Modelo Determinístico para calendarización de partidos de fútbol

1. Formulation of the Model

Comenzamos la formulación del modelo definiendo la notación que será utilizada en su formulación.

Los conjuntos:

$\mathcal{F}$: conjunto de fechas que restan por jugar en el campeonato.

$\mathcal{I}$: conjunto de equipos que conforman el torneo.

$\mathcal{N}$: conjunto de partidos (equipo local vs equipo visitante) que aún deben enfrentarse en alguna de las fechas restantes del campeonato.

$\mathcal{S}$: conjunto de patrones de localías y visitas posibles en las K fechas que restan por jugar en el torneo.

Los índices:

f, l : índice asociado al conjunto de fechas que restan por jugar ($f \in \mathcal{F}$).

i, j : índices asociados al conjunto de equipos que conforman el torneo ($i, j \in \mathcal{I}$)

n : índice asociado al conjunto de partidos (equipo local vs equipo visitante) que debe programarse en alguna de las fechas restantes del torneo ($n \in \mathcal{N}$).

s : índice asociado al conjunto de patrones de localías y visitas ($s \in \mathcal{S}$).

Los parámetros:

PI_i : parámetro discreto que indica la cantidad de puntos que tiene el equipo i justo al terminar la fecha anterior a la primera de las fechas que quedan por jugar.

R_{in} : parámetro discreto que toma valor 0, 1 o 3, y que corresponde a la cantidad de puntos que gana el equipo i al jugar el partido n (en el que juegan i vs otro equipo).

EL_{in} : parámetro binario que toma valor 1 si el equipo i es local en el partido n, y 0 en cualquier otro caso.

EV_{in} : parámetro binario que toma valor 1 si el equipo i es visita en el partido n, y 0 en cualquier otro caso.

W_{is} : parámetro binario que toma valor 1 si al equipo i se le puede asignar el patrón de localías y visitas s, y 0 en cualquier otro caso.

L_s^f : parámetro binario que toma el valor 1 si el patrón de localías y visitas s indica que el partido es de local en la fecha f, y 0 en cualquier otro caso.

Las variables:

x_n^f : variable binaria que toma valor 1 si el partido n se programa en la fecha f, y 0 en cualquier otro caso.

y_{is} : variable binaria que toma valor 1 si al equipo i se le asigna el patrón de localías y visitas s, y 0 en cualquier otro caso.

p_{ji}^{lf} : variable discreta que indica la cantidad de puntos que tiene el equipo j al finalizar la fecha f teniendo información finalizada la fecha l $(f > l)$, en el mejor conjunto de resultados futuros para el equipo i.

$\hat{p}_{ji}^{lf}$: variable discreta que indica la cantidad de puntos que tiene el equipo j al finalizar la fecha f teniendo información finalizada la fecha l $(f > l)$, en el peor conjunto de resultados futuros para el equipo i.

v_{ni}^{lf} : variable binaria que toma valor 1 si el equipo local gana el partido n de la fecha f teniendo información finalizada la fecha l $(f > l)$, en el mejor conjunto de resultados futuros para el equipo i.

a_{ni}^{lf} : variable binaria que toma valor 1 si el equipo visitante gana el partido n de la fecha f teniendo información finalizada la fecha l $(f > l)$, en el mejor conjunto de resultados futuros para el equipo i.

e_{ni}^{lf} : variable binaria que toma valor 1 si se empata el partido n de la fecha f teniendo información finalizada la fecha l $(f > l)$, en el mejor conjunto de resultados futuros para el equipo i.

$\hat{v}_{in}^{lf}$: variable binaria que toma valor 1 si el equipo local gana el partido n de la fecha f teniendo información finalizada la fecha l $(f > l)$, en el peor conjunto de resultados futuros para el equipo i.

$\hat{a}_{in}^{lf}$: variable binaria que toma valor 1 si el equipo visitante gana el partido n de la fecha f teniendo información finalizada la fecha l $(f > l)$, en el peor conjunto de resultados futuros para el equipo i.

$\hat{e}_{in}^{lf}$: variable binaria que toma valor 1 si se empata el partido n de la fecha f teniendo información finalizada la fecha l $(f > l)$, en el peor conjunto de resultados futuros para el equipo i.

α_{ji}^{l} : variable binaria que toma valor 1 si el equipo j termina con menos puntos que el equipo i en el mejor conjunto de resultados futuros para el equipo i, teniendo información finalizada la fecha l.

$\hat{\alpha}_{ji}^{l}$: variable binaria que toma valor 1 si el equipo j termina con menos puntos que el equipo i en el peor conjunto de resultados futuros para el equipo i, teniendo información finalizada la fecha l.

β_{i}^{l} : variable discreta que indica la mejor posición que puede alcanzar al final del torneo el equipo i en su mejor conjunto de resultados futuros, teniendo información finalizada la fecha l.

$\hat{\beta}_{i}^{l}$: variable discreta que indica la peor posición que puede alcanzar al final del torneo el equipo i en su peor conjunto de resultados futuros, teniendo información finalizada la fecha l.

2. Problema maestro

$$(\text{SSTPA}) \qquad \text{Max} \sum_{l\in\mathcal{F}}\sum_{i\in\mathcal{I}}\left(\hat{\beta}_i^l - \beta_i^l\right) \tag{1}$$

s.t:

$$\sum_{f\in\mathcal{F}} x_n^f = 1 \qquad \forall\, n\in\mathcal{N}. \tag{2}$$

$$\sum_{n\in\mathcal{N}:EL_{in}+EV_{in}=1} x_n^f = 1 \qquad \forall\, i\in\mathcal{I}; f\in\mathcal{F}. \tag{3}$$

$$\sum_{s\in\mathcal{S}:W_{is}=1} y_{is} = 1 \qquad \forall i\in\mathcal{I}. \tag{4}$$

$$y_{is} = 0 \qquad \forall i\in\mathcal{I}; s\in\mathcal{S}: W_{i,s}=0. \tag{5}$$

$$\sum_{n\in\mathcal{N}:EL_{in}=1} x_n^f = \sum_{s\in\mathcal{S}:L_s^f=1} y_{is} \qquad \forall\, i\in\mathcal{I}; f\in\mathcal{F}. \tag{6}$$

$$\sum_{n\in\mathcal{N}:EV_{in}=1} x_n^f = \sum_{s\in\mathcal{S}:L_s^f=0} y_{is} \qquad \forall\, i\in\mathcal{I}; f\in\mathcal{F}. \tag{7}$$

$$\beta_i^l = \text{Card}(\mathcal{I}) - \sum_{j\in\mathcal{I}:j\neq i} \alpha_{ji}^l \qquad \forall i\in\mathcal{I}; l\in\mathcal{F}. \tag{8}$$

$$\hat{\beta}_i^l = 1 + \sum_{j\in\mathcal{I}:j\neq i} (1-\hat{\alpha}_{ji}^l) \qquad \forall i\in\mathcal{I}; l\in\mathcal{F}. \tag{9}$$

$$x_n^f \in \{0,1\} \qquad \forall\, n\in\mathcal{N}; f\in\mathcal{F}. \tag{10}$$

$$y_{is} \in \{0,1\} \qquad \forall\, i\in\mathcal{I}; s\in\mathcal{S}. \tag{11}$$

$$\alpha_{ji}^l, \hat{\alpha}_{ji}^l \in \{0,1\} \qquad \forall\, i,j\in\mathcal{I}; l\in\mathcal{F}. \tag{12}$$

$$\beta_i^l, \hat{\beta}_i^l \in \mathbb{Z}^+ \qquad \forall\, i\in\mathcal{I}; l\in\mathcal{F}. \tag{13}$$

Los subproblemas se encargarán de buscar infactibilidades. Cada subproblema será para todo equipo i, fecha l (se fijan los índices i, l) en el caso favorable y en el caso desfavorable. Además de los parámetros mencionado anteriormente, se añaden los parámetros $\bar{x}_n^f$,$\bar{\alpha}_{ji}^l$ y $\bar{\hat{\alpha}}_{ji}^l$ que son solución del problema maestro.

3. Subproblema 1

s.t:

$$x_n^f = \bar{x}_n^f \qquad \forall n \in \mathcal{N}; f \in \mathcal{F}. \tag{14}$$

$$\alpha_{ji}^l = \bar{\alpha}_{ji}^l \qquad \forall l \in \mathcal{F}; i,j \in \mathcal{I} : i \neq j. \tag{15}$$

$$x_n^f = v_{ni}^{lf} + e_{ni}^{lf} + a_{ni}^{lf} \qquad \forall n \in \mathcal{N}; i \in \mathcal{I}; f,l \in \mathcal{F} : f > l. \tag{16}$$

$$\begin{aligned} p_{ji}^{lf} = PI_j + \sum_{\theta \in \mathcal{F}: l \geq \theta} \sum_{n \in \mathcal{N}: EL_{jn}+EV_{jn}=1} R_{jn} x_n^\theta + \sum_{n \in \mathcal{N}: EL_{jn}=1} \sum_{\theta \in \mathcal{F}: f \geq \theta > l} 3 v_{ni}^{l\theta} \\ + \sum_{n \in \mathcal{N}: EV_{jn}=1} \sum_{\theta \in \mathcal{F}: f \geq \theta > l} 3 a_{ni}^{l\theta} + \sum_{n \in \mathcal{N}: EL_{jn}+EV_{jn}=1} \sum_{\theta \in \mathcal{F}: f \geq \theta > l} e_{ni}^{l\theta} \qquad \forall i,j \in \mathcal{I}; f,l \in \mathcal{F} : f > l. \end{aligned} \tag{17}$$

$$M(1 - \alpha_{ji}^l) \geq p_{ii}^{lF} - p_{ji}^{lF} \qquad \forall l \in \mathcal{F}; i,j \in \mathcal{I} : i \neq j. \tag{18}$$

$$x_n^f \in \{0,1\} \qquad \forall\, n \in \mathcal{N}; f \in \mathcal{F}. \tag{19}$$

$$\alpha_{ji}^l, \in \{0,1\} \qquad \forall\, i,j \in \mathcal{I}; l \in \mathcal{F}. \tag{20}$$

$$p_{ji}^{lf} \in \mathbb{Z}_0^+ \qquad \forall\, i,j \in \mathcal{I}; f,l \in \mathcal{F}. \tag{21}$$

$$v_{ni}^{lf}, e_{ni}^{lf}, a_{ni}^{lf} \in \{0,1\} \qquad \forall\, i \in \mathcal{I}; n \in \mathcal{N}; f,l \in \mathcal{F}. \tag{22}$$

4. Subproblema 2

$$x_n^f = \bar{x}_n^f \qquad \forall n \in \mathcal{N}; f \in \mathcal{F}. \tag{23}$$

$$\hat{\alpha}_{ji}^l = \bar{\hat{\alpha}}_{ji}^l \qquad \forall l \in \mathcal{F}; i,j \in \mathcal{I} : i \neq j. \tag{24}$$

$$x_n^f = \hat{v}_{ni}^{lf} + \hat{e}_{ni}^{lf} + \hat{a}_{ni}^{lf} \qquad \forall n \in \mathcal{N}; i \in \mathcal{I}; f,l \in \mathcal{F} : f > l. \tag{25}$$

$$\begin{aligned} \hat{p}_{ji}^{lf} = PI_j + \sum_{\theta \in \mathcal{F}: l \geq \theta} \sum_{n \in \mathcal{N}: EL_{jn}+EV_{jn}=1} R_{jn} x_n^\theta + \sum_{n \in \mathcal{N}: EL_{jn}=1} \sum_{l \in \mathcal{F}: f \geq \theta > l} 3 \hat{v}_{ni}^{l\theta} \\ + \sum_{n \in \mathcal{N}: EV_{jn}=1} \sum_{l \in \mathcal{F}: f \geq \theta > l} 3 \hat{a}_{ni}^{l\theta} + \sum_{n \in \mathcal{N}: EL_{jn}+EV_{jn}=1} \sum_{l \in \mathcal{F}: f \geq \theta > l} \hat{e}_{ni}^{l\theta} \qquad \forall i,j \in \mathcal{I}; f,l \in \mathcal{F} : f > l. \end{aligned} \tag{26}$$

$$M\hat{\alpha}^{l}_{ji} \geq \hat{p}^{lF}_{ji} - \hat{p}^{lF}_{ii} \quad l \in \mathcal{F}; \forall i, j \in \mathcal{I} : i \neq j. \tag{27}$$

$$x^{f}_{n} \in \{0,1\} \qquad \forall\, n \in \mathcal{N}; f \in \mathcal{F}. \tag{28}$$

$$\hat{\alpha}^{l}_{ji}, \in \{0,1\} \qquad \forall\, i, j \in \mathcal{I}; l \in \mathcal{F}. \tag{29}$$

$$\hat{p}^{f}_{ji} \in \mathbb{Z}^{+}_{0} \qquad \forall\, i, j \in \mathcal{I}; f, l \in \mathcal{F}. \tag{30}$$

$$\hat{v}^{lf}_{ni}, \hat{e}^{lf}_{ni}, \hat{a}^{lf}_{ni} \in \{0,1\} \qquad \forall\, i \in \mathcal{I}; n \in \mathcal{N}; f, l \in \mathcal{F}. \tag{31}$$