

Universidade Federal do Espírito Santo

Centro Tecnológico
Mestrado em Informática

**Ambiente Computacional para o Problema de
Seleção de Carteiras de Investimento baseado na
Predição de Retornos**

Mestrando
Fábio Daros de Freitas

Orientador
Francisco José Negreiros Gomes

Co-Orientador
Alberto Ferreira de Souza

Dissertação submetida ao corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Informática da Universidade Federal do Espírito Santo como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Informática.

Vitória-ES, Dezembro de 1997

Freitas, Fábio Daros de

Ambiente Computacional para o Problema de Seleção de Carteiras de
Investimento baseado na Predição de Retornos [Vitória-ES] 1997

XII, 126 p., 29.7 cm, (UFES, M. Sc., Informática, 1997)

Dissertação – Universidade Federal do Espírito Santo, PPGI

1. Seleção de Carteiras 2. Redes Neurais 3. Predição de Séries Tem-
porais

I. PPGI/UFES II. Título (Série).

Ao Chico

Agradecimentos

Ao Professor Francisco pela inspiração, motivação e entusiasmo.

Ao Professor Alberto pelo empenho e dedicação.

Ao amigo André Araújo pelas inúmeras e frutíferas discussões.

Aos pais e amigos pela compreensão e alento.

A todos que contribuíram de alguma forma para a realização deste trabalho.

Resumo da Tese apresentada ao PPGI como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M. Sc.)

Ambiente Computacional para o Problema de Seleção de Carteiras de
Investimento baseado na Predição de Retornos

Fábio Daros de Freitas

Dezembro de 1997

Orientador: Francisco José Negreiros Gomes

Co-Orientador: Alberto Ferreira de Souza

Programa: Pós-Graduação em Informática

O modelo de Markowitz para a seleção de carteiras de investimento define suas variáveis de retorno esperado e risco como medidas estatísticas de primeira ordem, o que o leva a ser conhecido por *modelo média-variância*.

Este trabalho propõe uma adaptação deste modelo original a uma abordagem de predição de séries históricas. Através de um preditor baseado em Redes Neurais, obtemos uma aproximação do valor futuro do retorno para cada título, que será utilizada como retorno esperado no modelo de Markowitz. Este modelo é denominado *modelo predição-desvios quadráticos*. Foram conduzidos experimentos comparativos, através de simulações de investimento com dados reais, nos quais o modelo predição-desvios quadráticos apresentou um retorno 12.39% maior que o modelo média-variância.

Abstract of Thesis presented to PPGI as partial fulfillment of the requirements for the degree of
Master of Science (M. Sc.)

Computational Environment to Portfolio Selection Using Predicted Returns

Fábio Daros de Freitas

December, 1997

Thesis Supervisor: Francisco José Negreiros Gomes

Thesis Co-Supervisor: Alberto Ferreira de Souza

Department: Programa de Pós-Graduação em Informática

The Markowitz Portfolio Selection Model defines the return and risk variables as first-order statistical measurements, which have made this model to be known as *the mean-variance model*.

This work presents a variant of the Markowitz Model that uses time-series prediction instead of first order statistical measurements. We have used a Neural Network predictor for providing an estimation of the returns, which were used as expected returns on the Markowitz Model. The resulting new model has been named *prediction-quadratic deviation model*. We have carried out experiments on investment simulation using real data on which the prediction-quadratic deviation model achieved a return 12.39% larger than the mean-variance model.

Sumário

1	Introdução	1
2	O Problema da Seleção de Carteiras	5
2.1	O Mercado de Ações	5
2.2	Retorno e Risco no Investimento em Ações	8
2.2.1	Retorno	8
2.2.2	Risco	11
2.3	Carteiras de Eficientes	15
2.3.1	Retorno e Risco na Formação de Carteiras	16
2.3.2	Modelo de Otimização de Carteiras de Markowitz	19
2.4	Fronteira Eficiente	20
3	Predição do Valor Futuro de Ações Utilizando Redes Neurais	22
3.1	O Problema da Predição de Séries Financeiras	23

3.2	Uma Abordagem Através de Redes Neurais	25
3.2.1	Modelo Neural Auto-regressivo	27
4	Seleção de Carteiras Baseada na Predição de Retornos	31
4.1	Retorno Esperado e Retorno Predito	32
4.2	Risco Associado ao Retorno Predito	33
4.3	Modelo de Markowitz com Retornos Preditos	34
4.3.1	Retorno	34
4.3.2	Risco	35
4.3.3	Modelo de Seleção de Carteiras Baseado na Predição de Re- tornos	36
5	Experimentos e Resultados	37
5.1	Ambiente Computacional	39
5.2	Títulos e Séries Históricas	40
5.3	Preditor Neural	43
5.3.1	O Simulador de Redes Neurais Aspirin/MIGRAINES	44
5.3.2	Algoritmos e Programas	49
5.3.3	Resultados	57
5.4	Geração da Fronteira Eficiente	81
5.4.1	O Otimizador CPLEX	81

5.4.2	Algoritmos e Programas	85
5.4.3	Resultados	90
5.5	Simulação de Investimento	116
5.5.1	Algoritmos e Programas	116
5.5.2	Resultados	118
6	Conclusão	121

Lista de Figuras

2.1	Fronteira Eficiente para o exemplo de Markowitz	21
3.1	Neurônio Artificial	25
3.2	Rede Neural Monocamada $Ar(p)$	28
3.3	Rede Neural Multicamada $Ar(p)$	29
5.1	Diagrama de etapas dos experimentos	38
5.2	Diagrama de etapas para a predição das séries históricas	45
5.3	Arquivo Aspirin para a rede neural dos experimentos	46
5.4	Variação do número de neurônios da camada hidden	48
5.5	Variação do número de neurônios da entrada	49
5.6	Formato do arquivo para uma série de 8 períodos	52
5.7	Formato do arquivo $Ar(4)$ para uma série de 8 períodos	52
5.8	Conjunto de treinamento $Ar(4)$ para uma série de 8 períodos	53

5.9	Diagrama de processos para a geração da Fronteira Eficiente	82
5.10	Exemplo de arquivo MPS	84
5.11	Comandos para a solução de um modelo no CPLEX	84
5.12	Arquivo MPS para o exemplo de Markowitz	90
5.13	Fronteira Eficiente para o modelo média-variância	92
5.14	Fronteira Eficiente para o modelo predição-desvios quadráticos . . .	92
5.15	Fronteiras Eficientes para os modelos predição-desvios quadráticos e média-variância	93
5.16	Diagrama de processos para a simulação de investimento	117
5.17	Simulação de Investimento para o modelo predição-desvios quadráticos e modelo média-variância	120

Lista de Tabelas

2.1	Distribuição de probabilidades dos retornos para o título A	13
2.2	Distribuição de probabilidades dos retornos para o título B	13
2.3	Demonstrativo da carteira formada com os título A e B	17
5.1	Massa de dados utilizada nos experimentos	41
5.2	Títulos participantes	43
5.3	Estatísticas dos erros de predição	58
5.4	Resultado comparativo entre os modelos média-variância e predição- desvios quadráticos	119

Capítulo 1

Introdução

A análise de investimentos tem por objetivo disponibilizar um conjunto de métodos e ferramentas para planejamento e gerência de projetos e investimentos. Diante de fluxos de receitas e despesas futuras não perfeitamente definidos e de ocorrência incerta, diz-se que estes projetos estão sob incerteza e risco [1]. Quando estes projetos e investimentos são divisíveis, o objetivo do analista de investimentos é obter uma combinação linear das várias alternativas possíveis, que minimize o risco do investimento para um retorno esperado, ou, de forma equivalente, maximize o retorno do investimento para um determinado nível de risco. Esta estratégia, que é fundamentada na minimização do risco através da diversificação dos investimentos, é denominada *Seleção de Carteiras* e foi proposta originalmente por Harry Markowitz [2]. Apesar de ser uma estratégia de gerência de ativos de um modo geral, a sua utilização é mais difundida no *mercado de ações*.

O problema da seleção ótima de carteiras pode ser definido da seguinte forma: Dados N títulos participantes, com seus respectivos retornos esperados R e riscos r , desejamos saber que participações $x_i (i = 1, \dots, N)$ do capital disponível, a serem investidas em cada título i , minimizam o risco da carteira r_c para um retorno total esperado da carteira R_c no período T .

O modelo original de Markowitz define suas variáveis de retorno esperado e risco como medidas estatísticas de primeira ordem, o que o leva a ser conhecido também por *modelo média-variância*. Como o objetivo do modelo é resolver um problema de alocação de investimentos sob incerteza e risco, esta abordagem implica que a eficácia do modelo melhora à medida em que os retornos dos títulos seguem seu comportamento médio. Esta situação não é frequentemente verificada na prática, como sugerem os padrões das variações das cotações diárias dos títulos, dos índices das bolsas de valores e de outros indicadores econômicos.

Neste trabalho mostraremos uma adaptação deste modelo original que emprega a predição de séries históricas. Através de um preditor baseado em Redes Neurais, mostraremos ser possível obter uma aproximação do valor futuro do retorno de cada título. Denominaremos esta aproximação de *retorno predito*, e o seu valor será utilizado como retorno esperado no modelo de Markowitz. Denominaremos este modelo adaptado de *modelo predição-desvios quadráticos*. Foram conduzidos experimentos comparativos com as carteiras ótimas formadas pelos modelos média-variância e predição-desvios quadráticos. Nestes experimentos, o modelo predição-desvios quadráticos apresentou um desempenho melhor que o modelo média-variância em vários casos, analisados em detalhes no final deste trabalho.

Este trabalho está estruturado em seis capítulos. Após esta introdução, o capítulo 2 faz um breve resumo das principais características do mercado de ações e define os conceitos de retorno e risco no investimento em ações. Em seguida, o problema de seleção de carteiras é definido através do conceito de carteiras de risco mínimo. Finalizando o capítulo, o modelo de Markowitz para a seleção de carteiras é apresentado e o conceito de *fronteira eficiente* é introduzido.

O capítulo 3 aborda o problema de predição de séries históricas aplicado à determinação do valor futuro de ações. O enfoque é na utilização de preditores baseados em Redes Neurais. O modelo neural utilizado é apresentado, bem como algumas considerações sobre a utilização de redes neurais em problemas do mundo real.

O capítulo 4 descreve o modelo predição-desvios quadráticos para o problema de seleção de carteiras. As variáveis de retorno e risco para este modelo são definidas e sua formulação é apresentada.

O capítulo 5 relata os experimentos e os resultados obtidos. Os experimentos apresentados neste capítulo foram divididos em três partes: predição do retorno do títulos, onde foi aplicado o preditor neural para se obter o valor futuro das cotações dos títulos e, conseqüentemente, do retorno futuro destes; determinação da fronteira eficiente, onde foram obtidas as fronteiras eficientes para os modelos média-variância e predição-desvios quadráticos; e simulação de investimentos, onde foram conduzidos experimentos comparativos com relação ao desempenho das carteiras média-variância e predição-desvios quadráticos em períodos futuros.

Finalizando o texto, o capítulo 6 apresenta as conclusões e indicações para trabalhos futuros.

Capítulo 2

O Problema da Seleção de Carteiras

2.1 O Mercado de Ações

Dentro da organização sócio-econômica do mundo moderno, as empresas têm um papel fundamental. Elas são as maiores responsáveis pela produção de bens e serviços [3], além de serem agentes geradores de empregos e desenvolvimento. A empresa, *“organização particular, governamental, ou de economia mista, que produz e/ou oferece bens e serviços, com vista, em geral, à obtenção de lucros¹”*, como entidade organizada que congrega capital e trabalho, é constituída basicamente sob a forma de sociedades. As sociedades mais comuns são as *sociedades por quotas de*

¹Novo Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa

responsabilidade limitada e as sociedades por ações.

As sociedades limitadas são constituídas através de contrato entre os sócios, que estabelece as participações individuais no capital social e no resultado da empresa. Dentre as principais características destas sociedades, destacam-se a restrição de cotas apenas nominativas e a responsabilidade, por parte dos sócios, restrita ao capital social da empresa. Esta última característica dificulta bastante o aporte vultoso de recursos em empreendimentos de risco por estas sociedades.

As sociedades por ações surgiram como uma forma de viabilizar tais aportes, já que as participações e responsabilidades dos acionistas são proporcionais à quantidade de ações adquiridas. Em última análise, as ações são títulos de propriedade destas empresas, sendo basicamente das seguintes espécies:

- Ordinárias - ações com direito a voto nas assembléias gerais das empresas.
- Preferenciais - possuem prioridade na distribuição de dividendos e reembolso de capital, podendo ter direito a voto em ocasiões especiais.

Ainda, as ações podem ser subscritas² nas seguintes formas:

- Nominativas - são emitidas através de certificados em nome de um titular.
- Endossáveis - são ações nominativas na emissão, porém podem ser transformadas em ações ao portador.

²Ato da venda de ações prontamente emitidas pela empresa

- Ao portador - sem um titular especificado na emissão.
- Escriturais - são ações nominativas não representadas por certificados. O controle dos titulares é realizado por instituições financeiras autorizadas.

Uma vez subscritas, as ações podem ser vistas como bens negociáveis cujos preços variam ao longo do tempo, podendo, desta forma, tornar-se objeto de realização de lucro, ou prejuízo, em transações de compra e venda. As principais entidades mediadoras destas transações são as *corretoras de valores*, que se congregam em outras entidades, as *Bolsas de Valores*. As Bolsas de Valores são associações civis sem finalidade lucrativa cujos sócios são as corretoras de valores. As transações de compra e venda são realizadas dentro do recinto das Bolsas de Valores pelos funcionários das corretoras, durante um expediente denominado *pregão*. Dentre as principais atividades de competência das Bolsas de Valores, destacam-se [3]:

1. Manter local ou sistema adequado à realização de operações de compra e venda de títulos e valores mobiliários, em mercado livre e aberto, especialmente organizado e fiscalizado pelas corretoras-membros e pelas autoridades competentes.
2. Dotar o referido local ou sistema de todos meios necessários à pronta e eficiente realização e visibilidade das operações.
3. Divulgar as operações realizadas com rapidez e riqueza de detalhes.

2.2 Retorno e Risco no Investimento em Ações

A técnica tradicional para a análise de investimentos aplicada ao mercado de ações é baseada no chamado *valor intrínseco* da ação, que é calculado a partir da saúde financeira (patrimônio líquido, etc ...), do desempenho da empresa (pagamento de dividendos, etc ...), bem como da conjuntura econômica. Desta forma, a análise de investimentos aplicada ao mercado de ações consiste em projetar este valor intrínseco para o horizonte de investimento³ e descontá-lo para o presente. Se o preço da ação estiver abaixo do valor descontado, diz-se que esta ação está subavaliada e a sua compra é recomendada, ou, caso contrário, superavaliada e recomenda-se a venda. Esta técnica é a base da *Escola Fundamentalista*[4, 3] para análise do investimento em ações. Porém, imperfeições chamadas de *ineficiência do mercado*, fazem com que o preço das ações reflitam o seu valor intrínseco somente no longo prazo[3]. Por esta razão, atualmente a análise do investimento em ações enfatiza as estimativas de retorno e risco ao invés de preços e dividendos.

2.2.1 Retorno

A motivação para o investimento em ações, por parte das pessoas, se dá por diversos fatores. Desde escolhas racionais, como o controle de corporações ou manobras de estratégia empresarial, até aspectos psicológicos e sociais, como a busca de prestígio e poder [4]. Apesar desta diversidade de estímulos, a grande maioria das pessoas investe em ações com o objetivo de realizar lucro nesta operação. Ou seja, obter um

³Período ao final do qual o resultado do investimento é aferido

retorno satisfatório em relação ao capital investido. A necessidade da medição deste retorno surge como consequência direta deste objetivo. Antes de chegarmos a esta medida, vamos definir as formas conceituais do retorno:

- *Retorno Realizado* - é o retorno gerado após a ocorrência do evento ou fato gerador, ou seja, é a história.
- *Retorno Esperado* - é a estimativa de retorno para um período futuro determinado, que pode ou não se realizar.

Componentes do Retorno

Os componentes básicos do retorno no investimento em ações são a variação de preço e a remuneração paga, sob a forma de dividendos ou outros mecanismos. Assim, o retorno realizado total para o período de investimento é expresso por [4, 1]:

$$R_p = \frac{D_p + (P_f - P_i)}{P_i} \quad (2.1)$$

onde,

R_p é o retorno total realizado no período p , D_p é a remuneração paga no período, P_f e P_i são os preços de mercado da ação no fim e início do período, respectivamente.

Medidas do Retorno

Diante do problema da escolha entre alternativas de investimento (i.e. em quais títulos se deve investir?), surge a necessidade de uma medida do retorno esperado

para o período futuro. A medida mais amplamente utilizada é o valor esperado da série histórica dos retornos realizados de um título, ou seja, sua média aritmética, definida por:

$$\bar{R} = \frac{1}{N} \sum_{p=1}^N R_p \quad (2.2)$$

onde,

\bar{R} é o retorno esperado para o período futuro, N é o número de períodos passados observados e R_p é o retorno realizado no período passado p .

Porém, se trabalharmos com um horizonte de investimento maior que um período futuro, e desejarmos reinvestir o resultado a cada período, esta medida torna-se inadequada.

Suponha que um investidor compre ações ao preço de 100 u.m.⁴ no início do ano 1, e ao término deste ano o preço suba para 200 u.m. e não haja pagamento de dividendos. O retorno realizado, se as ações fossem vendidas nesta data, seria $(200 - 100)/100 = 1$, ou 100%. Suponha agora que, ao término do ano 1 o investidor venda as ações e as recompre, e que ao término do ano 2 o preço caia para 100 u.m e também não haja pagamento de dividendos. O retorno médio aritmético realizado seria então $(1 - 0.5)/2 = 0.25$, ou 25%. Porém, utilizando a equação 2.1, com $P_f = P_i$, o retorno total realizado no período é zero! O problema é que o reinvestimento do resultado de 100% ao término do ano 1, não é percebido pela média aritmética.

Então, para investimentos ao longo de múltiplos períodos com reinvestimento

⁴u.m. = unidades monetárias

de resultado, a medida de retorno adequada é a média geométrica dos retornos realizados [2, 4], definida por:

$$G = \sqrt[N]{(1 + R_1)(1 + R_2)(1 + R_3) \cdots (1 + R_N)} - 1 \quad (2.3)$$

onde, G é o retorno esperado para os N períodos futuros, R_p é o retorno realizado em cada período futuro p .

2.2.2 Risco

A análise de investimentos, mais estritamente na *Teoria da Decisão*, define três situações possíveis para a tomada de decisão [1]:

1. Situação de Certeza - uma decisão tomada gera sempre o mesmo resultado.
2. Situação de Incerteza - uma decisão tomada pode gerar vários resultados possíveis, cujas probabilidades de ocorrência são desconhecidas ou não podem ser determinadas.
3. Situação de Risco - uma decisão tomada pode gerar vários resultados possíveis, porém, com probabilidades de ocorrência conhecidas ou estimáveis.

Componentes do Risco

O conceito de risco aplicado à análise de ações é definido como a *possibilidade do retorno realizado*⁵ *ser menor que o retorno esperado* [4]. Existem vários fatores que

⁵Retorno realizado é o retorno aferido no horizonte de investimento

podem influenciar na realização, ou não, deste retorno esperado. Sob este aspecto, o risco pode ser classificado como *sistemático* ou *não sistemático*, cujas definições seguem abaixo [3, 4]:

- Risco Sistemático - é gerado por fatores que afetam o mercado como um todo, como a conjuntura econômica, política e social e as catástrofes naturais. Também é denominado *risco não diversificável*, pois uma vez que o mercado é afetado como um todo, os preços de quase todos os títulos se movem juntos na mesma direção. Assim, este risco não pode ser alterado pela troca de posições de empresas ou setores alternativos.
- Risco Não Sistemático - é gerado por fatores inerentes à própria empresa ou setor. Incompetência administrativa, problemas trabalhistas, qualidade da produção e a preferência do produto pelo consumidor, por exemplo, podem afetar o retorno esperado das ações da empresa. Uma vez que o investidor pode se proteger desta fonte de risco adquirindo ações de outras empresas e setores não afetados, diz-se que esta é a componente de *risco diversificável*.

Medidas do Risco

Após definirmos o risco conceitualmente, vamos partir para a sua formalização matemática. As tabelas 2.1 e 2.2 mostram as distribuições de probabilidade dos retornos para os títulos A e B. A primeira coluna mostra os retornos realizados, a segunda mostra suas probabilidades e a terceira mostra o produto das duas anteriores, os retornos ponderados pelas suas probabilidades. O valor esperado, ou média,

TÍTULO A

(1) Retorno %	(2) Probabilidade	(1) \times (2)
7	0.05	0.35
8	0.10	0.80
9	0.20	1.80
10	0.30	3.00
11	0.20	2.20
12	0.10	1.20
13	0.05	0.65
$\Sigma=1.00$		$\bar{A} = 10.00 \%$

Tabela 2.1: Distribuição de probabilidades dos retornos para o título A

TÍTULO B

(1) Retorno %	(2) Probabilidade	(1) \times (2)
9	0.30	2.70
10	0.40	4.00
11	0.30	3.30
$\Sigma = 1.00$		$\bar{B} = 10.00 \%$

Tabela 2.2: Distribuição de probabilidades dos retornos para o título B

de uma variável aleatória é definido por:

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^N x_i P(x_i) \quad (2.4)$$

onde,

\bar{X} é a média ou valor esperado da variável aleatória, N é o número de amostras, x_i os valores observados da variável e $P(x_i)$ as probabilidades associadas a x_i . Observamos pela terceira coluna das tabelas, que os títulos A e B têm o mesmo retorno médio (10.00). Este retorno médio está no centro das duas distribuições, e os outros possíveis retornos se encontram acima ou abaixo dele. Assim, a dispersão dos retornos em torno do retorno médio, que é diferente para os dois títulos, pode nos dar uma noção de risco para os dois títulos.

A medida de dispersão proposta originalmente por Markowitz [5] é a variância, definida por:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^N P(x_i)(x_i - \bar{X})^2 \quad (2.5)$$

onde,

σ^2 é a variância da série, N é o número de períodos passados observados, $P(x_i)$ é a probabilidade associada ao valor x_i e \bar{X} é o retorno médio da série. Assim, o risco associado ao valor esperado de uma série de retornos é definido por:

$$v = \sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (R_i - \bar{R})^2 \quad (2.6)$$

onde,

v é o risco da série de retornos, N é o número de períodos passados observados, R_i é o retorno no período i e \bar{R} é o retorno médio da série.

A determinação de medidas de risco na análise de ações é objeto de extensa pesquisa. Nos últimos anos, medidas de risco como a semi-variância [2], o desvio médio-absoluto [6], entre outras, estão ganhando bastante aceitação entre os analistas de ações.

2.3 Carteiras de Eficientes

A seção anterior apresentou as medidas de retorno e risco para o investimento em ações. Também sabemos que as pessoas “*querem o lucro (retorno)*”, ou seja, o investidor deseja obter o maior retorno possível no seu investimento. Então, o problema de alocação de investimentos poderia ser definido como o de maximização do retorno, e uma solução viável seria: *Aplique 100% do capital disponível no título com o maior retorno esperado.*

Porém, o que aconteceria se o título de maior retorno esperado realizasse um prejuízo no período? Este prejuízo seria aplicado em 100% do capital disponível. Neste caso, a estratégia da maximização do retorno não é uma boa estratégia. O problema, é que além de querer o retorno, as pessoas também “*não querem o risco!*”. As relações individuais de preferência entre retorno e risco são objeto de estudo da *Teoria da Utilidade*, proposta por John von Newmann e Oskar Morgenstern [7].

Uma estratégia mais racional, seria aplicar partes, ou *participações* do capital disponível em alguns títulos. Pois desta forma, o eventual prejuízo gerado por um ou mais títulos, seria aplicado somente às suas participações do capital. Poderíamos

ainda, escolher títulos que se movimentassem distintamente, ou seja, com menor possibilidade de realizarem prejuízo simultaneamente. Este conjunto de títulos escolhidos é denominado *Carteira*, e esta estratégia é denominada *minimização do risco através da diversificação de investimentos*.

2.3.1 Retorno e Risco na Formação de Carteiras

Analogamente à necessidade de medidas de retorno e risco na análise de ações, a *Análise de Carteiras* requer medidas de retorno e risco para o conjunto de títulos que formam uma determinada carteira. É através destas medidas que o analista pode comparar várias carteiras entre si, e escolher a mais adequada para uma determinada situação de investimento.

Retorno de uma Combinação de Ativos

Vamos formar uma carteira com dois títulos, A e B. As participações serão 30% e 70% respectivamente, relativo ao capital disponível. Vamos supor que os retornos realizados no período sejam 7% para o título A e 9% para o B. O retorno total para o capital investido é composto pelos retornos das participação de cada título. Neste caso, foi realizado um retorno de 8.4% sobre o capital investido. A tabela 2.3 demonstra os resultados desta carteira. Generalizando para qualquer número de ativos, temos que: O retorno de uma combinação linear de ativos é igual à combinação linear, com as mesmas participações, dos retornos de cada ativo [2].

CARTEIRA FORMADA PELOS TÍTULOS A E B

Título	Participação	Retorno do Título	Retorno da participação
A	0.30	0.07	0.021
B	0.70	0.09	0.063
$\Sigma = 1.00$		$\Sigma = 0.084$	

Tabela 2.3: Demonstrativo da carteira formada com os título A e B

Analiticamente temos:

$$\mathcal{R} = \sum_{i=1}^M X_i \bar{R}_i \quad (2.7)$$

onde,

\mathcal{R} é o retorno da carteira, M é o número de títulos participantes, X_i e \bar{R}_i são a participação e o retorno esperado de cada título, respectivamente.

Risco de uma Combinação de Ativos

Retomando a carteira formada pelos títulos A e B, vamos supor que os riscos (variâncias) dos títulos são σ_A^2 e σ_B^2 respectivamente. Ao combinarmos estes ativos, o risco desta combinação tem um significado diferente, denominado *Risco Interativo*[4].

Se o movimento das séries históricas dos retornos de A e B segue o mesmo sentido, dizemos que o risco interativo é positivo. Se seguem sentidos contrários, dizemos que o risco interativo é negativo. Este risco interativo é medido pela co-

variância das duas séries de retornos e definido por:

$$\gamma_{AB} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (R_A - \bar{R}_A)(R_B - \bar{R}_B) \quad (2.8)$$

onde,

γ_{AB} é a covariância das séries dos retornos de A e B, N é o número observações, R_A, \bar{R}_A, R_B e \bar{R}_B são os retornos e as médias das séries de A e B respectivamente. Se calcularmos o risco interativo de uma série de retornos em relação a ela mesma, observaremos que o resultado será a variância, ou seja, a sua medida de risco quando tratada isoladamente. Assim, verificamos a consistência entre estas duas medidas de risco.

Generalizando para qualquer número de ativos, temos que: O risco (ou variância) de uma combinação linear de ativos é igual à soma dos riscos (ou variâncias) individuais vezes o quadrado das participações de cada ativo, mais a soma dos riscos interativos (ou covariâncias) vezes as suas respectivas participações para cada par de ativos. Analiticamente temos:

$$\mathcal{V} = \sigma_c^2 = \sum_{i=1}^M X_i^2 v_i + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1, i \neq j}^M X_i X_j \gamma_{ij} \quad (2.9)$$

Na forma contraída, ou de covariâncias, temos:

$$\mathcal{V} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M X_i X_j \gamma_{ij} \quad (2.10)$$

onde, nas duas expressões, \mathcal{V} é o risco da carteira, X_i, v_i são, respectivamente, as participações e riscos de cada título i e os γ_{ij} são as covariâncias dos títulos i e j .

2.3.2 Modelo de Otimização de Carteiras de Markowitz

Uma vez que definimos as medidas de retorno e risco para uma carteira, nosso problema é, então, escolher dentre as várias carteiras possíveis, aquelas cujas medidas de retorno e risco se adequem aos nossos interesses. Lançando mão, novamente, da psicologia da aversão ao risco [4], poderíamos dizer que “*o investidor deseja alcançar um nível de retorno satisfatório, sob o menor risco de realização admissível possível*”. Onde, as quantizações pessoais “retorno satisfatório” e “risco admissível” podem ser determinadas através da teoria da utilidade[7, 4, 3].

Baseado nas premissas acima, Harry M. Markowitz desenvolveu, em 1952, um modelo que determina a(s) carteira(s) de menor risco, para um determinado retorno. Este modelo formula um problema de programação quadrática para a minimização do risco da carteira, conhecido como *Modelo de Otimização de Carteiras de Markowitz* [5, 2], apresentado a seguir.

Minimizar

$$\mathcal{V} = \sum_{i=1}^M X_i^2 v_i + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1, i \neq j}^M X_i X_j \gamma_{ij} \quad (2.11)$$

Sujeito a

$$\sum_{i=1}^M X_i \bar{R}_i = \mathcal{R} \quad (2.12)$$

$$\sum_{i=1}^M X_i = 1 \quad (2.13)$$

$$X_i \geq 0, i = 1, \dots, M \quad (2.14)$$

A equação 2.12 é a restrição do nível de retorno desejado, a equação 2.13 garante a

alocação total de recursos e a equação 2.14 restringe o modelo para negociações de compra apenas.

Parametrizando-se este modelo em função de \mathcal{R} , obtém-se um conjunto de carteiras que apresentam o menor risco viável para o retorno desejado. Estas carteiras são denominadas *Carteiras de Risco Mínimo* ou *Carteiras Eficientes*. O termo *diversificação eficiente* define a diversificação de investimentos através de carteiras eficientes.

Uma generalização deste modelo foi apresentada por Araruna [8] e algoritmos para sua solução foram descritos por Negreiros-Gomes [9].

2.4 Fronteira Eficiente

Na fase final da tomada de decisão do investimento, as várias alternativas de retorno e risco são comparadas. Naturalmente, o investidor racional deve considerar apenas as carteiras eficientes.

O *locus* do espaço bidimensional retorno/risco, onde se encontram todas as carteiras eficientes possíveis, é denominado *Fronteira Eficiente*. Cada universo de títulos apresenta sua fronteira eficiente, que depende apenas dos valores de retorno esperado e risco dos títulos.

A figura 2.1 mostra a fronteira eficiente para carteiras formadas a partir dos 9 títulos utilizados nos exemplos de Markowitz[2], pp 8-13.

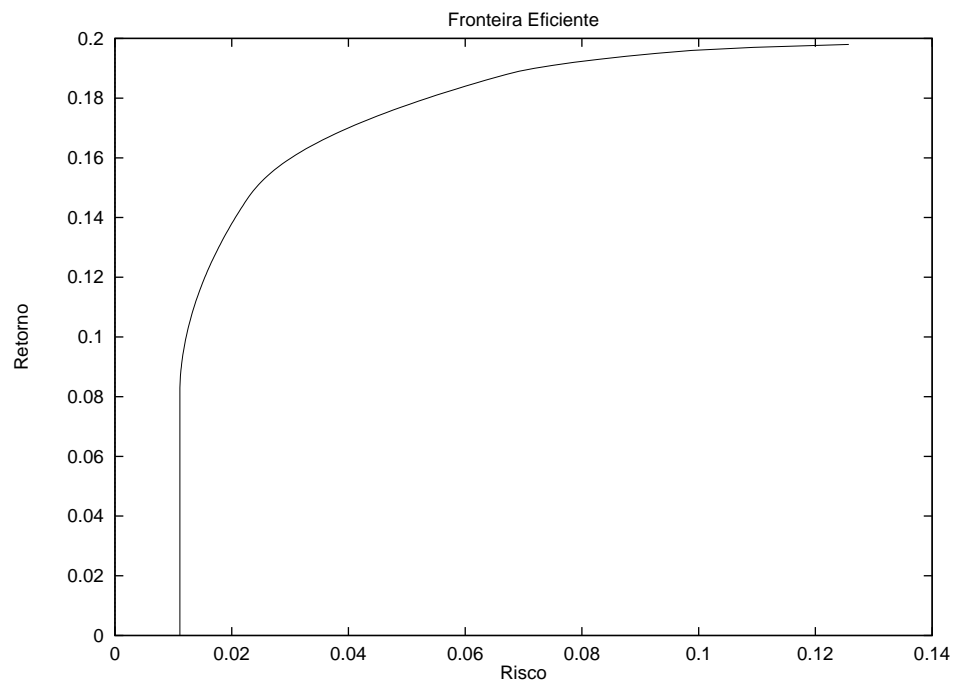


Figura 2.1: Fronteira Eficiente para o exemplo de Markowitz

Capítulo 3

Predição do Valor Futuro de Ações Utilizando Redes Neurais

A abordagem clássica para o problema de predição de séries históricas é baseada em modelos estatísticos. No entanto, a utilização de redes neurais tem se mostrado uma alternativa bastante viável a estes modelos. Resultados superiores, comparados aos da regressão linear [10] e de modelos mais sofisticados, como os de *Box-Jenkins* [11, 12], e a diminuição significativa do trabalho de modelagem das séries são fatores determinantes para a popularização do uso deste paradigma.

A predição de séries econômico-financeiras utilizando modelos de redes neurais tem atingido bons resultados em áreas tão distintas quanto indicadores macroeconômicos [13] e mercado de capitais [14]. Os problemas inerentes à modelagem das séries e a seleção de arquiteturas e algoritmos que garantam determinados níveis de

erro de predição ainda são objeto de intensa pesquisa [15, 16].

3.1 O Problema da Predição de Séries Financeiras

A teoria econômica moderna formula duas hipóteses básicas para o comportamento das séries históricas dos títulos de mercado [3]. A Hipótese do Mercado Eficiente (*Efficient Market Hypothesis-EMH*) estabelece, na sua forma fraca, que os preços atuais dos títulos já trazem toda a informação contida nas suas séries históricas. Então, não haveria nenhuma vantagem, em termos da predição de futuro, em examinar a série histórica dos preços. Esta forma fraca da EMH é conhecida como teoria do *random walk*. A forma semi-forte estabelece que, além da informação passada, os preços atuais refletem toda a informação publicamente disponível no momento. A forma forte acrescenta as informações privativas ou privilegiadas à anterior [4, 3].

A hipótese contrária à EMH, mais especificamente ao *random walk*, admite que cada posição dos preços é dependente do seu percurso passado. A *Análise Técnica de Ações* [3] trabalha nesta hipótese, utilizando a análise gráfica de tendências como sua principal ferramenta.

Apesar de existirem testes empíricos contra e a favor das duas hipóteses, nenhum experimento conclusivo que permitisse eliminar completamente uma delas foi ainda apresentado.

A abordagem de séries históricas para a predição de preços futuros segue ao encontro da análise técnica. Uma série histórica é *um conjunto de valores gerado a par-*

tir da observação seqüencial de um fenômeno, em intervalos discretos e eqüidistantes de tempo [11].

Modelando as séries históricas como um sistema, podemos tratar os componentes do preço atual como funções dos seus valores passados, bem como de outros ativos econômicos. O modelo de predição que utilizaremos trata o comportamento das séries históricas dos preços das ações como se fosse gerado por um sistema não linear dinâmico, cujas entradas são representadas pelos valores históricos e a saída é o valor para o período futuro.

Assim, o problema da predição dos preços é definido da seguinte forma: Dada a série histórica de preços

$$P = (p_t, p_{t-1}, p_{t-2}, \dots). \quad (3.1)$$

achar um sistema de predição \mathcal{S}_P , tal que:

$$p_{t+1} = \mathcal{S}_P(P) + \varepsilon \quad (3.2)$$

onde,

p_i são os valores históricos dos preços em relação à origem t e ε é o erro da predição.

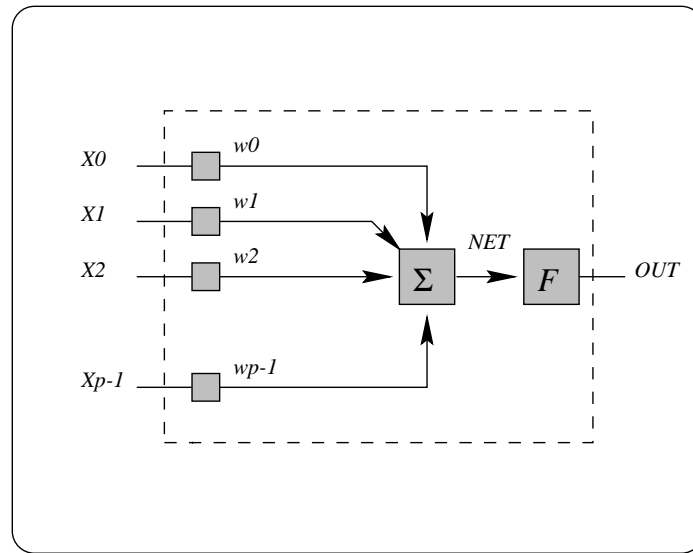


Figura 3.1: Neurônio Artificial

3.2 Uma Abordagem Através de Redes Neurais

As redes neurais são um paradigma de computação que tenta imitar, em alguns níveis, o funcionamento do cérebro humano. Elas são compostas por elementos de processamento, os *Neurônios*, que implementam operações bastante simples. Estes elementos são interligados através de conexões ponderadas chamadas *Sinapses*. Os neurônios e sinapses são organizados em camadas, cujo número de neurônios e o padrão de conexão entre eles, bem como a arquitetura da organização das camadas, definem a *Topologia* da rede neural.

A operação básica realizada pelo neurônio artificial é a soma das suas entradas, ponderadas pelos pesos da sinapse que as conecta, aplicada a uma *Função de Transferência ou de Ativação*. A figura 3.1 mostra um modelo de neurônio artificial e as equações 3.3 e 3.4 representam a operação realizada pelo neurônio.

$$NET = \sum_{i=0}^p X_i w_i \quad (3.3)$$

$$OUT = F(NET) \quad (3.4)$$

onde,

NET é o somatório ponderado das entradas do neurônio, OUT é a saída, $F(\cdot)$ é a função de transferência, e X_i e w_i são, respectivamente, as entradas e pesos das sinapses do neurônio.

Uma vez determinada a topologia adequada para o problema a ser atacado, a rede é submetida a um processo chamado *Treinamento* ou *Aprendizado*. O algoritmo de treinamento mais popular implementa o aprendizado por retropropagação de erros, e é conhecido como algoritmo *Backpropagation* [17, 18, 19]. Este algoritmo consiste na apresentação sistemática de sinais de entrada e saída desejadas, cálculo do erro entre a saída apresentada pela rede e a desejada, e ajuste nos pesos das sinapses em função deste erro. O conjunto de sinais de entrada e saída, agrupados aos pares e utilizados no treinamento da rede neural é denominado conjunto de treinamento.

Apesar de bastante simples, o modelo de neurônio da figura 3.1 é o mais utilizado e oferece bons resultados em aplicações bastante diversificadas. Existem outros modelos de neurônios, geralmente desenvolvidos para aplicações mais es-

pecíficas[20, 19].

Quanto à topologia da rede, as variações são bem maiores e mais dependentes da aplicação. Normalmente, uma topologia define os algoritmos de treinamento utilizados[21].

3.2.1 Modelo Neural Auto-regressivo

O sistema não linear dinâmico \mathcal{S}_p , descrito na seção anterior, pode ser implementado através de uma rede neural. A escolha de um modelo neural para a implementação deste sistema é motivada pelas características de aprendizado e generalização apresentadas pelas redes neurais [18, 19]. As redes neurais conseguem “aprender” a representar o sistema através de um algoritmo de aprendizado apropriado. A rede extrai esta representação de um conjunto de amostras dos sinais de entrada e saída deste sistema, denominado *Training Set*. Durante, e também após, este processo, a rede demonstra a capacidade de filtrar amostras ruidosas, uma característica bastante desejável quando se implementa sistemas que modelam o mundo real.

Uma primeira aproximação para o modelo neural apropriado para este problema é baseada no modelo *Linear Auto-regressivo de ordem p* - $Ar(p)$, descrito da forma:

$$x(t+1) = w_0x(t) + w_1x(t-1) + \dots + w_{p-1}x(t-(p-1)) + \varepsilon. \quad (3.5)$$

onde,

w_i são constantes escolhidas para o problema, p é a ordem da regressão e ε é o erro da estimativa.

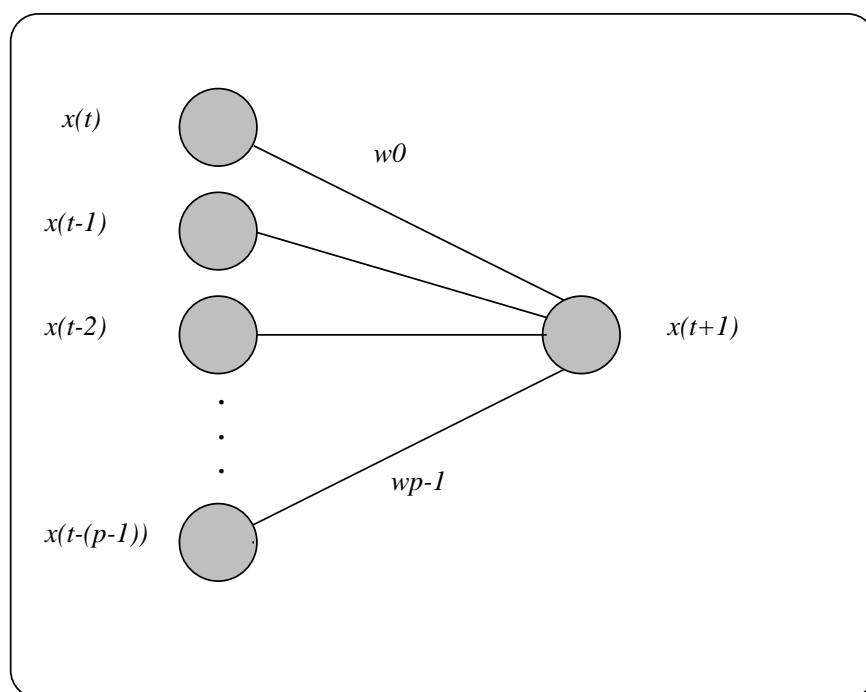


Figura 3.2: Rede Neural Monocamada $Ar(p)$

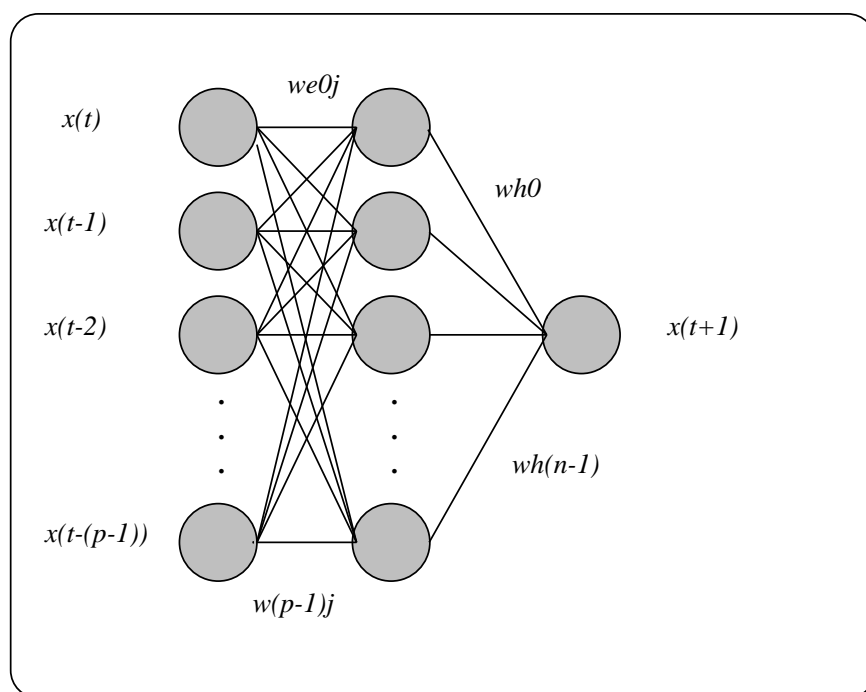


Figura 3.3: Rede Neural Multicamada $Ar(p)$

A figura 3.2 apresenta a topologia desta rede. Esta topologia, contudo, apresenta uma capacidade representativa bastante limitada [22]. Uma forma de aumentar esta capacidade é introduzir uma camada interna de neurônios e aplicar uma função de transferência não linear ao somatório das entradas de cada neurônio [19]. Desta forma, chegamos à topologia da figura 3.3. Analiticamente, temos o seguinte modelo matemático para esta rede neural:

$$x(t+1) = \varphi(w_{h_0}NET_0 + w_{h_1}NET_1 + \cdots + w_{h_{n-1}}NET_{n-1}), \quad (3.6)$$

com,

$$NET_j = \varphi(w_{e_{0j}}x(t) + w_{e_{1j}}x(t-1) + \cdots + w_{e_{(p-1)j}}x(t-(p-1))), \quad (3.7)$$

e,

$$\varphi(y) = \frac{1}{1 + e^{-y}} \quad (3.8)$$

onde,

$\varphi(y)$ é a função de transferência do tipo sigmoidal, w_{h_i} é o peso da conexão do neurônio i da camada interna com o neurônio de saída, $w_{e_{ij}}$ é o peso da conexão da entrada $x(t-i)$ com o neurônio j da camada interna e NET_j é saída do neurônio j da camada interna.

Capítulo 4

Seleção de Carteiras Baseada na Predição de Retornos

No ambiente da análise e seleção de investimentos, o capítulo 2 abordou o problema da seleção de carteiras aplicado ao mercado de capitais como uma estratégia de minimização do risco nesta modalidade de investimento. Estas estratégias são planejadas antes da tomada de decisão para o investimento. Uma vez concretizada a tomada de decisão, o resultado do investimento será percebido ao final do período para o qual foi feita a análise. Assim, os resultados realizados do investimento se aproximam dos esperados à medida em que são realizadas boas estimativas das posições e retornos futuros dos ativos.

4.1 Retorno Esperado e Retorno Predito

As medidas de retorno desenvolvidas no capítulo 2 são utilizadas como estimativas do retorno dos títulos para o período futuro, denominado *retorno esperado*. O valor esperado, ou média, da série histórica de retornos é a medida mais amplamente utilizada como retorno esperado. Porém, como vimos no capítulo 3, a abordagem de séries históricas se mostra como uma alternativa viável para a estimativa do retorno esperado. Admitindo esta abordagem, poderíamos então estimar o retorno esperado das seguintes maneiras:

1. Predição Direta

Aplicando-se um preditor à série histórica dos retornos do título, podemos obter diretamente um valor para o retorno esperado. Assim, para a série histórica dos retornos

$$R' = (R_t, R_{t-1}, R_{t-2}, \dots, R_{t-(P-1)}), \quad (4.1)$$

e utilizando o preditor \mathcal{S}_P de ordem P , o valor do *retorno predito* é dado por:

$$\hat{R} = R_{t+1} = \mathcal{S}_P(R') \quad (4.2)$$

2. Predição Indireta

Primeiro obtemos a predição para preço do título aplicando um preditor à sua série histórica de preços. Em seguida, calculamos o retorno realizado estimado conforme a equação 2.1. Para a série histórica de preços

$$P' = (P_t, P_{t-1}, P_{t-2}, \dots, P_{t-(P-1)}), \quad (4.3)$$

e utilizando o preditor $\mathcal{S}_{\mathcal{P}}$ de ordem P , o preço predito é dado por:

$$\hat{P} = P_{t+1} = \mathcal{S}_{\mathcal{P}}(P'). \quad (4.4)$$

Admitindo não haver remunerações neste período futuro, o retorno predito é calculado pela expressão

$$\hat{R} = \frac{\hat{P} - P_t}{P_t} \quad (4.5)$$

4.2 Risco Associado ao Retorno Predito

Uma vez que definimos o conceito de retorno predito, podemos derivar a sua medida de risco. Usaremos uma formulação baseada na definição do risco associado à realização do retorno médio.

Na seção 2.2.2, a variância da série histórica dos retornos foi utilizada como a medida do risco associado ao retorno médio. A interpretação desta escolha é a quantização através de um valor absoluto da dispersão da série em relação ao seu valor esperado.

Uma série com alta dispersão apresenta uma distribuição de probabilidades mais larga, com valores bastante distantes do valor médio. Assim, a probabilidade de ocorrência de um valor distante da média é comparável à probabilidade de ocorrência do valor médio. Logo, a incerteza da ocorrência do valor médio é alta.

No caso contrário, ou seja, com baixa dispersão, a distribuição de probabilidades é mais estreitada em torno da média, mostrando que os valores estão agrupados muito próximos à média. Neste caso, a probabilidade de ocorrência de um valor distante

da média é bastante baixa, o que implica em uma certeza maior da ocorrência do valor médio.

Baseado nesta interpretação, quantizaremos o risco associado ao retorno predito através da mesma medida de dispersão, os *desvios quadráticos*. Desta forma, chegamos à seguinte expressão:

$$\hat{v} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (R_i - \hat{R})^2 \quad (4.6)$$

onde,

\hat{v} é o risco da série de retornos em relação ao retorno predito, N é o número de períodos passados observados, R_i é o retorno no período i , e \hat{R} é o retorno predito para a série.

4.3 Modelo de Markowitz com Retornos Preditos

Após termos definido o retorno predito e o risco para os títulos individualmente, vamos derivar estas medidas para as combinações destes títulos. A motivação é a mesma da seção 2.3, ou seja, a formação de carteiras eficientes.

4.3.1 Retorno

Ao formarmos carteiras a partir da predição dos retornos dos títulos, estamos tratando, a rigor, do mesmo problema abordado na seção 2.3, ou seja, a minimização

do risco através da diversificação eficiente de investimentos. Assim, definimos o retorno esperado da carteira formada a partir da predição dos retornos da seguinte forma:

$$\widehat{\mathcal{R}} = \sum_{i=1}^M X_i \widehat{R}_i \quad (4.7)$$

onde,

$\widehat{\mathcal{R}}$ é o retorno esperado da carteira baseada na predição dos retornos, M é o número de títulos participantes, X_i e \widehat{R}_i são a participação e o retorno esperado, no caso o retorno predito, de cada título, respectivamente.

4.3.2 Risco

Vamos formular o risco da carteira baseada na predição de retornos a partir do conceito de *risco interativo*, definido na seção 2.3.

A medida equivalente à covariância entre duas séries é aqui definida por:

$$\widehat{\gamma}_{AB} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (R_A - \widehat{R}_A)(R_B - \widehat{R}_B) \quad (4.8)$$

onde,

$\widehat{\gamma}_{AB}$ é o equivalente à covariância das séries dos retornos de A e B em relação ao retorno predito, N é o número observações, $R_A, \widehat{R}_A, R_B, \widehat{R}_B$ são os retornos realizados e preditos das séries de A e B, respectivamente.

Analogamente, para uma combinação linear de qualquer número de ativos o risco da carteira baseada em predição de retornos será:

$$\widehat{\mathcal{V}} = \sum_{i=1}^M X_i^2 \widehat{v}_i + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1, i \neq j}^M X_i X_j \widehat{\gamma}_{ij} \quad (4.9)$$

Na forma contraída, equivalente à equação 4.8, temos:

$$\hat{\mathcal{V}} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M X_i X_j \hat{\gamma}_{ij} \quad (4.10)$$

onde, nas expressões, $\hat{\mathcal{V}}$ é o risco da carteira baseada na predição de retornos, X_i, \hat{v}_i são, respectivamente, as participações e riscos de cada título i , e $\hat{\gamma}_{ij}$ o equivalente das covariâncias dos títulos i e j .

4.3.3 Modelo de Seleção de Carteiras Baseado na Predição de Retornos

Finalmente, após a definição de todas as variáveis, e com a mesma motivação da seção 2.3.1, podemos formular o Modelo de Seleção de Carteiras Baseado na Predição de Retornos como:

Minimizar

$$\hat{\mathcal{V}} = \sum_{i=1}^M X_i^2 \hat{v}_i + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1, i \neq j}^M X_i X_j \hat{\gamma}_{ij} \quad (4.11)$$

Sujeito a

$$\sum_{i=1}^M X_i \hat{R}_i = \hat{\mathcal{R}} \quad (4.12)$$

$$\sum_{i=1}^M X_i = 1 \quad (4.13)$$

$$X_i \geq 0, i = 1, \dots, M \quad (4.14)$$

A equação 4.12 é a restrição do nível de retorno desejado, a equação 4.13 garante a alocação total de recursos e a equação 4.14 restringe o modelo para negociações de compra apenas.

Capítulo 5

Experimentos e Resultados

Este capítulo descreve os experimentos realizados e apresenta os resultados obtidos. O objetivo dos experimentos é comparar carteiras formadas a partir do modelo média-variância e modelo predição-desvios quadráticos em uma situação real de investimento. Para tal, realizaremos as etapas da seleção dos títulos participantes e séries históricas, predição dos retornos, geração das fronteiras eficientes e seleção das carteiras, e simulação de investimento para os modelos. A figura 5.1 mostra o diagrama seqüencial destas etapas. Os caminhos *(a)* e *(b)* na figura 5.1 referem-se aos experimentos com o modelo modelo média-variância e predição-desvios quadráticos, respectivamente.

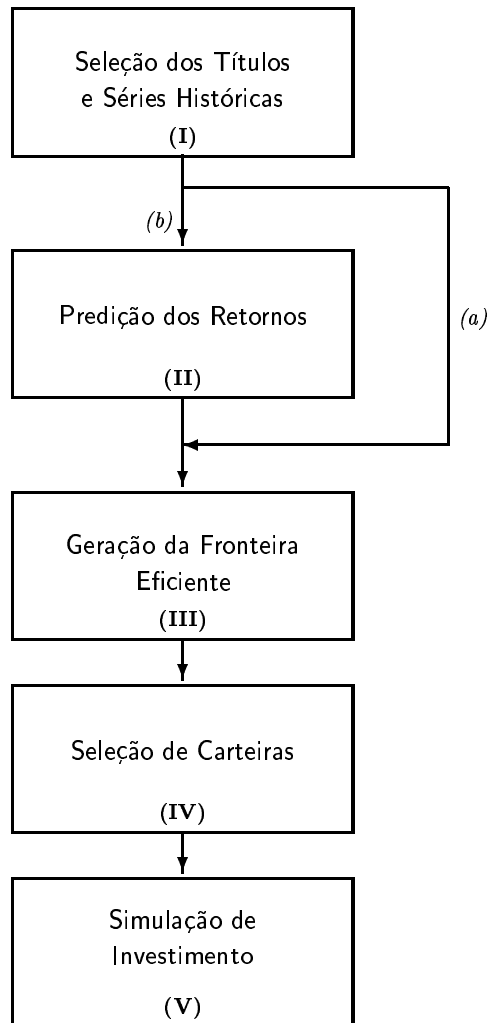


Figura 5.1: Diagrama de etapas dos experimentos

5.1 Ambiente Computacional

Em função do volume da massa de dados e da necessidade de tratamento dos mesmos, os experimentos e simulações demandaram um grande esforço computacional, e muitas ferramentas de software precisaram ser desenvolvidas. A implementação destas ferramentas se deu através da utilização de pacotes e do desenvolvimento de algoritmos e programas. O ambiente de desenvolvimento utilizado é relacionado abaixo:

1. Plataformas

- Microcomputador PC 486DX 66MHz, com sistema operacional LINUX versão 1.2 e interface gráfica X-Windows X11R6.
- IBM Risc RS-6000, com sistema operacional AIX v4.1

2. Ferramentas de Simulação

- Simulador de Redes Neurais Aspirin/MIGRAINES versão 6.0
- Otimizador quadrático CPLEX versão 4.0

3. Linguagens de Programação

- TCSHELL versão 6.06
- Linguagem C e compilador GNU C versão 2.6.3
- Linguagem Tcl/Tk versões 7.4 e 4.0

4. Bibliotecas e Utilitários

- Gerenciador de banco de dados CodeBase versão 4.5
- awk, bc, grep e outros utilitários UNIX.

5.2 Títulos e Séries Históricas

A escolha dos títulos foi norteadada pelo caráter dos experimentos. Desta forma, não foi usado nenhum dos princípios da análise fundamentalista de ações nesta escolha. O principal critério observado foi o número de períodos das séries históricas. O objetivo era trabalhar com um número de títulos comparável ao utilizado pelas administradoras de carteiras, dando assim uma dimensão real ao problema.

A partir do banco de dados de séries históricas de cotações diárias, disponibilizado eletronicamente pela empresa Enfoque Gráfico Sistemas [23], selecionamos os ativos apresentados na tabela 5.2. Os ativos são identificados a partir do seu código na Bolsa de Valores do Estado de São Paulo (BOVESPA), e a data inicial é a data da primeira cotação disponível no banco de dados. A data final das séries no banco de dados formado é 27/05/96.

A partir deste banco de dados, foram geradas as séries históricas utilizadas nos experimentos. Optou-se pelas cotações semanais, observadas às quartas-feiras, com o objetivo de fugir das flutuações comuns no início e no término da semana. O período utilizado manteve um compromisso entre um tamanho significativo das séries e o número de séries do banco de dados com cotações neste período. Assim, definimos

Número de séries históricas = 66		
Observação semanal às quartas-feiras		
	Massa de Trabalho	Massa de Simulação
Data Inicial	03/01/90	03/01/96
Data Final	27/12/95	22/05/96
#Cotações	313	21
#Retornos	312	20

Tabela 5.1: Massa de dados utilizada nos experimentos

a massa de dados da forma apresentada na tabela 5.1. A massa de trabalho foi utilizada na análise e seleção das das carteiras, tendo como data-base o dia 27/12/95 e 312 períodos passados nas séries de retornos. As simulações de investimento foram realizadas com a massa de simulação, totalizando 21 períodos futuros.

CÓDIGO DO ATIVO	DESCRIÇÃO	BOLSA	DATA INICIAL
ALP4	Alpargatas PN	Bovespa	02/01/87
ANO5	Sid. Açonorte PNA	Bovespa	04/07/88
ARC6	Aracruz PNB	Bovespa	23/11/87
BB4	Brasil PN	Bovespa	02/01/86
BBC4	Bandeirantes PN	Bovespa	03/10/88
BBD4	Bradesco PN	Bovespa	02/01/86
BCA6	Bic Caloi PNB	Bovespa	01/12/89
BEL3	Belgo Mineira ON	Bovespa	02/01/87
BEL4	Belgo Mineira PN	Bovespa	31/05/88
BFI3	Sudameris ON	Bovespa	18/07/89
BMT4	Brasmotor PN	Bovespa	31/05/88
BOB4	Bombril PN	Bovespa	17/07/89
BRH4	Brahma PN	Bovespa	02/01/86
CBV4	CBV Ind. Mec. PN	Bovespa	01/06/88
CEV4	Ceval PN	Bovespa	02/01/86
CMI4	Cemig PN	Bovespa	03/01/91
CNF4	Confab PN	Bovespa	31/05/88
CPN5	Copene PNA	Bovespa	02/01/86
CRU3	Souza Cruz ON	Bovespa	01/06/88
DUR4	Duratex PN	Bovespa	01/06/89
EBE4	Eberle PN	Bovespa	08/08/89
EST4	Estrela PN	Bovespa	09/08/91
FAP4	Cofap PN	Bovespa	02/10/89
FGO4	Frangosul PN	Bovespa	14/04/88
FJT4	Forja Taurus PN	Bovespa	03/04/89
HER4	Cia Hering PN	Bovespa	01/07/87
ICP4	Cim. Itaú PN	Bovespa	02/01/90
ILM4	Adubos Trevo PN	Bovespa	02/01/87
ITA4	Itaubanco PN	Bovespa	02/01/86
ITS4	Itausa PN	Bovespa	01/06/88
KLA4	Klabin PN	Bovespa	31/05/88
MAN3	Mannesmann ON	Bovespa	31/05/88
MES4	Mesbla PN	Bovespa	05/01/88
MTB4	Multibrás PN	Bovespa	23/07/86
NAK4	Nakata PN	Bovespa	01/02/88
ODB4	Odebrecht PN	Bovespa	07/06/88
OXI4	Oxiteno PN	Bovespa	18/07/89
PAL3	Paul F. Luz ON	Bovespa	28/08/89
PET3	Petrobrás ON	Bovespa	31/05/88
PIP4	Pirelli Pneu PN	Bovespa	29/08/89
PIR4	Pirelli PN	Bovespa	08/08/89
PMA4	Paranapanema PN	Bovespa	02/01/90
PRB4	Paraibuna PN	Bovespa	18/07/89

continuação			
PSI4	VCP PN	Bovespa	23/11/87
RIO4	Sid. Rio Grandense PN	Bovespa	01/01/87
RPS4	Ripasa PN	Bovespa	18/02/88
SAG4	Agroceres PN	Bovespa	02/01/86
SAM3	Samitri ON	Bovespa	02/01/86
SAM4	Samitri PN	Bovespa	28/08/89
SCO4	Sadia Concórdia PN	Bovespa	31/05/88
SGU4	Sid. Guaira PN	Bovespa	03/04/87
SHA4	Sharp PN	Bovespa	03/01/84
SIF4	Sifco PN	Bovespa	17/07/89
TAM4	TAM PN	Bovespa	01/06/88
TEK4	Teka PN	Bovespa	17/07/89
TEL3	Telebrás ON	Bovespa	12/03/90
TEL4	Telebrás PN	Bovespa	04/07/89
TLS4	Telesp PN IBVSP	Bovespa	10/11/87
TRB4	Transbrasil PN	Bovespa	02/10/89
TUP4	Tupy PN	Bovespa	31/05/88
UBB3	Unibanco ON	Bovespa	02/01/86
UBB4	Unibanco PN	Bovespa	02/01/86
UNI6	Unipar PNB	Bovespa	23/11/87
VAG4	Varig PN	Bovespa	02/01/89
VAL4	Vale R. Doce PN	Bovespa	02/01/89

Tabela 5.2: Títulos participantes

5.3 Preditor Neural

Nesta seção examinaremos a construção do preditor baseado em redes neurais, conforme abordado no capítulo 3. Este preditor foi utilizado para se obter uma estimativa do valor futuro dos retornos para cada título participante.

O método escolhido foi o da predição indireta, conforme a seção 4.1. A escolha deste método foi devido ao comportamento observado das séries históricas dos preços e dos retornos. Verificando a equação 2.1, vemos que a série dos retornos é uma aproximação da derivada de primeira ordem da série dos preços. Desta forma, a série

dos retornos apresenta uma variação maior (quantitativamente) do que a dos preços. Este comportamento torna a série dos retornos mais difícil de ser “aprendida” pela rede neural do que a dos preços. Por esta razão, o método da predição indireta dos retornos foi escolhido. De fato, a nossa escolha é coerente com a análise técnica de ações, que estima tendências das séries históricas dos preços, e não dos retornos.

A figura 5.2 mostra o diagrama das etapas do processo de predição das séries. As etapas deste processo foram implementadas através de programas, utilitários UNIX e da utilização de um simulador de redes neurais.

5.3.1 O Simulador de Redes Neurais Aspirin/MIGRAINES

O pacote Aspirin/MIGRAINES Neural Network Software [20] é um conjunto de ferramentas para a simulação e desenvolvimento de aplicações baseadas em redes neurais. Os principais componentes são o compilador para linguagem de descrição de redes neurais Aspirin e a biblioteca de interface de usuário MIGRAINES. Após uma rede neural ser descrita em Aspirin e salva em um arquivo, este é compilado para gerar um código fonte na linguagem C. Este código é um programa de simulação da rede neural descrita. Este programa pode então ser compilado e ligado com as rotinas de interface da biblioteca MIGRAINES, bem como com o código da aplicação que o utilizará.

A versão 6.0 simula redes neurais *feedforward* e algumas variações do algoritmo *backpropagation*.

Nossa escolha por esta ferramenta foi motivada, além da sua qualificação tec-

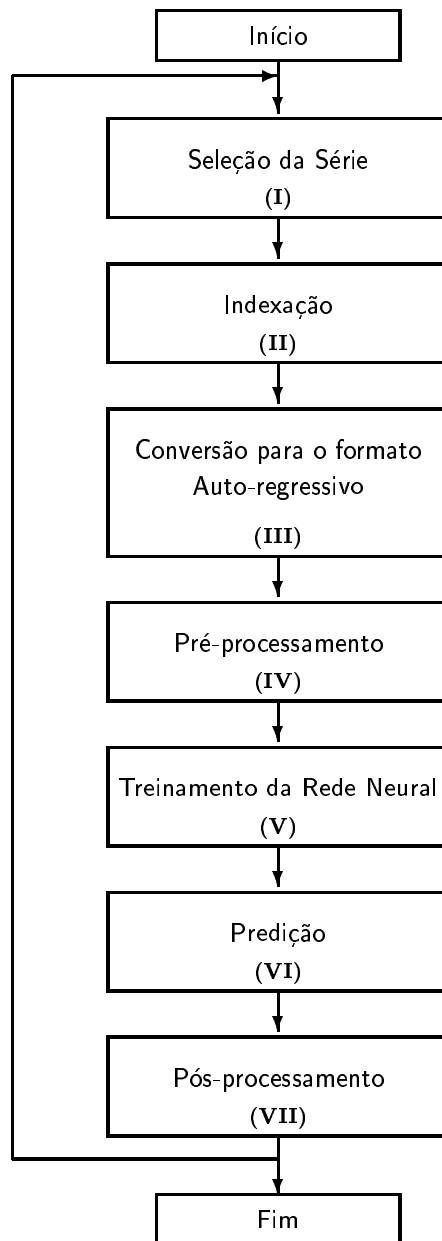


Figura 5.2: Diagrama de etapas para a predição das séries históricas

```

/* arn.aspirin */
#define N_INPUT    4      /* Numero de neuronios de entrada      */
#define N_HIDDEN   15     /* Numero de neuronios da camada interna */
#define N_OUTPUT   1      /* Numero de neuronio de saida        */

DefineBlackBox arn
{
    OutputLayer-> Output_Layer
    InputSize->    N_INPUT
    Components-> {
        PdpNode3 Output_Layer [N_OUTPUT]
        {
            InputsFrom-> Hidden_Layer
        }

        PdpNode3 Hidden_Layer [N_HIDDEN]
        {
            InputsFrom-> $INPUTS
        }
    }
}
/* eof */

```

Figura 5.3: Arquivo Aspirin para a rede neural dos experimentos

nológica, pela sua integração com a linguagem C e com o ambiente UNIX. O resultado é que a aplicação gerada pode ser utilizada em *pipe*¹, ou outras formas de comunicação interprocesso, o que facilitou bastante os experimentos.

A aplicação gerada pode receber os comandos de entrada através da linha de comando da interface MIGRAINES, ou diretamente da *stdin*². A interface MIGRAINES permite, ainda, explorar todas as camadas, pesos e neurônios da rede, acessando seus estados e valores.

¹dutos virtuais de escrita e leitura de fluxo de dados

²entrada padrão do sistema operacional UNIX

A figura 5.3 mostra o arquivo Aspirin para a rede neural utilizada nos experimentos. Nossa rede neural tem a topologia 4-15-1, ou seja, 4 neurônios na camada de entrada, 15 na interna e 1 na saída.

Determinação da Topologia da Rede Neural

Foram avaliadas algumas variações da topologia proposta na seção 3.2.1 com séries de cotações diárias, logo, não foram utilizadas as séries da seção 5.2. A motivação para estes experimentos foi avaliar diversas topologias com séries de máxima periodicidade. Nestes experimentos foram utilizadas as séries ACE4-Acesita PN, BEL4-Belgo Mineira PN e LEV4-Metal Leve PN, com 400 amostras para treinamento e 97 amostras para teste.

O primeiro parâmetro da topologia avaliado foi o número de neurônios mais apropriado para a segunda camada. Durante esta avaliação, foram utilizados 4 neurônios na camada de entrada.

Verificou-se que, com um número grande de neurônios nesta camada (mais de 20), a capacidade de representação dos valores de pico da série de treinamento melhorou, porém, a representação dos valores pequenos observados na série usada para teste piorou. De fato, intuitivamente se pode concluir que, com o aumento do número de parcelas somadas pelo neurônio de saída, a representação de pequenos sinais necessitaria de pesos bastante pequenos nestas sinapses, o que normalmente não é verificado após a convergência do treinamento. A figura 5.4 mostra as variações de erro MAPE para a série completa (treinamento + teste) e para a série de teste apenas, em função do número de neurônios da camada interna. O erro *MAPE* -

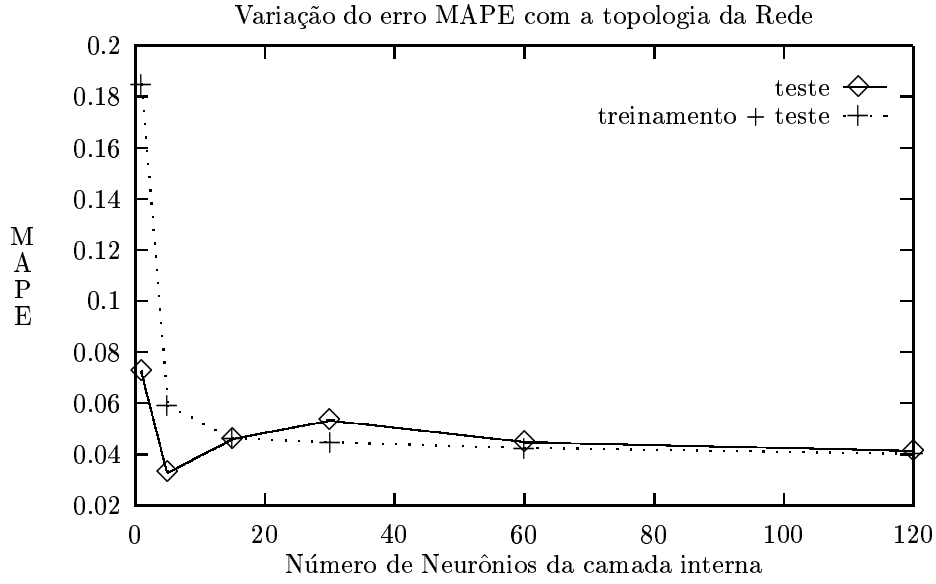


Figura 5.4: Variação do número de neurônios da camada hidden

Mean Absolute Percent Error, é definido como:

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} \left| \frac{target_i - out_i}{target_i} \right|, \quad (5.1)$$

onde, $target_i$ é o valor real da série, out_i é o valor estimado pela rede e $|\cdot|$ é valor absoluto da diferença. Tendo em vista os resultados obtidos, optou-se por escolher, após a análise do gráfico da figura 5.4, $n = 15$ para a camada interna.

O segundo parâmetro topológico avaliado foi o número de neurônios da entrada (*i.e.* a ordem da regressão p). Foi verificado que com poucos neurônios nesta camada, a capacidade de rastreamento (*tracking*) da rede é prejudicada, e com muitos neurônios, a capacidade de representação de transientes é afetada pela inércia dos p valores passados. Os resultados para as séries completa e de teste são mostrados na figura 5.5. Foi escolhido, baseado na análise do gráfico da figura 5.5 $p = 4$. Desta

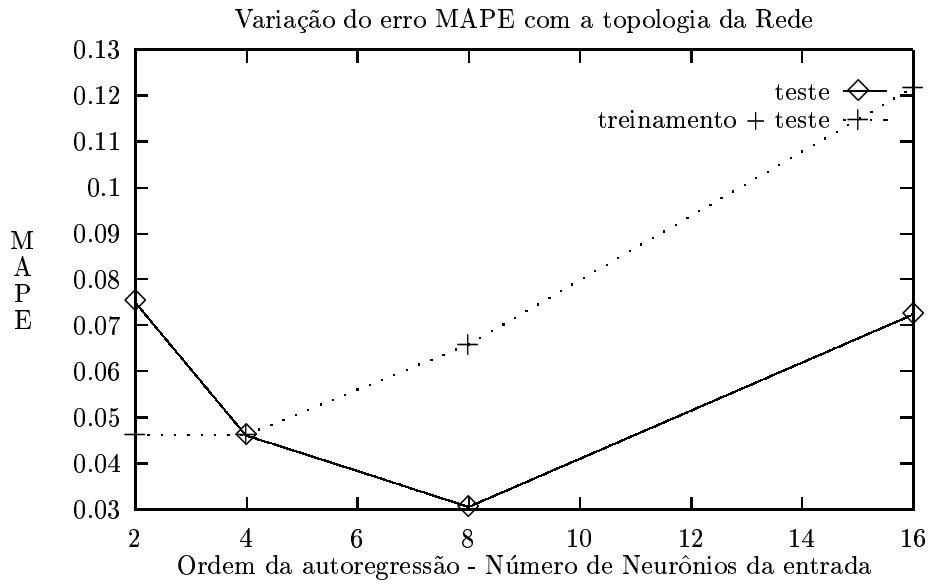


Figura 5.5: Variação do número de neurônios da entrada

forma, a topologia 4-15-1 foi escolhida para a implementação dos experimentos.

5.3.2 Algoritmos e Programas

I - Seleção das Séries Históricas

A predição da cotação futura das séries históricas é realizada através da repetição iterativa do processo para cada uma das séries dos títulos participantes. Este processo iterativo é implementado por um *script*³ TCSHELL. Este *script* dispara os programas e utilitários utilizados na predição. A entrada deste *script* é uma lista de

³um programa interpretado por uma linguagem de comandos

nomes dos arquivos das séries históricas.

II - Indexação dos Preços

As cotações são, a rigor, preços expressos em uma moeda. É fundamental, para a análise do investimento, que as séries históricas destes preços estejam ajustadas para o valor desta moeda no período de interesse. O termo “ajustar” significa a aplicação de um processo de indexação nos preços da série, com o objetivo corrigir a expressão real dos preços em relação ao valor da moeda no período de interesse. Esta indexação é particularmente importante em períodos sujeitos a inflação significativa de preços. Neste caso, os valores ajustados são denominados valores deflacionados.

A indexação foi implementada utilizando a série histórica do dólar comercial - série EUSCOM [23]- como índice deflacionador. Os preços ajustados, ou deflacionados, foram calculados para a data-base através da expressão:

$$v' = v \frac{i_{db}}{i_{de}} \quad (5.2)$$

onde, v' é o valor deflacionado do ativo para a data-base, v é o valor da cotação do ativo na data especificada, i_{db} é o valor do indexador (dólar comercial) na data-base e i_{de} é o valor do indexador na data especificada.

III - Conversão das Séries para o formato Auto-regressivo

As séries históricas são expressas através de uma seqüência contígua de valores. Como vimos no capítulo 3 e na seção 5.3.1, nosso preditor é baseado na modelagem

autoregressiva de ordem 4. Assim as entradas do preditor neural, como na figura 3.3, são os valores

$$x_t, x_{t-1}, x_{t-2}, x_{t-3}$$

e a saída é

$$x_{t+1}$$

A conversão das séries para o formato auto-regressivo de ordem 4, ou Ar(4), é exemplificada a seguir:

A partir do arquivo da figura 5.6, que contém uma série de 8 períodos, o arquivo no formato Ar(4) da figura 5.7 é obtido. Para formarmos os conjuntos de treinamento para a rede neural, conforme visto na seção 3.2, agrupamos os sinais de entrada e saída aos pares, levando ao arquivo de treinamento Ar (4) mostrado na figura 5.8. Neste arquivo, as colunas 1, 2, 3 e 4 são as entradas da rede neural e a coluna 5 é a saída. Uma segunda observação neste conjunto de treinamento nos mostra que ele é equivalente a um arquivo Ar(5) para a série da figura 5.6.

IV - Pré-processamentos

A maioria das aplicações de redes neurais em problemas do mundo real necessita de algum tipo de pré e pós-processamento. Esta situação é causada tanto pela precisão numérica e limitações impostas à representação pelos computadores convencionais, quanto pelos algoritmos de aprendizado existentes. O pré-processamento empregado no preditor neural foi aplicado por duas razões:

$X1$
 $X2$
 $X3$
 $X4$
 $X5$
 $X6$
 $X7$
 $X8$

Figura 5.6: Formato do arquivo para uma série de 8 períodos

$X1$ $X2$ $X3$ $X4$
 $X2$ $X3$ $X4$ $X5$
 $X3$ $X4$ $X5$ $X6$
 $X4$ $X5$ $X6$ $X7$
 $X5$ $X6$ $X7$ $X8$

Figura 5.7: Formato do arquivo $Ar(4)$ para uma série de 8 períodos

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
X_3	X_4	X_5	X_6	X_7
X_4	X_5	X_6	X_7	X_8

Figura 5.8: Conjunto de treinamento Ar(4) para uma série de 8 períodos

1. Permitir a correta convergência do algoritmo *backpropagation* durante a fase de treinamento - Quando as entradas contêm amplitudes muito pequenas, observa-se que a baixa relação sinal/ruído estaciona a rede em algum nível de energia mínimo não ótimo. Por outro lado, a presença de amplitudes muito grandes na entrada causa uma saturação dos neurônios da rede, levando a uma saída máxima constante. Estas duas situações impedem a convergência do treinamento para um estado útil. Como processamento adicional, utilizou-se a adição de ruído normal às entradas (o que permite a convergência para entradas pequenas) e a normalização das entradas dos experimentos para uma amplitude numérica máxima igual a 10.0.
2. O modelo de neurônio utilizado tem função de transferência limitada no intervalo $[-1.0, 1.0]$ - Como processamento adicional, os valores desejados (*targets*) foram normalizados para uma amplitude máxima de 0.8. O objetivo desta escolha é afastar os valores máximos aprendidos pela rede dos níveis de saturação do neurônio da camada de saída.

Os valores utilizados nos processamentos adicionais acima citados foram obtidos experimentalmente.

V - Treinamento da Rede Neural

A rede neural da figura 5.3 foi compilada para gerar o programa `arn`, que é o seu simulador. Cada título gerou, a partir da sua série histórica, um conjunto de treinamento no formato da figura 5.8, utilizado como entrada para a rede neural na etapa de treinamento. As outras entradas da rede, chamadas parâmetros de treinamento [20], são:

1. Taxa de Aprendizado α :

É um coeficiente que regula a intensidade dos ajustes realizados nos pesos das sinapses durante o treinamento. Um valor alto demais, leva a rede a uma oscilação entre o nível de saturação e o nível excitação mínima. Um valor baixo demais, deixa a rede “adormecida” no seu estado inicial. Nos dois casos, a rede não converge para um estado útil, ou seja, a rede não aprende a representar o problema. O valor adequado de α depende da topologia da rede, do algoritmo de aprendizado e das características do conjunto de treinamento. Normalmente, o valor de α adequado é determinado experimentalmente, após alguns testes empíricos. Nos nossos experimentos, chegamos ao valor $\alpha = 0.0009$.

2. Número de Iterações:

O número de iterações determina o “quanto” a rede vai ser treinada. Cada

iteração consiste na apresentação das entradas e cálculo da saída, chamado *passo direto*, cálculo do erro entre a saída e o valor desejado e ajuste nos pesos das sinapses em função deste erro, do sentido da camada de saída para a entrada, chamado *passo reverso*. Um número de iterações pequeno demais pode fazer com que a rede não treine o suficiente para representar o problema com o nível de erro ótimo, ou seja, não atinja o seu mínimo global. Um número grande demais, pode fazer com que a rede atinja e escape do seu mínimo global, levando também a um nível de erro não ótimo.

Normalmente, determina-se o número de iterações acompanhando-se a evolução do nível de erro durante o treinamento inicial. Quando este nível passa a evoluir mais lentamente, o treinamento deve ser podado. Porém, como este número de iterações é dependente do problema que a rede está aprendendo (i.e. conjunto de treinamento), ele pode variar significativamente.

Nos nossos experimentos utilizamos 25.000 iterações para a fase de treinamento. Este número foi determinado experimentalmente através de testes de convergência com algumas das séries históricas.

3. Inércia:

A inércia do treinamento é um termo somado ao ajuste dos pesos, com a função de suavizar este ajuste ao longo do tempo. Utilizamos o valor default do Aspirin, que é 0.95.

O treinamento para cada um dos títulos foi realizado utilizando os parâmetros apresentados. O estado final de cada treinamento (i.e. os valores dos pesos das sinapses) foi salvo em arquivo, para uso durante a etapa de predição. As saídas da

rede para o conjunto de treinamento, após o treinamento, também foram salvas para serem utilizadas no cálculo dos erros do treinamento.

VI - Predição

Após treinada, a rede neural está pronta para ser utilizada. Neste modo, chamado de operação, a rede neural se comporta como uma “caixa preta” que implementa o nosso sistema de predição $\mathcal{S}_{\mathcal{P}}$, conforme a equação 3.2. Assim, diante de uma excitação nas suas entradas, o sistema apresenta uma saída dada por $\mathcal{S}_{\mathcal{P}}$.

Nos experimentos, o mesmo programa `arn` foi utilizado no modo de operação, suprimindo-se o parâmetro de treinamento. Dentro do *script* que implementa a sequência da figura 5.2, o programa `arn` é invocado recebendo como entrada os 4 últimos valores da série histórica normalizada do título e o seu respectivo arquivo de pesos gerado durante o treinamento, e passando o valor de saída para um *pipe* especificado. As instruções de execução são passadas pela *stdin*.

VII - Pós-processamento

O valor predito na saída da rede neural, como visto na seção anterior, é um valor normalizado. Como foi visto na seção 5.3.2 as entradas da rede neural foram normalizadas para a amplitude máxima de 10.0 e as saídas para 0.8. Desta forma, precisamos expressar este valor predito na escala original da série histórica. Durante a normalização, na etapa do pré-processamento, os valores máximos das séries históricas são gravados em arquivos de extensão `.max`. Assim, estes valores máximos

são recuperados e os valores preditos são retornados a sua escala original através da expressão:

$$v_o = v_{o_{MAX}} \frac{v_n}{0.8} \quad (5.3)$$

onde, v_o é o valor na escala original, $v_{o_{MAX}}$ é o valor máximo da série na escala original e v_n é o valor na escala normalizada. Desta forma, temos o valor predito para a série histórica.

5.3.3 Resultados

Os resultados obtidos na predição dos valores futuros das cotações dos títulos são apresentados aqui na forma de gráficos. O objetivo é permitir a comparação visual dos valores preditos com as séries históricas. Utilizaremos como parâmetros numéricos do desempenho da representação da rede neural os erros MAPE, descrito na equação 5.1, e RMS -(*root mean squared*), descrito abaixo.

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} (target_i - out_i)^2}, \quad (5.4)$$

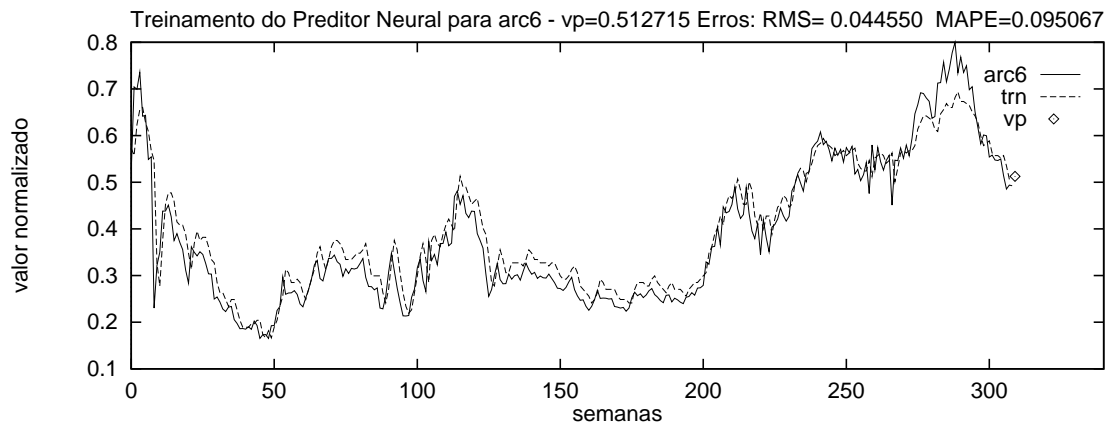
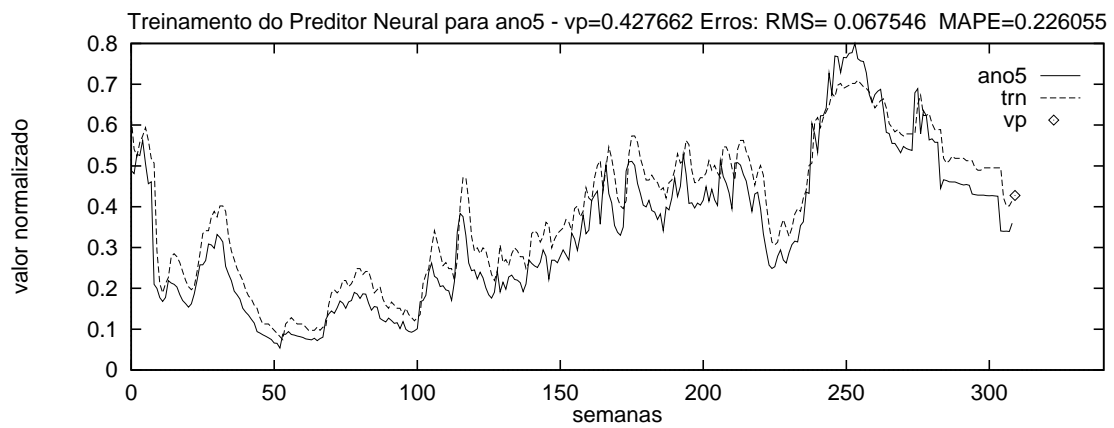
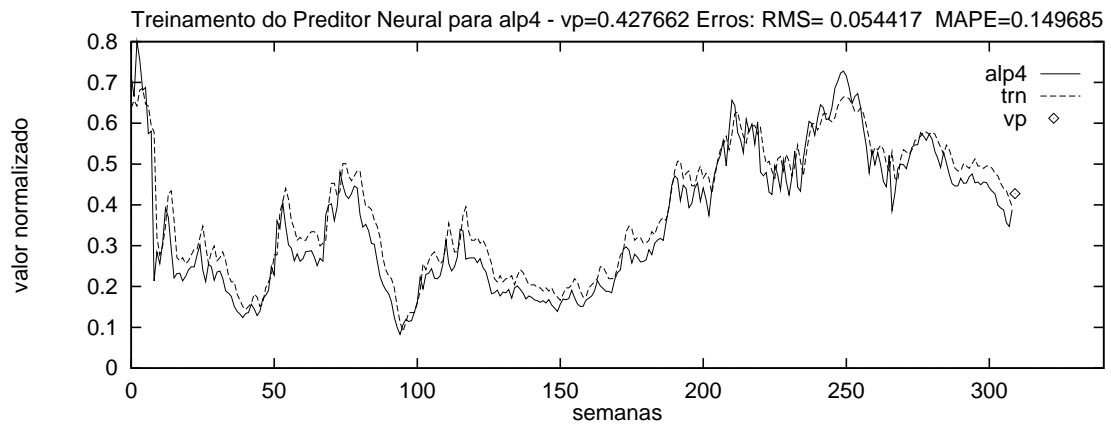
onde, $target_i$ é o valor real da série, out_i é o valor estimado pela rede.

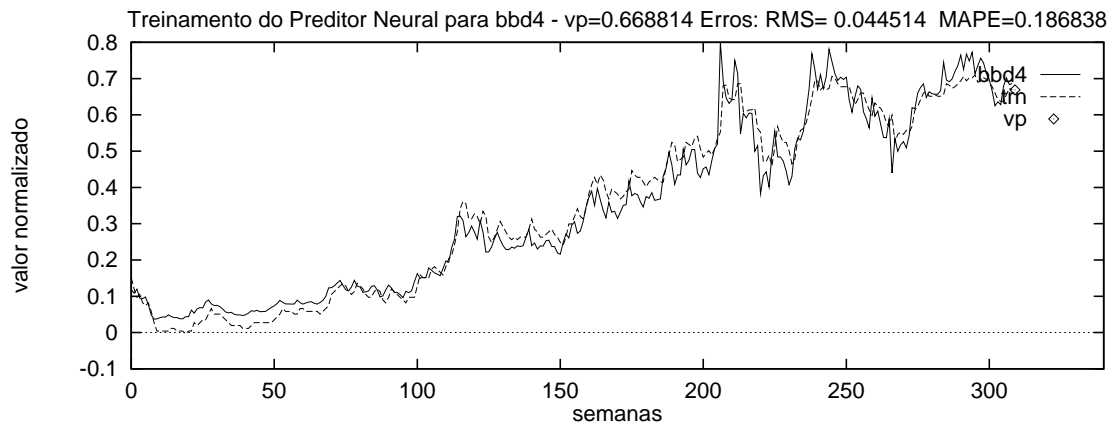
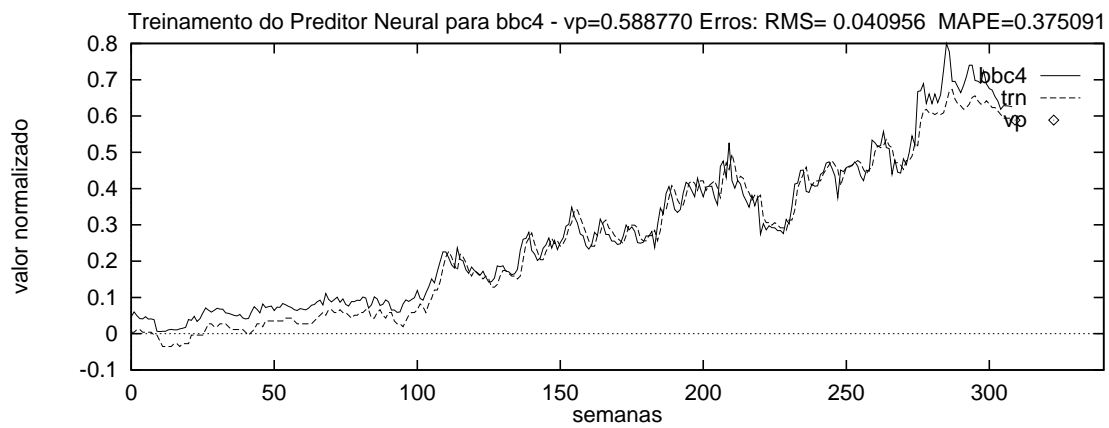
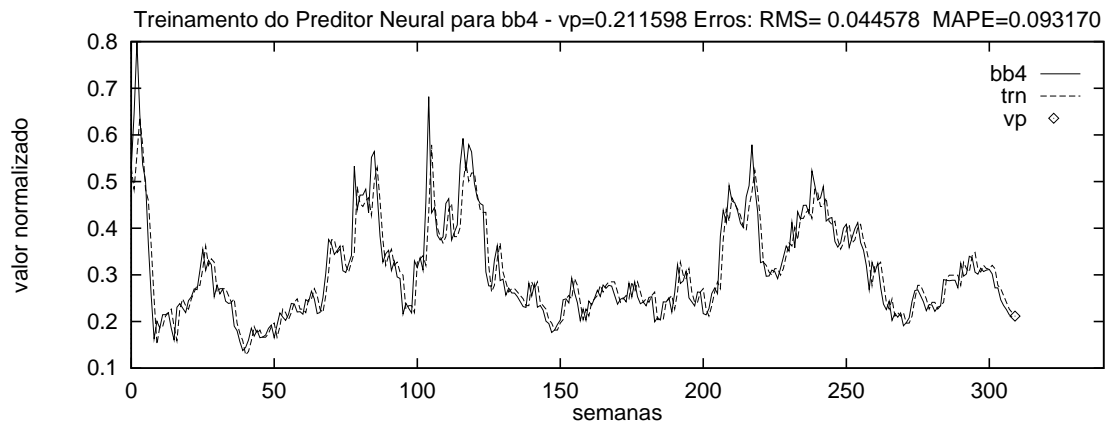
Número de séries históricas = 66					
Erro	Máximo	Mínimo	Média	Variância	Desvio padrão
MAPE	0.389989	0.073023	0.167851	0.004531	0.067311
RMS	0.081223	0.025872	0.046226	0.000112	0.010602

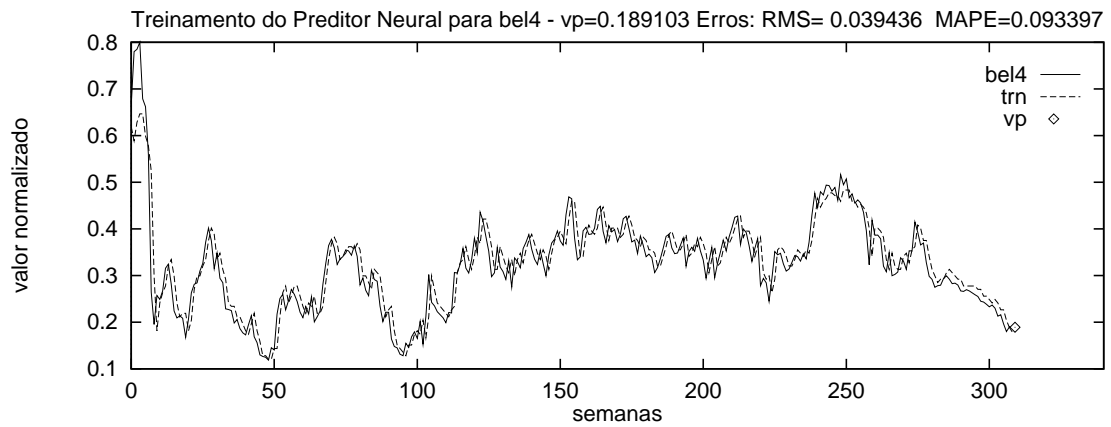
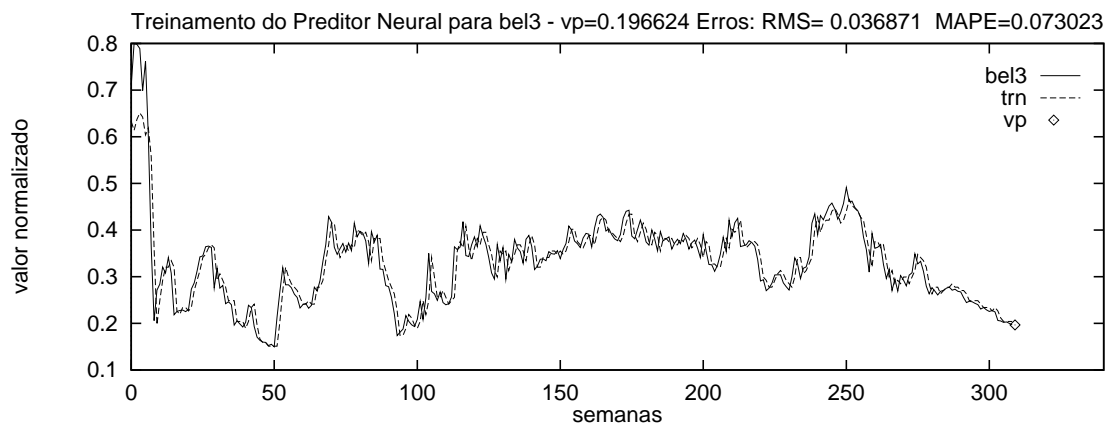
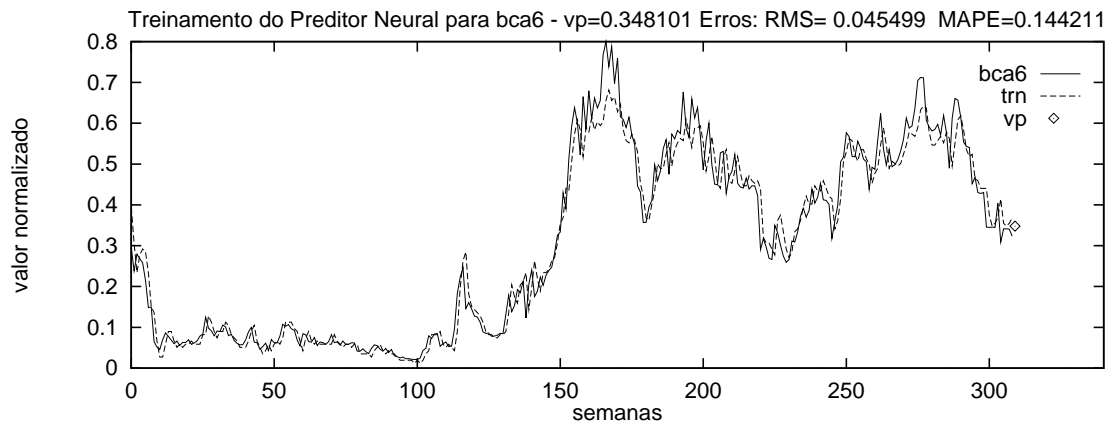
Tabela 5.3: Estatísticas dos erros de predição

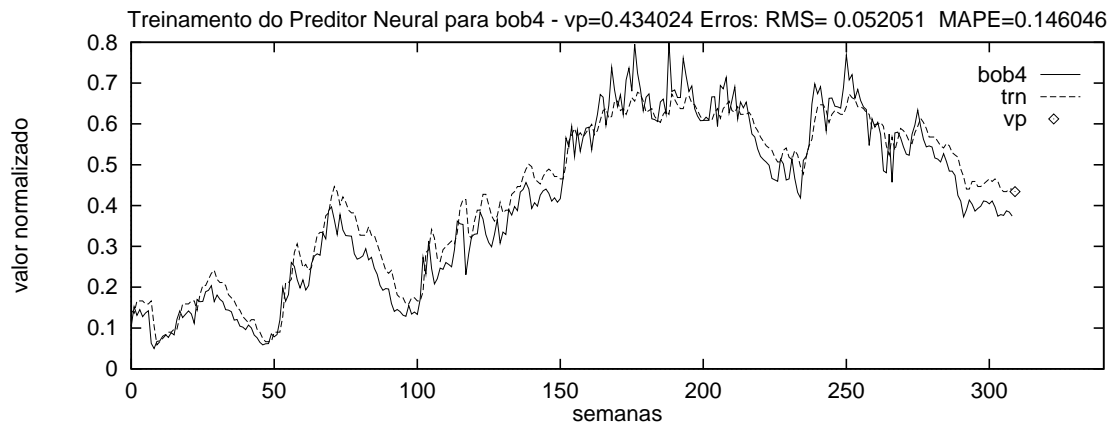
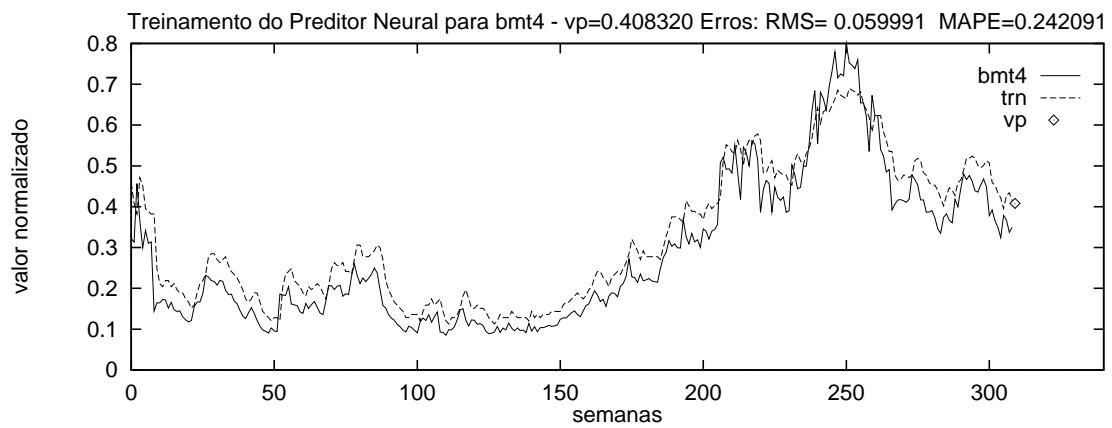
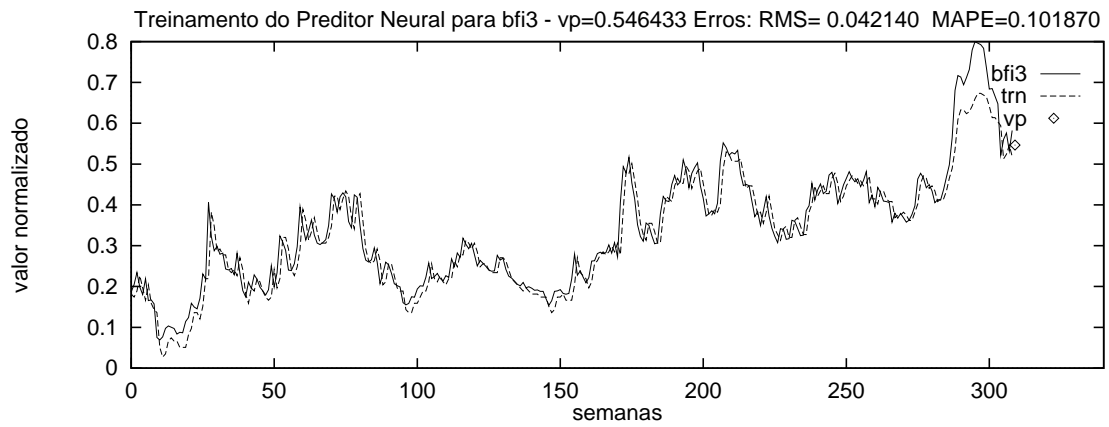
São mostrados a seguir gráficos das séries históricas das cotações dos 66 títulos participantes. Os erros RMS e MAPE, e o valor predito (vp) pela rede neural para a próxima cotação de cada título também são mostrados na parte superior de cada gráfico. As legendas são o código do título na linha cheia, a representação aprendida pela rede neural (trn) na linha tracejada e o valor predito para a próxima cotação no “diamante”.

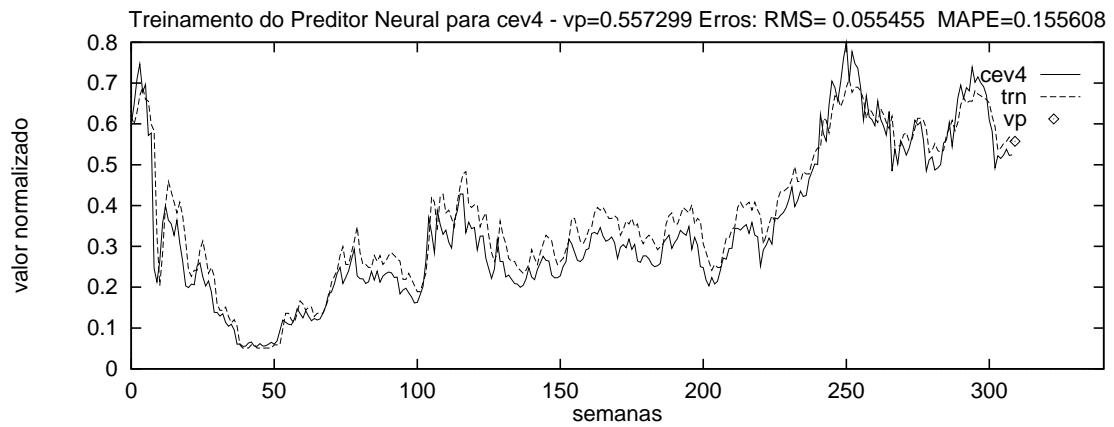
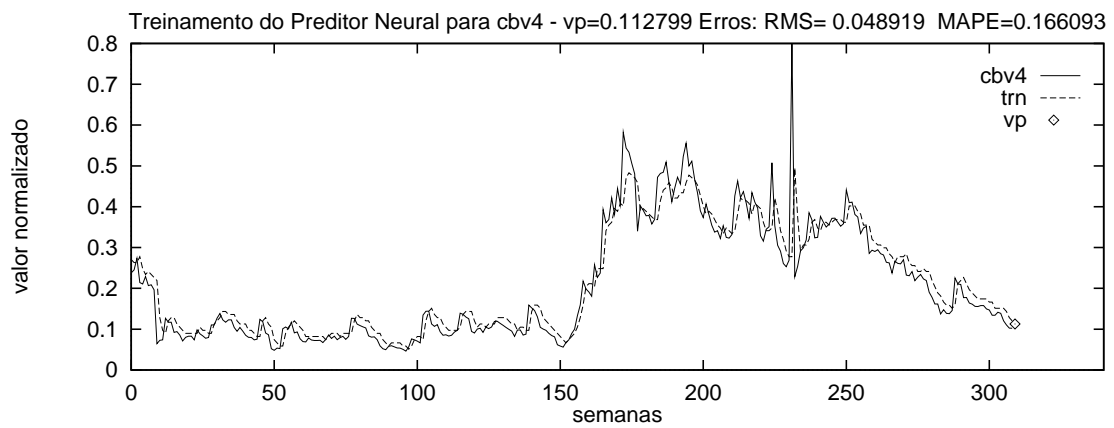
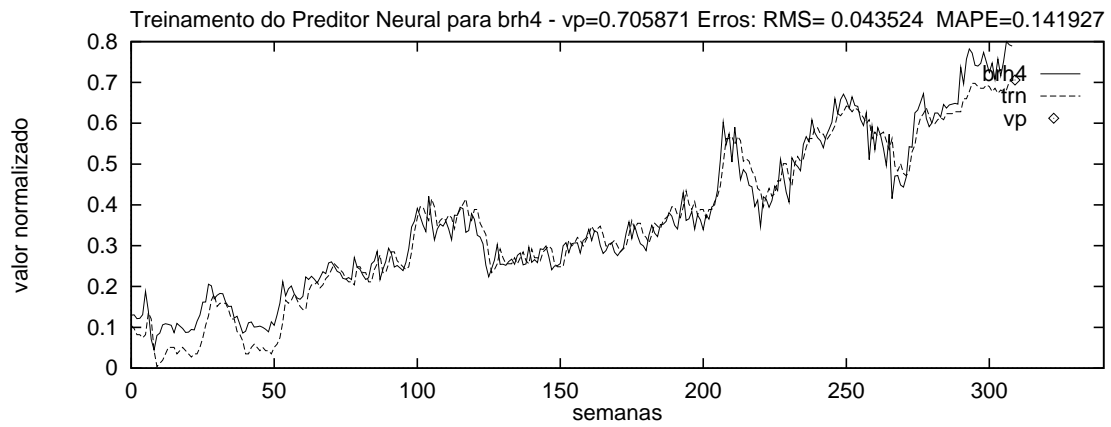
Como pode ser visto nestes gráficos, a rede neural “aprendeu” a representar o comportamento das séries históricas dos títulos com boa precisão. A tabela 5.3 mostra as estatísticas dos erros de predição alcançados.

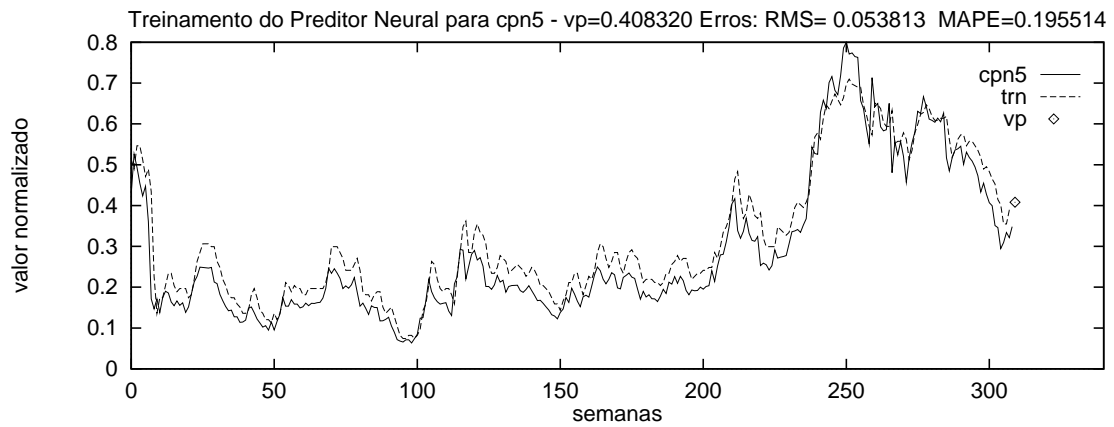
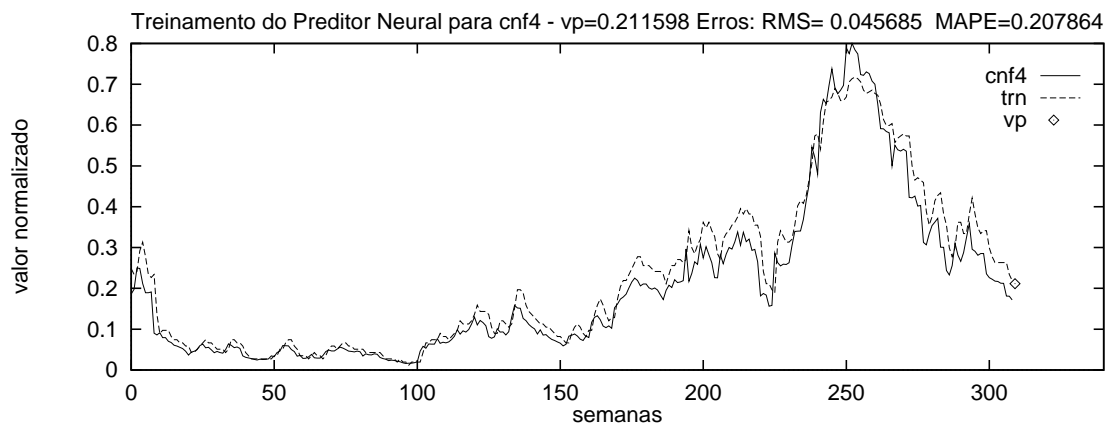
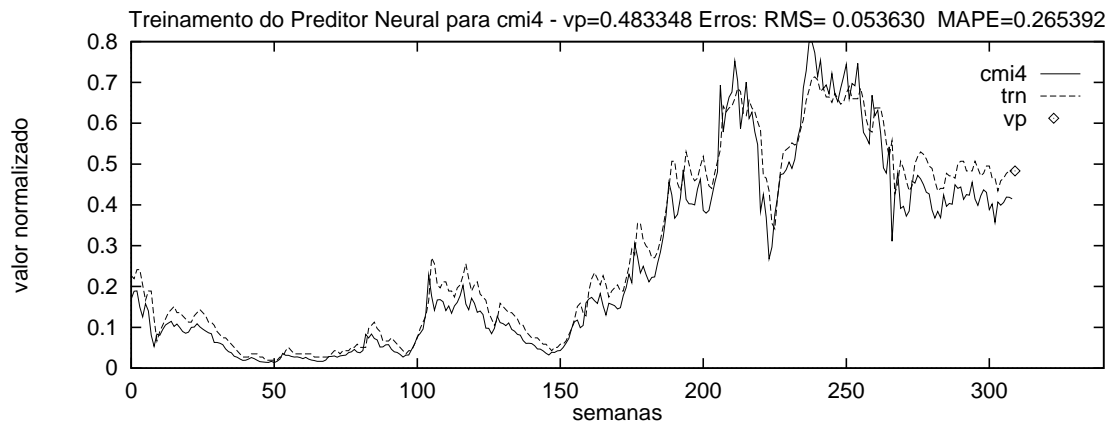


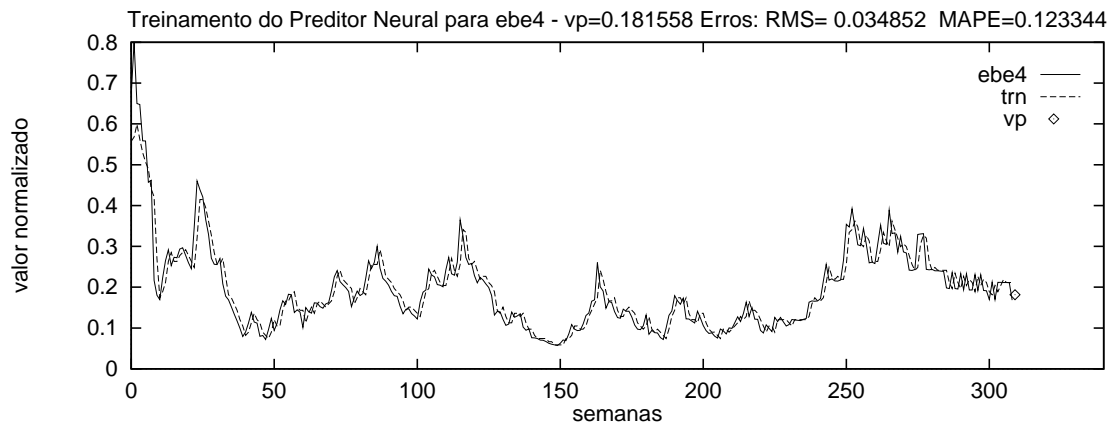
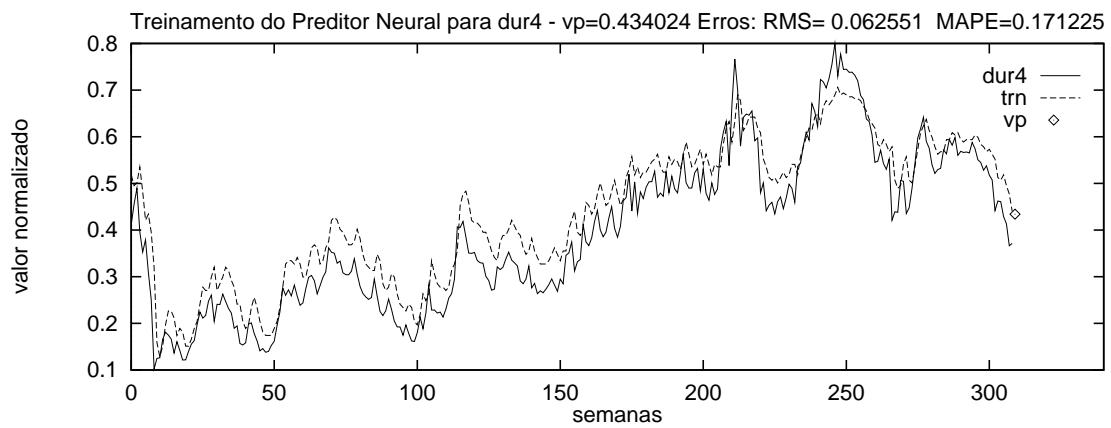
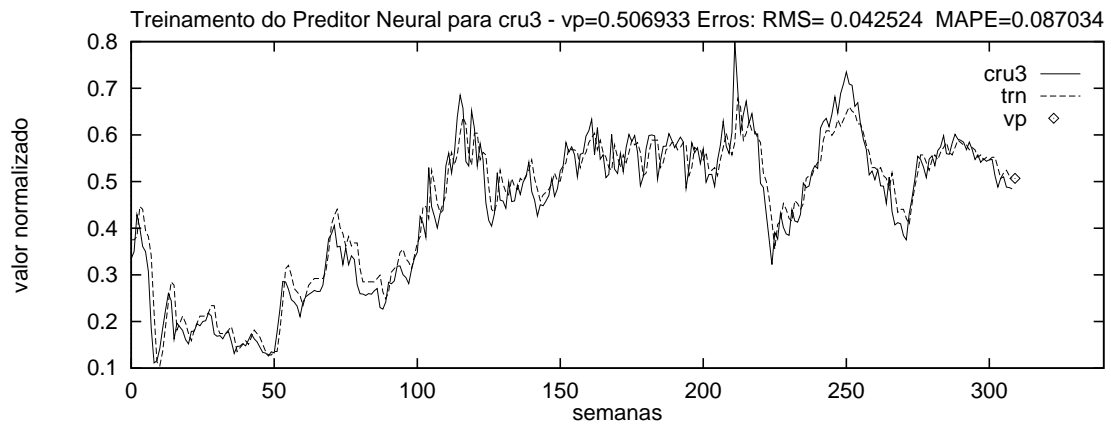


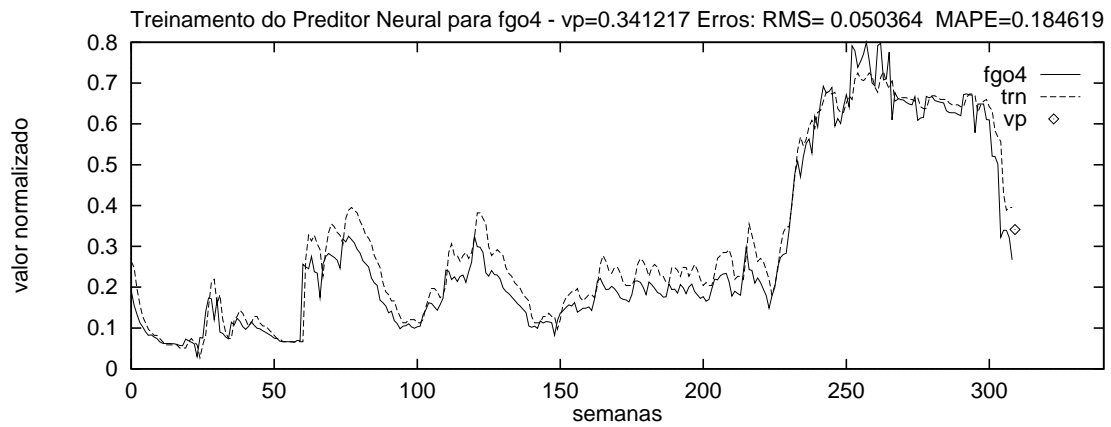
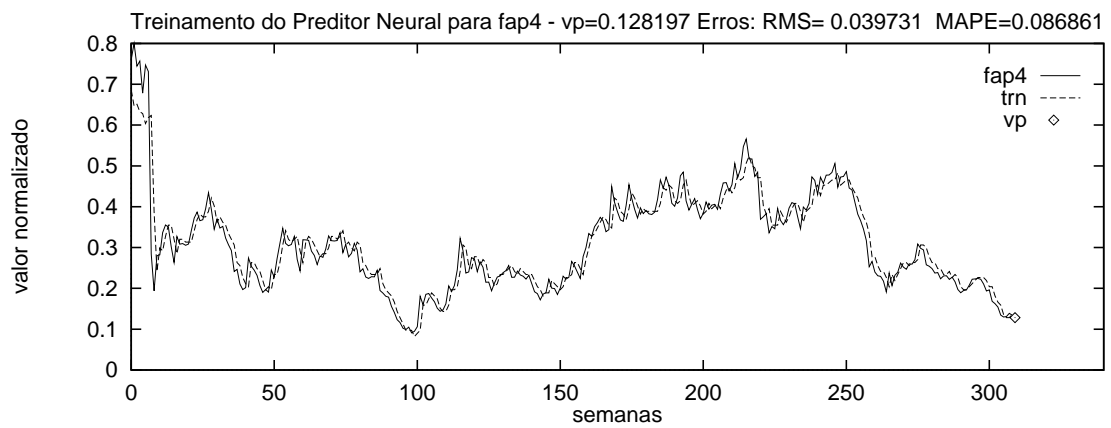
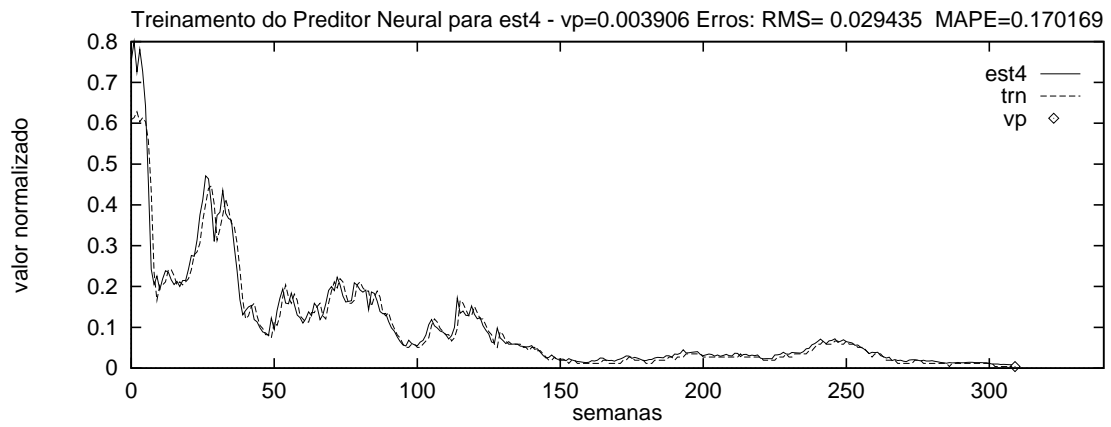


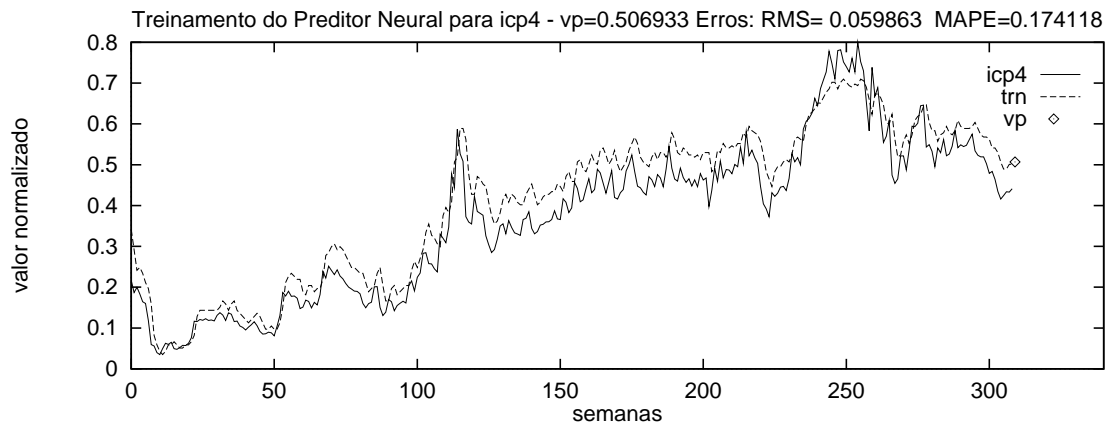
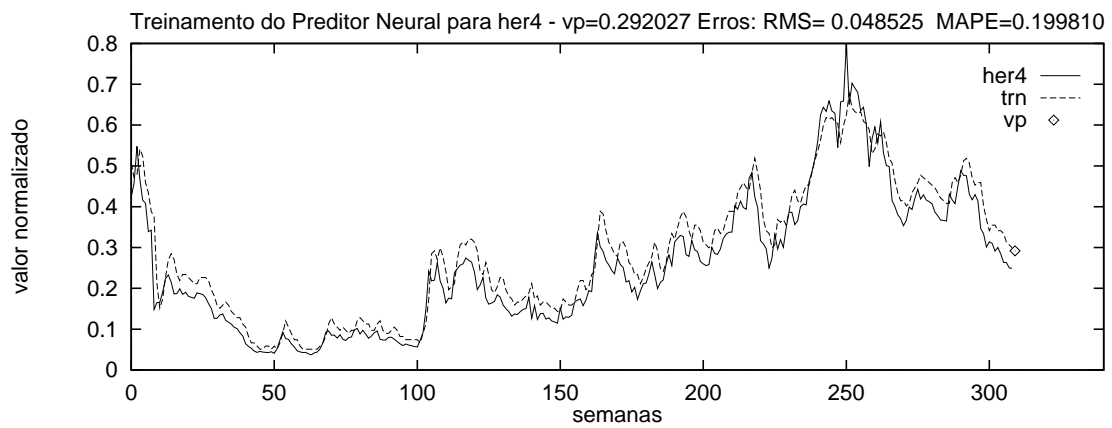
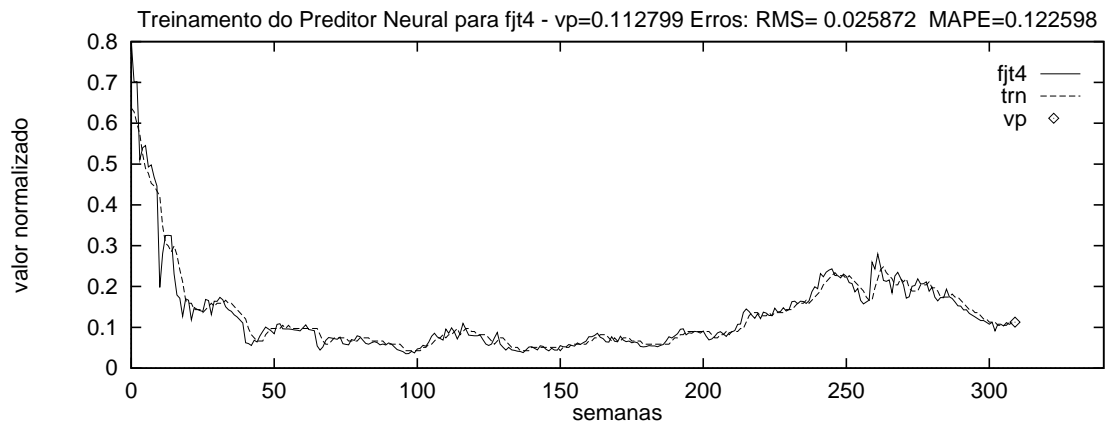


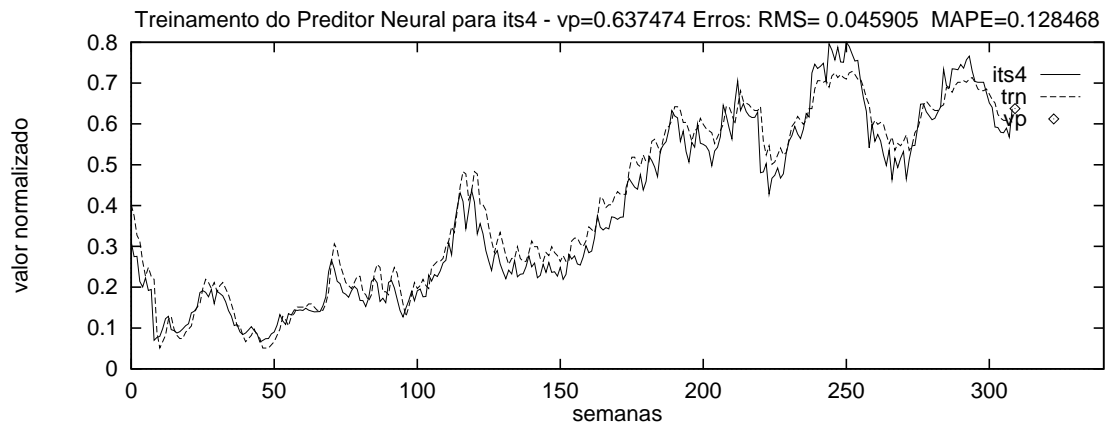
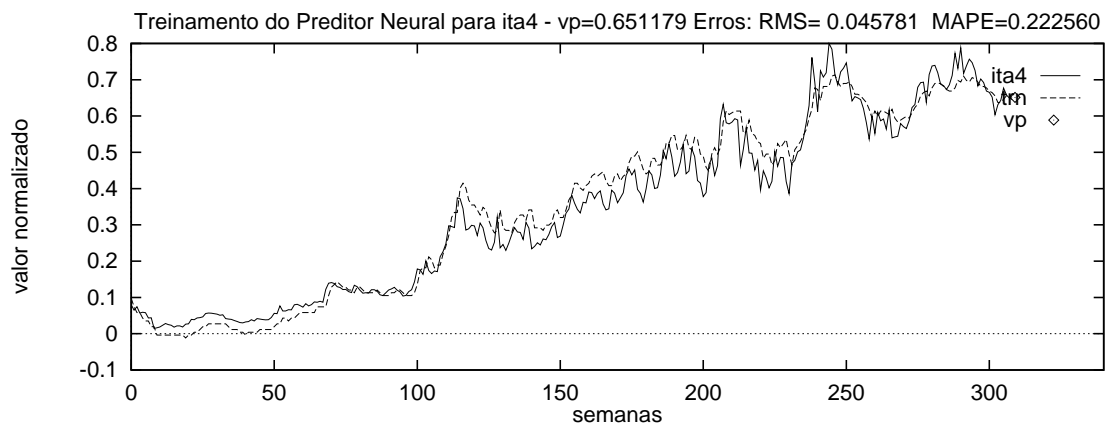
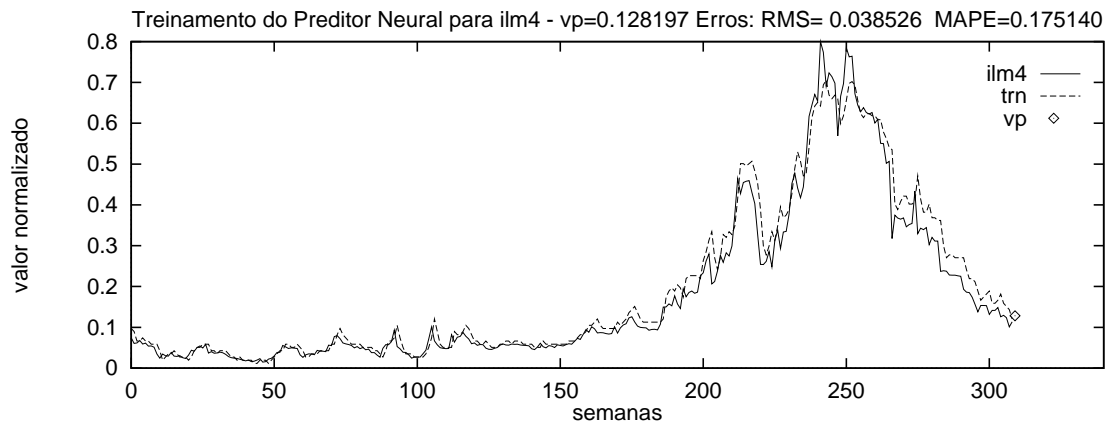


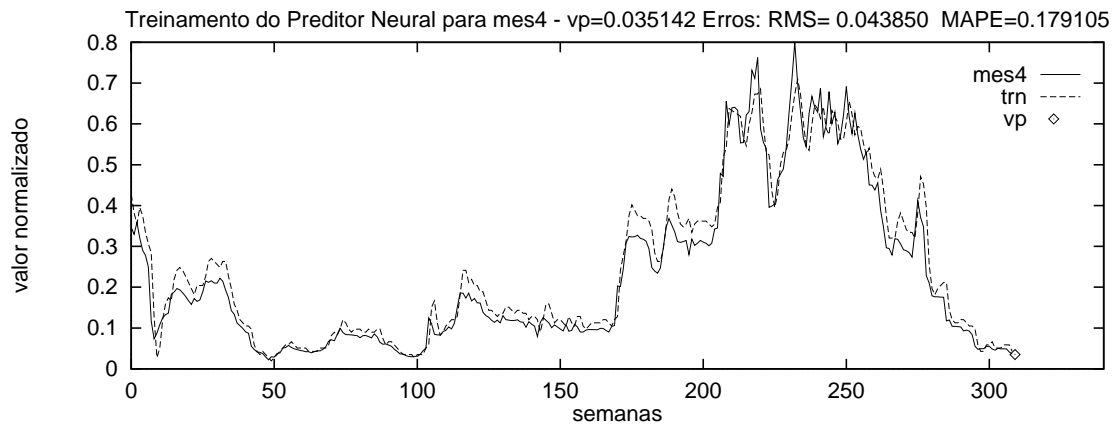
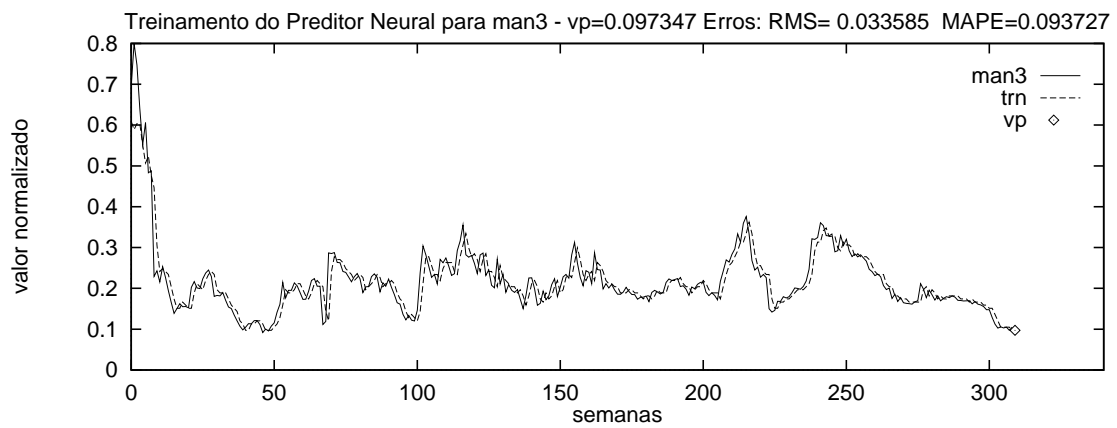
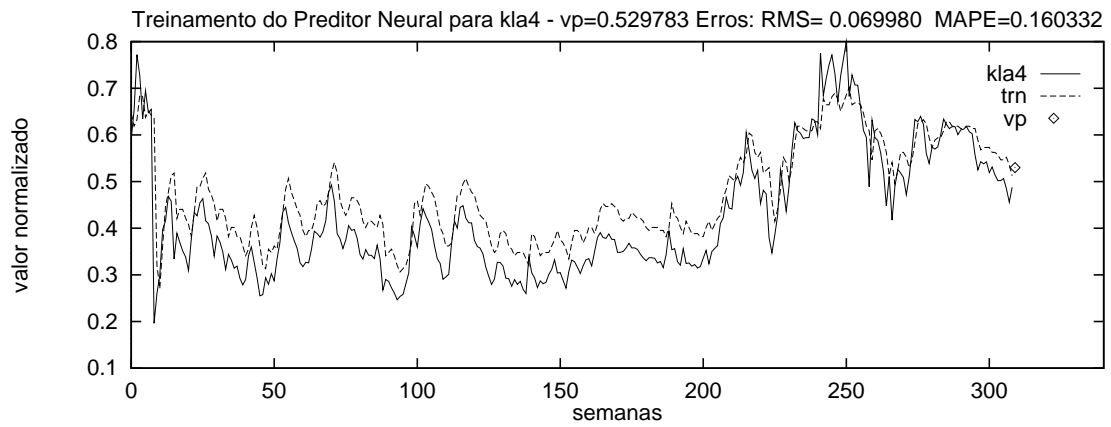


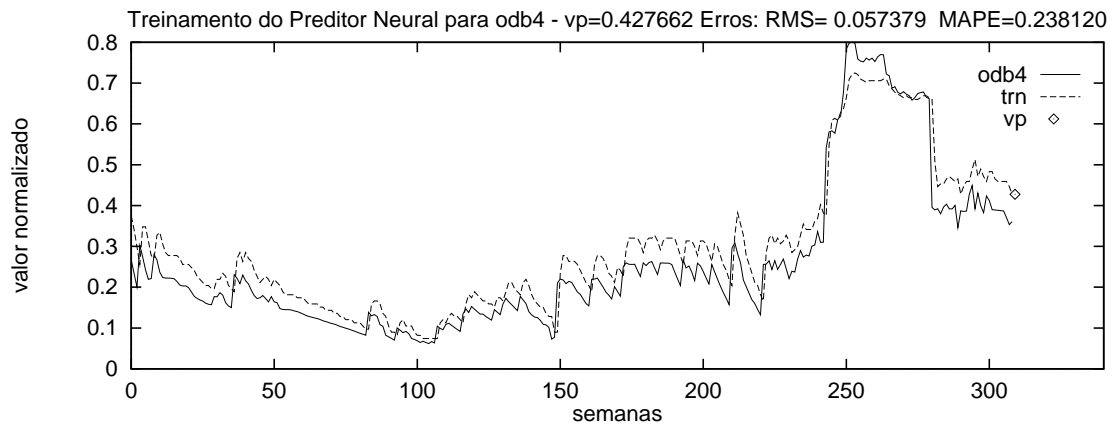
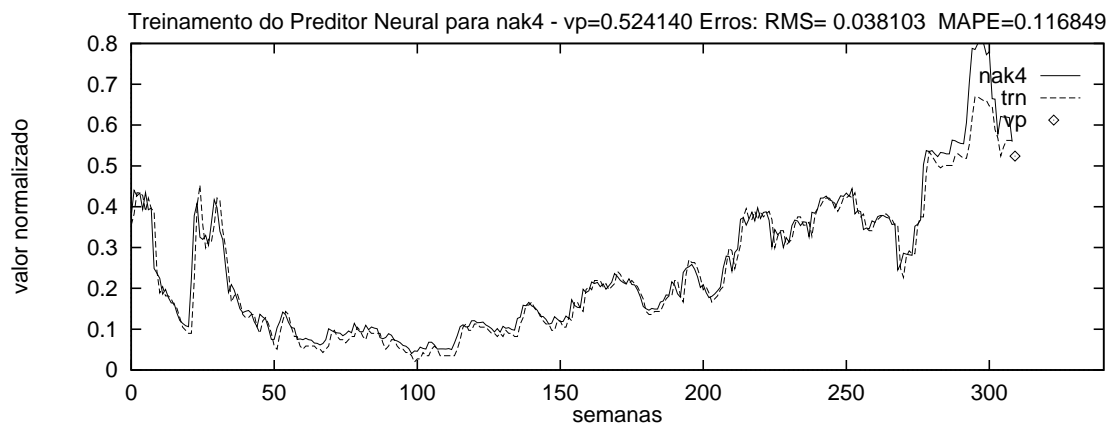
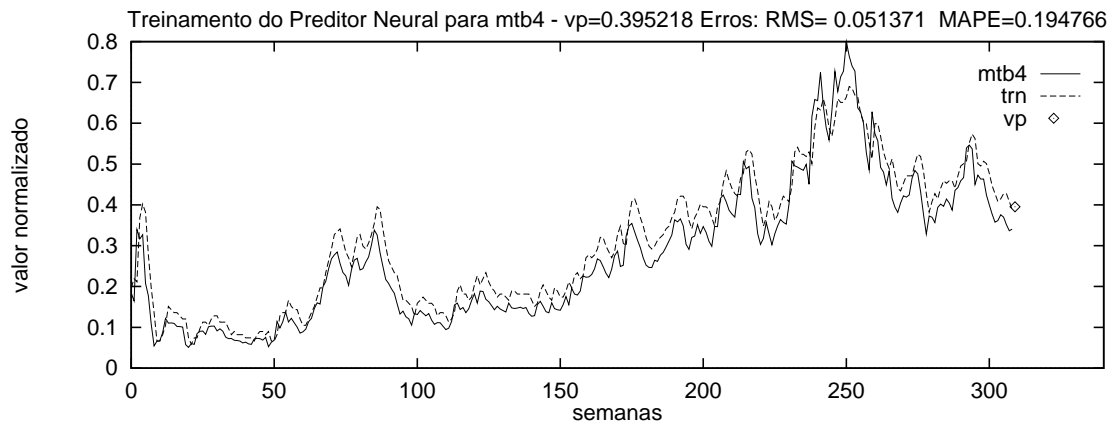


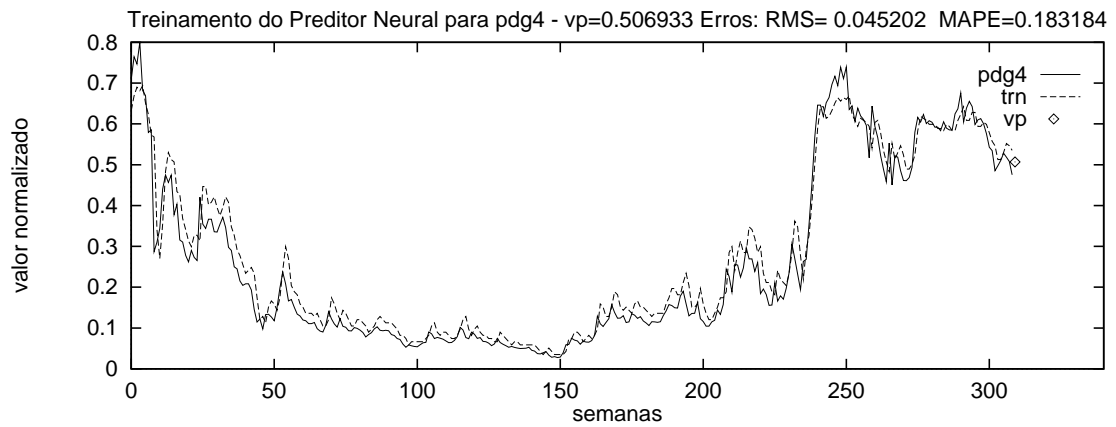
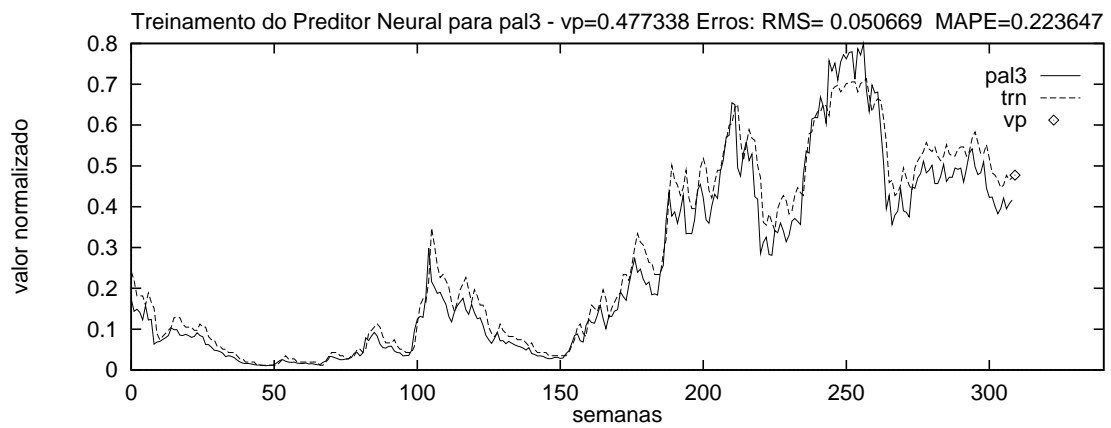
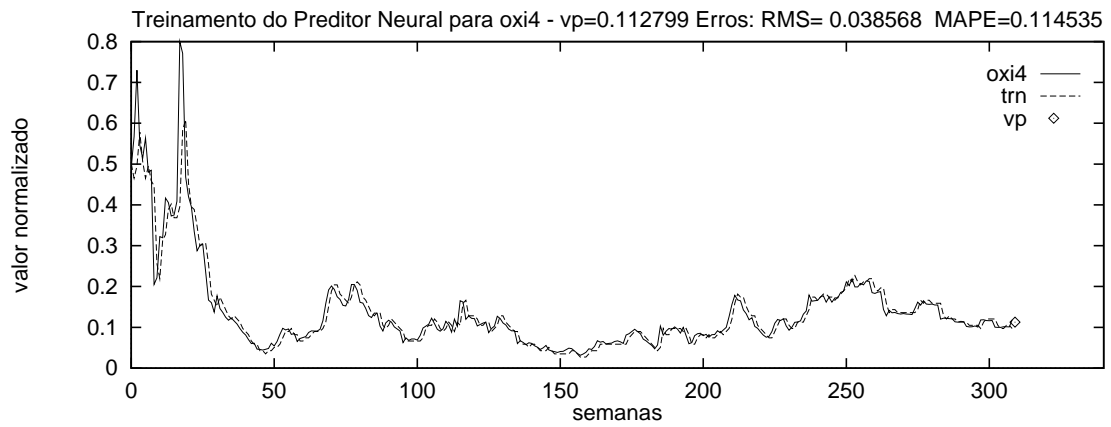


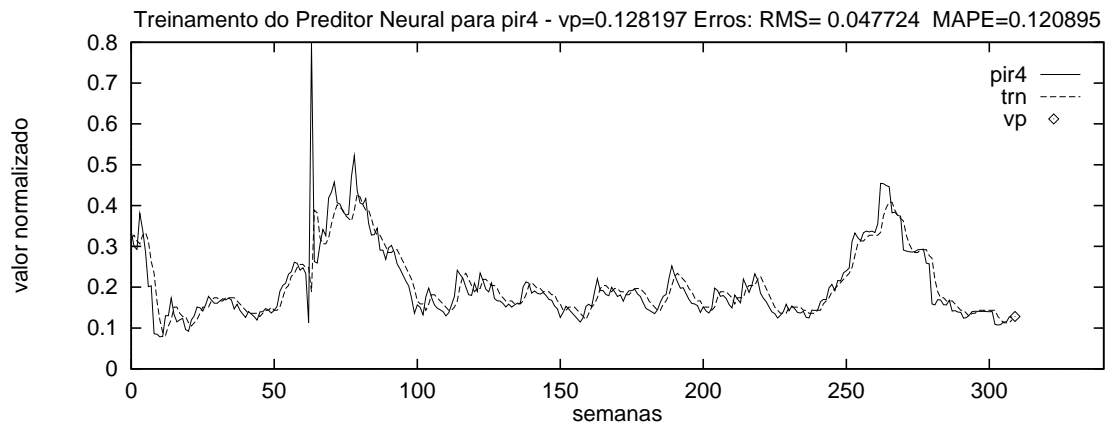
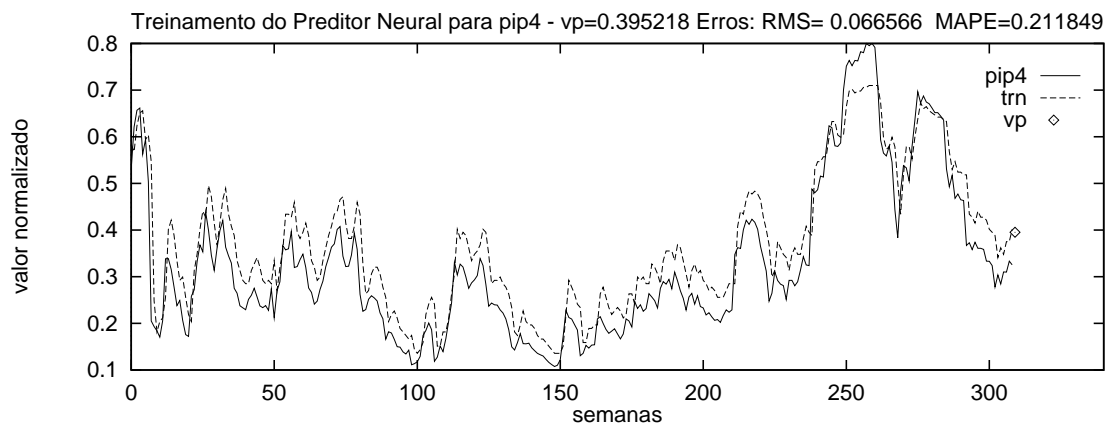
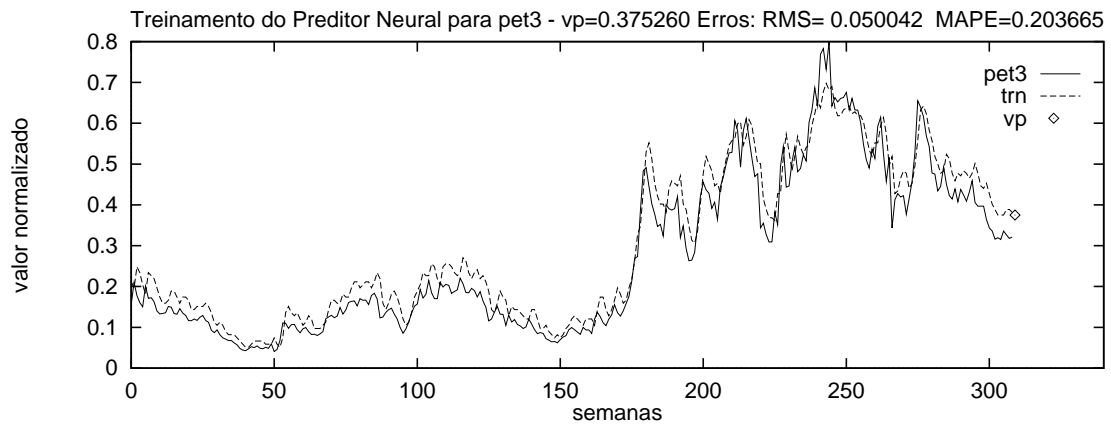


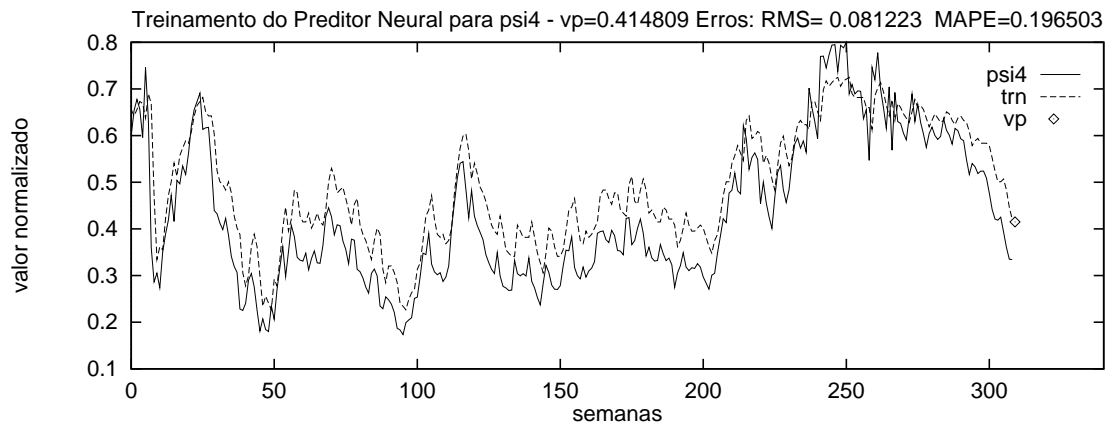
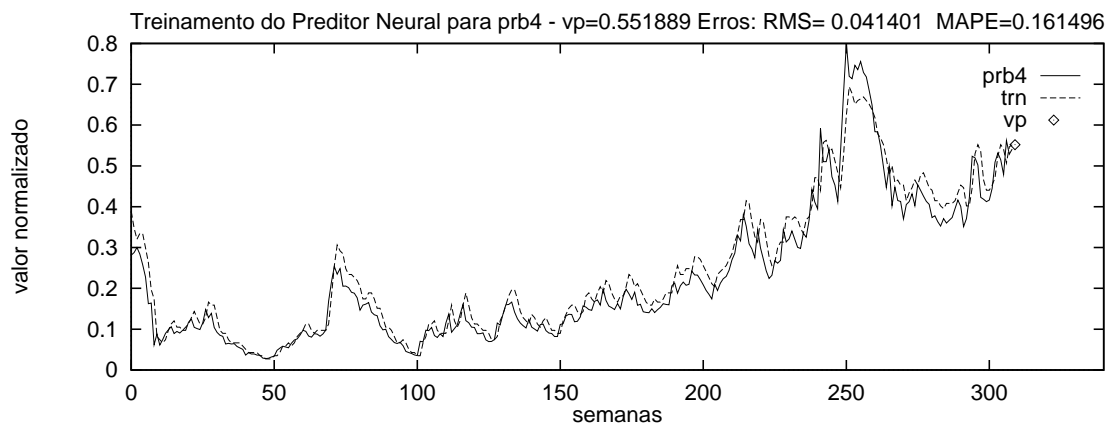
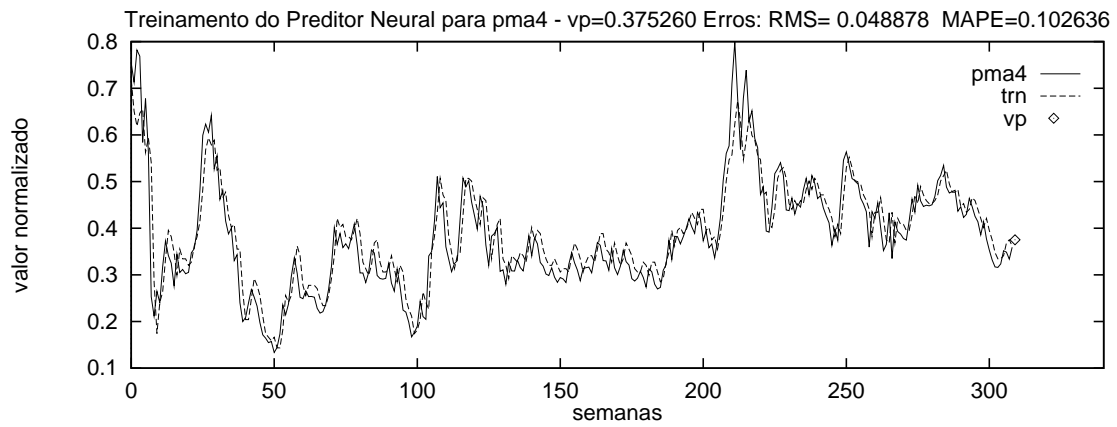


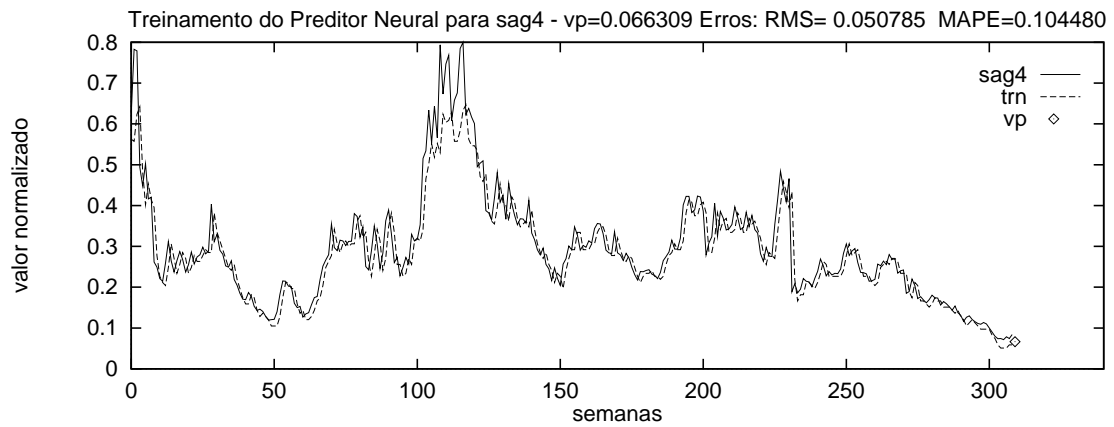
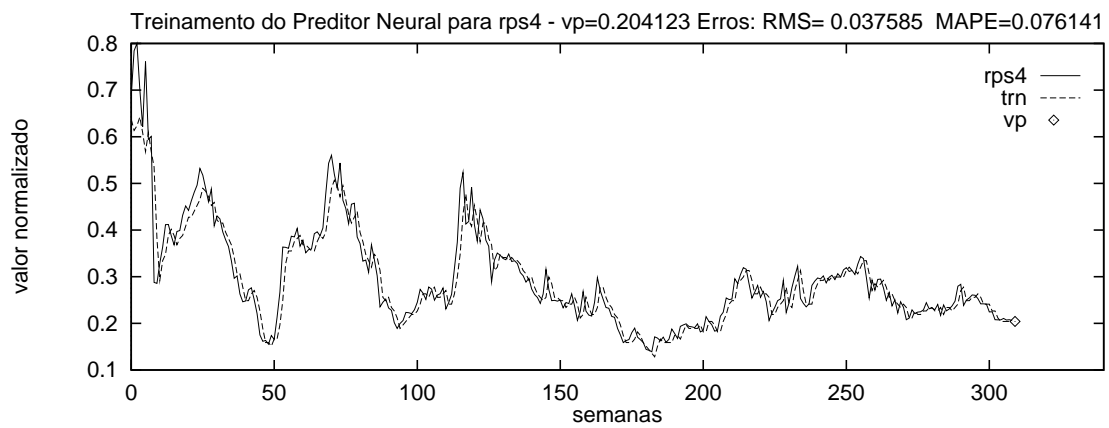
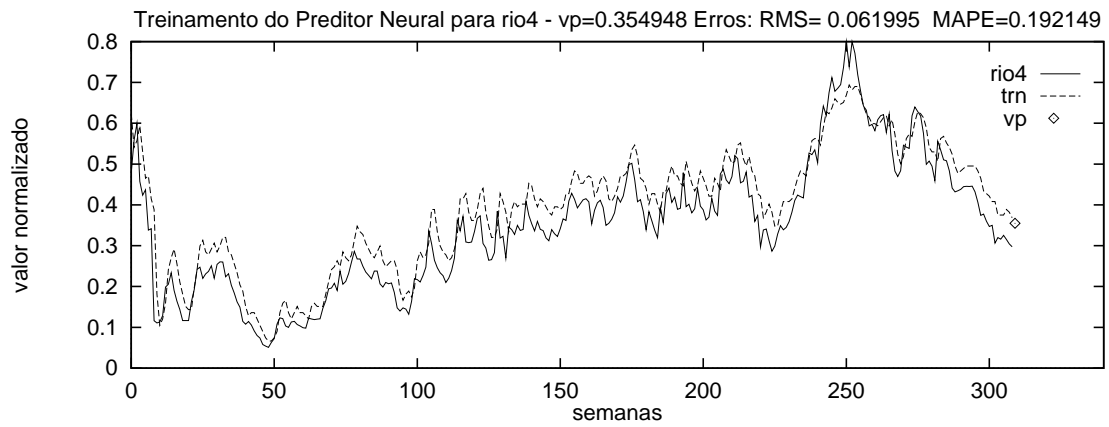


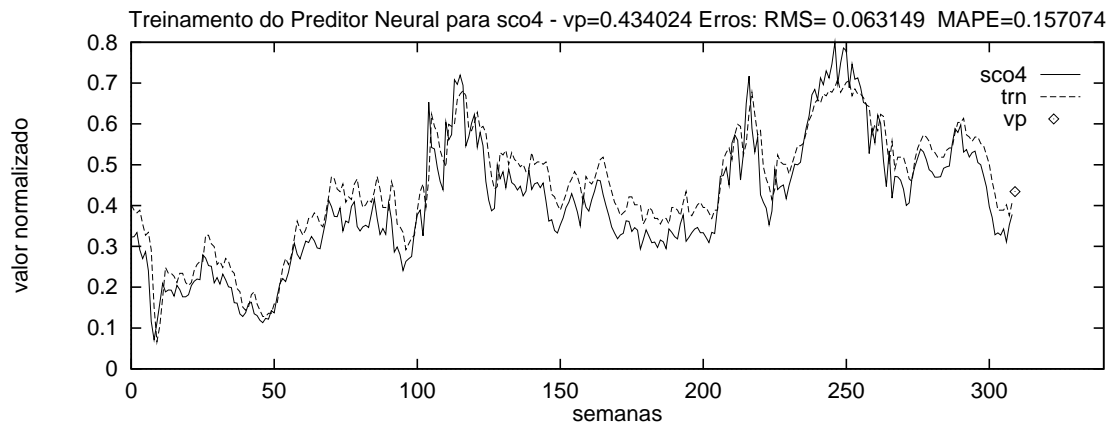
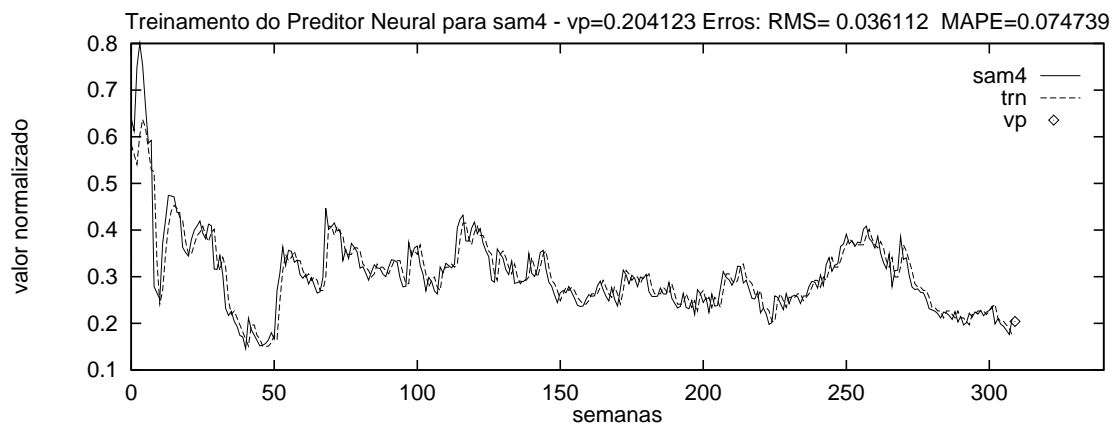
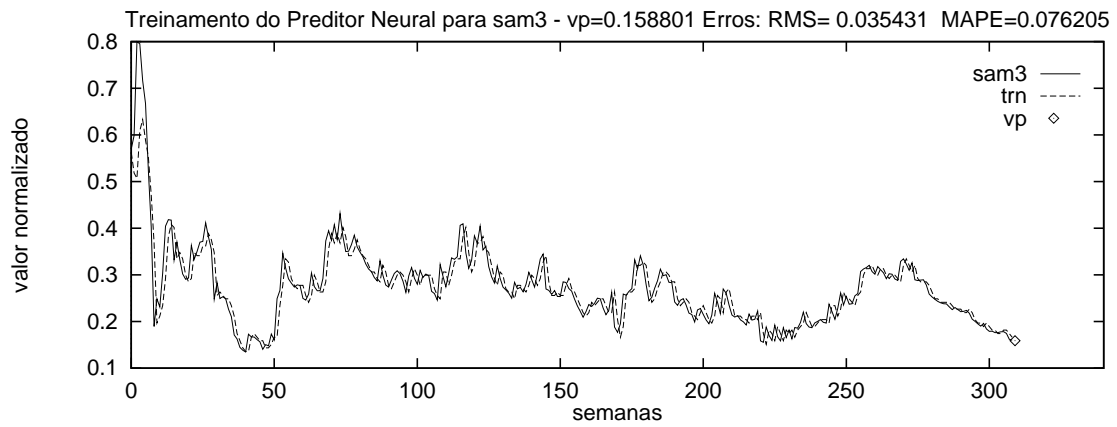


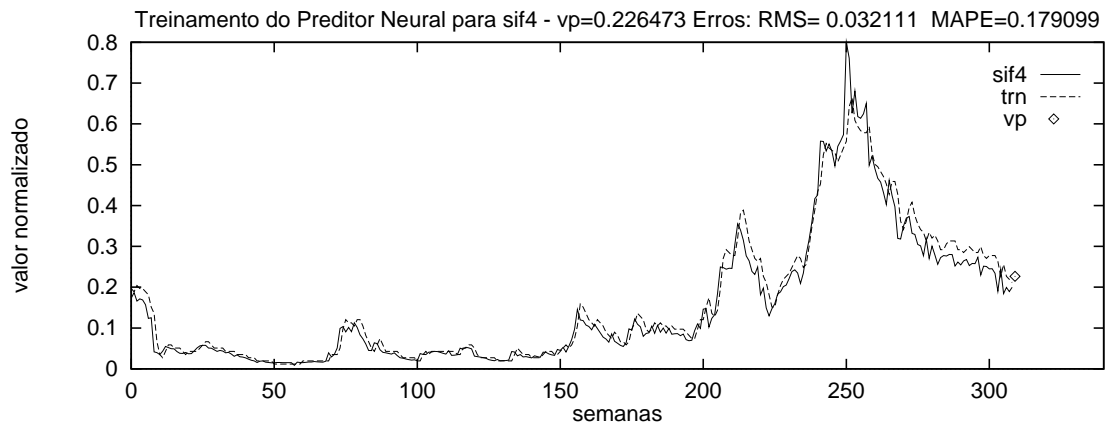
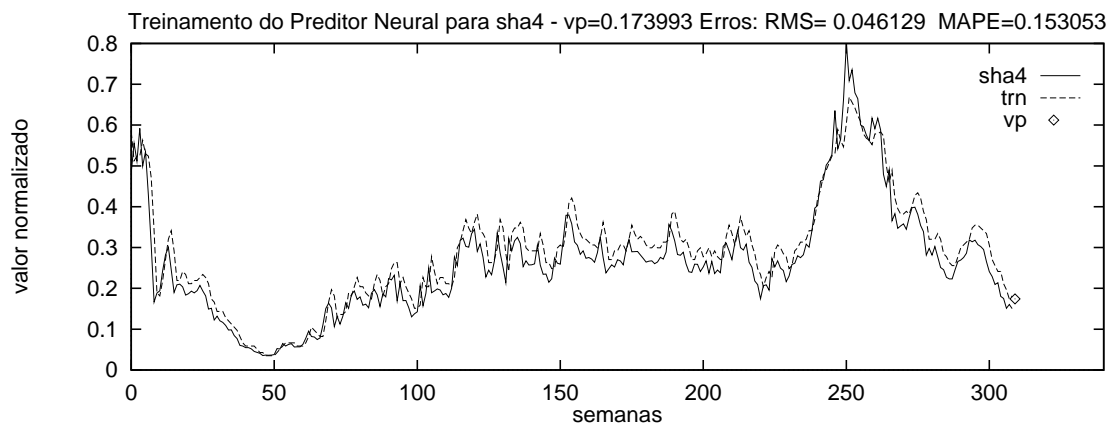
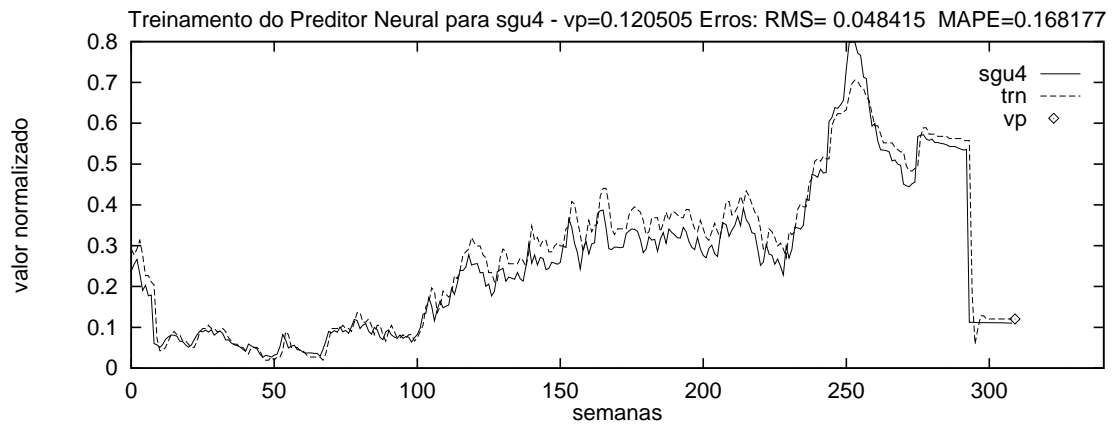


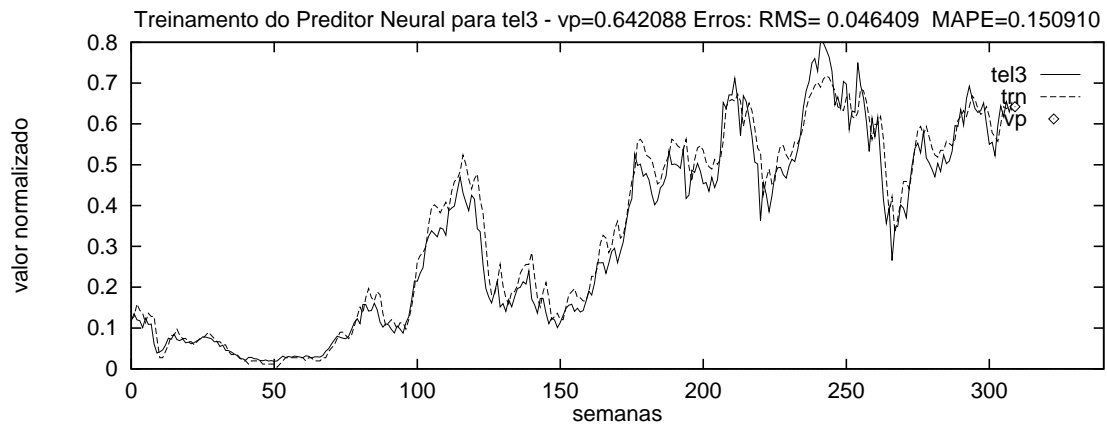
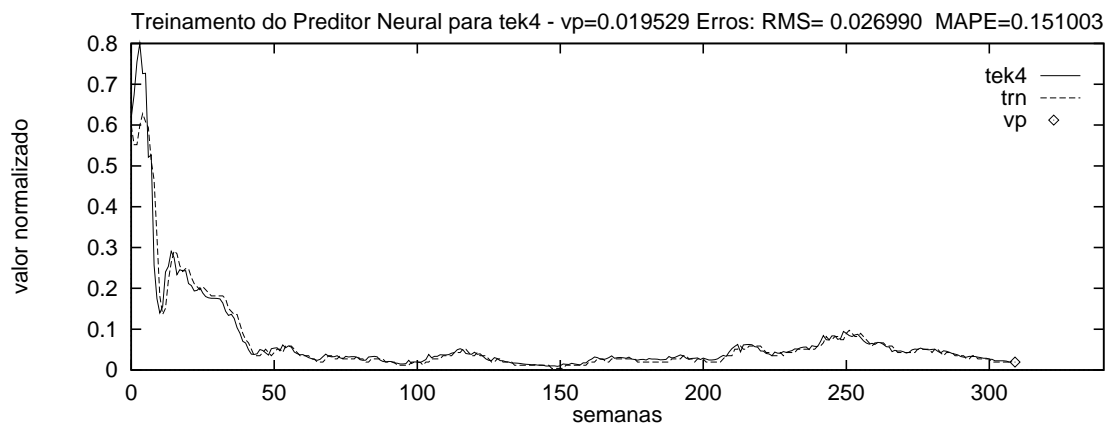
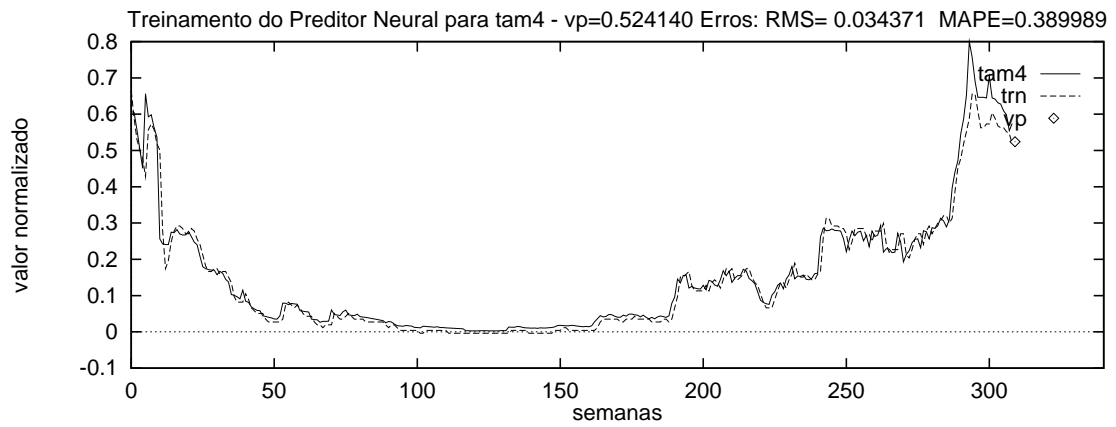


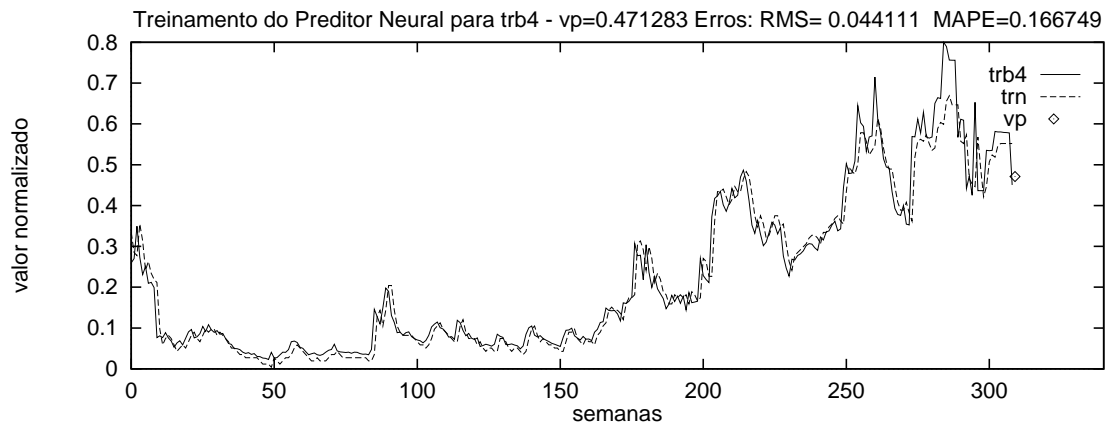
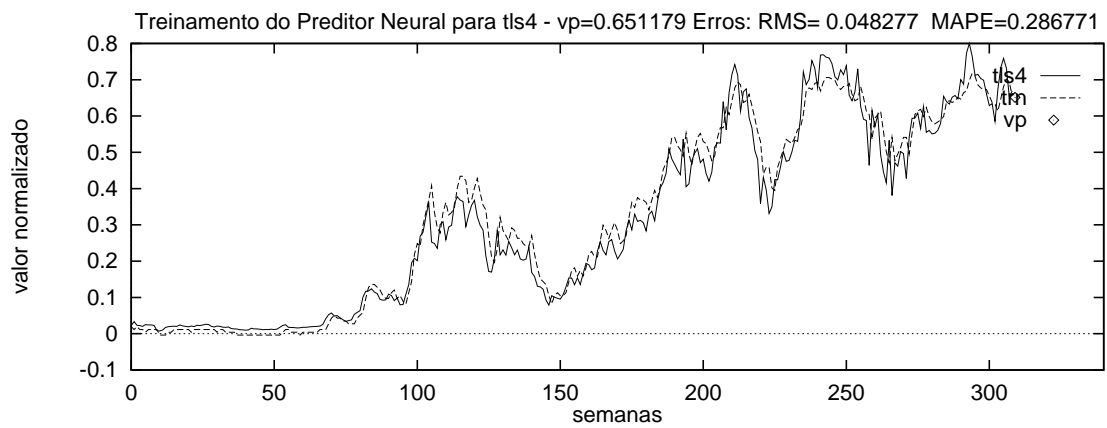
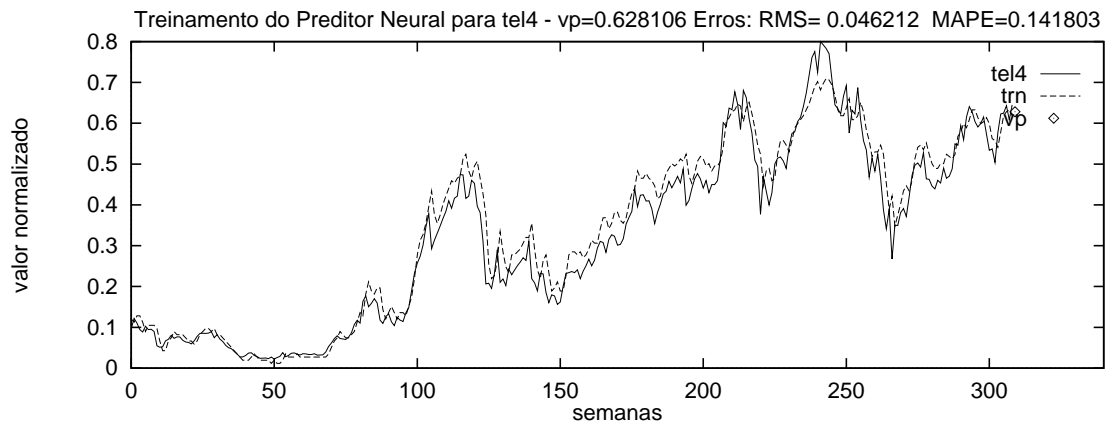


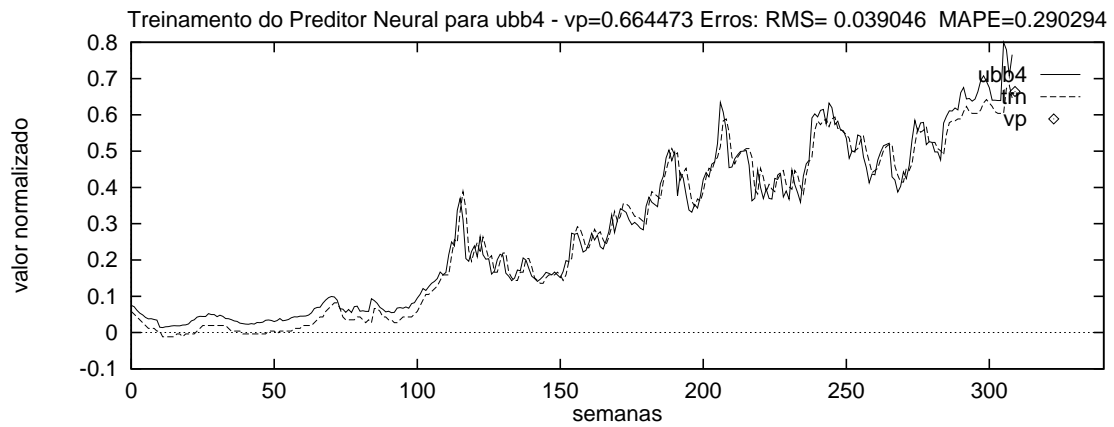
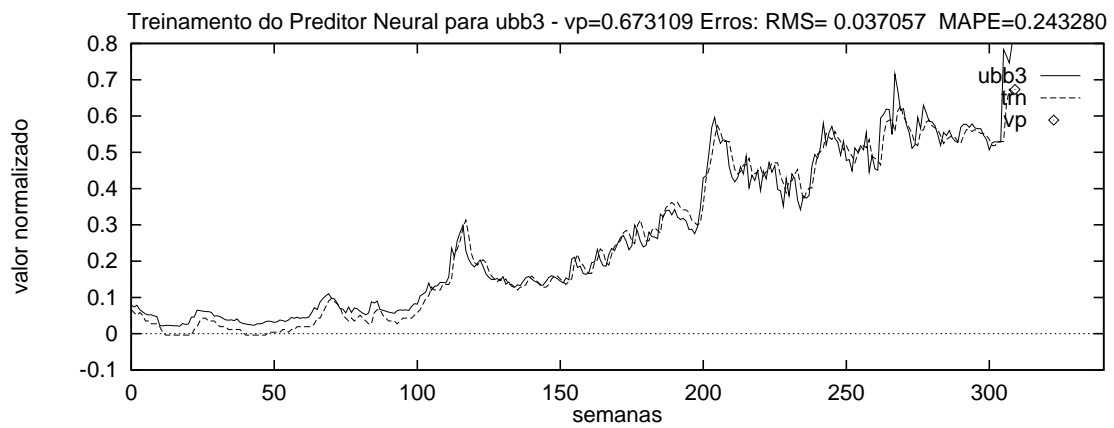
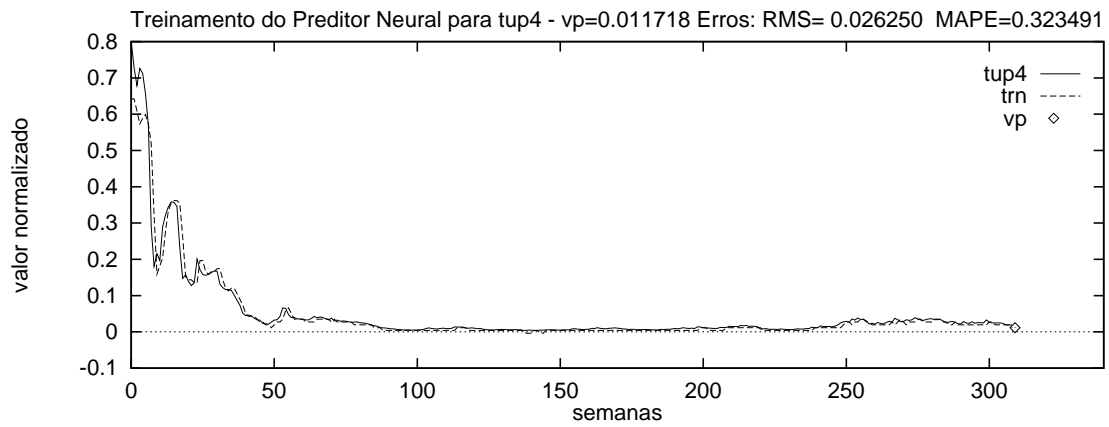


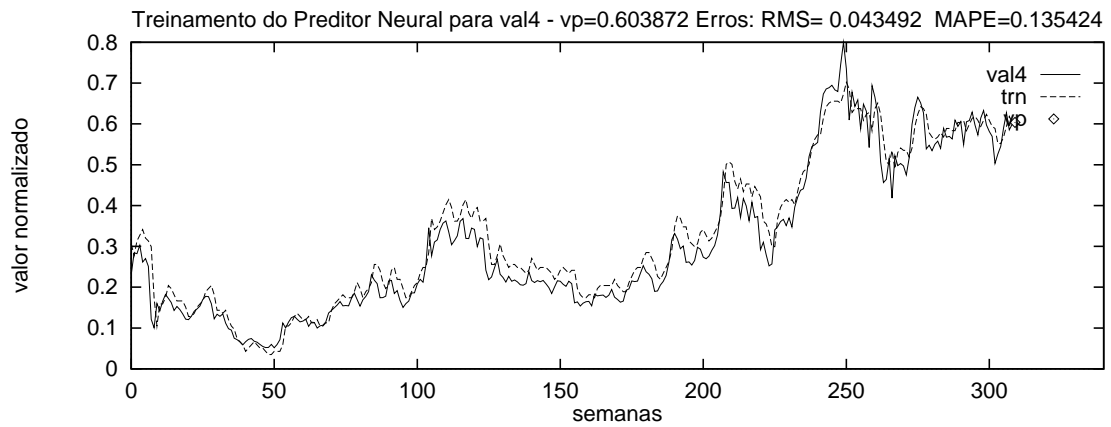
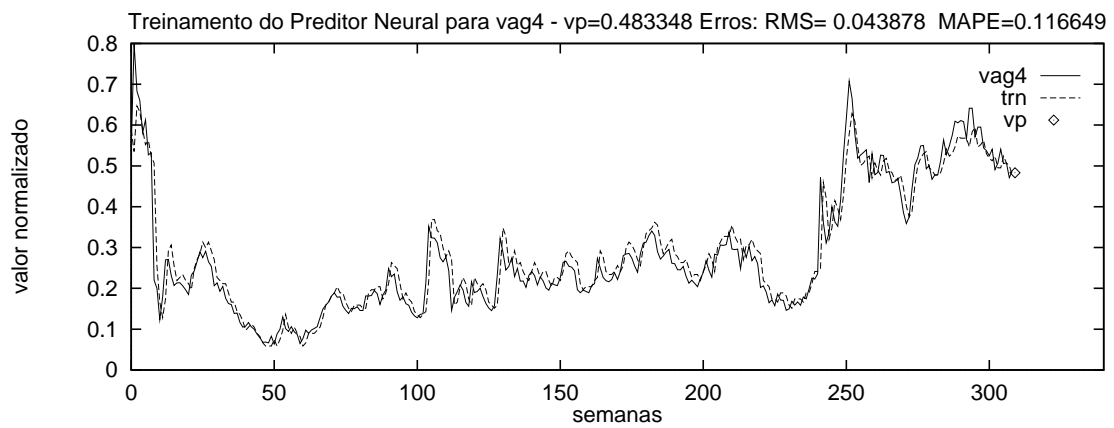
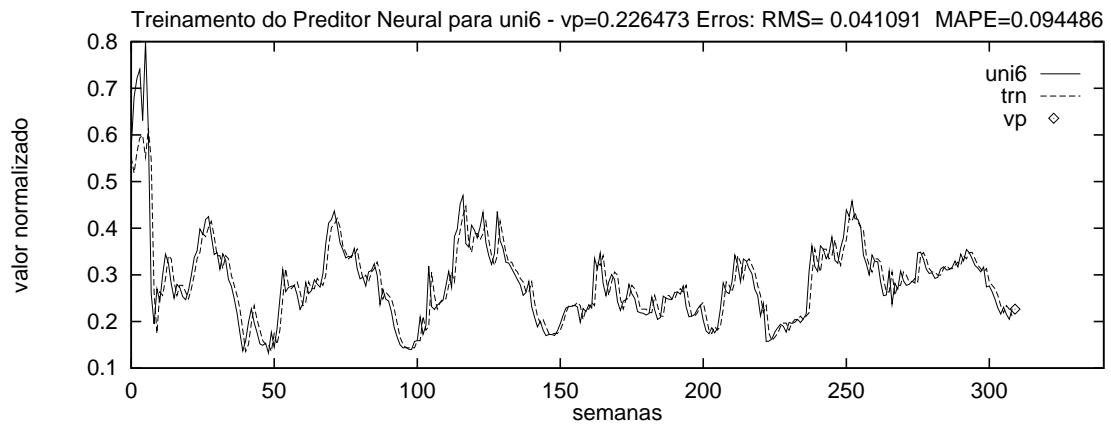












5.4 Geração da Fronteira Eficiente

Nesta seção vamos abordar a geração da Fronteira Eficiente (*FE*) para as carteiras média-variância e predição-desvios quadráticos.

As entradas de todo este processo são as séries históricas das cotações dos títulos participantes, e as saídas são as fronteiras eficientes para o modelo média-variância e para o modelo predição-desvios quadráticos. A figura 5.9 mostra o diagrama das seqüências deste processo. A principal etapa deste processo é a solução dos modelos de minimização das equações 2.11, 2.12, 2.13, 2.14, 4.11, 4.12, 4.13, 4.14, e foi implementada através do otimizador CPLEX. As demais etapas foram implementadas através de programas e utilitários. As etapas da figura 5.9 serão descritas a seguir.

5.4.1 O Otimizador CPLEX

O CPLEX [24] é um sistema resolvidor para problemas de otimização linear, linear inteira e quadrática. Neste trabalho foi utilizado o módulo *Barrier Solver*, que resolve problemas de programação quadrática.

O CPLEX permite várias formas de representação do problema quadrático. Nossa escolha foi pela utilização do formato MPS, por ser amplamente difundido. Mostraremos abaixo a representação do modelo de Markowitz para um problema exemplo[24].

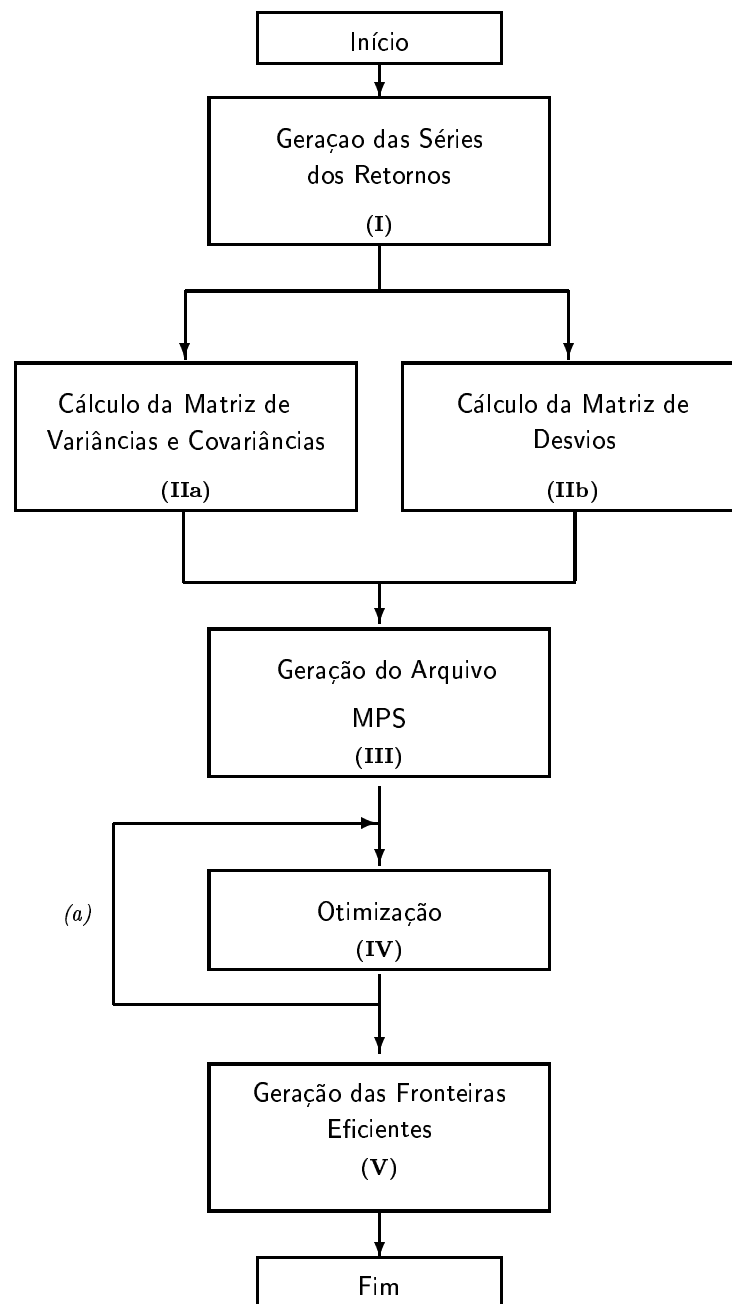


Figura 5.9: Diagrama de processos para a geração da Fronteira Eficiente

O problema de programação quadrática é representado no CPLEX da seguinte forma:

Minimizar

$$\frac{1}{2}x^T Qx + c^T x$$

Sujeito a

$$Ax \sim b$$

$$l \leq x \leq u$$

onde, Q é a matriz dos coeficientes dos termos quadráticos. Os elementos Q_{ii} são os coeficientes dos x_i^2 e os Q_{ij} e Q_{ji} são somados para compor os coeficientes dos $x_i x_j$. Note que devido ao termo $\frac{1}{2}$, se o coeficiente do termo x_j^2 é 10, ele deve ser entrado como 20. Ainda, o símbolo \sim significa restrições do tipo $\leq, =$ ou \geq , e l e u são os limites inferior e superior para as variáveis.

Assim, o problema

Minimizar

$$a + b + \frac{1}{2}(a^2 + 4ab + 7b^2)$$

Sujeito a

$$a + b \geq 10$$

$$a, b \geq 0$$

tem a representação no formato MPS mostrado na figura 5.10.

```

NAME EXEMPLO
ROWS
  N  obj
  G  c1
COLUMNS
  a      obj      1      c1      1
  b      obj      1      c1      1
RHS
  rhs    c1      1      10
QMATRIX
  a      a      1
  a      b      2
  b      a      2
  b      b      7
ENDATA

```

Figura 5.10: Exemplo de arquivo MPS

```

read modelo.mps
baropt
write cplex.vec
quit

```

Figura 5.11: Comandos para a solução de um modelo no CPLEX

O CPLEX opera no modo interativo, através da sua linha de comando, ou no modo *pipe*, recebendo as suas entradas da *stdin*. Para resolver um problema no formato MPS, basta entrar com a seqüência abaixo:

A seqüência carrega o problema, o resolve e escreve a solução no arquivo `cplex.vec`. A solução consiste basicamente no valor da função minimizada e os respectivos valores de cada uma das variáveis.

5.4.2 Algoritmos e Programas

I - Geração das Séries dos Retornos

A etapa de Geração das Séries dos Retornos (figura 5.9) produz as séries históricas dos retornos dos títulos, calculados conforme a equação 2.1, ponto a ponto e a partir da segunda cotação disponível na série histórica das cotações. As séries de retornos geradas são utilizadas indistintamente na geração das carteiras média-variância e predição-desvios quadráticos .

II - Cálculo das Matrizes

A próxima etapa produz a *matriz variâncias e covariâncias* (IIa), para o modelo média-variância e a *matriz de desvios quadráticos* (IIb) para o modelo predição-desvios quadráticos .

A matriz de variâncias e covariâncias é uma matriz $M \times M$ representada por:

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \cdots & \gamma_{1M} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \cdots & \gamma_{2M} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \gamma_{M1} & \gamma_{M2} & \cdots & \gamma_{MM} \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

onde, $\mathbf{\Gamma}$ é a matriz de variâncias e covariâncias, M é o número de títulos e γ_{ij} são as covariâncias das séries históricas dos retornos duas a duas, conforme a equação 2.8. Ainda nos referindo à equação 2.8, vemos que $\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$, logo, a matriz de variâncias e covariâncias é uma matriz simétrica. Esta característica nos permite, tanto para

cálculo quanto armazenamento, trabalhar apenas com a sua metade inferior ou superior.

A matriz de desvios quadráticos tem a mesma cardinalidade e característica de simetria, diferindo apenas no cálculo do elementos, sendo representada por:

$$\hat{\Gamma} = \begin{bmatrix} \hat{\gamma}_{11} & \hat{\gamma}_{12} & \cdots & \hat{\gamma}_{1M} \\ \hat{\gamma}_{21} & \hat{\gamma}_{22} & \cdots & \hat{\gamma}_{2M} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \hat{\gamma}_{M1} & \hat{\gamma}_{M2} & \cdots & \hat{\gamma}_{MM} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

onde, $\hat{\Gamma}$ é a matriz de desvios quadráticos, M é o número de títulos e $\hat{\gamma}_{ij}$ são os desvios quadráticos das séries históricas dos retornos em relação ao retorno predito, dois a dois, conforme a equação 4.8.

III - Geração do Arquivo MPS

Conforme abordado na seção 5.4.1, optou-se por utilizar o formato MPS para a representação do problema de programação quadrática. O arquivo MPS é gerado a partir das variáveis dos modelos. As variáveis dos modelos, conforme descritas nas seções 2.3.2 e 4.3.3, são:

1. Modelo média-variância:

O vetor de retornos médios \mathbf{R} e a matriz de covariâncias $\mathbf{\Gamma}$. O vetor \mathbf{R} é definido como:

$$\mathbf{R} = [\bar{R}_1 \quad \bar{R}_2 \quad \bar{R}_3 \quad \cdots \quad \bar{R}_M] \quad (5.7)$$

onde, \bar{R}_i é o retorno médio do título i e M é o número de títulos.

2. Modelo predição-desvios quadráticos:

O vetor de retornos preditos $\widehat{\mathbf{R}}$ e a matriz de desvios quadráticos $\widehat{\mathbf{\Gamma}}$. O vetor $\widehat{\mathbf{R}}$ é definido como:

$$\widehat{\mathbf{R}} = [\widehat{R}_1 \quad \widehat{R}_2 \quad \widehat{R}_3 \quad \cdots \quad \widehat{R}_M] \quad (5.8)$$

onde, \widehat{R}_i é o retorno predito para o título i e M é o número de títulos.

Ainda temos como entrada, para ambos os modelos, o valor desejado para o retorno da carteira. Conforme visto na seção 2.3, estes modelos minimizam o risco para um nível de retorno da carteira. O arquivo gerado por este módulo tem o formato da figura 5.10, adaptado aos problemas do modelo média-variância e predição-desvios quadráticos. A figura 5.12 mostra o arquivo `.mps` gerado para os 9 títulos utilizados nos exemplos de Markowitz[2], pp 8-13.

IV - Otimização

A etapa de otimização é idêntica para os dois modelos e consiste na execução iterativa do CPLEX, indicada pelo caminho *(a)* na figura 5.9, variando-se o valor da restrição do retorno desejado. Para cada execução, é gerado um arquivo MPS para o modelo com o valor do retorno desejado.

Em cada experimento, utilizamos 500 execuções, com os retornos desejados variando entre 0% e 50% com incrementos de 0.1%.

Finalizando esta etapa, os problemas (`cplex.mps`) e as soluções (`cplex.vec`) são acumulados no arquivo `cplex.run` para uso nos experimentos posteriores.

```

NAME PORTFOLIO
ROWS
  N  obj
  E  c1
  E  c2
COLUMNS
  X1  c1  0.065944  c2  1
  X2  c1  0.061556  c2  1
  X3  c1  0.146056  c2  1
  X4  c1  0.173444  c2  1
  X5  c1  0.198111  c2  1
  X6  c1  0.055111  c2  1
  X7  c1  0.127611  c2  1
  X8  c1  0.190333  c2  1
  X9  c1  0.115611  c2  1
RHS
  rhs  c1  0.090000  c2  1
QMATRIX
  X1  X1  0.106776
  X2  X1  0.042982
  X1  X2  0.042982
  X2  X2  0.029368
  X3  X1  0.057310
  X1  X3  0.057310
  X3  X2  0.037568
  X2  X3  0.037568
  X3  X3  0.171000
  X4  X1  0.097930
  X1  X4  0.097930
  X4  X2  0.048834
  X2  X4  0.048834
  X4  X3  0.125214
  X3  X4  0.125214
  X4  X4  0.190928
  X5  X1  0.032498
  X1  X5  0.032498
  X5  X2  0.016084
  X2  X5  0.016084
  X5  X3  0.088798
  X3  X5  0.088798
  X5  X4  0.103076
  X4  X5  0.103076
  X5  X5  0.255780

```

X6	X1	0.064478
X1	X6	0.064478
X6	X2	0.020044
X2	X6	0.020044
X6	X3	0.026574
X3	X6	0.026574
X6	X4	0.058050
X4	X6	0.058050
X6	X5	0.025676
X5	X6	0.025676
X6	X6	0.082516
X7	X1	0.048512
X1	X7	0.048512
X7	X2	0.028980
X2	X7	0.028980
X7	X3	0.020880
X3	X7	0.020880
X7	X4	0.041540
X4	X7	0.041540
X7	X5	0.041834
X5	X7	0.041834
X7	X6	0.022558
X6	X7	0.022558
X7	X7	0.057668
X8	X1	0.079996
X1	X8	0.079996
X8	X2	0.050726
X2	X8	0.050726
X8	X3	0.137292
X3	X8	0.137292
X8	X4	0.180040
X4	X8	0.180040
X8	X5	0.203068
X5	X8	0.203068
X8	X6	0.059216
X6	X8	0.059216
X8	X7	0.058276
X7	X8	0.058276
X8	X8	0.293456
X9	X1	0.072302
X1	X9	0.072302
X9	X2	0.041672
X2	X9	0.041672

```

X9    X3    0.084044
X3    X9    0.084044
X9    X4    0.073292
X4    X9    0.073292
X9    X5    0.089944
X5    X9    0.089944
X9    X6    0.043306
X6    X9    0.043306
X9    X7    0.034788
X7    X9    0.034788
X9    X8    0.105682
X8    X9    0.105682
X9    X9    0.158540
ENDATA

```

Figura 5.12: Arquivo MPS para o exemplo de Markowitz

V - Geração das Fronteiras Eficientes

A fronteira eficiente para cada modelo consiste no conjunto de pontos formado pelos valores minimizados do risco da carteira e os valores do retorno desejado da carteira. Estes valores são obtidos no arquivo `cplex.vec`, e formatados em pares no arquivo `modelo.eff`

5.4.3 Resultados

As figuras 5.13 e 5.14 mostram, respectivamente, os resultados obtidos na geração das fronteiras eficientes para os modelos média-variância e predição-desvios quadráticos. Ainda, a figura 5.15 mostra o gráfico das duas fronteiras eficientes na mesma escala.

São mostrados na seqüência, os 66 gráficos das séries históricas dos retornos. Estas séries foram geradas a partir das séries históricas das cotações dos títulos.

Cada gráfico mostra, ainda, uma reta traçada na ordenada do valor médio da série (med), bem como o valor do retorno predito (rp), calculado conforme a equação 4.5. As legendas são a série de retornos do título na linha cheia, a reta da ordenada do valor médio na linha tracejada e o valor predito no “diamante”.

Podemos observar que em vários destes gráficos os retornos preditos estão bastante distantes das médias das séries históricas dos retornos. Este fato é verificado no gráfico da figura 5.15, onde vemos que a fronteira eficiente para o modelo predição-desvios quadráticos contém carteiras com retornos uma ordem de grandeza superiores aos da fronteira eficiente para o modelo média-variância .

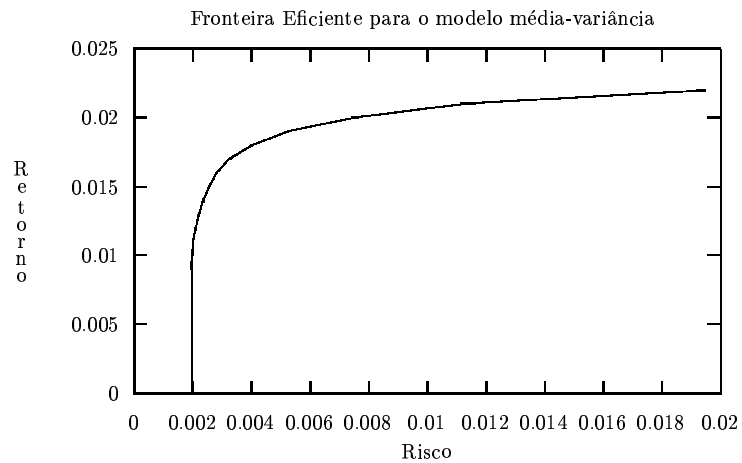


Figura 5.13: Fronteira Eficiente para o modelo média-variância

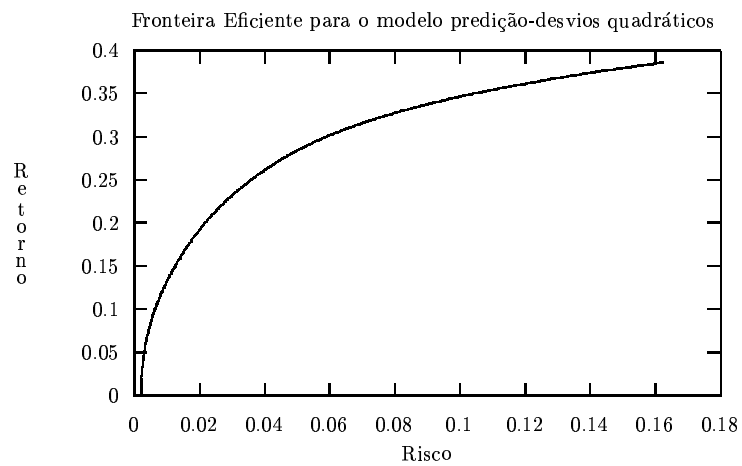


Figura 5.14: Fronteira Eficiente para o modelo predição-desvios quadráticos

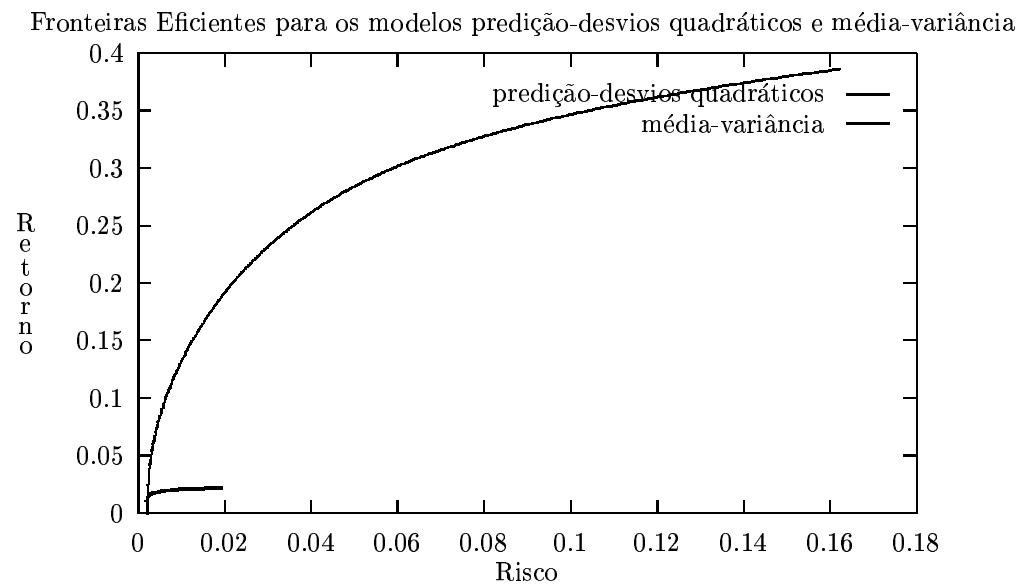
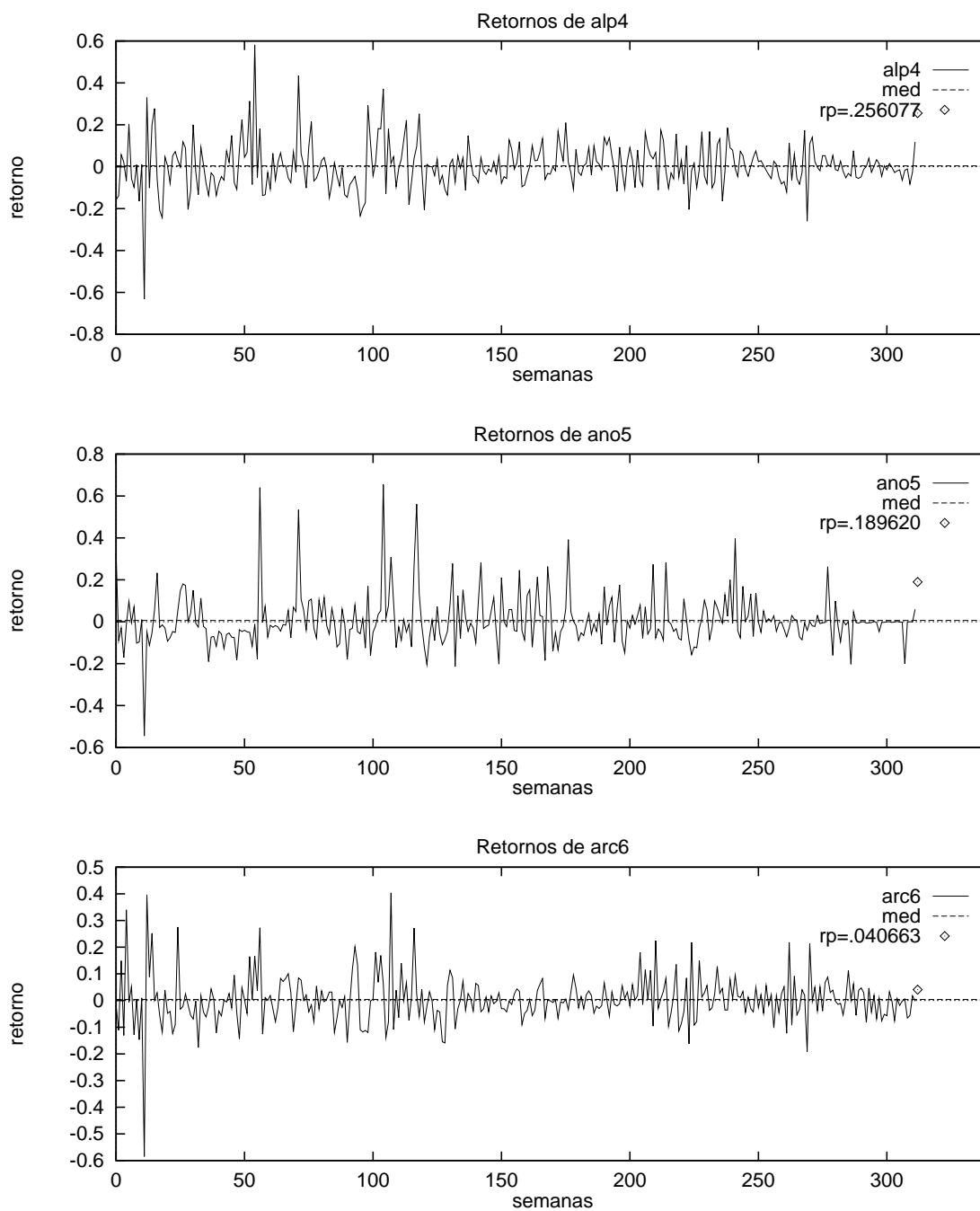
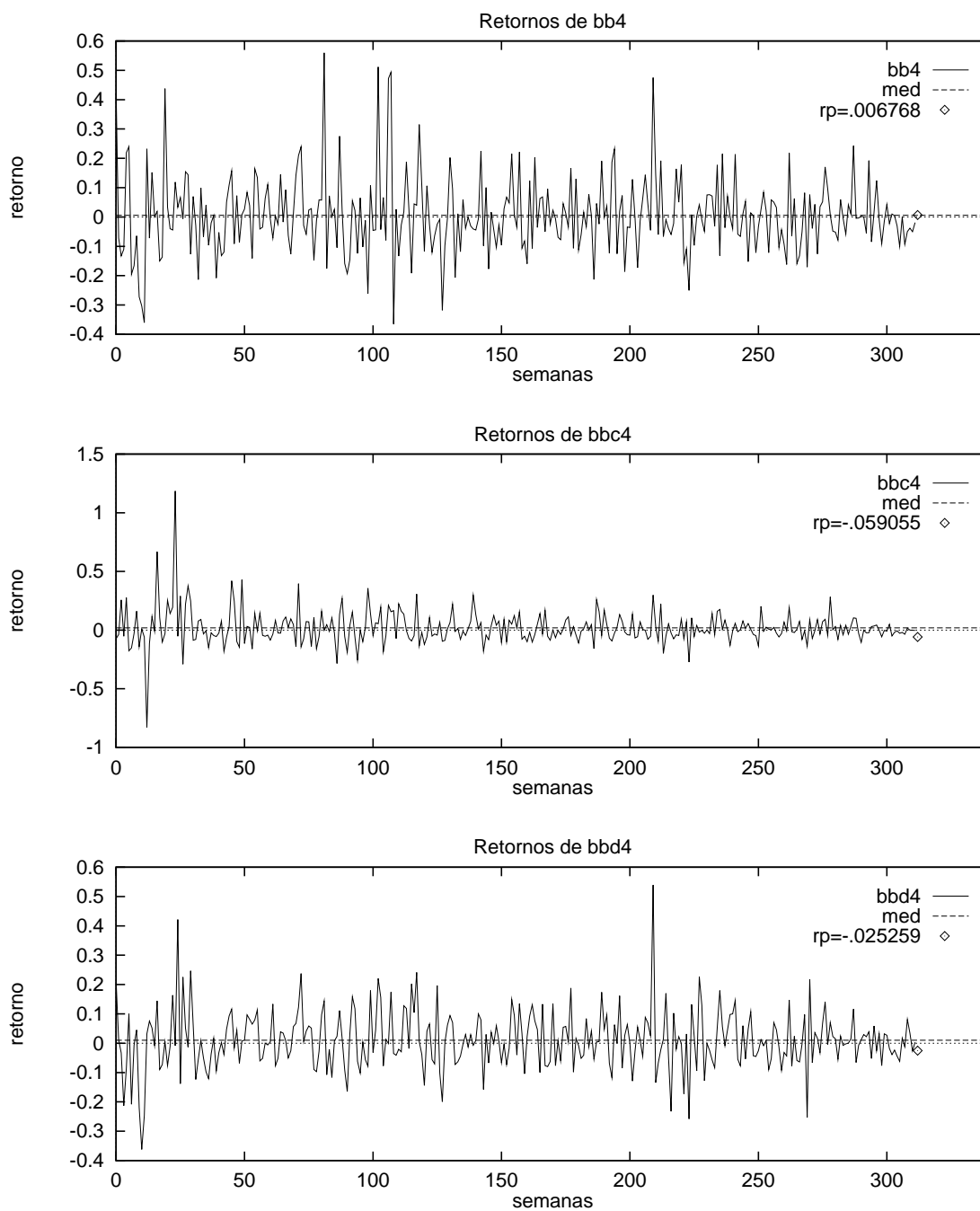
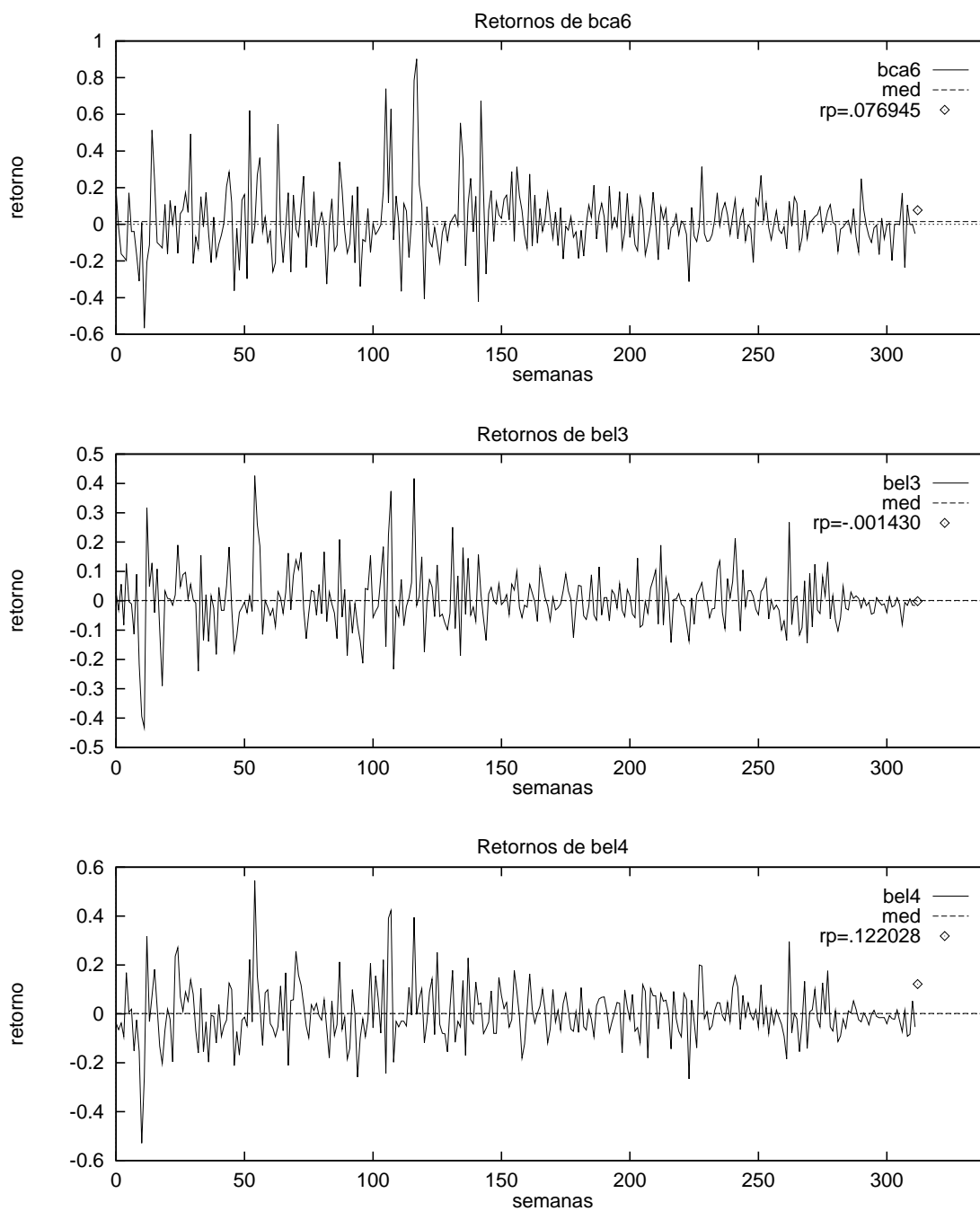
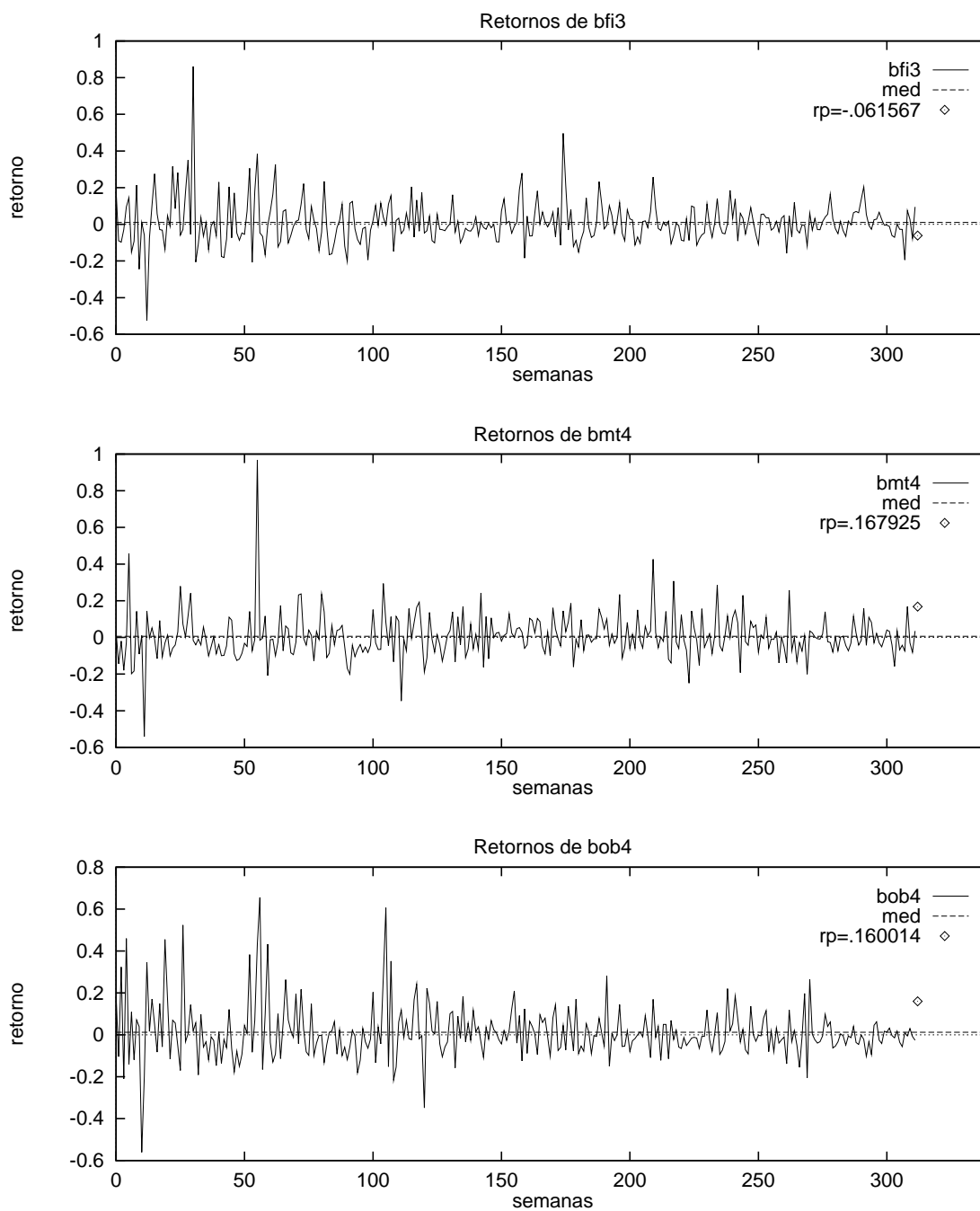


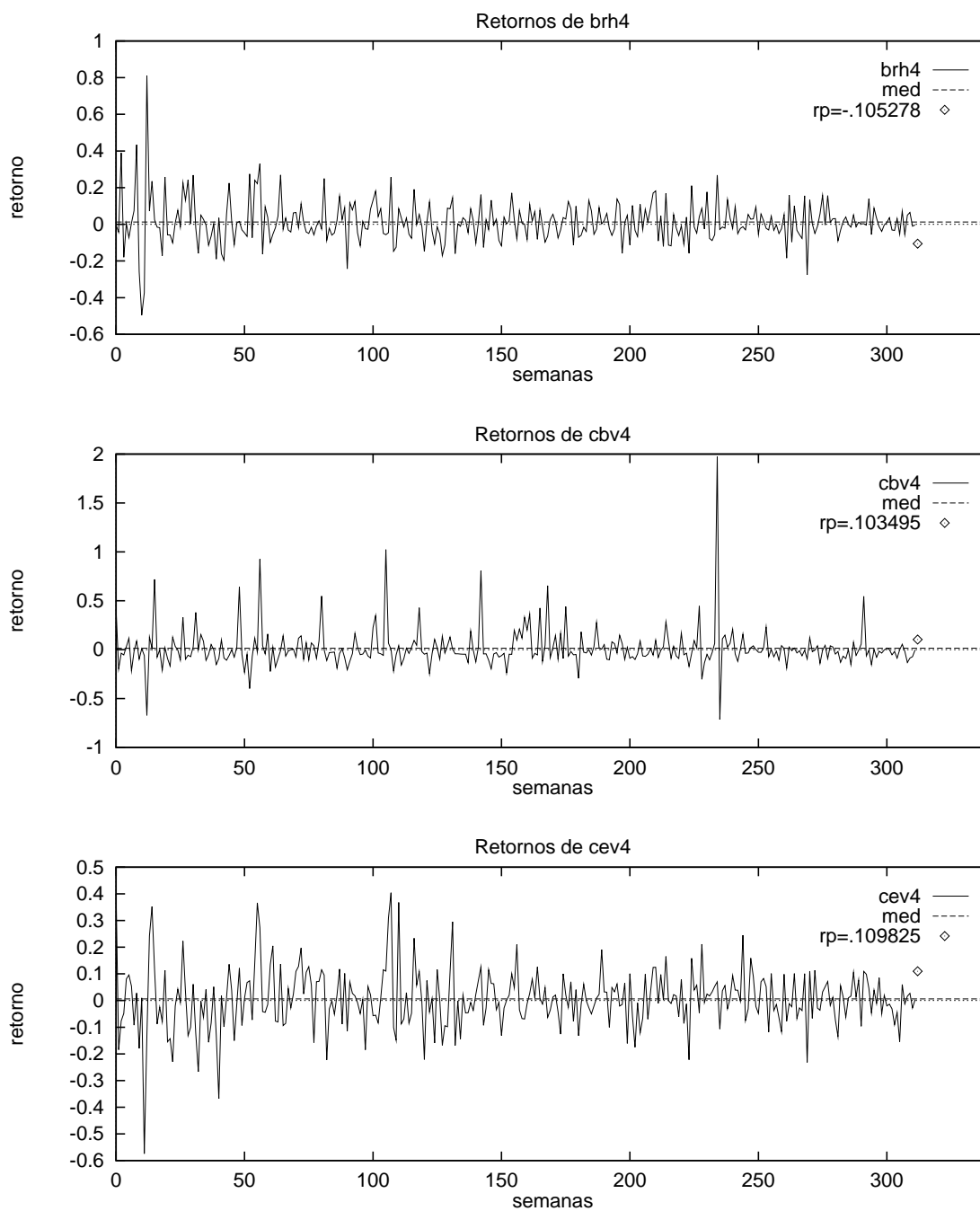
Figura 5.15: Fronteiras Eficientes para os modelos predição-desvios quadráticos e média-variância

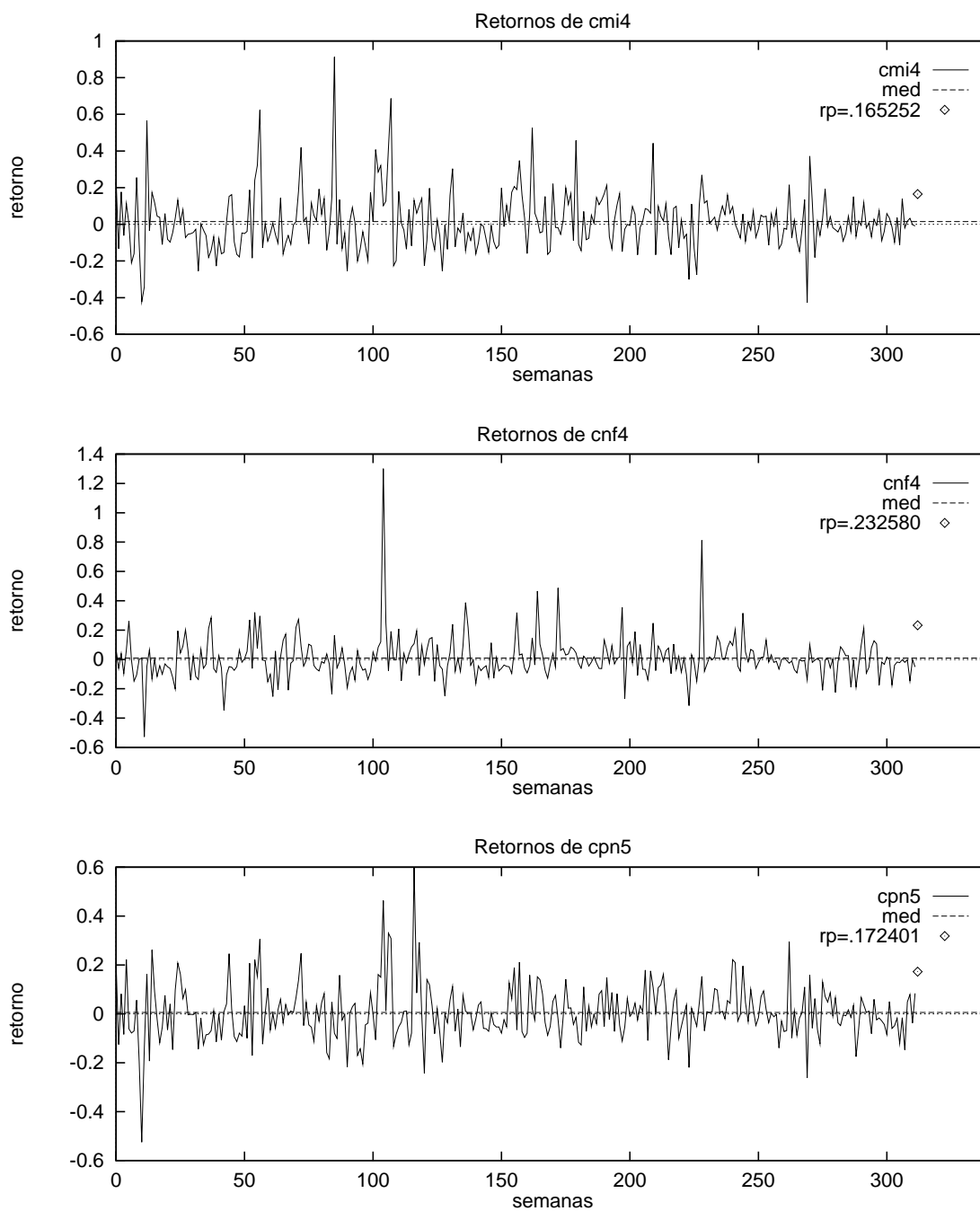


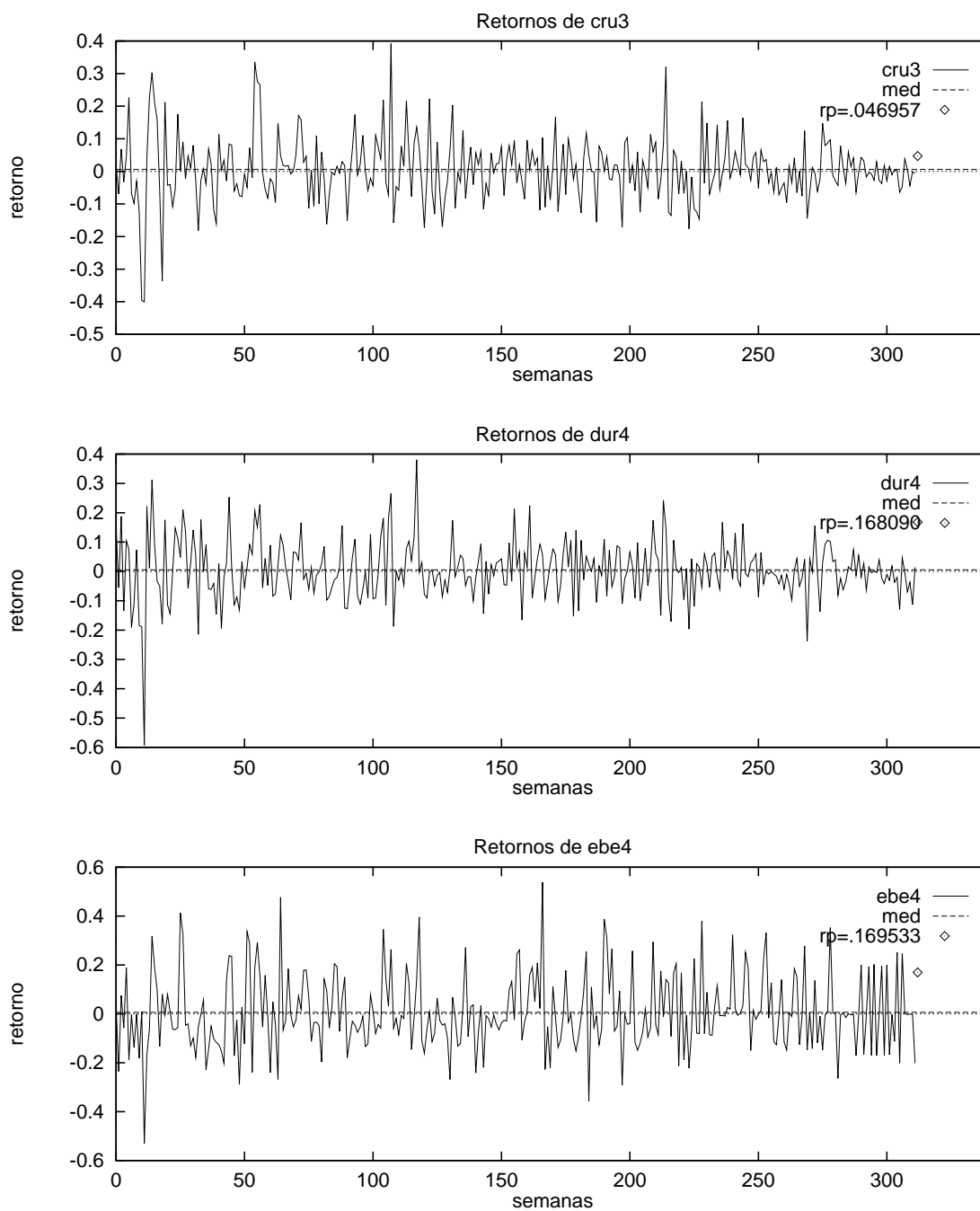


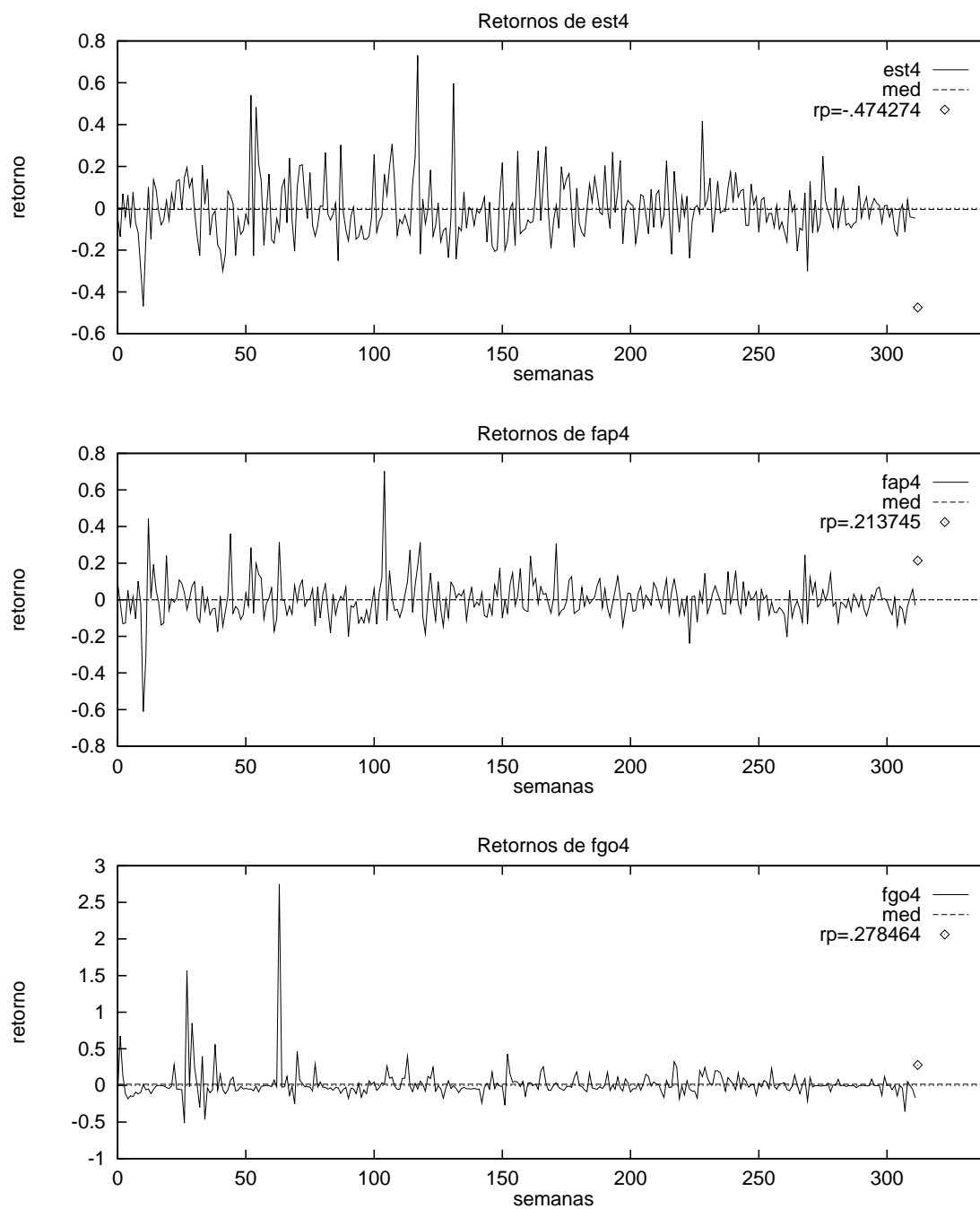


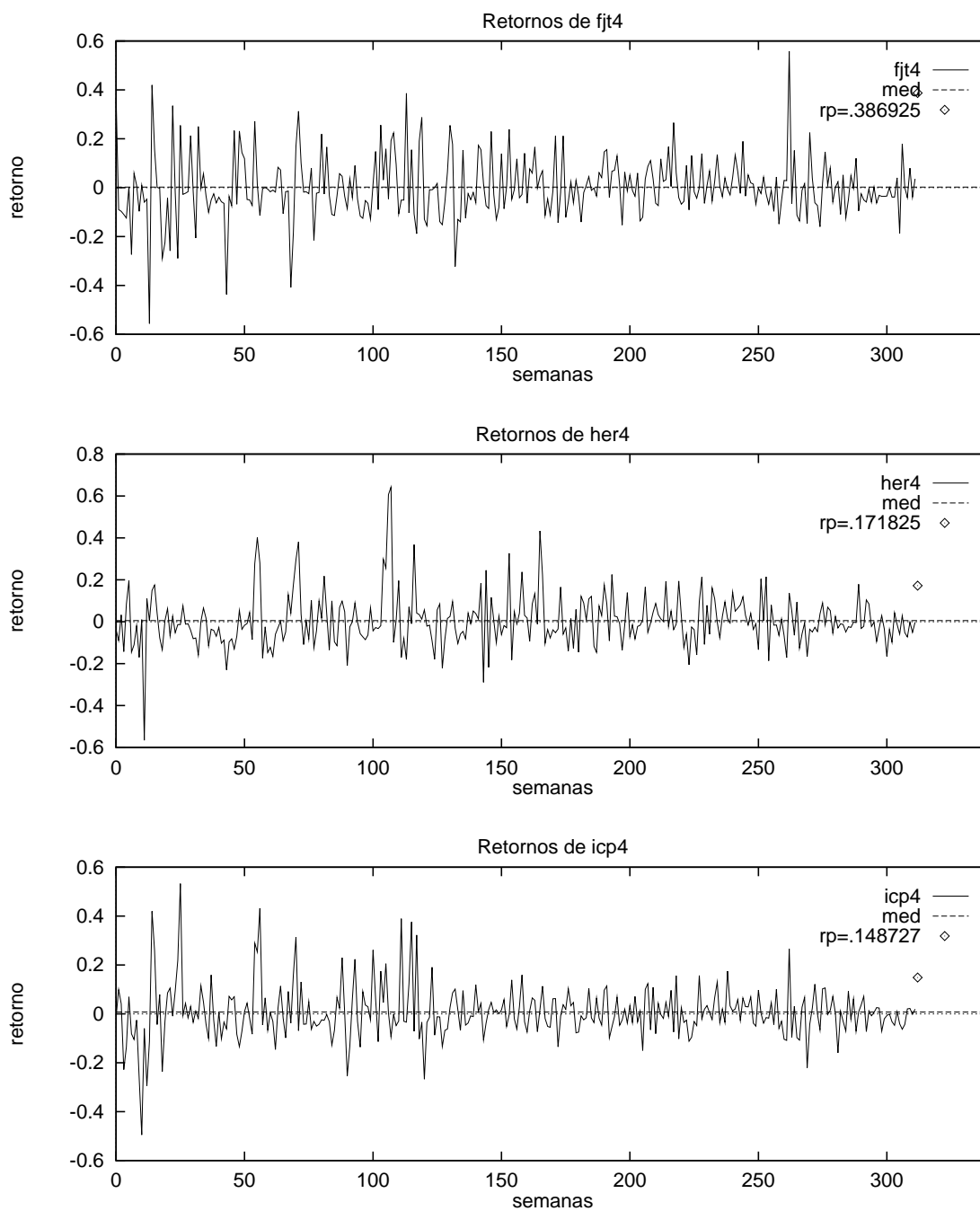


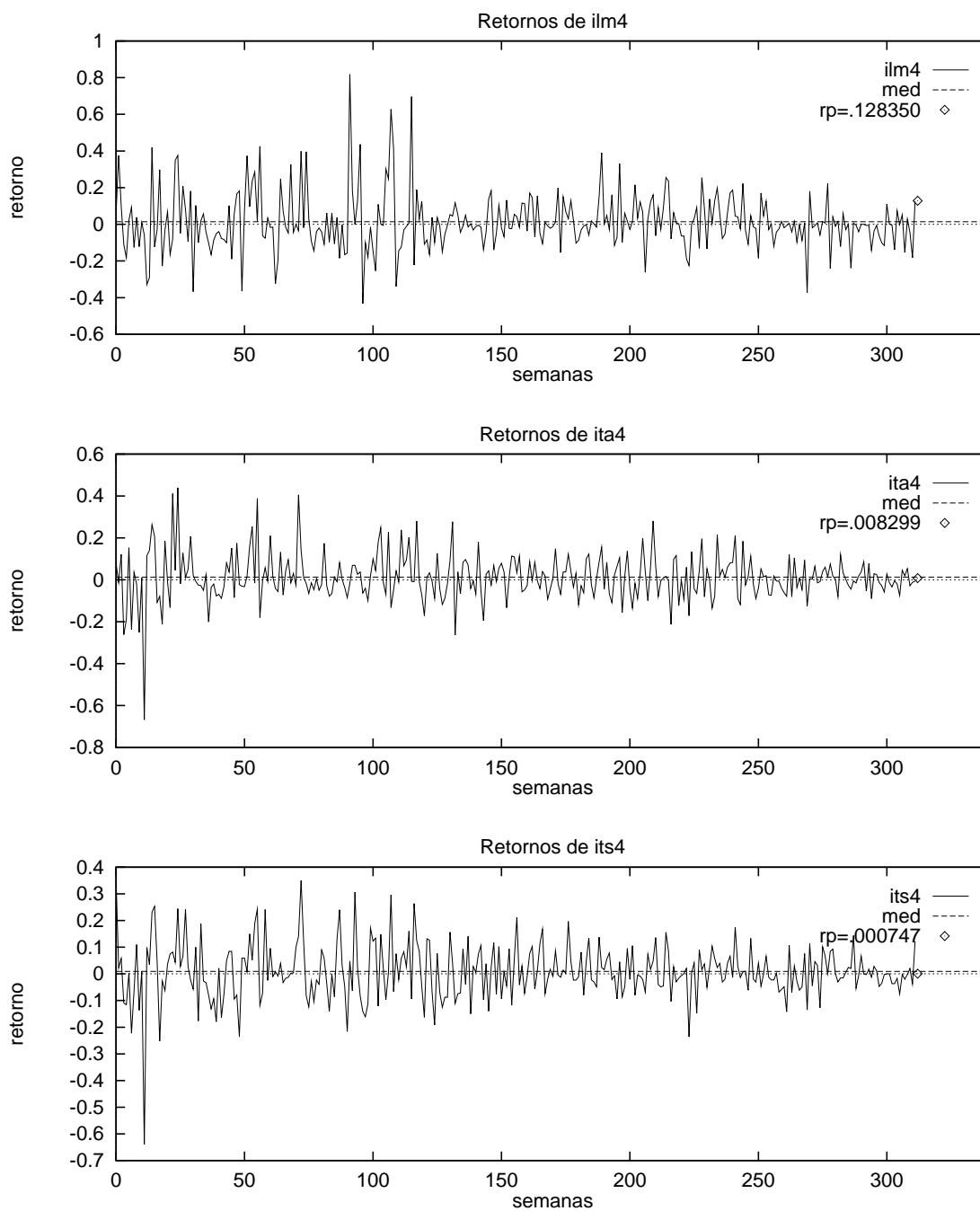


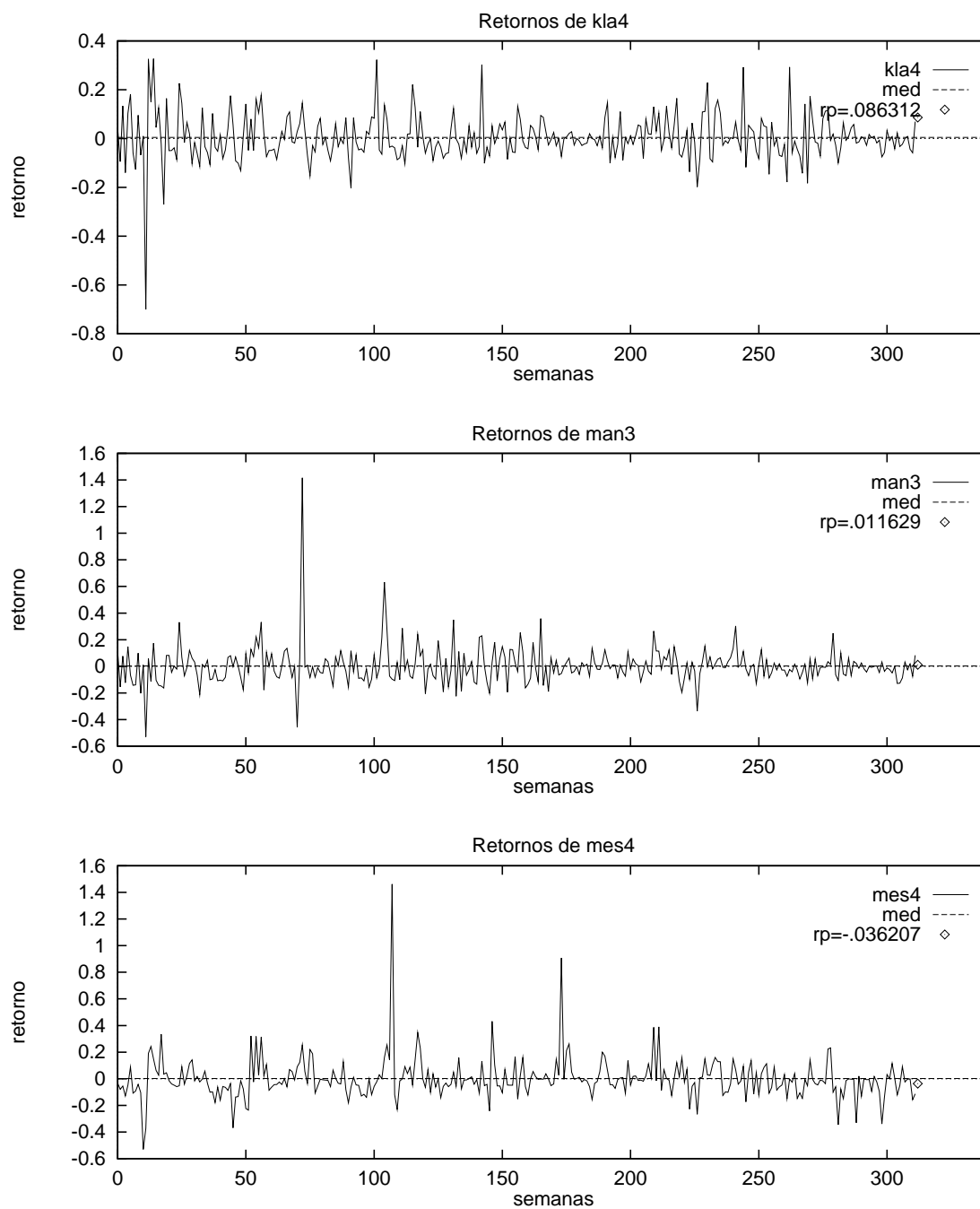


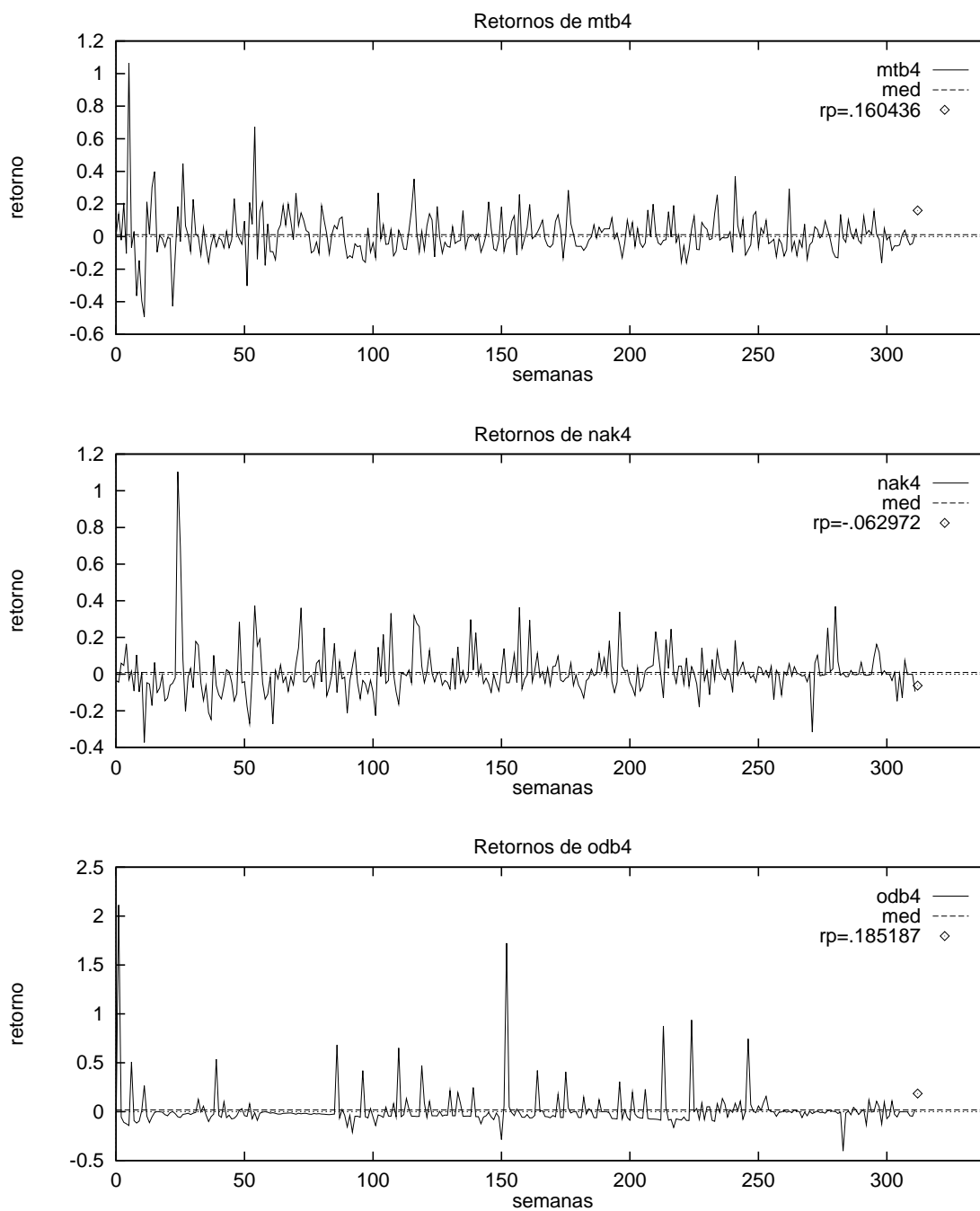


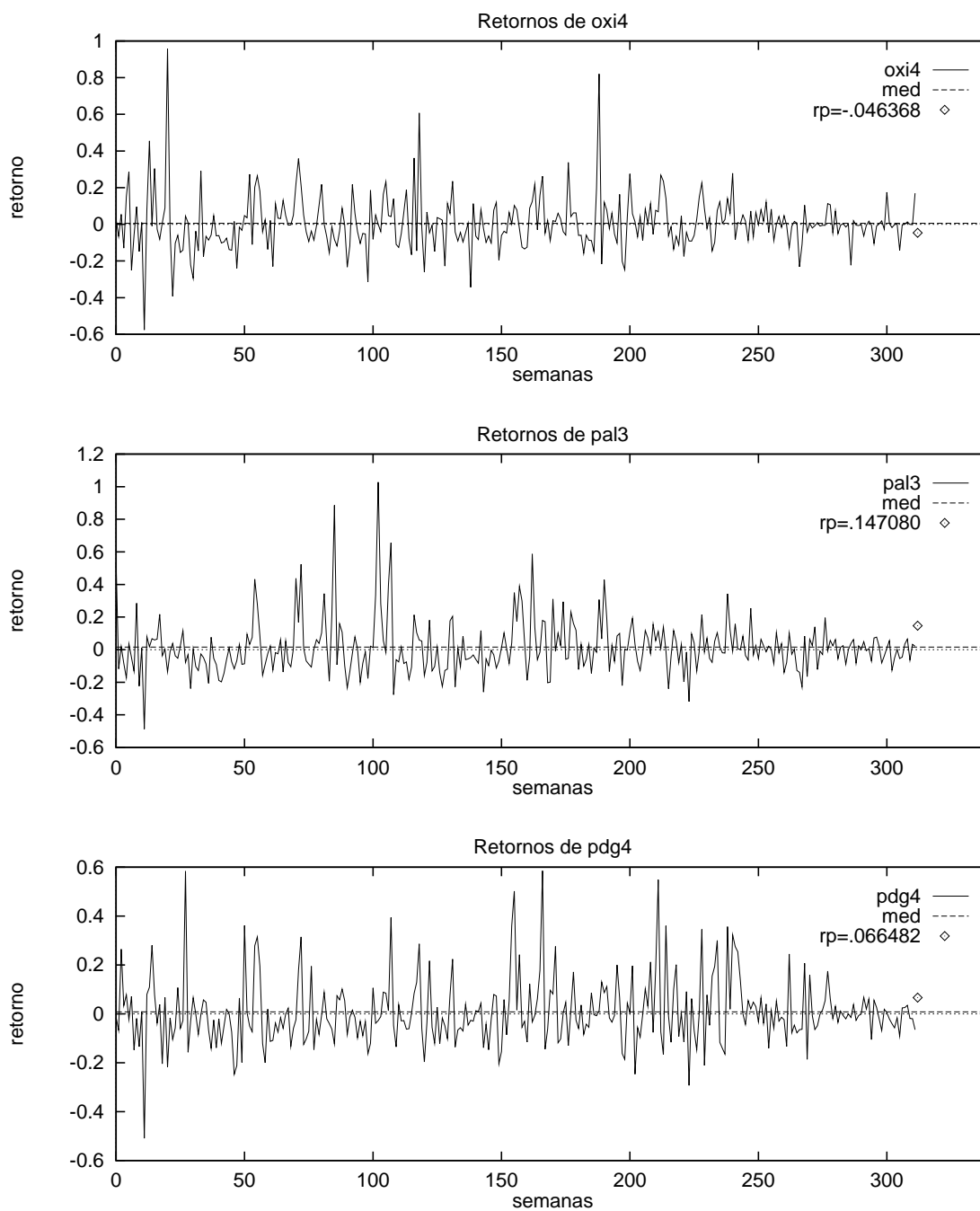


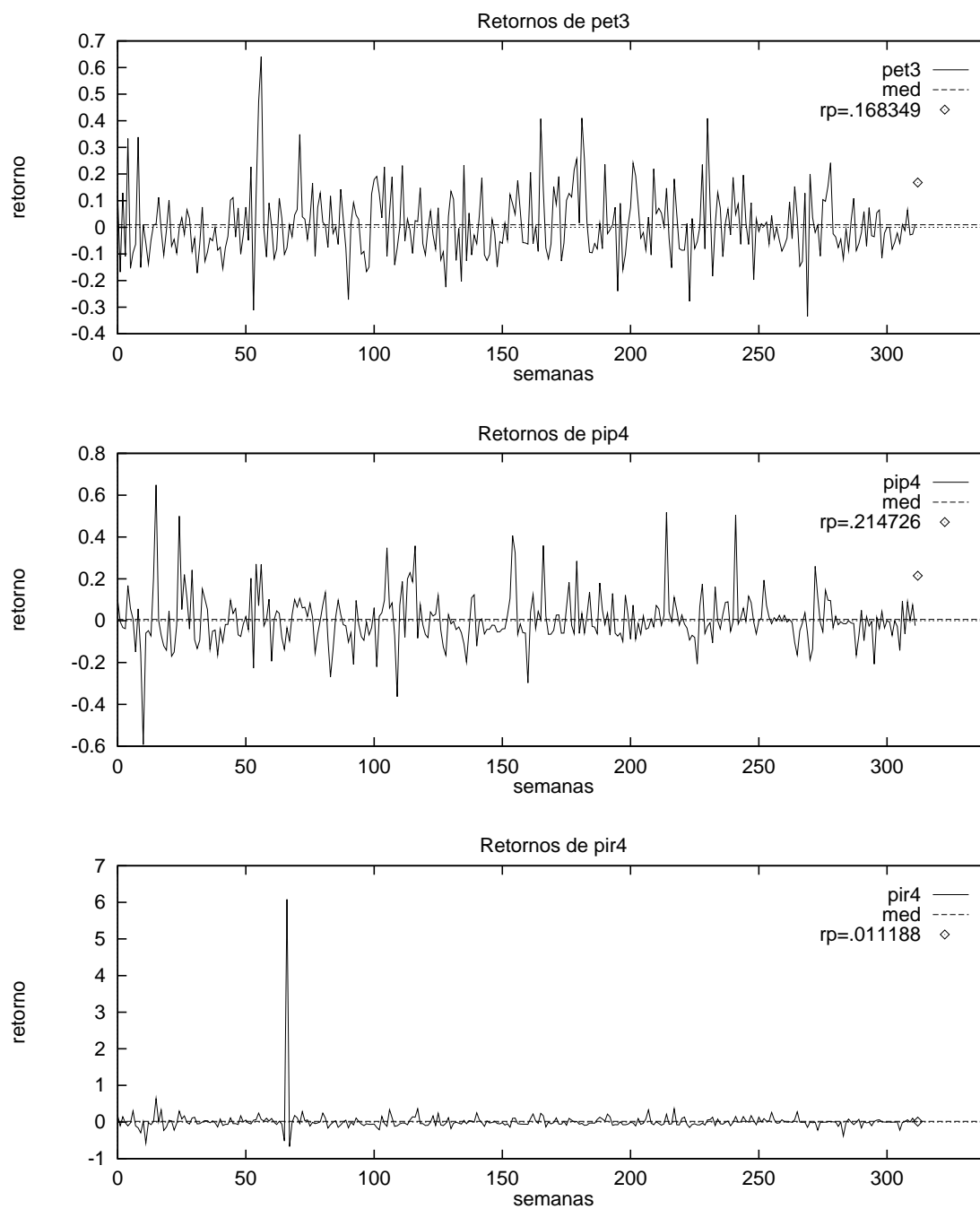


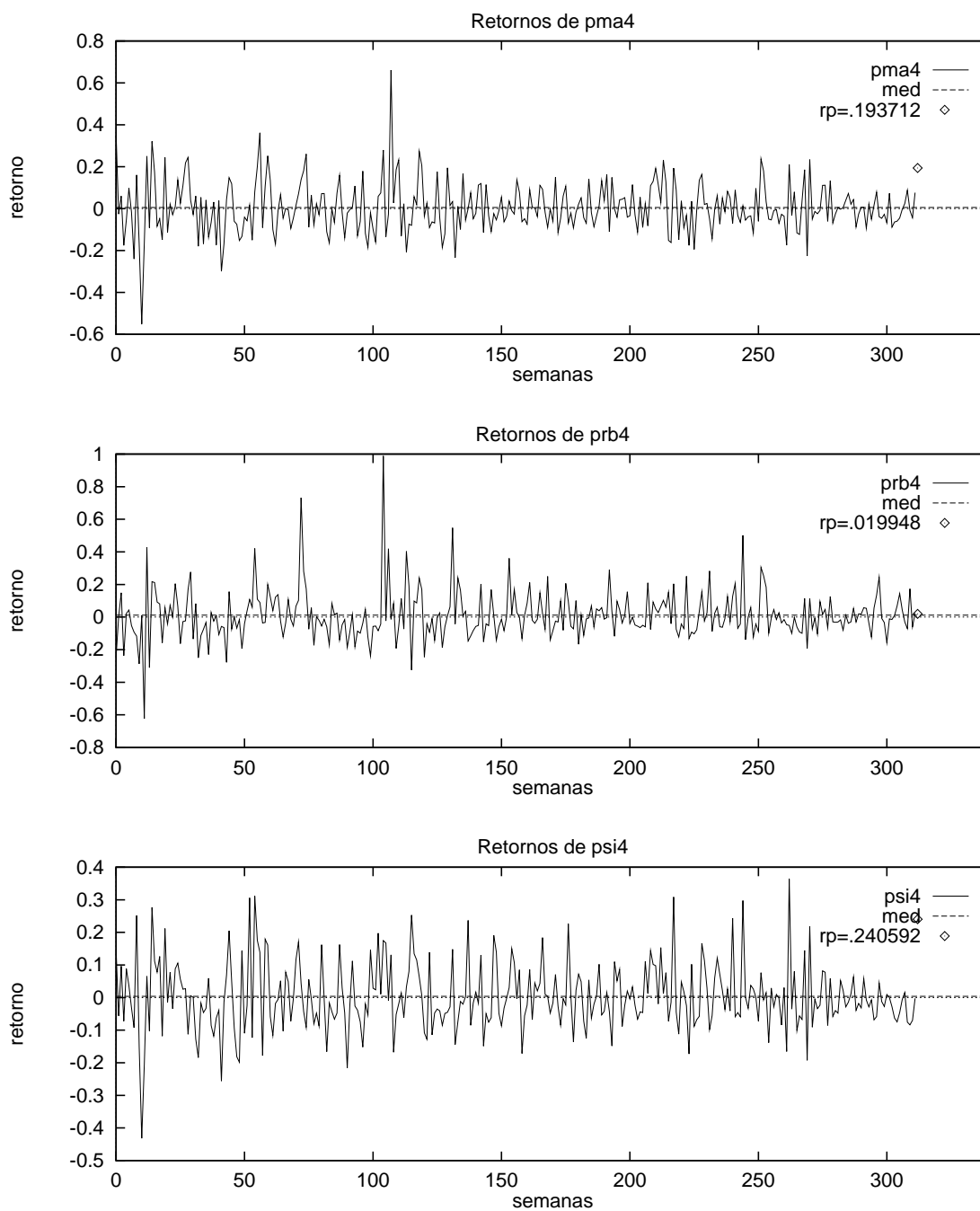


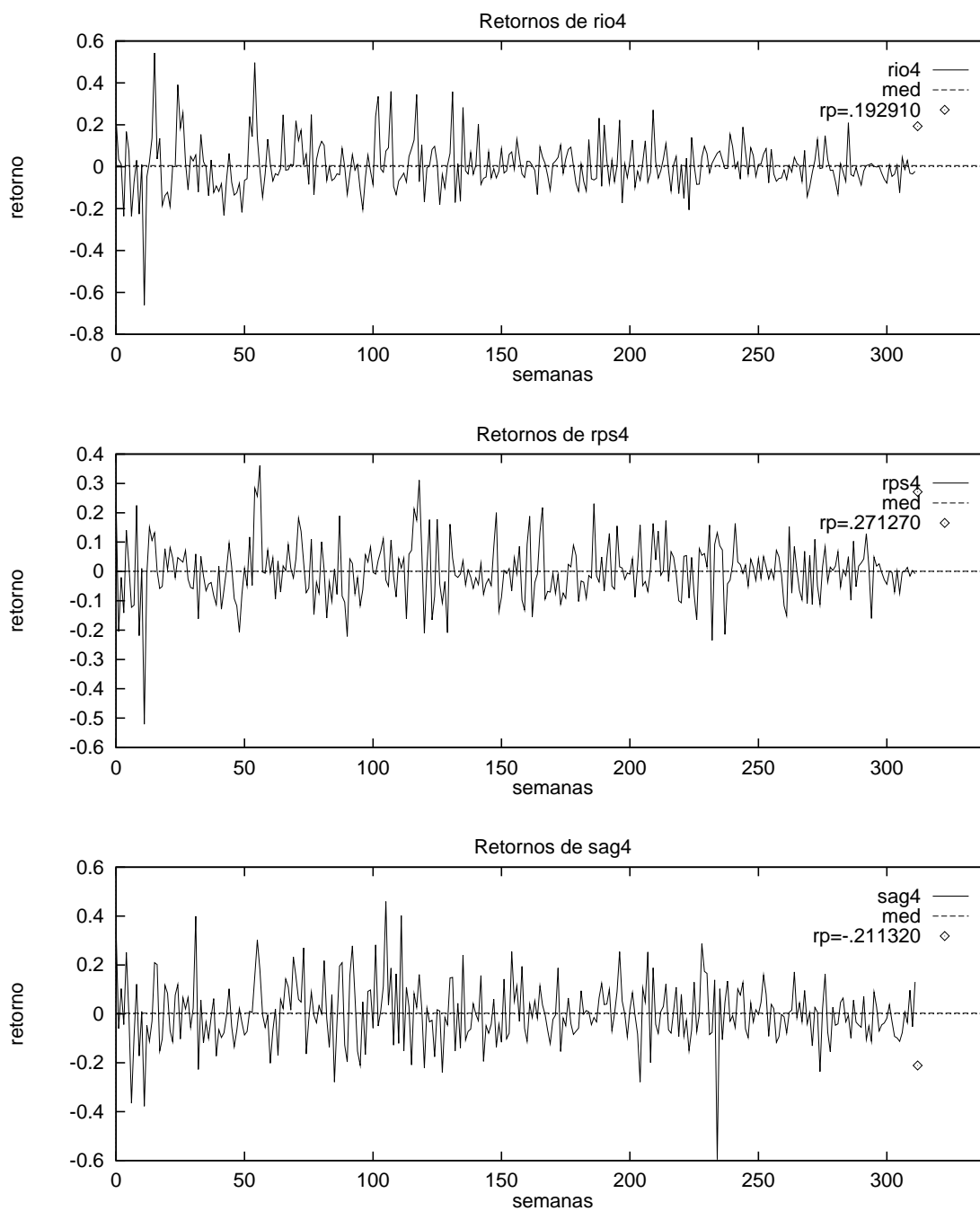


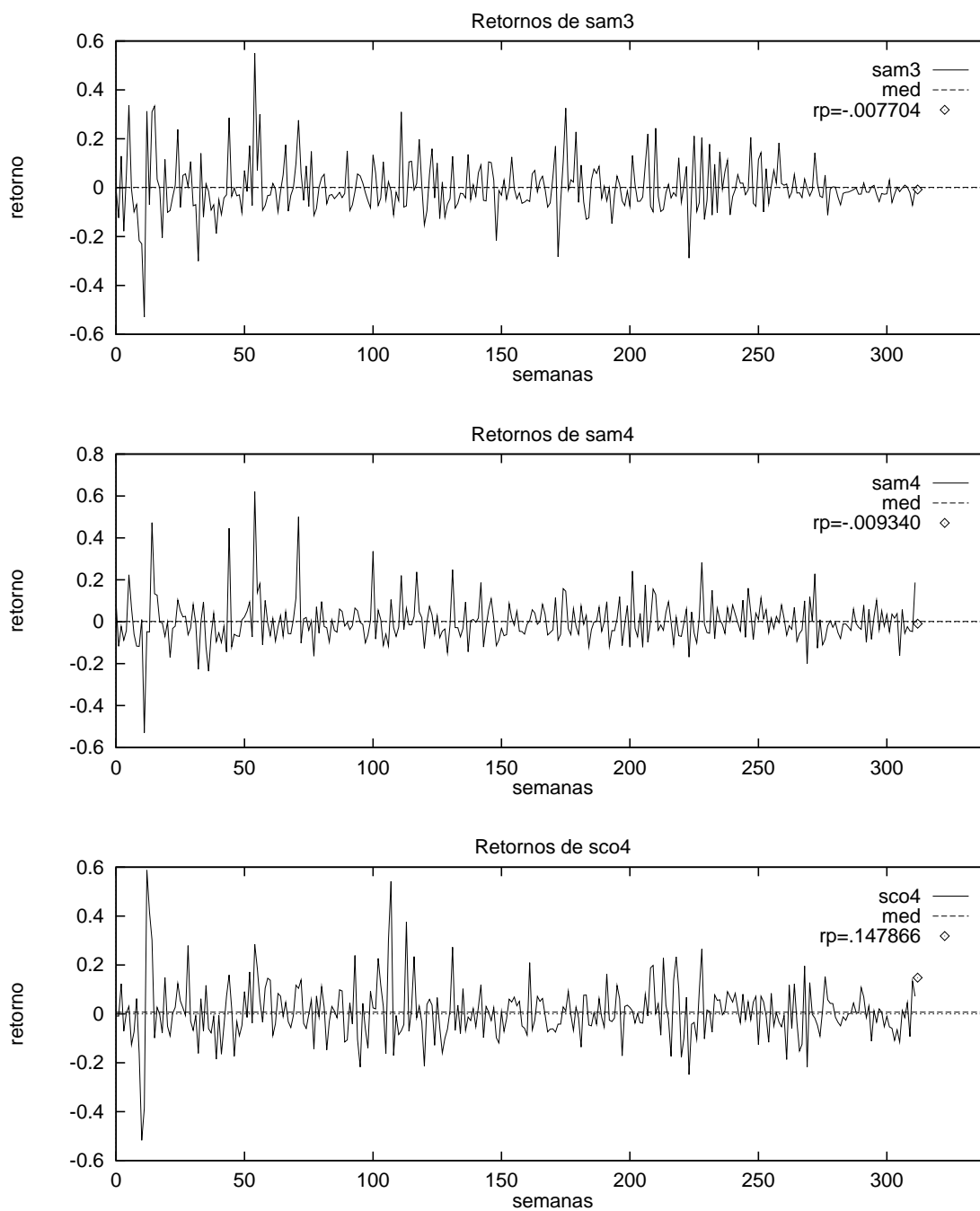


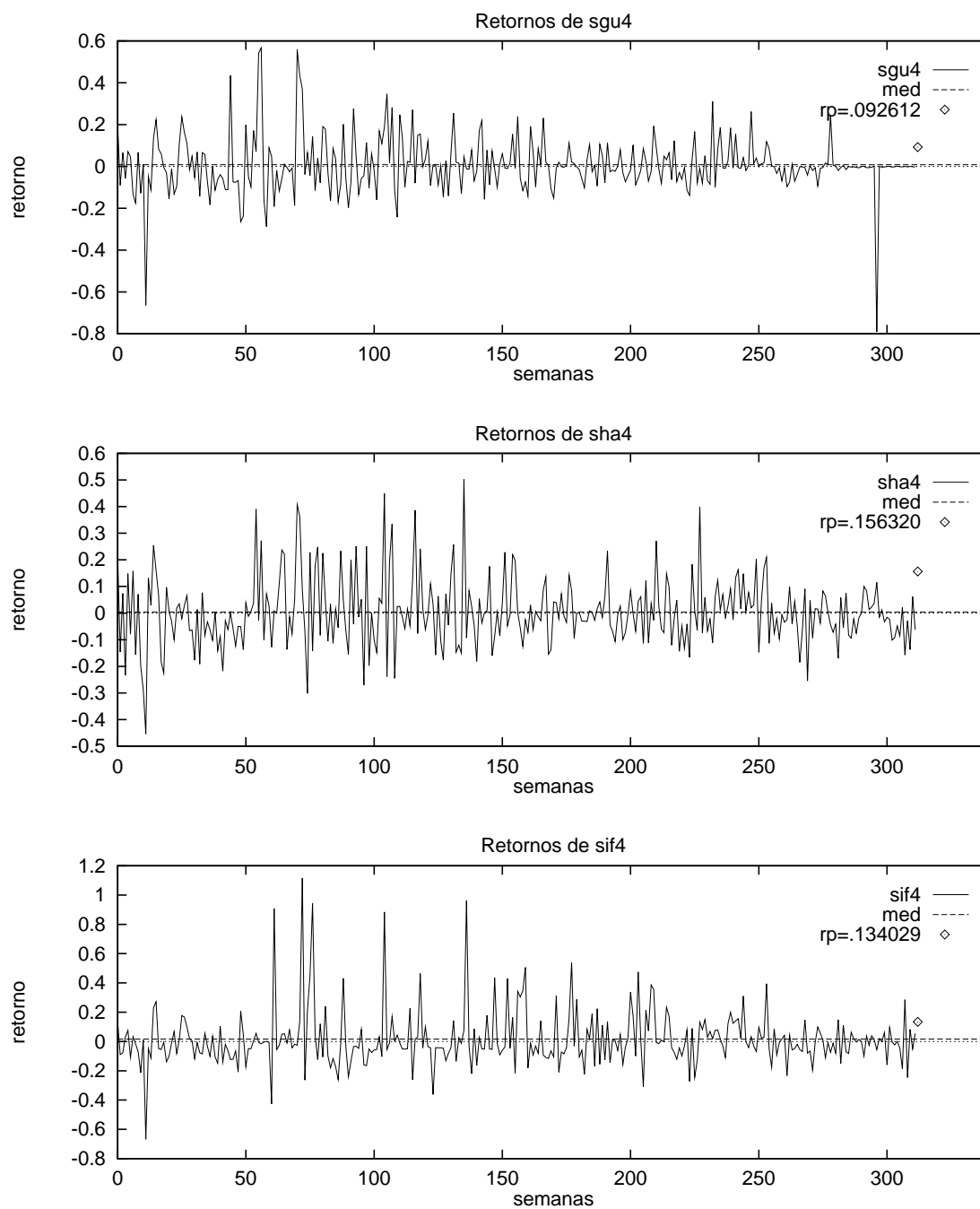


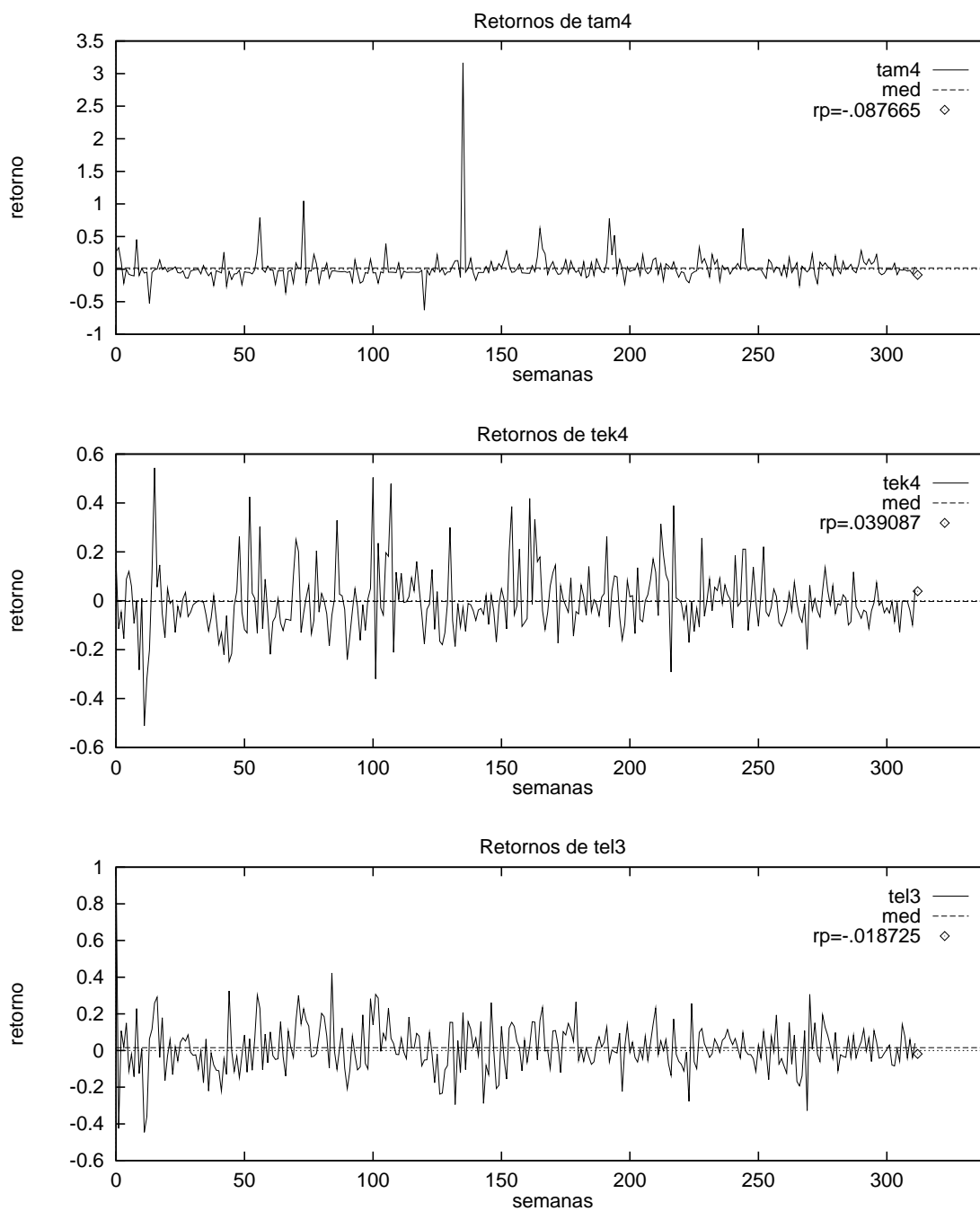


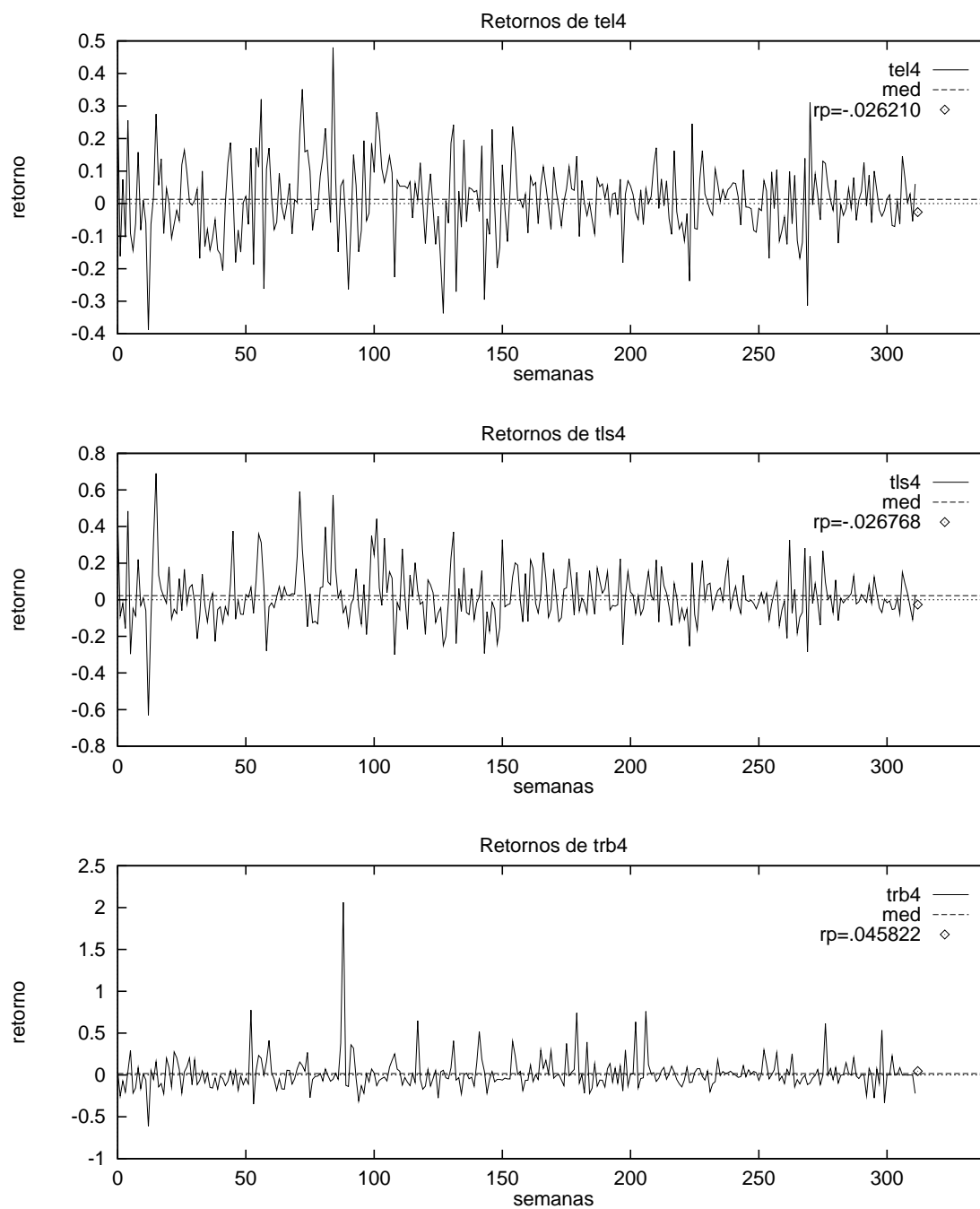


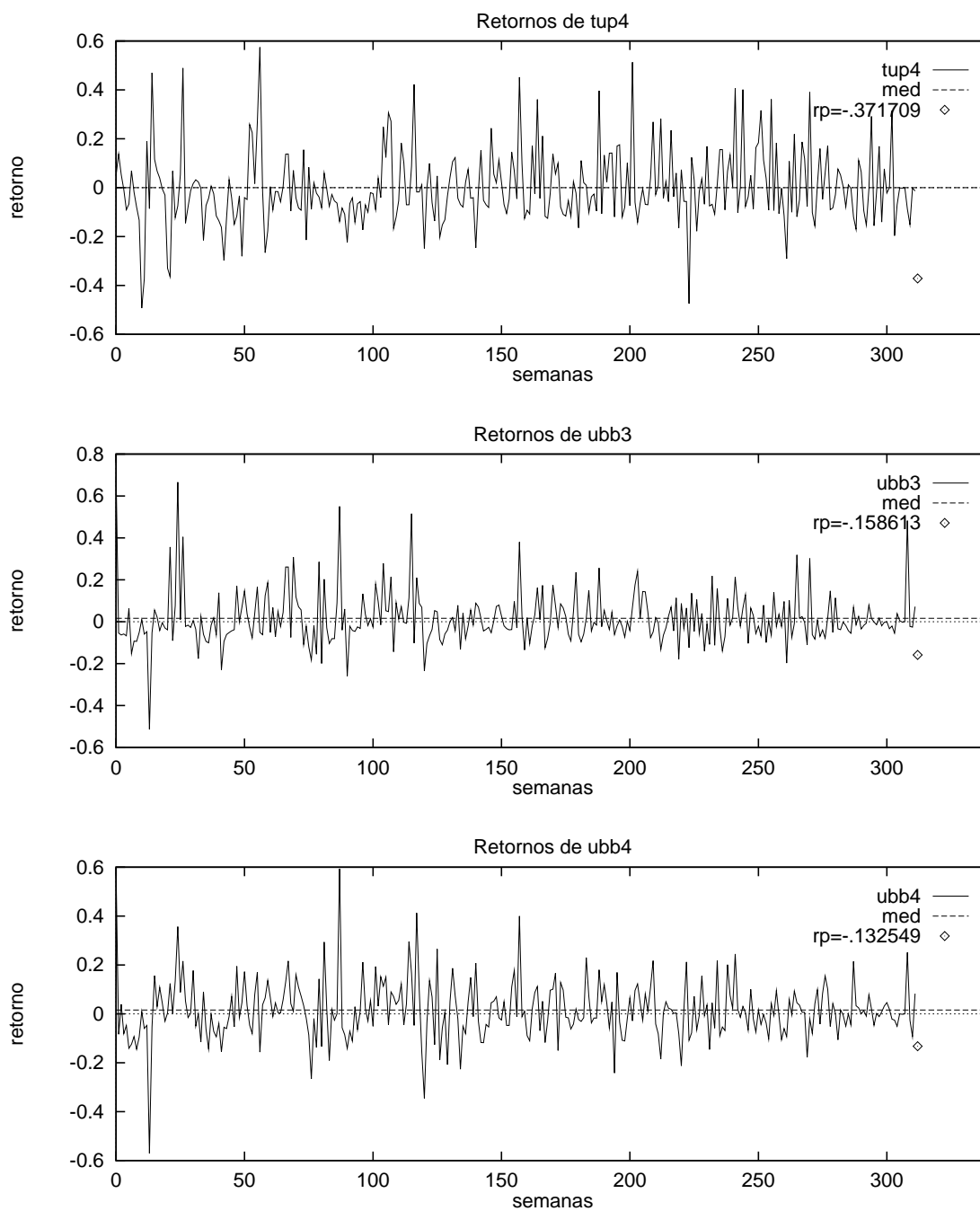


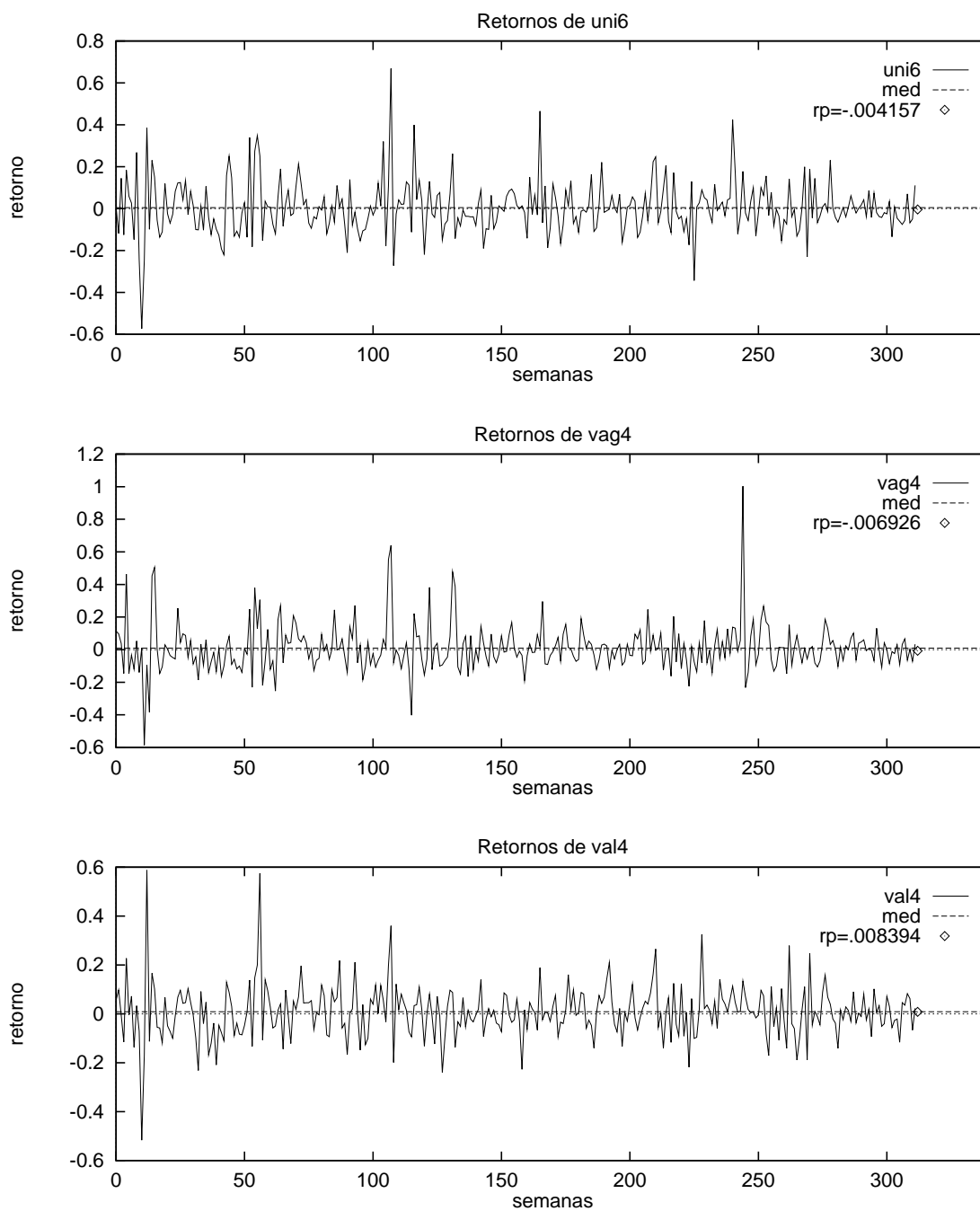












5.5 Simulação de Investimento

Neste momento, temos formados os conjuntos das carteiras ótimas para os modelos média-variância e predição-desvios quadráticos. Precisamos então avaliar o desempenho destas carteiras. O método escolhido foi a simulação de investimento. Utilizando nossa massa de dados (tabela 5.1), formaremos carteiras segundo as abordagens média-variância e predição-desvios quadráticos, baseadas nos 313 períodos disponíveis entre os dias 03/01/90 e 25/12/95. Em seguida, simularemos para os 21 períodos, entre os dias 03/01/96 e 22/05/96, disponíveis na massa de dados de simulação, o retorno realizado das carteiras em relação à sua data de formação, 27/12/96. Finalizando, os resultados de cada abordagem serão comparados.

5.5.1 Algoritmos e Programas

A figura 5.16 mostra a seqüência de etapas da simulação de investimentos. O *script* de simulação, **simula**, tem como entrada a data inicial, data final, o arquivo **.vec** da fronteira eficiente do modelo escolhido e o risco da carteira escolhida.

I - Seleção dos Períodos Inicial e Final

A seleção dos períodos inicial e final é realizada através da composição de pares das datas disponíveis na massa de simulação com a data de formação da carteira, 27/12/95. Estes pares são passados para o *script* de simulação.

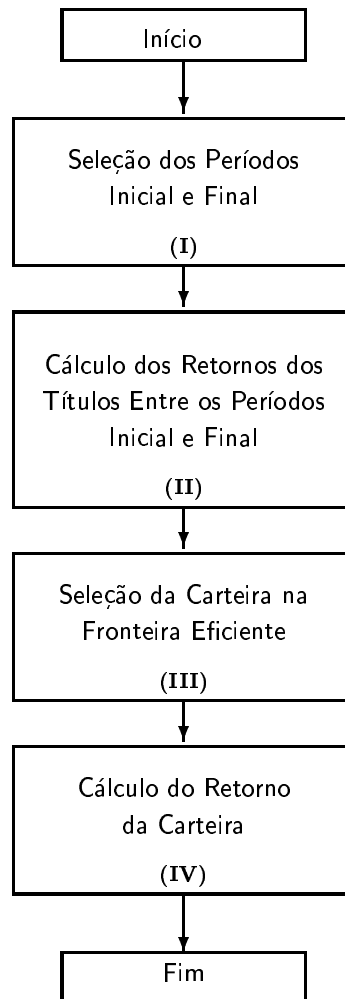


Figura 5.16: Diagrama de processos para a simulação de investimento

II - Cálculo do Retornos dos Títulos

Após a seleção dos períodos inicial e final, as cotações dos títulos nos dois períodos são recuperadas e gravadas nos arquivos `cotacoes.ini` e `cotacoes.fim`.

III - Seleção da Carteira na Fronteira Eficiente

A carteira é selecionada através do seu valor de risco na fronteira eficiente. O *script* `retcarts` pesquisa o arquivo `.vec` e seleciona a carteira para o risco desejado. Em seguida, suas participações X_i são gravadas no arquivo `particip.val`.

IV - Cálculo do Retorno da Carteira

O cálculo do retorno da carteira é realizado através do utilitário `bc`, tendo como entrada e equação do retorno da carteira, formada pelos valores contidos nos arquivos `cotacoes.ini`, `cotacoes.fim` e `particip.val` segundo as equações 2.7 e 4.7.

5.5.2 Resultados

A tabela 5.4 mostra o resultado da simulação de investimento, onde a carteira predição-desvios quadráticos apresentou um melhor desempenho em 19 dos 21 períodos de simulação, realizando um retorno médio 12.39% superior à carteira média-variância. A figura 5.17 mostra a evolução gráfica dos retornos das carteiras média-variância e predição-desvios quadráticos nos 21 períodos de simulação.

Período	Retorno obtido com o modelo média-variância para $\mathcal{V} = 0.002 - (A)$	Retorno obtido com o modelo previsão-desvios quadráticos para $\hat{\mathcal{V}} = 0.002 - (B)$	$\frac{(B)-(A)}{(A)}$
1	0.016489	0.018812	0.140882
2	0.008461	0.013429	0.587165
3	0.036753	0.041628	0.132642
4	0.089929	0.100544	0.118038
5	0.137196	0.148763	0.084310
6	0.161531	0.180034	0.114548
7	0.141557	0.162398	0.147227
8	0.127437	0.140996	0.106398
9	0.105975	0.106923	0.008946
10	0.071826	0.068108	-0.051764
11	0.033732	0.019894	-0.410234
12	0.033714	0.035188	0.043721
13	0.055980	0.070012	0.250661
14	0.037062	0.043285	0.167908
15	0.031473	0.034639	0.100594
16	0.065775	0.085248	0.296055
17	0.078849	0.094756	0.201740
18	0.104401	0.113254	0.084798
19	0.145936	0.168075	0.151703
20	0.178036	0.205412	0.153767
21	0.212510	0.249359	0.173399
			$\bar{x} = 12.39\%$

Tabela 5.4: Resultado comparativo entre os modelos média-variância e previsão-desvios quadráticos

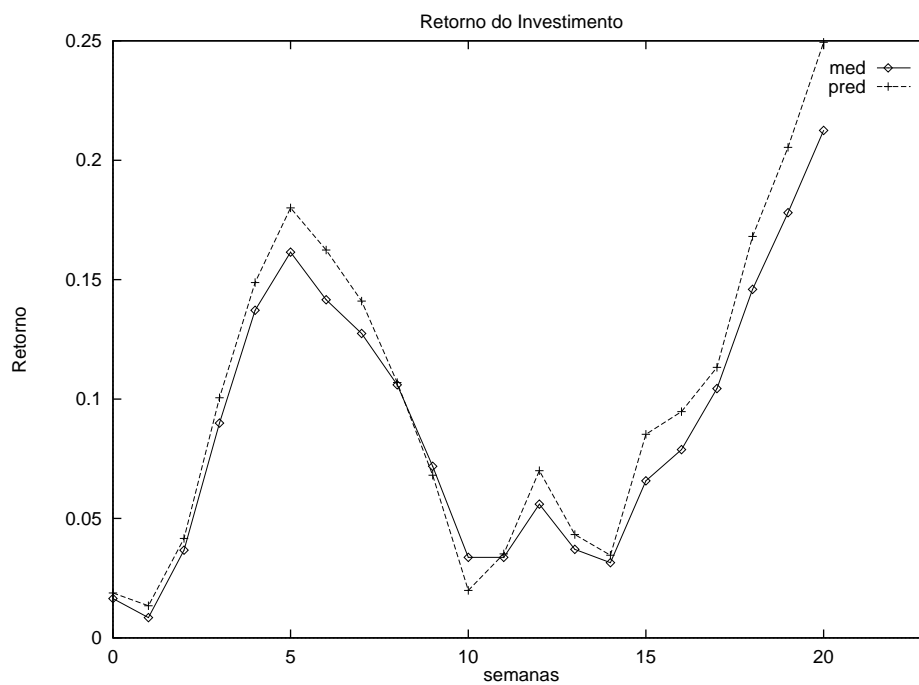


Figura 5.17: Simulação de Investimento para o modelo predição-desvios quadráticos e modelo média-variância

Capítulo 6

Conclusão

Neste trabalho enfocamos um dos problemas fundamentais do mercado de ações que é a Seleção de Carteiras de Investimento. Para tanto, apresentamos a definição matemática do problema, como calcular os parâmetros do problema, tais como o retorno e o risco, e os procedimentos para se obter a fronteira eficiente para uma dada composição de carteira. Tudo isto foi feito tendo em mente o modelo de média-variância proposto por Markowitz.

Embora a abordagem de Markowitz seja um marco na teoria das carteiras, uma das grandes dificuldades deste modelo é estimar os retornos e os riscos dos ativos que compõem a carteira. Tradicionalmente, isto é feito através do cálculo da média e da matriz de variâncias-covariâncias. Esta última se constitui um dos entraves para o uso dessa abordagem na prática quando o número de ativos na carteira é elevado.

O estudo foi desenvolvido numa ótica bastante orientada à aplicação real no

sentido de analisar a evolução das séries históricas de 66 ativos representativos do mercado de ações.

Durante o processo de definição e modelagem do problema, verificamos a necessidade da construção de um conjunto de ferramentas para o tratamento adequado dos dados brutos, com vista à obtenção das informações para a estruturação dos modelos e algoritmos utilizados.

Como foi mostrado no texto, tais ferramentas se constituem de elementos cruciais para a elaboração de um arcabouço para análise e teste de cenários para o problema de seleção de carteiras de investimento.

Considerando a série histórica escolhida, a abordagem através do retorno predito mostrou-se superior em termos de resultados do modelo. Os resultados da tabela 5.4 mostram que esta abordagem apresentou um melhor desempenho em 19 dos 21 períodos de simulação, realizando um retorno médio 12.39% superior à abordagem clássica. Além disso, a estimação dos valores para o retorno e risco requer um menor esforço, uma vez treinada a rede neural, do que na abordagem média-variância.

Desta forma, a contribuição deste trabalho foi a de fornecer uma abordagem alternativa para a estimação do retorno e do risco de ações através de redes neurais artificiais e sua incorporação no modelo de seleção de carteiras de investimento modificado.

Muito ainda poderia ser feito em termos de experimentos com o ambiente computacional desenvolvido. Por exemplo:

- construir diferentes tipos de carteiras;
- analisar várias faixas de níveis de retorno e de risco;
- incorporar outros tipos de restrições operacionais.

No entanto, isto se constitui uma tarefa extremamente exaustiva que, na prática, levaria um tempo proibitivo considerando o escopo deste trabalho.

Como desenvolvimentos e pesquisa futuros podemos citar:

- utilização de outros modelos de seleção de carteiras tais como *desvio-absoluto* e *risco downside*;
- paralelização do preditor de redes neurais, com o objetivo de ganhar um melhor desempenho;
- utilização de mais entradas para o preditor de redes neurais, como valores de indicadores conjunturais, objetivando melhorar o erro da predição;
- incorporação de sistemas baseados em conhecimento para tratamento de restrições qualitativas ou de difícil representação matemática.

Bibliografia

- [1] Paulo F. S. P. Abreu and Christian Stephan. *Análise de Investimentos*. Editora Campus Ltda., Rio de Janeiro, 1982.
- [2] H. Markowitz. *Portfolio Selection: Efficient Diversification on Investment*. John Willey & Sons, New York, 2 edition, 1991.
- [3] Geraldo T. Sá. *Mercado de Ações e Bolsa de Valores*. Aplicação Editora Técnica, Rio de Janeiro, 1987.
- [4] Donald E. Fischer and Ronald J. Jordan. *Security Analysis and Portfolio Management*. Prentice Hall International, 6 edition, 1995.
- [5] H. Markowitz. Portfolio selection. *The Journal of Finance*, VII(1):77–91, March 1952.
- [6] Hiroshi Konno and Hiroaki Yamazaki. Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo stock market. *Management Science*, 37(5):519–531, May 1991.
- [7] J. von Newmman and Morgenstern. *The theory of games and economic behaviour*. Princeton University Press, 1947.
- [8] A. T. Araruna. *Um Estudo em Otimização Estocástica Visando uma Contribuição à Teoria de Markowitz*. PhD thesis, Programa de Engenharia de Sistemas e Computação - COPPE/UFRJ, 1981.

- [9] F. J. Negreiros-Gomes. *Programação Estocástica com Risco Mínimo: Algoritmos e Aplicações a Problemas de Planejamento*. PhD thesis, Programa de Engenharia de Sistemas e Computação - COPPE/UFRJ, 1988.
- [10] et al L. Marquez. Neural networks models as an alternative to regression. In *Proceedings of the IEEE 24th Annual Hawaii International Conference on Systems Sciences*, 1991.
- [11] George E. P. Box, Gwilym M. Jenkins, and Gregory C. Reinsel. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Prentice Hall, 3 edition, 1994.
- [12] R. B. Patil B. Sharda. A connectionist approach to time series prediction: An empirical test. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 1992.
- [13] K. Ripper B. Freisleben. Economic forecasting using neural networks. In *Proceedings of the 1995 International Conference on Neural Networks - ICNN' 95*, 1995.
- [14] H. White. Economic prediction using neural networks: The case of ibm daily stock returns. In *Proceedings of The IEEE International Conference on Neural Networks*, 1988.
- [15] J. Moody. Economic forecasting: Challenges and neural solutions. In *International Symposium on Artificial Neural Networks*, Hsinchu, Taiwan, 1995. Keynote Talk.
- [16] J. Moody. *Prediction Risk And Architecture Selection For Neural Networks*. NATO ASI Series. F. Springer-Verlag, 1994.
- [17] Richard P. Lippmann. An introduction to computing with neural nets. *IEEE ASSP Magazine*, 1987.
- [18] Philip D. Wasserman. *Neural Computing: Theory and Praticce*. Van Nostrand Reinhold, 1989.
- [19] Simon Haykin. *Neural Networks: a Comprehensive Foundation*. Macmillan College Publishing Company, Inc., 1994.

- [20] Russell R. Leighton. *The Aspirin/MIGRAINES Neural Network Software, Release V6.0*, 1992.
- [21] NeuralWare Inc. *Neural Computing - A Technology Handbook for Professional II PLUS and NeuralWorks Explorer*, 1993.
- [22] M. Minsky and S. Papert. *Perceptrons*. MIT Press, Cambridge, MA - U.S.A., 1969.
- [23] Enfoque Gráfico Sistemas. *Download das Séries Longo Prazo, em <http://www.enfoque.com.br>*, 1996.
- [24] CPLEX Optimization Inc. *Using the CPLEX Base System with Barrier and Mixed Integer Solver Options*, 1995.