

Introduction à la Recherche Opérationnelle

François Delbot

22 janvier 2019

La Recherche Opérationnelle (RO) est une science née du besoin d'optimiser des problèmes liés aux organisations du monde réel (armée, industrie) faisant intervenir un grand nombre de variables et contraintes.

- Leonhard Euler (1707-1783) : les bases de la théorie des graphes.
- Gaspard Monge (1746-1818) : mémoire sur la théorie des déblais et des remblais.

Les véritables débuts de la RO en tant que discipline scientifique ont eu lieu au début de la seconde guerre mondiale.

- Patrick Blackett (1897-1974) : diminution de 20000 à 4000 (en moyenne) du nombre de balles nécessaires pour abattre un avion ennemi grâce aux défenses anti-aériennes.
- George Dantzig (1914-2005) : algorithme du simplexe (permettant de minimiser une fonction sur un ensemble défini par des inégalités).

La recherche opérationnelle s'intéresse, par exemple :

- ① L'organisation des lignes de production
- ② L'optimisation des télécommunications
- ③ Aux problèmes de transport
- ④ A la production et transport d'énergie
- ⑤ A la planification de projets/plannings
- ⑥ à l'ingénierie financière ...

La recherche opérationnelle fait intervenir de nombreux outils mathématiques et informatiques tels que :

- La programmation mathématique.
- La théorie des graphes.
- L'optimisation combinatoire.
- L'algorithme.

Elle s'attache à la modélisation et à la découverte de solutions concrètes, pouvant être mises en pratique. Elle est de plus en plus impliquée dans la prise de décision stratégique.

Problème de décision

Un problème de décision est un problème qui peut être posé comme une question pour laquelle la réponse, déterminée en fonction des données du problème, est soit « oui » soit « non ».

Un exemple de problème de décision consiste à décider si un nombre naturel donné est premier.

Une méthode de résolution

Une méthode de résolution d'un problème de décision, présentée sous la forme d'un algorithme, est appelée procédure de décision pour ce problème. Une procédure de décision doit donner les étapes pour déterminer la réponse.

Types de problèmes de décision.

- Un problème de décision qui peut être résolu par un algorithme est appelé décidable, dans le cas contraire il est appelé non décidable.
- Le domaine de la complexité classe les problèmes de décision décidables selon leur difficulté à résoudre. Cette difficulté, est décrite en termes de ressources de calcul (le nombre d'opérations élémentaires) nécessaires à l'algorithme le plus efficace pour un problème donné.

Qu'est ce qu'un problème d'optimisation ?

- Une variante d'un problème de décision.
- Trouver la meilleure solution parmi toutes les solutions possibles.
- Pour un problème d'optimisation discrète on recherche généralement un objet tel qu'un entier, une permutation, un sous ensemble, ou un graphe déterminé à partir des données du problème.

Qu'est ce qu'un problème d'optimisation ?

Généralement, les problèmes d'optimisation se présentent de la manière suivante :

- ① Un énoncé.** Il s'agit d'un texte en langage naturel au sein duquel le problème est clairement exprimé, de manière non-ambiguë. Il indique généralement où trouver les données.
- ② Un ensemble de critères.** Différents critères, déduits de l'énoncé, permettent de comparer les solutions deux à deux.
- ③ Un objectif.** Généralement exprimé mathématiquement, sous la forme d'une fonction. Il est nécessaire de préciser si on souhaite maximiser ou minimiser la valeur de cette fonction.
- ④ Un ensemble de possibilités (solutions).** Pour un problème d'optimisation, la difficulté ne consiste pas à trouver une solution, mais à déterminer la meilleure solution.

Un exemple de problème d'optimisation

- ① Déterminer le plus court chemin (en temps), permettant de se rendre en voiture d'une ville A à une autre ville B tout en respectant les limitations de vitesse.
- ② Comment placer des caméras aux intersections des rayons d'un supermarché, tout en minimisant leur nombre ?
- ③ Colorier les pays d'une carte de sorte à ce que 2 pays partageant une frontière ne soient pas de la même couleur, tout en minimisant le nombre de couleurs utilisées.

Démarche de résolution face à un problème de décision ou d'optimisation

Les problèmes rencontrés dans l'industrie ne sont pas directement de nature mathématiques. Cependant les outils scientifiques utilisent les mathématiques. Il est donc nécessaire de traduire les problèmes dans un cadre mathématique, le résoudre, puis traduire la solution mathématique vers le réel.

Démarche de résolution face à un problème de décision ou d'optimisation

Exprimer le problème.

Cette étape peut sembler triviale, mais il arrive fréquemment que l'on exprime mal un problème, ou de manière imprécise. Cela rend sa résolution complexe, voire impossible. « Ce qui se conçoit bien s'énonce clairement, et les mots pour le dire arrivent aisément. »

Démarche de résolution face à un problème de décision ou d'optimisation

Récupération des données.

Pour calculer, il faut des données. Cette phase de récupération, qui peut sembler triviale peut s'avérer extrêmement complexe. Pour de nombreuses entreprises, les données constituent une ressource précieuse qu'elles conservent jalousement.

Démarche de résolution face à un problème de décision ou d'optimisation

Modélisation du problème.

Un modèle est une simplification de la réalité. Son but est de permettre une correspondance entre la réalité et les mathématiques. Ainsi, résoudre un problème à partir d'un modèle permettra d'obtenir une solution concrète, encrée dans le réel. Il existe de nombreuses manières de modéliser un problème, et trouver la bonne manière (c'est à dire celle permettant de résoudre le problème le plus facilement) est une combinaison d'expérience et d'intuition.

Démarche de résolution face à un problème de décision ou d'optimisation

Choix ou conception de l'algorithme à appliquer.

Une fois le problème modélisé, il convient de trouver la bonne méthode de calcul, qui permettra de trouver la solution attendue. Si une telle méthode n'existe pas, alors il convient de la définir. Ces méthodes de calculs, aussi appelées « algorithmes » constituent une vaste boîte à outils que l'on peut adapter à la plupart des situations rencontrées. Parfois, plusieurs algorithmes peuvent fonctionner. Le choix de l'algorithme le plus adéquat doit se faire intelligemment, en fonction du contexte et des données.

Démarche de résolution face à un problème de décision ou d'optimisation

Analyse des résultats.

Les algorithmes permettent d'obtenir des résultats. Cependant, ces résultats ne sont pas toujours directement exploitables et peuvent nécessiter un travail supplémentaire pour faire correspondre les résultats mathématiques au réel. De plus, certains algorithmes permettent d'obtenir plusieurs solutions. Il faut donc analyser chacune de ces différentes solutions.

Démarche de résolution face à un problème de décision ou d'optimisation

Décision.

Obtenir des solutions pour un problème est une chose. Mais il faut toujours garder à l'esprit que la décision qui sera prise ne sera pas obligatoirement en accord avec les résultats. La dimension politique n'est jamais loin et elle ne doit pas être négligée . . .

Qu'est-ce que la recherche opérationnelle ?

Définition de la recherche opérationnelle

Definition (Recherche opérationnelle, pour rire)

La recherche opérationnelle est ce qui est fait par les membres de la société de recherche opérationnelle et ses méthodes sont celles préconisées par le journal de cette société.

Une définition plus sérieuse :

Definition (Recherche opérationnelle, Larousse)

Ensemble de techniques rationnelles d'analyse et de résolution de problèmes concernant notamment l'activité économique, visant à élaborer les décisions les meilleures possibles (au sens d'un ou de plusieurs critères) tout en respectant les contraintes inhérentes à ces problèmes.

Intérêt économique pour l'industrie

Les entreprises sont nombreuses à utiliser la recherche opérationnelle. Cependant, on peut distinguer des usages très divers :

- Certaines grandes entreprises (EDF, Orange, l'armée française, SNCF ...) possèdent des entités spécifiques qui ont pour objectif l'amélioration de l'efficacité de la production ou de la qualité du service rendu aux clients. Ces entités sont, bien souvent, en contact avec le monde universitaire (séminaires, conférences, intégration de personnel dans des laboratoires publiques, thèses CIFRE etc...).
- Des entreprises de taille plus modeste n'auront pas nécessairement la capacité à conserver un tel service de manière permanente feront appel à des SSII spécialisées (Eurodécision), à des laboratoires universitaires, ou encore utiliser des logiciels développés par des éditeurs informatiques (ilog).

Résoudre un problème d'optimisation concret, issu de l'industrie, peut nécessiter l'utilisation de techniques parfois très complexes. Cela nécessite de réaliser un transfert de connaissances théoriques et d'adapter ces connaissances au réel. Cette problématique – tout à fait essentielle dans le monde industriel – concerne la gestion du compromis entre la qualité de solution requise, le temps nécessaire pour obtenir cette solution et la complexité des méthodes mises en œuvre.

- De nombreux postes au CNRS, à l'INRIA, dans les universités et écoles.
- Groupe De Recherche de Recherche Opérationnelle (GDR RO).

La ROADEF, association loi de 1901. Elle a pour objet de promouvoir l'enseignement, la recherche, la formation, l'application et la création de connaissances dans le domaine de la recherche opérationnelle et de l'aide à la décision (RO-AD) ::

- ① <https://www.facebook.com/roadef/>
- ② [https://www.roadef.org/
societe-francaise-recherche-operationnelle-aide-decisi](https://www.roadef.org/societe-francaise-recherche-operationnelle-aide-decisi)

Livre blanc de la ROADEF présentant la place de la Recherche Opérationnelle en France.

Journées Franciliennes de Recherche Opérationnelle

- ① Sous l'égide de la ROADEF.
- ② <http://www.lamsade.dauphine.fr/~jfro/>
- ③ Organisée par de jeunes chercheurs du domaine.

- Une collaboration scientifique entre l'entreprise FRS consulting, le laboratoire EconomiX et le LIP6.
- Thèse CIFRE attribuée à Kymble CHRISTOPHE, aspect informatique réalisé par Valentin BOUQUET (ancien magiste de Nanterre).

Cet article traite d'un problème d'ordre économique, et est analysé du point de vue des relations entre les différents acteurs (modélisées par un graphe). La modélisation et les calculs nécessitaient l'intervention des informaticiens.