	1,320859	0,327912	0,951780	0,273163				di/DAP	6,89	0,9808
								di	6,87	0,9780
								vt	10,77	0,9737
Baldwin Jr e Feduccia	1,289897	0,472066						di/DAP	6,99	0,9802
								di	6,82	0,9818
								vt	10,52	0,9875
Garcia <i>et al.</i>	1,652641	-2,093439	0,449146					di/DAP	8,20	0,9728
								di	8,07	0,9748
								vt	10,05	0,9771
Leite e Garcia	0,128170	0,894138	-0,700252	0,749065	0,132498			di/DAP	9,30	0,9510
								di	9,41	0,9587
								vt	9,88	0,9779

**Tabela 4.** Ordenamento da acurácia dos modelos para o conjunto de dados dos povoamentos estudados.

**Table 4.** Ranking of the accuracy of the models for the data set of the studied stands.

Modelo	Variáveis	Estatísticas							Total
		IA	Syx%	D	SD	SSRR	RP	Soma	
Hojer	di/DAP	8	10	5	7	10	2	42	110
	di	10	10	3	4	10	2	39	
	vt	2	3	12	1	7	4	29	
Johnson	di/DAP	7	8	6	8	6	5	40	116
	di	7	8	5	7	6	5	38	
	vt	3	4	6	7	9	9	38	
Schoepfer	di/DAP	3	5	12	4	3	7	34	96
	di	3	5	7	2	3	7	27	
	vt	5	5	8	5	5	7	35	
Bruce <i>et al.</i>	di/DAP	2	4	1	1	5	1	14	85
	di	2	4	11	12	5	1	35	
	vt	6	6	2	11	8	3	36	
Kozak <i>et al.</i>	di/DAP	11	11	9	5	12	10	58	163
	di	11	11	4	6	12	10	54	
	vt	12	12	5	8	6	8	51	
Demaerschalk	di/DAP	10	9	7	9	7	8	50	154
	di	9	9	10	9	7	8	52	
	vt	9	8	3	10	11	11	52	
Ormerod	di/DAP	12	12	3	3	9	11	50	155
	di	12	12	1	1	9	11	46	
	vt	11	11	1	12	12	12	59	
Hradetzky	di/DAP	1	3	2	2	1	6	15	73
	di	1	3	6	5	1	6	22	
	vt	7	7	10	3	3	6	36	
Garay	di/DAP	4	6	10	12	2	3	37	109
	di	5	7	8	8	2	3	33	
	vt	10	10	7	6	4	2	39	
Baldwin Jr e Feduccia	di/DAP	5	7	8	11	4	4	39	102
	di	4	6	9	11	4	4	38	
	vt	1	9	9	4	1	1	25	
Garcia <i>et al.</i>	di/DAP	6	2	4	6	11	12	41	106
	di	6	2	2	3	11	12	36	
	vt	8	1	11	2	2	5	29	
Leite e Garcia	di/DAP	9	1	11	10	8	9	48	135
	di	8	1	12	10	8	9	48	
	vt	4	2	4	9	10	10	39	

Apesar de alguns modelos estimarem com maior qualidade do ajuste alguns pontos, o modelo de potências variáveis pode ser utilizado para estimar diâmetros para todo o fuste, uma vez que se observa que quando ele não ocupou a primeira posição ocupou o segundo lugar ou mesmo empatou com o polinômio de 5º grau. Analisando o somatório de todos os critérios utilizados para o ranqueamento dos modelos, os melhores resultados são reportados pelos modelos de Hradetzky (1976), Schoepfer (1966) e Garay (1979) respectivamente, sendo estes mo-

delos indicados para estimar diâmetros ao longo do fuste para a espécie e região de estudo. Para a base de dados avaliada, o modelo de potências fracionárias de Hradetzky (1976) apresentou, na maior parte dos casos, capacidade superior de predizer os valores do diâmetro ao longo do fuste, sendo que apenas para uma das variáveis obteve desempenho inferior ao modelo Schöepfer (1966). O perfil apresentado pelo modelo de Hradetzky (1976) reforça os resultados das estatísticas de acurácia, que aponta ser a melhor função de afilamento. Em todas as porções ao

longo do fuste, sempre ocorreram valores de di superestimados ou subestimados. No entanto, a diferença entre os valores real e estimado sempre foi pequena, sendo quase imperceptível no gráfico do perfil da árvore média.

A análise para estimativa da razão di/DAP reporta os modelos de Kozak *et al.* (1969), Ormerod (1973), Demaerschalk (1973) e Leite e Garcia (2001) como os de pior desempenho. Em geral estes modelos, devido a sua pouca flexibilidade, apresentaram dificuldade em simular a base e o topo das árvores deste conjunto de dados. Os melhores desempenhos na estimativa da razão di/DAP são registrados para os modelos de Bruce *et al.* (1968) e Hradetzky (1976), respectivamente.

Analisando os modelos quanto à estimativa de volume total, o modelo de Baldwin Jr e Feduccia (1991) apresentou o melhor desempenho. Em 50% das oportunidades de pontuação, esse modelo obteve a maior nota, gerando excelentes estimativas totais, sendo, portanto, a equação mais estável. Na maioria das árvores, os valores de desvio (D) foram próximos de zero e as demais estatísticas apresentaram excelentes resultados.

O fato de o modelo de Schoepfer (1966) não ter sido selecionado em nenhuma oportunidade indica que mesclar potências de alto valor e potências menores consiste numa boa alternativa para melhorar o desempenho das funções. Essa mistura de potências altas e menores, selecionadas por processo iterativo, garantiu ao modelo de Hradetzky (1976) os melhores desempenhos de estimativas de diâmetros ao longo do fuste e semelhante resultado para a razão di/DAP, apesar de inferior ao modelo de Bruce *et al.* (1968), que obteve o melhor resultado médio para estimar essa razão. Os perfis apresentados para os modelos testados revelam a excelente acurácia das estimativas dos modelos aqui selecionados. Os gráficos de resíduos demonstram a dificuldade para estimar os valores da base e da ponta do fuste. Percebe-se que nestas regiões do fuste ocorre uma instabilidade nas estimativas. A análise visual dos perfis permite observar tendências, não sendo, entretanto, tão eficaz quando os modelos apresentam desempenhos muito semelhantes, o que demonstra a dificuldade em avaliar as figuras, por sua subjetividade. Caso fossem comparados apenas os modelos Bruce *et al.* (1968), Hradetzky (1976) e Baldwin Jr e Feduccia (1991), as estimativas geradas por Hradetzky (1976) seriam predominantemente melhores. Pimentel (2009) reporta que o polinômio de potências fracionárias apresentou

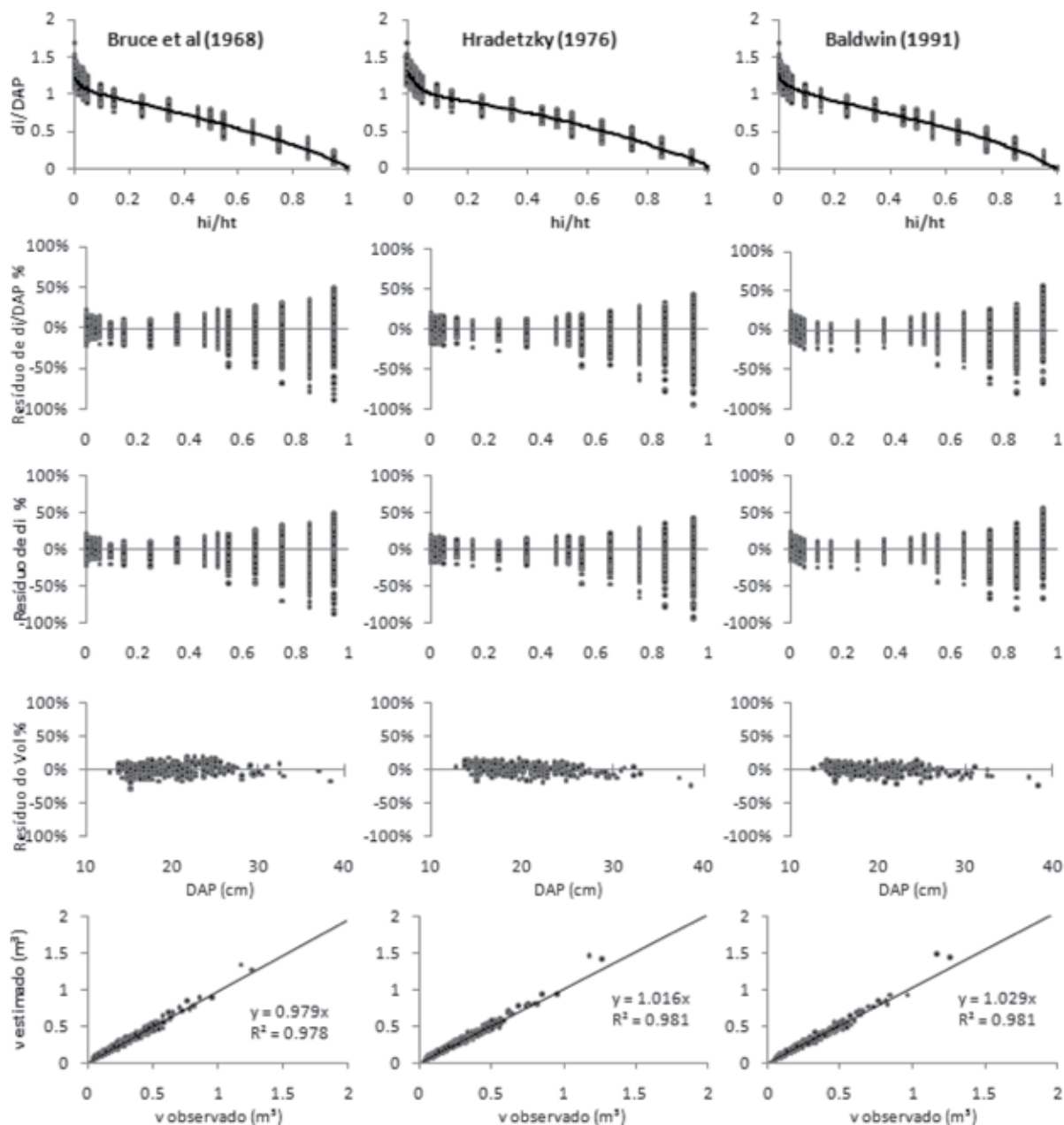
sempre os melhores resultados para ajustes feitos por classe de diâmetro, classe de idade e para o conjunto total dos dados de *Pinus caribaea*. Essa mesma autora cita ainda que esse resultado se deve ao fato deste modelo incorporar um conjunto de potências e a seleção das potências ser feita pelo método "stepwise" de seleção de variáveis, que escolhe as melhores para estimar as diferentes porções da árvore e com isso apresenta maior flexibilidade para descrever o perfil da árvore, sendo esta a maior vantagem frente aos outros modelos.

Estes resultados indicam fragilidade dos dois modelos em estimar os valores para as porções extremas do fuste. Para o modelo de Hradetzky (1976), o procedimento estatístico Stepwise poderia ser empregado para melhorar o desempenho das estimativas em cada porção do fuste, por meio da fixação de variáveis com potências representativas para determinada faixa de altura ao longo do fuste. Ferreira (2004), trabalhando com funções de afilamento para representar o perfil do fuste de *Pinus taeda*, na região norte do Estado do Paraná, ao realizar as mesmas análises estatísticas obteve quase sempre o melhor desempenho para o polinômio de potências fracionárias.

Resultados satisfatórios também são verificados para o modelo de Garay (1979). O próprio autor já havia demonstrado a eficiência desse modelo para diferentes espécies. O fato de esse modelo ter sido originado a partir da derivação da função Chapman-Richards torna-o flexível o suficiente para descrever as variações de forma em árvores de diferentes espécies, possibilitando estimativas consistentes em relação a diâmetros e volume total.

A Figura 2 permite a visualização gráfica do desempenho das três melhores funções para o ajuste da razão di/DAP, di e vt.

Os demais modelos, embora tenham apresentado estatísticas de ajuste e precisão satisfatórios segundo a maioria dos critérios analisados, no cômputo geral foram inferiores aos modelos de Bruce *et al.* (1968), polinômios de potência fracionária de Hradetzky (1976) e o modelo de Baldwin Jr e Feduccia (1991), sendo estes indicados para estimar a razão di/DAP, diâmetros ao longo do fuste e volume total, respectivamente. Embora não seja recomendado, o uso de apenas um modelo é uma prática constante para realizar estas estimativas, caso se deseje utilizar apenas um modelo para estimar as três variáveis, o modelo de Hradetzky (1976) foi o indicado.



**Figura 2.** Análise gráfica residual das três melhores funções na descrição do perfil do fuste e estimativa do volume total.  
**Figure 2.** Graphical residual analysis of the three best functions for describing the profile and to estimate total volume.

## CONCLUSÃO

A equação de Kozak *et al.* (1969) apresentou tendenciosidade ao longo do fuste na estimativa das três variáveis, ora superestimando ora subestimando, não devendo, portanto, ser utilizado para estimar estas variáveis com esta espécie na região do estudo.

Em todos os casos, os polinômios foram superiores para estimar o perfil dos troncos, com destaque especial para o modelo de potência fracionária. Por meio da análise das estatísticas referentes aos modelos conclui-se que o modelo de potências fracionárias de Hradetzky (1976)

apresentou-se melhor para estimar o diâmetro ao longo do fuste.

O melhor desempenho na estimativa da razão  $di/DAP$  foi verificado para o modelo de Bruce *et al.* (1968), sendo que o modelo de potências fracionárias de Hradetzky (1976) também apresentou bom desempenho.

Para a estimativa do volume total, o modelo de Baldwin Jr e Feduccia (1991) foi o indicado. Caso se queira efetuar todas as estimativas por meio de uma única função, o modelo de potências fracionárias foi o que obteve maior pontuação na avaliação geral, podendo ser utilizado com segurança nas estimativas.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AHRENS, S.; HOLBERT, D. Uma função para forma de tronco e volume de *Pinus taeda* L. **Boletim de pesquisa florestal**, Colombo, n.3, p.37-68, 1981.
- ASSIS, A.L.; SCOLFORO, J.R.S.; MELLO, J.M.; OLIVEIRA, A.D. Avaliação de modelos polinomiais não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda*. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v.12, n.1, p.89-107, 2002.
- BALDWIN JUNIOR, V.C.; FEDUCCIA, D.P. Compatible Tree-volume and upper-stem diameter equations for Loblolly Pine plantations in the West Gulf region South. **Journal of Applied Forestry**, Bethesda, v.15, n.2, p.92-97, 1991.
- BEHRE, C.E. Preliminary notes on studies of tree form. **Journal of Forestry**, Bethesda, n.21, p.507-11, 1923.
- BRUCE, D.; CURTIS, R.O.; VANCORVERING, C. Development of a system of taper and volume tables for red alder. **Forest Science**, Bethesda, v.14, n.3, p.339-350, 1968.
- DEMAERSCHALK, J.P. Integrated systems for the estimations of tree taper and volume. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa v.3, n.1 p.90-4, 1973.
- EISFELD, R.L.; MELLO, A.A.; SANQUETTA, C.R.; WEBER, K.S. Avaliação de modelos polinomiais na estimativa de volume total e por sortimento de *Pinus taeda*. **Brasil Florestal**, Brasília, n.79, p.9-15, 2004.
- FERREIRA, M.Z. Estudo de funções de afilamento para representar o perfil e o volume do fuste de *Pinus taeda* L. 2004. 196p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal). – Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2004.
- FIGUEIREDO FILHO, A.; BORDERS, B.E.; HITCH, K.L. Number of diameters required to represent stem profiles using interpolated cubic splines. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.26, n.7, p.1113-1121, 1996a.
- FIGUEIREDO FILHO, A.; BORDERS, B.E.; HITCH, K.L. Taper equations for *Pinus taeda* in southern Brazil. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v.83, n.1-2, p.39-46, 1996b.
- FRIEDL, R.A. Dinâmica da forma dos fustes em povoamentos plantados de *Araucaria angustifolia* (Bert) Ktze. 1989. 166p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal).- Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1989.
- GARAY, L. Tropical forest utilization system.: a taper model for entire stem profile including buttressing. Seattle: Coll. Forest. Resour; Inst. Forest Prod., 1979. 64p.
- GARCIA, S.L.R.; LEITE, H.G.; YARED, J.A.G. Análise do perfil do tronco de morototó (*Didymopanax morototoni*) em função do espaçamento. In: CONGRESSO FLORESTAL PANAMERICANO, 1., CONGRESSO FLORESTAL BRASILEIRO, 7., 1993, Curitiba. Anais... Curitiba: SBS/SBEE, 1993. p.485-491.
- HRADETZKY, J. Analyse und interpretation statistischer abhänger Keiten. (Biometrische Beiträge zu aktuellen forschungs projekten). Baden: Württemberg Mitteilungen der FVA, Helf 76, 1976. (Abt. Biometric und Informatik, 21).
- HOJER, A.G. Tallers och granenes tillrækt. Stocklan: Biran till Fr. Loven, 1903.
- HUSCH, B.; MILLER, C.I.; BEERS, T.W. **Forest mensuration**. 2.ed. New York: The Ronald Press Co, 1972. 410p.
- JOHNSON, T. Taxatariska undersökringar om skogsträdens form. Skogsvårds föreningsens tidskriffl. Häfte, Berlim, v.9, n.10, p.285-329, 1911.
- KOZAK, A.; MUNRO, D.D.; SMITH, J.G.H. Taper functions and their applications in Forest inventory. **Forestry Chronicle**, Quebec, v.45, n.4, p.278-83, 1969.
- LEITE, H.G.; GARCIA, S.L.R. Pesquisa e desenvolvimentos em inventário, mensurações e manejo florestal na CENIBRA. Viçosa: Sociedade de Investigações Florestais, 2001. 49p. (Relatório técnico SIF).
- ORMEROD, D.W. A simple bole model. **Forestry Chronicle**, Quebec, v.49, n.3, p.136-8, 1973.
- PIMENTEL, A. Funções de afilamento e volume por sortimento para *Pinus caribaea* var. *hondurensis*. 2009. 82p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, 2009.

QUEIROZ, D. **Avaliação de funções de afilamento e sortimentos para *Mimosa scabrella* Bentham em povoamentos nativos da região metropolitana de Curitiba/PR.** 2006. 134p. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais). Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.

SCHOEPFER, W. **Automatisierung des massen, Sorten und Wertberechnung stenender Waldbestände** Schriftenreihe Bad. Berlin: Wurt-Forstl., 1966. n.p.

Recebido em 18/02/2011  
Aceito para publicação em 01/09/2011