

# Modelo Determinístico para calendarización de partidos de fútbol

---

## 1. Formulation of the Model

Comenzamos la formulación del modelo definiendo la notación que será utilizada en su formulación.

Los conjuntos:

- $\mathcal{F}$  : conjunto de fechas que restan por jugar en el campeonato.
- $\mathcal{I}$  : conjunto de equipos que conforman el torneo.
- $\mathcal{N}$  : conjunto de partidos (equipo local vs equipo visitante) que aún deben enfrentarse en alguna de las fechas restantes del campeonato.
- $\mathcal{S}$  : conjunto de patrones de localías y visitas posibles en las  $K$  fechas que restan por jugar en el torneo.

Los índices:

- $f, l$  : índice asociado al conjunto de fechas que restan por jugar ( $f \in \mathcal{F}$ ).
- $i, j$  : índices asociados al conjunto de equipos que conforman el torneo ( $i, j \in \mathcal{I}$ ).
- $n$  : índice asociado al conjunto de partidos (equipo local vs equipo visitante) que debe programarse en alguna de las fechas restantes del torneo ( $n \in \mathcal{N}$ ).
- $s$  : índice asociado al conjunto de patrones de localías y visitas ( $s \in \mathcal{S}$ ).

Los parámetros:

- $PI_i$  : parámetro discreto que indica la cantidad de puntos que tiene el equipo  $i$  justo al terminar la fecha anterior a la primera de las fechas que quedan por jugar.

- $R_{in}$  : parámetro discreto que toma valor 0, 1 o 3, y que corresponde a la cantidad de puntos que gana el equipo  $i$  al jugar el partido  $n$  (en el que juegan  $i$  vs otro equipo).
- $EL_{in}$  : parámetro binario que toma valor 1 si el equipo  $i$  es local en el partido  $n$ , y 0 en cualquier otro caso.
- $EV_{in}$  : parámetro binario que toma valor 1 si el equipo  $i$  es visita en el partido  $n$ , y 0 en cualquier otro caso.
- $W_{is}$  : parámetro binario que toma valor 1 si al equipo  $i$  se le puede asignar el patrón de localías y visitas  $s$ , y 0 en cualquier otro caso.
- $L_s^f$  : parámetro binario que toma el valor 1 si el patrón de localías y visitas  $s$  indica que el partido es de local en la fecha  $f$ , y 0 en cualquier otro caso.

Las variables:

- $x_n^f$  : variable binaria que toma valor 1 si el partido  $n$  se programa en la fecha  $f$ , y 0 en cualquier otro caso.
- $y_{is}$  : variable binaria que toma valor 1 si al equipo  $i$  se le asigna el patrón de localías y visitas  $s$ , y 0 en cualquier otro caso.
- $p_{ji}^{lf}$  : variable discreta que indica la cantidad de puntos que tiene el equipo  $j$  al finalizar la fecha  $f$  teniendo información finalizada la fecha  $l$  ( $f > l$ ), en el mejor conjunto de resultados futuros para el equipo  $i$ .
- $\hat{p}_{ji}^{lf}$  : variable discreta que indica la cantidad de puntos que tiene el equipo  $j$  al finalizar la fecha  $f$  teniendo información finalizada la fecha  $l$  ( $f > l$ ), en el peor conjunto de resultados futuros para el equipo  $i$ .
- $v_{ni}^{lf}$  : variable binaria que toma valor 1 si el equipo local gana el partido  $n$  de la fecha  $f$  teniendo información finalizada la fecha  $l$  ( $f > l$ ), en el mejor conjunto de resultados futuros para el equipo  $i$ .
- $a_{ni}^{lf}$  : variable binaria que toma valor 1 si el equipo visitante gana el partido  $n$  de la fecha  $f$  teniendo información finalizada la fecha  $l$  ( $f > l$ ), en el mejor conjunto de resultados futuros para el equipo  $i$ .
- $e_{ni}^{lf}$  : variable binaria que toma valor 1 si se empata el partido  $n$  de la fecha  $f$  teniendo información finalizada la fecha  $l$  ( $f > l$ ), en el mejor conjunto de resultados futuros para el equipo  $i$ .

- $\hat{v}_{in}^{lf}$  : variable binaria que toma valor 1 si el equipo local gana el partido  $n$  de la fecha  $f$  teniendo información finalizada la fecha  $l$  ( $f > l$ ), en el peor conjunto de resultados futuros para el equipo  $i$ .
- $\hat{a}_{in}^{lf}$  : variable binaria que toma valor 1 si el equipo visitante gana el partido  $n$  de la fecha  $f$  teniendo información finalizada la fecha  $l$  ( $f > l$ ), en el peor conjunto de resultados futuros para el equipo  $i$ .
- $\hat{e}_{in}^{lf}$  : variable binaria que toma valor 1 si se empata el partido  $n$  de la fecha  $f$  teniendo información finalizada la fecha  $l$  ( $f > l$ ), en el peor conjunto de resultados futuros para el equipo  $i$ .
- $\alpha_{ji}^l$  : variable binaria que toma valor 1 si el equipo  $j$  termina con menos puntos que el equipo  $i$  en el mejor conjunto de resultados futuros para el equipo  $i$ , teniendo información finalizada la fecha  $l$ .
- $\hat{\alpha}_{ji}^l$  : variable binaria que toma valor 1 si el equipo  $j$  termina con menos puntos que el equipo  $i$  en el peor conjunto de resultados futuros para el equipo  $i$ , teniendo información finalizada la fecha  $l$ .
- $\beta_i^l$  : variable discreta que indica la mejor posición que puede alcanzar al final del torneo el equipo  $i$  en su mejor conjunto de resultados futuros, teniendo información finalizada la fecha  $l$ .
- $\hat{\beta}_i^l$  : variable discreta que indica la peor posición que puede alcanzar al final del torneo el equipo  $i$  en su peor conjunto de resultados futuros, teniendo información finalizada la fecha  $l$ .

## 2. Problema maestro

$$(\text{SSTPA}) \quad \text{Max} \quad \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \left( \hat{\beta}_i^l - \beta_i^l \right) \quad (1)$$

s.t:

$$\sum_{f \in \mathcal{F}} x_n^f = 1 \quad \forall n \in \mathcal{N}. \quad (2)$$

$$\sum_{n \in \mathcal{N}: EL_{in} + EV_{in} = 1} x_n^f = 1 \quad \forall i \in \mathcal{I}; f \in \mathcal{F}. \quad (3)$$

$$\sum_{s \in \mathcal{S}: W_{is} = 1} y_{is} = 1 \quad \forall i \in \mathcal{I}. \quad (4)$$

$$y_{is} = 0 \quad \forall i \in \mathcal{I}; s \in \mathcal{S} : W_{i,s} = 0. \quad (5)$$

$$\sum_{n \in \mathcal{N}: EL_{in} = 1} x_n^f = \sum_{s \in \mathcal{S}: L_s^f = 1} y_{is} \quad \forall i \in \mathcal{I}; f \in \mathcal{F}. \quad (6)$$

$$\sum_{n \in \mathcal{N}: EV_{in} = 1} x_n^f = \sum_{s \in \mathcal{S}: L_s^f = 0} y_{is} \quad \forall i \in \mathcal{I}; f \in \mathcal{F}. \quad (7)$$

$$\beta_i^l = \text{Card}(\mathcal{I}) - \sum_{j \in \mathcal{I}: j \neq i} \alpha_{ji}^l \quad \forall i \in \mathcal{I}; l \in \mathcal{F}. \quad (8)$$

$$\hat{\beta}_i^l = 1 + \sum_{j \in \mathcal{I}: j \neq i} (1 - \hat{\alpha}_{ji}^l) \quad \forall i \in \mathcal{I}; l \in \mathcal{F}. \quad (9)$$

$$x_n^f \in \{0, 1\} \quad \forall n \in \mathcal{N}; f \in \mathcal{F}. \quad (10)$$

$$y_{is} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \mathcal{I}; s \in \mathcal{S}. \quad (11)$$

$$\alpha_{ji}^l, \hat{\alpha}_{ji}^l \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in \mathcal{I}; l \in \mathcal{F}. \quad (12)$$

$$\beta_i^l, \hat{\beta}_i^l \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall i \in \mathcal{I}; l \in \mathcal{F}. \quad (13)$$

Los subproblemas se encargarán de buscar infactibilidades. Cada subproblema será para todo equipo  $i$ , fecha  $l$  (se fijan los índices  $i, l$ ) en el caso favorable y en el caso desfavorable. Además de los parámetros mencionado anteriormente, se añaden los parámetros  $\bar{x}_n^f, \bar{\alpha}_{ji}^l$  y  $\bar{\alpha}_{ji}^l$  que son solución del problema maestro.

### 3. Subproblema 1

s.t:

$$x_n^f = \bar{x}_n^f \quad \forall n \in \mathcal{N}; f \in \mathcal{F}. \quad (14)$$

$$\alpha_{ji}^l = \bar{\alpha}_{ji}^l \quad \forall l \in \mathcal{F}; i, j \in \mathcal{I} : i \neq j. \quad (15)$$

$$x_n^f = v_{ni}^{lf} + e_{ni}^{lf} + a_{ni}^{lf} \quad \forall n \in \mathcal{N}; i \in \mathcal{I}; f, l \in \mathcal{F} : f > l. \quad (16)$$

$$\begin{aligned} p_{ji}^{lf} = & PI_j + \sum_{\theta \in \mathcal{F}: l \geq \theta} \sum_{n \in \mathcal{N}: EL_{jn} + EV_{jn} = 1} R_{jn} x_n^\theta + \sum_{n \in \mathcal{N}: EL_{jn} = 1} \sum_{\theta \in \mathcal{F}: f \geq \theta > l} 3v_{ni}^{l\theta} \\ & + \sum_{n \in \mathcal{N}: EV_{jn} = 1} \sum_{\theta \in \mathcal{F}: f \geq \theta > l} 3a_{ni}^{l\theta} + \sum_{n \in \mathcal{N}: EL_{jn} + EV_{jn} = 1} \sum_{\theta \in \mathcal{F}: f \geq \theta > l} e_{ni}^{l\theta} \quad \forall i, j \in \mathcal{I}; f, l \in \mathcal{F} : f > l. \end{aligned} \quad (17)$$

$$M\alpha_{ji}^l \geq p_{ii}^{lF} - p_{ji}^{lF} \quad \forall l \in \mathcal{F}; i, j \in \mathcal{I} : i \neq j. \quad (18)$$

$$M(1 - \alpha_{ji}^l) \geq p_{ji}^{lF} - p_{ii}^{lF} \quad \forall l \in \mathcal{F}; i, j \in \mathcal{I} : i \neq j. \quad (19)$$

$$x_n^f \in \{0, 1\} \quad \forall n \in \mathcal{N}; f \in \mathcal{F}. \quad (20)$$

$$\alpha_{ji}^l \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in \mathcal{I}; l \in \mathcal{F}. \quad (21)$$

$$p_{ji}^{lf} \in \mathbb{Z}_0^+ \quad \forall i, j \in \mathcal{I}; f, l \in \mathcal{F}. \quad (22)$$

$$v_{ni}^{lf}, e_{ni}^{lf}, a_{ni}^{lf} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \mathcal{I}; n \in \mathcal{N}; f, l \in \mathcal{F}. \quad (23)$$

#### 4. Subproblema 2

$$x_n^f = \bar{x}_n^f \quad \forall n \in \mathcal{N}; f \in \mathcal{F}. \quad (24)$$

$$\hat{\alpha}_{ji}^l = \bar{\alpha}_{ji}^l \quad \forall l \in \mathcal{F}; i, j \in \mathcal{I} : i \neq j. \quad (25)$$

$$x_n^f = \hat{v}_{ni}^{lf} + \hat{e}_{ni}^{lf} + \hat{a}_{ni}^{lf} \quad \forall n \in \mathcal{N}; i \in \mathcal{I}; f, l \in \mathcal{F} : f > l. \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \hat{p}_{ji}^{lf} = & PI_j + \sum_{\theta \in \mathcal{F}: l \geq \theta} \sum_{n \in \mathcal{N}: EL_{jn} + EV_{jn} = 1} R_{jn} x_n^\theta + \sum_{n \in \mathcal{N}: EL_{jn} = 1} \sum_{l \in \mathcal{F}: f \geq \theta > l} 3\hat{v}_{ni}^{l\theta} \\ & + \sum_{n \in \mathcal{N}: EV_{jn} = 1} \sum_{l \in \mathcal{F}: f \geq \theta > l} 3\hat{a}_{ni}^{l\theta} + \sum_{n \in \mathcal{N}: EL_{jn} + EV_{jn} = 1} \sum_{l \in \mathcal{F}: f \geq \theta > l} \hat{e}_{ni}^{l\theta} \quad \forall i, j \in \mathcal{I}; f, l \in \mathcal{F} : f > l. \end{aligned} \quad (27)$$

$$M\hat{\alpha}_{ji}^l \geq \hat{p}_{ji}^{lF} - \hat{p}_{ji}^{lF} \quad l \in \mathcal{F}; \forall i, j \in \mathcal{I} : i \neq j. \quad (28)$$

$$M(1 - \hat{\alpha}_{ji}^l) \geq \hat{p}_{ji}^{lF} - \hat{p}_{ji}^{lF} \quad l \in \mathcal{F}; \forall i, j \in \mathcal{I} : i \neq j. \quad (29)$$

$$x_n^f \in \{0, 1\} \quad \forall n \in \mathcal{N}; f \in \mathcal{F}. \quad (30)$$

$$\hat{\alpha}_{ji}^l \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in \mathcal{I}; l \in \mathcal{F}. \quad (31)$$

$$\hat{p}_{ji}^f \in \mathbb{Z}_0^+ \quad \forall i, j \in \mathcal{I}; f, l \in \mathcal{F}. \quad (32)$$

$$\hat{v}_{ni}^{lf}, \hat{e}_{ni}^{lf}, \hat{a}_{ni}^{lf} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \mathcal{I}; n \in \mathcal{N}; f, l \in \mathcal{F}. \quad (33)$$