

2º Trabalho de Avaliação do Conhecimento

(Prazo de entrega: até às 23:59 do dia 11/06/2020)

Aluno: _____ Nota: _____

1. Problema do Caminho Mais Curto (*Shortest Path Problem - SPP*). Dado um grafo direcionado $G = (V, A)$, onde V é o conjunto de nós (vértices) e A o conjunto de arcos, o objetivo é encontrar um caminho de custo mínimo (ou comprimento) de um nó s especificado como origem a um outro nó t especificado como destino, admitindo que cada arco $(i, j) \in A$ tem um custo associado (ou comprimento) c_{ij} . O problema pode ser formulado matematicamente como segue:

$$\begin{aligned} \min \quad & z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^n x_{ij} - \sum_{k=1}^n x_{ki} = \begin{cases} 1 & (i=1) \\ 0 & (i=2,3,\dots,n-1) \\ -1 & (i=n) \end{cases} \\ & x_{ij} = 0 \text{ or } 1 \quad (i,j=1,2,\dots,n) \end{aligned}$$

Onde,

- c_{ij} é um custo associado com cada arco (i,j)
- O nó 1 é o nó origem (fonte)
- O nó n é o nó destino (alvo)
- As variáveis são expressas por x_{ij} , com:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se o arco}(i,j) \text{ está incluído no caminho} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Pede-se, dado o digrafo abaixo com os custos especificados na tabela ao lado:

- A formulação matemática;
- A solução através do algoritmo de Dijkstra;
- A solução usando o aplicativo LINDO (Linear, Interactive, and Discrete Optimizer) (http://www.lindo.com/index.php?option=com_content&view=article&id=34&Itemid=15);
- Uma solução via Algoritmo Genético (extra - "opcional". Desafio para os feras!)

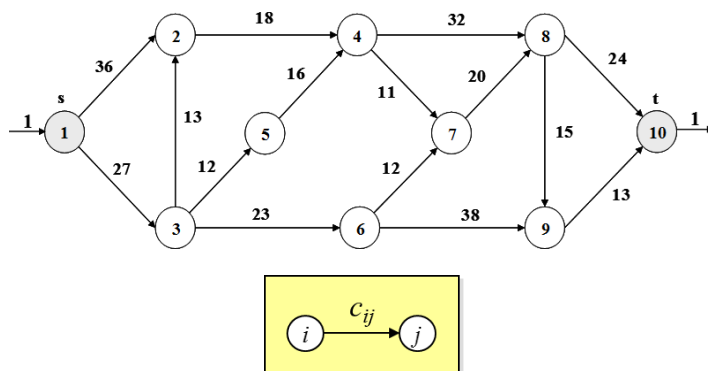
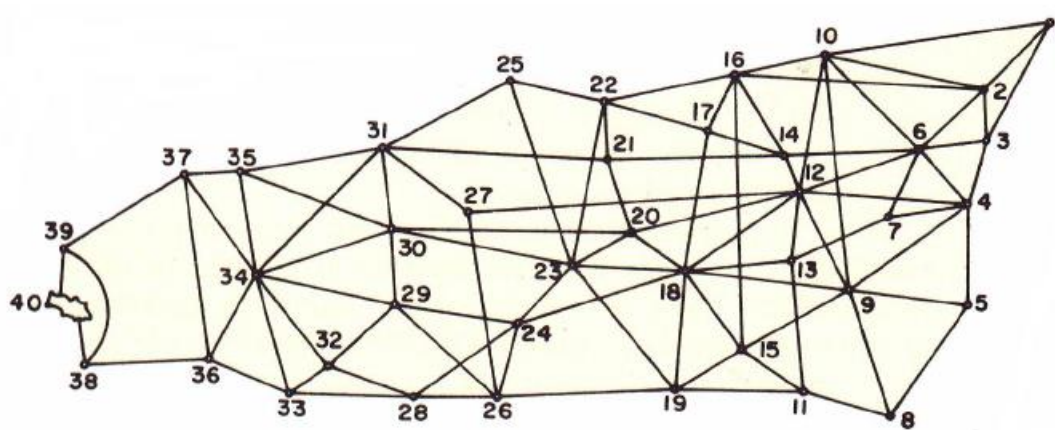


Tabela de dados do digrafo

| i | j | c_{ij} |
|-----|-----|----------|
| 1 | 2 | 36 |
| 1 | 3 | 27 |
| 2 | 4 | 18 |
| 3 | 2 | 13 |
| 3 | 5 | 12 |
| 3 | 6 | 23 |
| 4 | 7 | 11 |
| 4 | 8 | 32 |
| 5 | 4 | 16 |
| 6 | 7 | 12 |
| 6 | 9 | 38 |
| 7 | 8 | 20 |
| 8 | 9 | 15 |
| 8 | 10 | 24 |
| 9 | 10 | 13 |

2. Programar o algoritmo de Dijkstra para obter o caminho mais curto de Chicago a Grand Canyon no grafo abaixo. O programa deve visualizar o mapa no computador e traçar o caminho mais curto, através do aplicativo GraphViz.

Caminho mais curto de Chicago a Grand Canyon

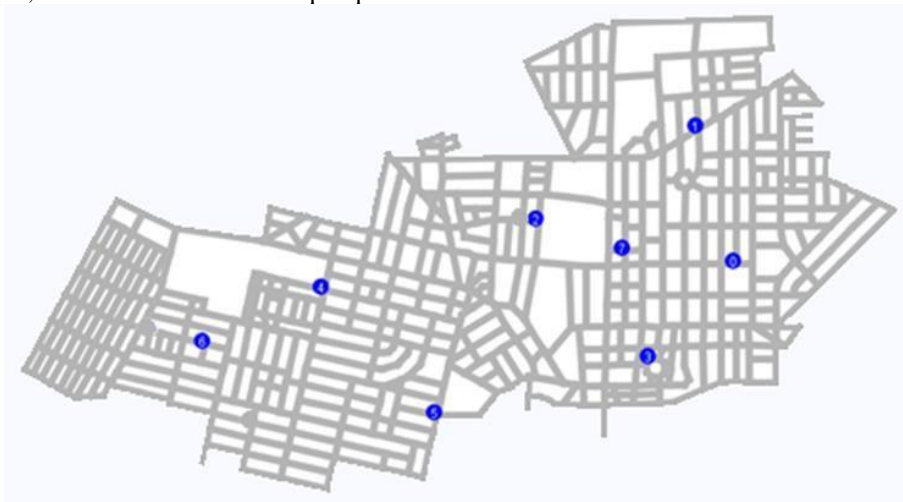


KEY TO MAP

| | | | |
|----|--------------------------|----|---------------------------|
| 1 | Chicago | 21 | Phillipsburg, Kansas |
| 2 | Peoria, Illinois | 22 | Grand Island, Nebraska |
| 3 | Springfield, Illinois | 23 | Dodge City, Kansas |
| 4 | St. Louis, Missouri | 24 | Guymon, Oklahoma |
| 5 | Poplar Bluff, Missouri | 25 | North Platte, Nebraska |
| 6 | Hannibal, Missouri | 26 | Amarillo, Texas |
| 7 | Jefferson City, Missouri | 27 | Kit Carson, Colorado |
| 8 | Little Rock, Arkansas | 28 | Tucumcari, New Mexico |
| 9 | Springfield, Missouri | 29 | Raton, New Mexico |
| 10 | Des Moines, Iowa | 30 | Pueblo, Colorado |
| 11 | Ft. Smith, Arkansas | 31 | Denver, Colorado |
| 12 | Kansas City | 32 | Santa Fe, New Mexico |
| 13 | Ft. Scott, Kansas | 33 | Albuquerque, New Mexico |
| 14 | St. Joseph, Missouri | 34 | Durango, Colorado |
| 15 | Tulsa, Oklahoma | 35 | Grand Junction, Colorado |
| 16 | Omaha, Nebraska | 36 | Gallup, New Mexico |
| 17 | Beatrice, Nebraska | 37 | Green River, Utah |
| 18 | Wichita, Kansas | 38 | Flagstaff, Arizona |
| 19 | Oklahoma City, Oklahoma | 39 | Mt. Carmel Junction, Utah |
| 20 | Great Bend, Kansas | 40 | Grand Canyon |

| From To | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | From To | | | | |
|---------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|-----|-----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|---------|-----|----|----|----|
| 1 | 0 | 220 | 255 | | | | | | | 460 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | | | |
| 2 | 220 | 0 | 105 | | | 240 | | | | 360 | | | | | 510 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 2 | | |
| 3 | 255 | 105 | 0 | 130 | 165 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 3 | | |
| 4 | | 130 | 0 | 240 | 180 | 195 | | | 315 | | | 340 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 4 | | |
| 5 | | | 240 | 0 | | | 300 | 310 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 5 | | | |
| 6 | | 240 | 165 | 180 | | 0 | 165 | | 360 | | 285 | 285 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 6 | | | |
| 7 | | | 195 | 165 | 0 | | 225 | | | | 255 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 7 | | | |
| 8 | | | | 300 | | | 0 | 330 | | 225 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 8 | | | |
| 9 | | | 315 | 310 | | 225 | 330 | 0 | 505 | | 255 | | | 220 | | 360 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 9 | | | |
| 10 | 460 | 360 | | | 360 | | | 505 | 0 | 280 | | | | | 200 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 10 | | | |
| 11 | | | | | | 225 | | | 0 | 330 | | 210 | | | | | 270 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 11 | | | |
| 12 | | | 340 | 285 | | | 255 | 280 | | 0 | 150 | 70 | | | | | 200 | 270 | | | | | | | | | | 585 | | | | | | | | | | | | | | 12 | | | |
| 13 | | | | | 255 | | | | 330 | 150 | 0 | | 195 | | | | 210 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 13 | | |
| 14 | | | | | 285 | | | | | 70 | | 0 | | 255 | 195 | | | | 300 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 14 | | |
| 15 | | | | | | | 220 | 210 | 195 | | 0 | 590 | | 230 | 105 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 15 | | |
| 16 | | 510 | | | | | | 220 | | | 255 | 590 | 0 | 110 | | | | 190 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 16 | | |
| 17 | | | | | | | | | | | 195 | 110 | 0 | 275 | | | | 170 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 17 | | | |
| 18 | | | | | | | 360 | | 200 | 210 | | 230 | 275 | 0 | 195 | 170 | | | 210 | 345 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 18 | | | |
| 19 | | | | | | | | | 270 | | | 105 | | | 195 | 0 | | | 360 | | 345 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 19 | | |
| 20 | | | | | | | | | | 270 | | | | | 170 | | 0 | 165 | | 120 | | | | | | | | | | | 465 | | | | | | | | | | | 20 | | | |
| 21 | | | | | | | | | | | 300 | | | | | | 165 | 0 | 160 | | | | | | | | | | | | | 390 | | | | | | | | | | 21 | | | |
| 22 | | | | | | | | | | | | 190 | 170 | | | | 160 | 0 | 375 | | 190 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 22 | | |
| 23 | | | | | | | | | | | | | 210 | 360 | 120 | | 375 | 0 | 150 | 340 | | | | | | | | | | | 360 | | | | | | | | | | | 23 | | | |
| 24 | | | | | | | | | | | | | 345 | | | | | 150 | 0 | | 150 | | 260 | 255 | | | | | | | | | | | | | | | | | | 24 | | | |
| 25 | | | | | | | | | | | | | | | | | | 190 | 340 | | 0 | | | | | | | | | | | 360 | | | | | | | | | | 25 | | | |
| 26 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 150 | | 0 | 360 | 175 | 285 | | | | | | | | | | | | | | | | | 26 | | | |
| 27 | | | | | | | | | | | 285 | | | | | | | | | | | 360 | 0 | | | | | | | | | 210 | | | | | | | | | | 27 | | | |
| 28 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 260 | 175 | | 0 | | | | | | | | | 260 | 230 | | | | | | | | | | 28 | | | |
| 29 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 255 | 285 | | | | | | | | | 0 | 150 | 255 | | 435 | | | | | | | | | 29 | | | |
| 30 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 465 | | 360 | | | | | | | 150 | 0 | 180 | | 435 | 480 | | | | | | | 30 | | | |
| 31 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 390 | | | | 360 | | 210 | | | | 180 | 0 | | 580 | 420 | | | | | | | 31 | | | |
| 32 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 260 | 255 | | | 0 | 75 | 330 | | | | | 32 | | |
| 33 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 230 | | | 75 | 0 | 300 | | 185 | | | 33 | | |
| 34 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 435 | 435 | 580 | 330 | 300 | 0 | 300 | 260 | 320 | | | 34 | |
| 35 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 480 | 420 | | 300 | 0 | | 180 | | | 35 | | |
| 36 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 185 | 260 | | 0 | 450 | 260 | | | 36 | | |
| 37 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 320 | 180 | 450 | 0 | | 480 | | | 37 | |
| 38 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 260 | | 0 | 330 | 110 | | | 38 | |
| 39 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 480 | 330 | 0 | 150 | | | 39 |
| 40 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 110 | 150 | 0 | | 40 |

3. O mapa 1 a seguir traz alguns pontos numerados e destacados em azul, informando a localização de farmácias, por exemplo, existentes em um bairro qualquer.



Mapa 1

O mapa 2, apresenta o grafo completo das ligações entre os nós (farmácias).



Mapa 2

A matriz de adjacência desse grafo, mostrando as distâncias entre cada par de farmácias é mostrada a seguir:

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|------|------|-----|------|------|------|------|------|
| 0 | x | 325 | 430 | 295 | 960 | 710 | 1340 | 280 |
| 1 | 325 | x | 490 | 535 | 322 | 1022 | 1350 | 330 |
| 2 | 560 | 420 | x | 554 | 605 | 590 | 891 | 215 |
| 3 | 270 | 535 | 570 | x | 947 | 754 | 1288 | 250 |
| 4 | 940 | 325 | 652 | 1023 | x | 584 | 396 | 1210 |
| 5 | 850 | 1080 | 573 | 827 | 584 | x | 680 | 840 |
| 6 | 1560 | 1350 | 960 | 1076 | 496 | 680 | x | 1320 |
| 7 | 280 | 380 | 342 | 331 | 1387 | 840 | 1209 | x |

Pede-se: Implementar o algoritmo de Floyd-Warshall e obter o caminho mínimo entre todos os pares de vértices do grafo das farmácias, exibindo as matrizes de solução.

- Usando o aplicativo Google Maps selecione de 8 a 10 farmácias e obtenha suas coordenadas UTM. Feito isso, determine a matriz de adjacência e aplique o algoritmo de Floyd-Warshall implementado.

Obs: usar o editor de texto Word ou semelhante para entrega do trabalho.

Bom trabalho!