مکانیک : شاخه ای از علم فیزیک است که در آن حرکت و سکون اجسام مورد بررسی و مطالعه قرار می گیرد و موضوعات اصلی آن، حرکت یک جسم و رابطه ی نیرو و حرکت، شرط تعادل جسم و ... می باشد.

شاخه های مکانیک:

- ✅ **حرکت شناسی(سینیماتیک): بخشی از علم مکانیک است که به بررسی و مطالعه حرکت اجسام بدون توجه به علل آن می پردازد**
- ✅ **نیروشناسی(دینامیک): شاخه ای از علم مکانیک که به بررسی نیرو ها و تاثیر آن به حرکت اجسام می پردازد.**

کمیت های نرده ای : کمیت هایی که برای بیان آنها فقط از مقدار و یکای مناسب استفاده میکنیم و از قاعده جمع جبری پیروی می کنند .

کمیت های برداری : کمیت هایی که برای بیان آنها علاوه بر مقدار و یکای مناسب از جهت نیز استفاده می کنیم و از قاعده جمع برداری پیروی می کنند .

در حرکت شناسی با کمیت های جابه جایی، سرعت و شتاب سروکار داریم که از انواع کمیت های برداری هستند، اما به دلیل آنکه حرکت یک بعدی را بررسی می کنیم، نیازی به استفاده کامل از روش های برداری نیست.

مکان-جابجایی و مسافت

حرکت و سکون: ممکن است جسمی نسبت به ناظر یا نقطه ای ساکن باشد و در عین حال نسبت به ناظر دیگری در حال حرکت باشد پس حرکت و سکون هر دو امری نسبی هستند. مثلاً فرد داخل قطار نسبت به قطار ساکن است ولی نسبت به فرد داخل ایستگاه باهمان سرعت قطار در حال حرکت است.

اگر موقعیت جسمی نسبت به یک نقطه یا ناظر (مبدأ مختصات) تغییر کند، می گوییم آن جسم نسبت به آن نقطه یا ناظر در حال حرکت است و اگر موقعیت جسم نسبت به یک نقطه یا ناظر ثابت باشد می گوییم آن جسم نسبت به آن نقطه ساکن است.

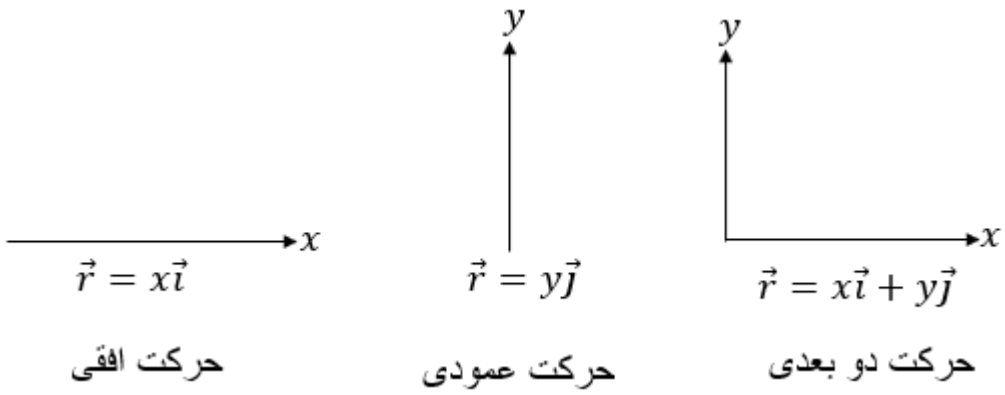
ذره : ذره به جسمی با ابعاد کوچک اطلاق می‌شود به گونه ای که بتوان از ابعاد آن صرف نظر نمود. در محدوده درسی کتاب فیزیک دبیرستان جسم در حال حرکت را یک نقطه فرض کرده و آن را ذره می نامیم.

⚠ در صورتی می‌گوییم ذره در یک بازه‌ی زمانی درحرکت است، که مختصات مکانی آن طی گذشت زمان تغییر کند.

مکان: نقطه ای است که محل جسم را معین می‌کند. مکان ذره را می‌توان روی محور x ، در یک دستگاه مختصات و یا با معادله حرکت مشخص نمود.

بردار مکان: بردار مکان یک ذره می تواند یک بعدی، و یا دو بعدی باشد. هرگاه جسمی روی محور x حرکت کند بردار مکان یک بعدی آن به صورت $\vec{r} = x\vec{i}$ خواهد بود، هرگاه جسمی روی محور y حرکت کند بردار مکان آن به صورت $\vec{r} = y\vec{j}$ خواهد بود و هرگاه جسمی در صفحه xoy حرکت کند بردار مکان آن به صورت $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$ خواهد بود.

ابتدای بردار مکان، مبدأ مختصات و انتهای آن مکان نهایی جسم می باشد.



حرکت روی خط راست (یک بعدی): ساده ترین نوع حرکت است.. حرکت روی خط راست یعنی حرکت یک بعدی در راستای محور x یا y . می‌توان به جای بردار از مقادیر جبری استفاده کرد. (مقادیر جبری یعنی مکان می تواند مثبت، منفی و یا صفر باشد)

- ✅ در این نوع حرکت، بردارهای مکان و جابجایی بر یکدیگر و بر مسیر حرکت منطبق هستند.

تیپ سوالات حرکت روی خط راست:

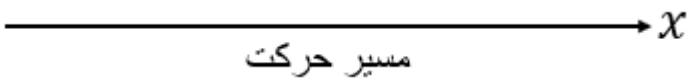
در حرکت روی خط راست حرکت را به سه طریق بررسی می کنیم.

۱. استفاده از مسیر حرکت

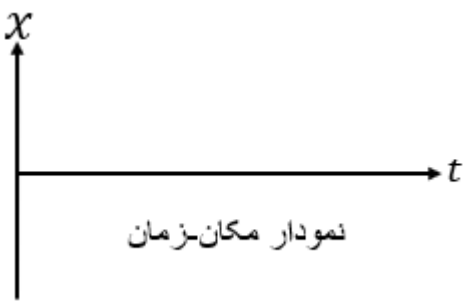
۲. استفاده از نمودار

۳. استفاده از معادله

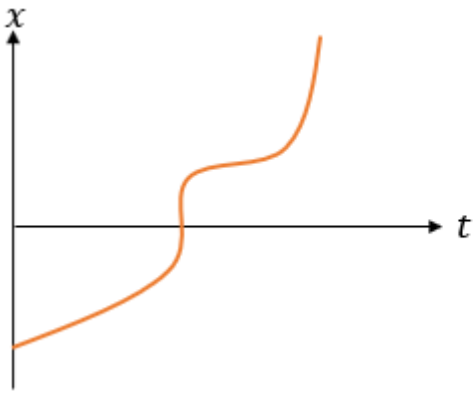
مسیر حرکت: اگر حرکت متحرک را روی محور x نشان دهیم مسیر حرکت را مشخص کرده ایم.

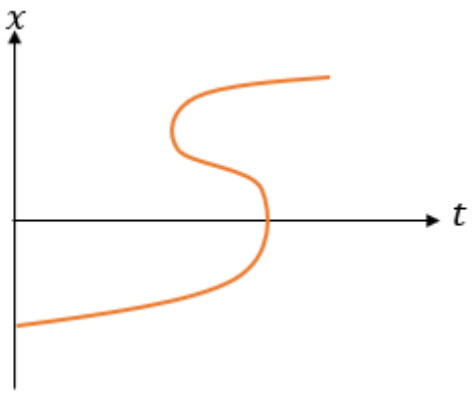


نمودار مکان- زمان: در این نمودار با گذشت زمان موقعیت متحرک را مشخص میکنیم. نمودار مان-زمان، دستگاه مختصاتی است که محور افق آن زمان و محور عمود آن مکان متحرک را نشان می دهد.



مهمترین ویژگی نمودار مکان-زمان این است که: الف. زمان متوقف نمی شود(موازی محور عمودی) ب. زمان رو به عقب باز نمی گردد.





معادله حرکت: معادلهٔ مکان(حرکت) معادله‌ای است که مکان متحرک را برحسب زمان نشان می‌دهد. $x = f_{(t)}$

در فیزیک با معادله های حرکت مختلفی مواجه می شویم این معادله ها می توانند درجه اول ، درجه دوم یا تابع سینوسی باشد.

$$x = at + b \quad , \quad x = at^2 + bt + c \quad , \quad x = A \sin b\, t$$

بردار مکان(یک بعدی): برداری است که موقعیت متحرک را مشخص میکند. درحرکت یک بعدی مکان را با x نشان می دهیم.واحدش متر است.

تیپ سوالات بردار مکان:

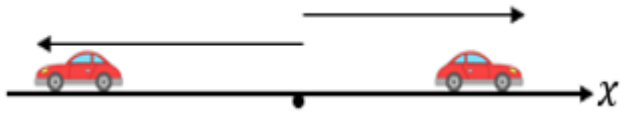
- ✓ مسیر حرکت: اگر فقط موقعیت مکانی را بخواهیم از مسیر حرکت(محور مکان) استفاده می کنیم
- ✓ نمودار مکان-زمان: اگر بخواهیم موقعیت مکانی را بر حسب زمان رسم کنیم از مدل نموداری استفاده می کنیم.

✓ معادله حرکت: اگر معادله مکان را بر حسب متغیر زمان بنویسیم از معادله حرکت استفاده می کنیم.

بردار مکان:

اکنون با استفاده از هر سه مدل بردار مکان را بررسی می کنیم.

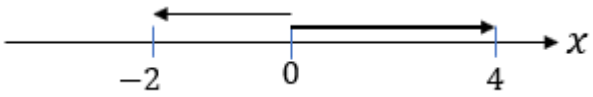
الف. بردار مکان با توجه به مسیر: برداری که مبدأ مختصات را به محل ذره متصل می کند را بردار مکان می نامیم.



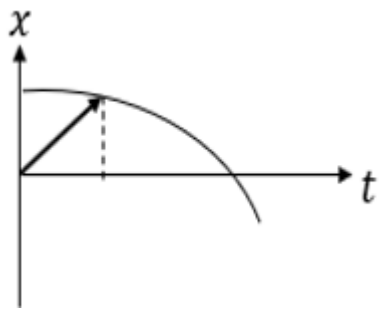
اگر ذره سمت راست مبدأ مختصات باشد(جلوی مبدأ) مکان آن مثبت، و اگر سمت چپ مبدأ باشد مکان آن منفی است(پشت مبدأ)

چالش(۱): در شکل مقابل، متحرک A از ۴ متری جلوی مبدأ در جهت نشان داده‌شده شروع به حرکت می‌کند و پس از ۳ ثانیه به ۲ متری پشت مبدأ می‌رسد. بردار مکان در لحظه‌ی شروع و پایان حرکت رسم کنید.

بردار مکان برداریست که مبدأ مختصات را به محل جسم متصل می کند. پس:



ب. بردار مکان با توجه به نمودار مکان-زمان: پاره خط جهت داری است که مبدأ مختصات را به محل ذره متصل می کند.

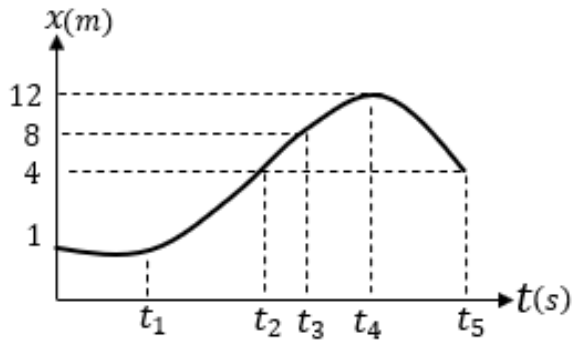


اگر مکان متحرک بالای محور زمان باشد مکان آن مثبت، و اگر زیر محور زمان باشد مکان آن منفی است.

⚠ **اگر محور زمان قطع شود یعنی بردار مکان تغییر جهت داده است.**

⚠ **اگر از محور زمان دور شویم یعنی متحرک از مبدا دور می شود، و اگر به محور زمان نزدیک شویم یعنی متحرک به مبدا نزدیک شده است.**

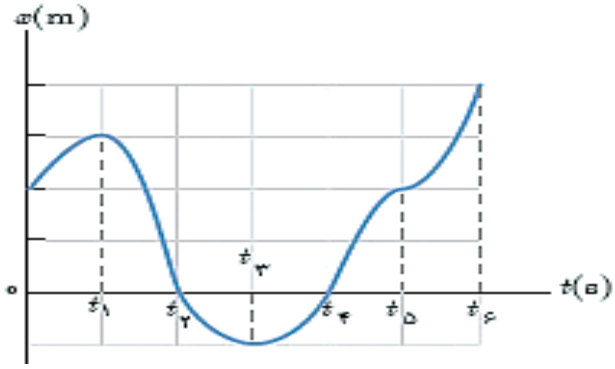
چالش(۲): با توجه به نمودار مکان – زمان مقابل بیشترین فاصله‌ی متحرک تا مبدأ چقدر است ؟ و متحرک در چه لحظه‌ای در این فاصله است ؟متحرک در چه بازه ای در حال نزدیک شدن به مبدا است؟



پاسخ: بیشترین فاصله ۱۲ متر و در لحظه ی t_4 قرار دارد. در بازه زمانی (t_4 , t_5) در حال نزدیک شدن به مبدا است.

چالش(۳): با توجه به نمودار مکان – زمان شکل روبرو، به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

الف. متحرک چند بار از مبدأ مکان عبور می‌کند؟ ب. در کدام بازه‌های زمانی متحرک در حال دور شدن از مبدأ است؟ پ. در کدام بازه‌ی زمانی متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ است؟



پاسخ:

الف. دو بار ب. در بازه ی $(0\,,t_1)$ و $(t_2\,,t_3)$ و $(t_4\,,t_6)$ متحرک در حال دور شدن از مبدأ است. پ. در بازه های و $(t_1\,,t_2)$ و $(t_3\,,t_4)$ متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ است.

پ. بردار مکان با توجه به معادله حرکت: اگر در معادله مکان–زمان، زمان t را قرار دهیم مکان ذره مشخص می شود.

- ! به مکان شروع حرکت در لحظه صفرم مکان اولیه گویند و آنرا با نماد x_0 نمایش می دهیم
- ! بردار مکان به مبدأ مختصات بستگی دارد.
- ! زمانی متحرک از مبدأ مکان عبور می کند که $x = 0$ باشد.

چالش(۴): معادله حرکت متحرکی به‌صورت $x = 2t^2 - 3t + 5$ می‌باشد. در لحظات $t = 2$ s و $t = 5$ s در چه مکان‌هایی قرار دارد؟

پاسخ:

$$t = 2 \Longrightarrow x = 2(2)^2 - 3(2) + 5 = 8 - 6 + 5 = 7$$

$$t = 5 \Longrightarrow x = 2(5)^2 - 3(5) + 5 = 50 - 15 + 5 = 40$$

چالش(۵): معادله حرکت متحرکی در SI به‌صورت $x = t^2 - 10t + 24$ است. این متحرک در چه لحظاتی از مبداء مختصات عبور می‌کند؟

پاسخ: زمانی متحرک از مبدأ می گذرد که مکان آن صفر باشد:

$$x = t^2 - 10t + 24 \Longrightarrow t^2 - 10t + 24 = 0 \Rightarrow (t-6)(t-4) = 0$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} t - 6 = 0 \rightarrow t = 6 \\ t - 4 = 0 \rightarrow t = 4 \end{cases}$$

بردارجابه جایی: کوتاه ترین فاصله بین شروع و پایان حرکت است. در حرکت روی خط راست جابجایی را با x نمایش می‌دهیم.

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

⚠ **بردار جابه‌جایی مستقل از مبدأ مختصات است. فقط به مکان های اولیه و نهایی بستگی دارد و به جزئیات حرکت و نوع مسیر وابسته نیست.**

بردار مکان کمیتی نسبی می باشد یعنی به مبدأ مکان وابسته است ولی جابه جایی مستقل از مبدأ مکان است بنابراین:
با انتقال مبدا مختصات از نقطه ای به نقطه ای دیگر بردار مکان تغییر می کند ولی بردار جابه جایی ثابت می ماند.

تعیین جابجایی: در حرکت روی خط راست می توان همانند بردار مکان، به سه صورت جابجایی را تعیین کرد.

- ✓ *جابجایی با توجه به مسیر حرکت*
- ✓ *جابجایی با توجه به نمودار مکان-زمان*
- ✓ *جابجایی با توجه به معادله حرکت*

جابجایی با توجه به مسیر حرکت:

پاره خط جهت داری است که شروع حرکت را به پایان حرکت وصل می کند. برای تعیین علامت آن به صورت زیر عمل می کنیم:

۱. *اگر متحرک در جهت محور مکان حرکت کند جابجایی مثبت است.*
۲. *اگر متحرک خلاف جهت محور مکان حرکت کند جابجایی منفی است.*

۳. اگر متحرک به مکان اولیه خود بازگردد جابجایی صفر است.

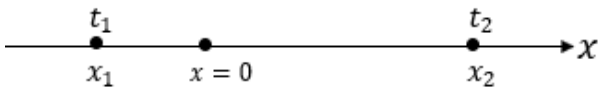
پرسش: آیا با تغییر دستگاه مختصات، بردار جابه جایی تغییر می کند؟

پاسخ: بردار جابه‌جایی به مبدأ مختصات بستگی ندارد و تغییر نمی کند، به ابتدا و انتهای حرکت بستگی دارد.

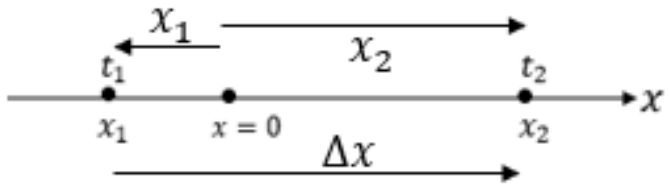
چالش(۱): در شکل مقابل، متحرک A از ۴ متری جلوی مبدأ در جهت نشان داده‌شده شروع به حرکت می‌کند و پس از ۳ ثانیه به ۲ متری پشت مبدأ می‌رسد. الف. علامت مکان در لحظه‌ی شروع حرکت را نشان دهید. ب) اندازه و علامت جابجایی متحرک را مشخص کنید.

پاسخ: الف) در لحظه شروع مکان متحرک مثبت، و چون خلاف جهت محور حرکت می کند علامت جابجایی منفی، ب) چون متحرک تغییر جهت نداده است اندازه جابجایی با مسافت طی شده برابر است.

چالش(۲): کفش‌دوزکی که در جهت محور x درحرکت است، در لحظه‌ی $t_1=0s$ و در لحظه‌ی $t_2=74s$ به ترتیب در مکان های $x_1=-28cm$ و $x_2=54cm$ می گذرد. بردارهای مکان در لحظه های t_1 و t_2 و بردار جابه‌جایی کفش‌دوزک در این بازه‌ی زمانی را رسم کنید.

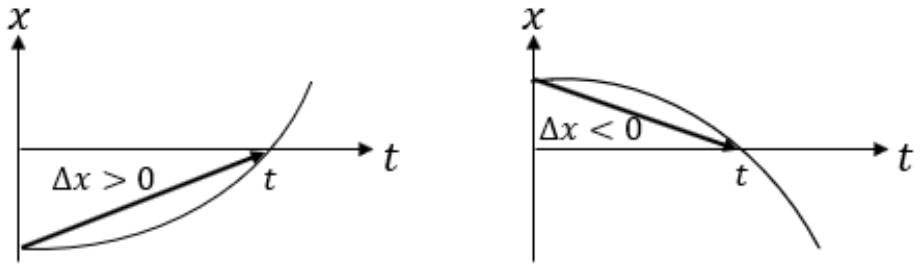


پاسخ:



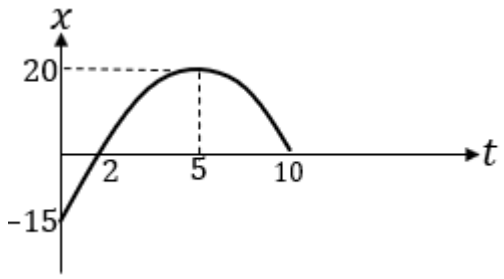
جابجایی با توجه به نمودار مکان-زمان: **پاره خط جهت داری است که شروع حرکت را به پایان حرکت وصل می کند. برای تعیین علامت آن به صورت زیر عمل می کنیم:**

۱. *اگر شیب نمودار صعودی باشد یعنی متحرک در جهت محور حرکت کرده و جابجایی آن مثبت است.*
۲. *اگر شیب نمودار نزولی باشد یعنی متحرک خلاف جهت محور حرکت کرده و جابجایی آن منفی است.*
۳. *اگر شیب نمودار صفر باشد(موازی محور زمان)، یعنی متحرک به مکان اولیه خود بازگشته است و جابجایی آن صفر است.*



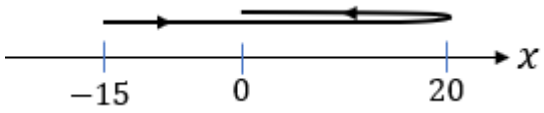
تبدیل نمودار مکان-زمان به مسیر حرکت:

با توجه به نمودار مکان-زمان می توان حرکت یک متحرک را توصیف کرد. به عنوان مثال نمودار مکان-زمان زیر را در نظر بگیرید:



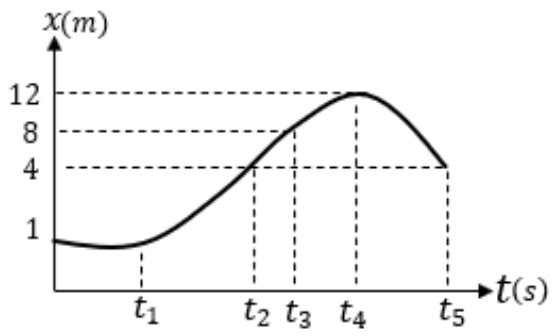
در این نمودار، متحرک از ۱۵ متری سمت چپ مبدأ (مکان منفی) شروع به حرکت کرده و به طرف مبدأ مختصات حرکت می کند تا در $t = 2$ به مبدأ مختصات می رسد. سپس به حرکت خود ادامه داده تا در لحظه $t = 5$ به ۲۰ متری سمت راست مبدأ

برسد. در این لحظه متحرک تغییر جهت می دهد(برمی گردد) و شروع به حرکت به سمت مبدأ می کند تا در لحظه $t = 10$ دوباره به مبدأ مختصات برسد. بنابراین مسیر حرکت متحرک به صورت زیر در می آید.



در حرکت های رفت و برگشتی، که شروع و پایان حرکت یکسان باشند، جابجایی صفر است.

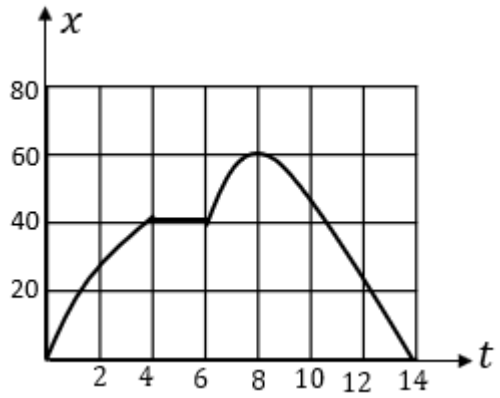
چالش(۳): با توجه به نمودار مکان – زمان مقابل: در هر یک از بازه‌های زمانی (t_0 , t_1) , (t_1, t_2) , (t_4 , t_5) جابجایی چقدر است ؟



پاسخ:

$$\begin{cases} (t_0 , t_1) \Longrightarrow \Delta x = 1 - 1 = 0 \\ (t_1, t_2) \Longrightarrow \Delta x = 4 - 1 = 3 \\ (t_4 , t_5) \Longrightarrow \Delta x = 4 - 12 = -8 \end{cases}$$

چالش(۴): شکل زیر، نمودار مکان – زمان دوچرخه‌سواری را نشان می‌دهد که روی مسیر مستقیم در حال حرکت است. الف. در چه لحظه‌ای دوچرخه‌سوار بیشترین فاصله از مبدأ را دارد؟ این فاصله چند متر است؟ ب. در چه بازه زمانی دوچرخه‌سوار ساکن است؟ پ. جابجایی دوچرخه‌سوار در کل مدت حرکت چقدر است؟



پاسخ: الف. در لحظه ی $t = 8$ ثانیه بیشترین فاصله را دارد و مکان آن در این لحظه ۶۰ متر است. ب. در بازه ۴ تا ۶ ثانیه متحرک ساکن است. پ. چون شروع و پایان حرکت یک نقطه است (در هر دو لحظه صفر و ۱۴ ثانیه مکان صفر است) پس جابه جایی صفر است.

جابه جایی با توجه به معادله حرکت: ب در صورتی که معادله ی حرکت تابعی از زمان باشد برای بدست آوردن جابه جایی به صورت دوگام آن را محاسبه می کنیم:

گام اول: دو زمان داده شده را در معادله مکان قرار داده و دو مکان را حساب می کنیم.

گام دوم: مکان های بدست آمده را در رابطه زیر قرار می دهیم تا جابجایی بدست آید.

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

در معادلات معمولاً با دو بازه ی زمانی زیر مواجه می شویم:

$$\begin{cases} \text{منظور از ثانیهٔ } n \text{ ام} \rightarrow t_1 = n - 1 \text{ و } t_2 = n \\ \text{منظور از } t \text{ ثانیهٔ } n \text{ ام} \rightarrow t_1 = \mathrm{t}(n-1) \text{ و } t_2 = \mathrm{t}n \end{cases}$$

چالش(۵): اگر معادله حرکت متحرکی در SI به‌صورت $x = -t^3 + 5t$ باشد، جابجائی در ثانیه چهارم چند برابر جابجائی در دو ثانیه اول حرکت است؟

پاسخ:

جابجایی در ثانیه چهارم:

$$\begin{cases} t_1 = 3 \Longrightarrow x_1 = -(3)^3 + 5(3) = -27 + 15 = -12 \\ t_1 = 4 \Longrightarrow x_1 = -(4)^3 + 5(4) = -64 + 20 = -44 \end{cases}$$

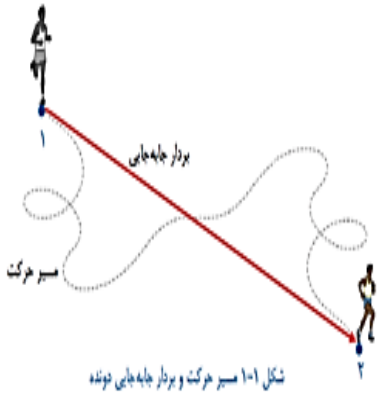
$$\Longrightarrow \Delta x = -44 - (-12) = -32m$$

جابجایی در دو ثانیه اول:

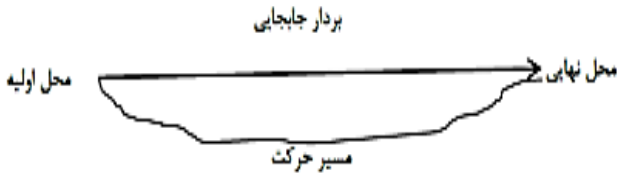
$$\begin{cases} t_1 = 0 \Longrightarrow x_1 = -(0)^3 + 5(0) = 0 \\ t_1 = 2 \Longrightarrow x_1 = -(2)^3 + 5(2) = -8 + 10 = 2 \end{cases} \Longrightarrow \Delta x = 2 - 0 = 2m$$

پس داریم: $\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = -16$

مسافت طی شده : طول مسیر پیموده شده توسط متحرک(ردپای متحرک) را مسافت می نامیم، کمیتی نرده ای و همیشه مثبت است. آنرا با نماد l نشان می دهیم ویکای آن متر است. مسافت بر خلاف جابجایی به مسیر حرکت وابسته است. در حرکت روی خط راست مسافت می تواند بزرگ تر یا مساوی جابجایی باشد.



شکل ۱-۱ مسیر حرکت و بردار جابه‌جایی توپنده



$$L \geq \Delta x$$

- ✅ اگر متحرک روی خط راست حرکت نکند مسافت حتما از جابجایی بزرگ تر است. ولی در حرکت روی خط راست ممکن است برابر هم باشند.
- ✅ در این کتاب چون حرکت روی خط راست بررسی می شود از سایر حرکت ها صرف نظر می کنیم.

مسافت روی خط راست: برای محاسبه ی مسافت باید این نکته را در نظر گرفت که آیا متحرک تغییر جهت می دهد یا خیر:

الف. اگر متحرک در طول مسیر حرکتش تغییر جهت ندهد، در ان صورت مسافت با قدر مطلق جابجایی طی شده در همان بازه زمانی برابر است.

$$L = |\Delta x|$$

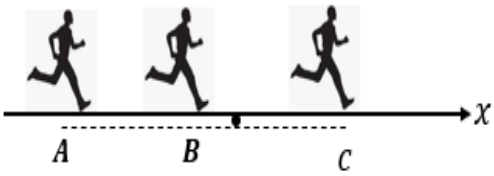
ب . اگر متحرک تغییر جهت بدهد. مسافت طی شده از اندازه ی جابجایی بین شروع و پایان حرکت بزرگ تر و با مجموع قدر مطلق جابجایی های متوالی برابراست.

$$L = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + \ldots$$

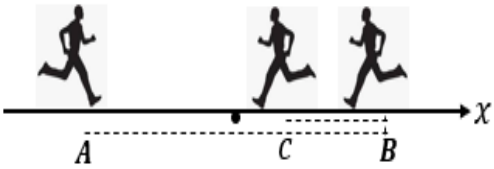
مسافت علاوه بر ابتدا و انتهای مسیر به شکل مسیر حرکت نیز وابسته است.

تشخیص تغییر جهت متحرک:

الف. با توجه به مسیر حرکت: زمانی متحرک تغییر جهت می دهد، که ابتدا توقف کرده سپس خلاف جهت حرکت اولیه شروع به حرکت کند.



بدون تغییر جهت



همراه با تغییر جهت

پرسش(۱): اگر از مدرسه یک مسابقه دو ترتیب داده شود که در آن شما باید مسیر ۱۰ کیلومتری که از مدرسه شروع می شود و در نهایت به مدرسه می رسد را بدوید. جابجایی شما چقدر است؟

پاسخ: در انتهای مسابقه در همان نقطه ی ابتدایی هستید پس جابجایی شما صفر است، ولی مسافت طی شده شما ۱۰ کیلومتر است.

پرسش(۲): در چه صورت اندازه‌ی جابجایی یک جسم با مسافت پیموده شده آن برابر خواهد بود؟

پاسخ: درصورتی اندازه جابه‌جایی با مسافت پیموده شده برابر است که جسم روی خط راست بدون تغییر جهت، حرکت کند.

پرسش(۳): درستی و نادرستی جملات زیر را تعیین کنید:

الف. طول یک مسیر را مسافت می گویند. (درست)

ب. بردار جابجایی، پاره خط جهت داری است که مکان آغازین را به مکان پایانی متصل می‌کند. (درست)

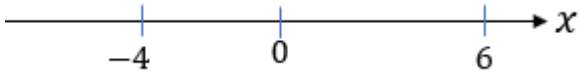
پ. بردار جابجایی یک جسم به مسیر حرکت بستگی دارد. (نادرست)

ت. بردار جابجایی یک جسم به مبدأ مختصات بستگی دارد. (نادرست)

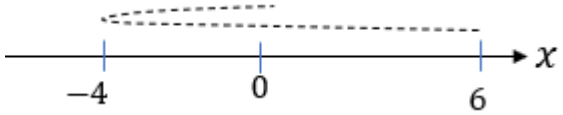
ث. بردار جابجایی یک جسم، اطلاعاتی در مورد مسیر حرکت جسم در اختیار ما قرار نمی‌دهد. (درست)

ج. بردار جابجایی یک جسم در یک مسیر بسته همواره صفر است. (درست)

چالش(۴): متحرکی از مکان ۶ به مکان 4- حرکت کرده سپس به مبدا مختصات بر می گردد. جابجایی و مسافت طی شده را در این حرکت بررسی کنید.



پاسخ:

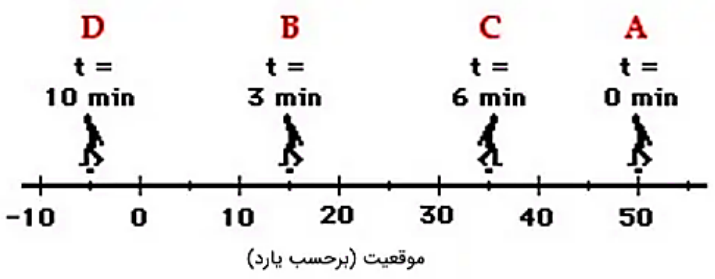


همانگونه که در شکل می بینید متحرک تغییر جهت داده است. بنابراین مسافت از اندازه جابجایی بزرگتر است:

$$\Delta x = 0 - 6 = -6m$$

$$l = |\Delta x_{6\to -4}| + |\Delta x_{-4\to 0}| = |-4-6| + |0-(-4)| = 10 + 4 = 14m$$

چالش(۵): یک مربی فوتبال را در نظر بگیرید که در حاشیه زمین و از شدت هیجان به جلو و عقب می رود. نمودار زیر چندین موقعیت مربی را در زمان های مختلف نشان می دهد. در هر موقعیت مشخص شده مربی یک چرخش کرده و در جهت مخالف حرکت می کند. به عبارت دیگر مربی از موقعیت A به B به C به D منتقل می شود. جابجایی و مسافت طی شده توسط مربی چقدر است؟



پاسخ: برای محاسبه ی جابجایی نقطه ی شروع و نقطه ی پایان حرکت مهم است. پس:

$$\Delta x = x_D - x_A = -5 - 50 = -55\ yard$$

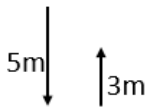
برای محاسبه ی مسافت همانگونه که در شکل مشخص است مربی در نقاط B و C تغییر جهت داده است. پس:

$$L = |\Delta x|_{A\longrightarrow B} + |\Delta x|_{B\longrightarrow C} + |\Delta x|_{C\longrightarrow D} = |15-50| + |35-15| + |-5-35|$$

$$= 35 + 20 + 40 = 95\ yard$$

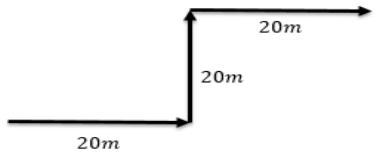
چالش(۶): یک توپ را از ارتفاع 5m رها می کنیم و توپ پس از برخورد به زمین تا ارتفاع 3m بالا می‌آید، جابجایی و مسافت طی شده توپ را بدست آورید.

پاسخ:



$$d = 5 + 3 = 8m\ ,\ \ \Delta x = 5 - 3 = 2m$$

*** چالش(۷): در شکل مورچه‌ای از A به D می رود. مسافت واندازه ی جابجایی طی شده توسط مورچه را حساب کنید.**

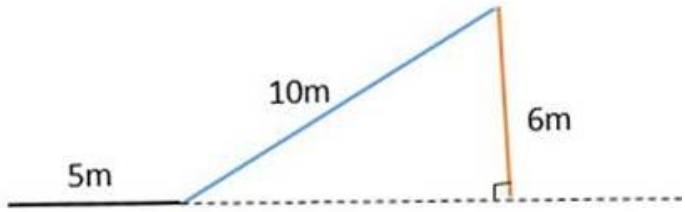


پاسخ: با توجه به بردارهای یکه می توان جابجایی و مسافت پیموده شده را حساب کرد:

$$\Delta r = 40\vec{i} + 20\vec{j} \ \ \Rightarrow\ |\Delta r| = \sqrt{40^2 + 20^2}$$

$$l = 20 + 20 + 20 = 60m$$

*** چالش(۸): متحرکی مطابق شکل، مسیری را طی می کند. جابجایی و مسافت را حساب کنید.**



پاسخ: مسافت طی شده برابر است با:

$$L = 5 + 10 + 6 = 21\ m$$

اما برای محاسبه ی جابجایی ابتدا باید مسیر نقطه چین مثلث قائم الزاویه را مشخص کرد:

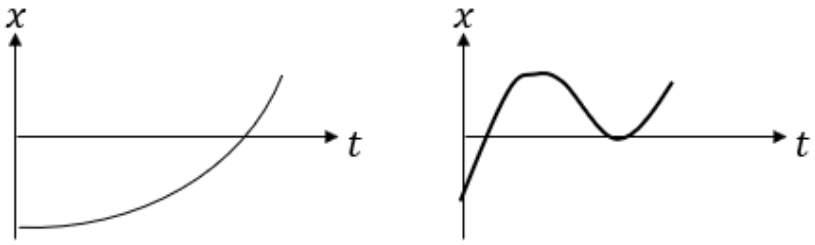
$$c^2 = a^2 + b^2 \Longrightarrow 100 = 36 + b^2 \Longrightarrow b^2 = 64 \Longrightarrow\ b = 8\ m$$

اینک می توان جابجایی که همان خط راستی است که نقطه ی شروع را به پایان وصل می کند. پس:

$$\Delta x = 5 + 8 = 13\ m$$

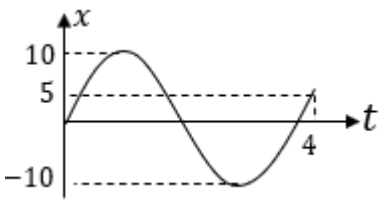
ب . با توجه به نمودار مکان-زمان:

اگر نمودار مکان دارای قله یا دره بود یعنی متحرک تغییر جهت داده است. اما اگر فاقد قله و دره باشد بدان معناست که متحرک تغییر جهت نداده است.



بدون تغییر جهت همراه با تغییر جهت

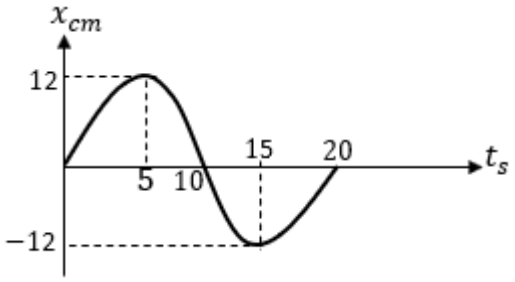
چالش(۹): نمودار مکان –زمان متحرکی مطابق شکل است مسافت طی شده در مدت ۴ ثانیه کدام است:



پاسخ:

$$d = |10| + |-20| + |15| = 45m$$

چالش(۱۰): با توجه به نمودار مکان – زمان، الف. نسبت جابجایی به مسافت این متحرک را در بازه‌ی زمانی صفرتا 15s را به دست آورید. ب. مسیر حرکت متحرک را بر روی پاره خط راست در بازه‌ی زمانی صفرتا 20 s رسم کنید.



پاسخ: در بازه ی صفر تا ۱۵ ثانیه داریم:

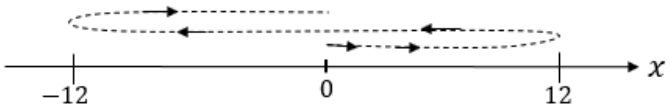
$$\begin{cases} t_1 = 0\,, \;\; x_1 = 0 \\ t_2 = 15\,, \;\; x_2 = -12 \end{cases} \Longrightarrow \Delta x = x_2 - x_1 = -12 - 0 = -12$$

برای محاسبه ی مسافت، همانگونه که در نمودار پیداست در بازه زمانی ۰ تا ۱۵ ثانیه متحرک در ثانیه ۵ تغییر جهت داده است.

$$\begin{cases} t_1 = 0\,, \;\; x_1 = 0 \\ t_2 = 5\,, \;\; x_2 = 12 \end{cases} \Longrightarrow \Delta x = x_2 - x_1 = 12 - 0 = 12$$

$$\begin{cases} t_1 = 5\,, \;\; x_1 = 12 \\ t_2 = 15\,, \;\; x_2 = -12 \end{cases} \Longrightarrow \Delta x = x_2 - x_1 = -12 - 12 = -24$$

$$d = |12| + |-24| = 40m$$



پ . محاسبه مسافت با توجه به معادله حرکت درجه دوم: اگر رأس سهمی(نقطه ی آکسترمم) را بدست آوریم لحظه ی تغییر جهت را تعیین کرده ایم:

لحظه تغییر جهت $\acute{t} = -\frac{b}{2a}$

اگر بازه ی داده شده شامل لحظه تغییر جهت $\acute{t}$ نباشد، یعنی تغییر جهت نداده است. ولی اگر لحظه ی تغییر جهت $\acute{t}$ در بازه زمانی داده شده قرار بگیرد در آن صورت:

$$L = |\Delta x|_{t_1 \to \acute{t}} + |\Delta x|_{\acute{t} \to t_2}$$

مقایسهٔ جابجایی و مسافت در حرکت یک بعدی:

۱. جابجایی کمیتی برداری و مسافت کمیتی نرده ای است.
۲. جابجایی می‌تواند مثبت، منفی و یا صفر باشد. ولی مسافت در صورت حرکت کردن همواره مثبت است.
۳. جابجایی به شکل مسیر حرکت وابسته نیست و فقط به ابتدا و انتهای مسیر وابسته است، ولی مسافت به شکل مسیر حرکت وابسته است.
۴. در حرکت‌هایی که به‌صورت رفت و برگشتی انجام می‌شود، چون ابتدا و انتهای حرکت بر هم منطبق است، جابجایی صفر، ولی مسافت طی شده برابر با طول مسیر پیموده شده است.
۵. اگر جسمی بر روی خط راست بدون تغییر جهت حرکت کند، مسافت با قدر مطلق جابجایی برابر است، و در سایر موارد مسافت از جابجایی بزرگتر است.

RPF:

الف) اگر حرکت یکنواخت باشد ($x = vt + x_0$) چون جهت حرکت همواره ثابت است مسافت طی شده با جابه جایی برابر است

$$d = |\Delta x| = |vt|$$

ب) شتابدار با شتاب ثابت باشد ($x = At^2 + Bt + c$)

۱) اگر $AB > 0$: جهت حرکت همواره ثابت می ماند و مسافت در ثانیه t ثانیه اول از رابطه زیر محاسبه می شود :

$$d = |\Delta x| = |At^2 + Bt|$$

۲) اگر $AB < 0$ باشد متحرک یکبار در لحظه $x = \frac{-B}{2A}$ تغییر جهت داده است در این صورت خواهیم داشت :

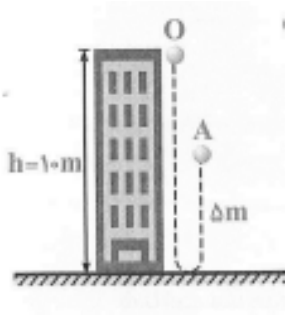
$$d = |\Delta x| = \left| At^2 + Bt + \frac{B^2}{2A} \right|$$

تست های مکان، جابجایی و مسافت

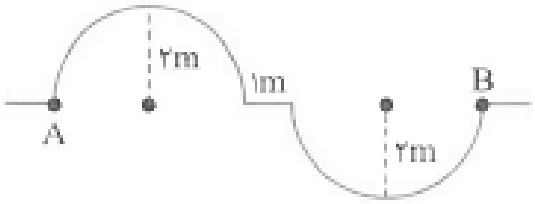
تست ۱) معادله حرکت ذره در SI به صورت $x = t^2 - 7t + 10$ است فاصله زمانی عبور متوالی از مبدا مختصات چند ثانیه است ؟

تست ۲) ذره ای در صفحه xoy از نقطه $A(6,-3)$ به نقطه $B(-2,4)$ حرکت می کند جابه جایی متحرک را پیدا کنید .

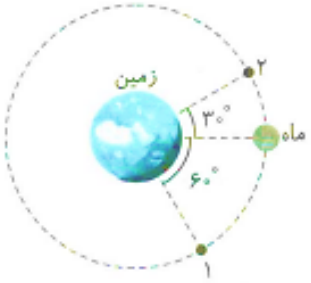
تست ۳) در شکل زیر گلوله ای از نقطه O به سمت پایین پرتاب می شود و گلوله پس از برخورد به زمین تا نقطه A بالا می آید از لحظه پرتاب تا هنگامی که گلوله در نهایت نقطه A می رسد مسافت پیموده شده چند برابر جابه جایی می باشد ؟



تست ۴) در شکل رو به رو متحرک از مسیر A تا B از دو نیم دایره می گذرد مسافت طی شده توسط متحرک چند برابر اندازه جابه جایی آن می باشد ؟ ($\pi = 3$)



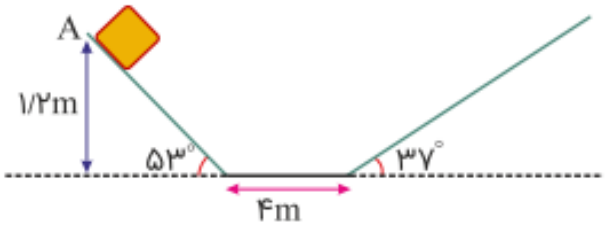
تست ۵) در شکل رو به رو مسیر حرکت ماه به دور زمین وقتی در جهت ساعتگرد از مکان (۱) به مکان (۲) می رود نشان داده شده است مسافت پیموده شده در این حرکت چند برابر اندازه بردار جابه جایی می باشد ؟



تست ۶) متحرکی روی دایره ای به شعاع R به اندازه ۹۰ درجه می چرخد مسافت پیموده شده چند برابر جابه جایی است ؟

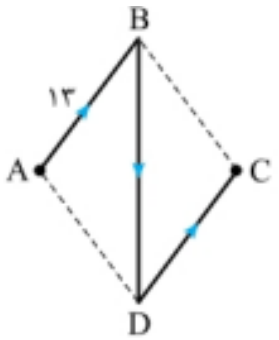
تست ۷) معادله حرکت جسمی روی محور x ها به صورت $x = 0.1\, sin(5\pi t)$ می باشد در بازه زمانی ۰ تا ۰.۸ ثانیه جابه جایی جسم چند متر است ؟

تست ۸) در شکل زیر جسم از نقطه A بر روی سطح شیب دار بدون اصطکاکی رها می شود اندازه جابه جایی جسم تا لحظه ای که برای اولین بار متوقف می شود چند متر است ؟ (هیچگونه اتلاف انرژی نداریم)



تست ۹) جسمی روی مسیری که که در صفحه xy با معادله $y = 3x + 10$ (بر حسب متر) مشخص شده حرکت می کند جابه جایی جسم هنگامی که از $x_1 = 2m$ به $x_2 = 4m$ می رود چقدر است ؟

تست ۱۰) چهار ضلعی $ABCD$ یک لوزی است متحرکی روی مسیر نشان داده شده از A به C می رود اگر مسافت طی شده توسط متحرک ۵۰ متر باشد جابه جایی متحرک را بیابید



تست ۱۱) متحرکی بر روی محور x ها حرکت می کند و معادله مکان ـ زمان آن به صورت $x = -2.5t^2 + 40t + 10$ می باشد نسبت مسافت طی شده در ۱۰ ثانیه اول حرکت به جابه جایی در همین مدت چقدر است ؟

تست ۱۲) معادله حرکت متحرکی به صورت $x = t^2 - 2t + 6$ می باشد مسافت طی شده در ۵ ثانیه اول حرکت چقدر است ؟

تست ۱۳) معادله حرکت متحرکی به صورت $x = -4t^2 + 40t + 30$ می باشد مسافت طی شده در بازه زمانی $t = 3s$ تا $t = 6s$ را بیابید .

تست ۱۴) معادله مکان ـ زمان متحرکی به صورت $x = t^2 - 6t + 10$ می باشد بردار مکان متحرک در چه لحظه ای بر حسب ثانیه تغییر جهت می دهد ؟

تست ۱۵) اگر معادله حرکت متحرکی که روی محور y ها حرکت می کند به صورت $x = -t^2 + 8t - 15$ باشد چند ثانیه پس از مبدا زمان متحرک برای دومین بار از مبدا مکان عبور می کند ؟

تست ۱۶) معادله مکان زمان متحرکی به صورت $x = t^3 - 2t^2 + t + 1$ است جابه جایی این متحرک در ۲ ثانیه سوم چند برابر جابه جایی آن در ۳ ثانیه دوم است ؟

تست ۱۷) معادله مکان ـ زمان متحرکی به صورت $x = -3t^2 + 15t + 18$ است این متحرک چند ثانیه در طرف مثبت محور x ها در حال حرکت بوده است ؟

تست ۱۸) معادله مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x ها در حال حرکت است به صورت زیر می باشد اندازه جابه جایی جسم در ثانیه دوم حرکت چند برابر اندازه مسافت طی شده جسم در همین بازه زمانی است .

$$x = t^2 - 3t + 2$$

سرعت متوسط-سرعت لحظه ای

سرعت متوسط: نسبت جابه جایی یک متحرک به زمانی که در آن جابه جایی سپری می شود، سرعت متوسط آن متحرک می گوییم. سرعت متوسط می تواند مثبت(در جهت محور) یا منفی(خلاف جهت محور) باشد، نماد آن $\vec{v}_{av}$ واحدش m/s است.

$$\vec{V}_{av} = \frac{\overrightarrow{\Delta x}}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

نکته) سرعت متوسط تعریف خاصی در فیزیک دارد و به مسیر حرکت بستگی ندارد اتوموبیلی را در نظر بگیرید که از مشهد به تهران می رود و دوباره از تهران به مشهد باز می گردد جابه جایی این اتوموبیل و سرعت متوسط آن صفر خواهد بود پس نتیجه می گیریم سرعت متوسط به سرعت متحرک یا چگونگی تغییر مکان آن بستگی ندارد و تنها به آهنگ تغییر مکان وابسته است .

⚠ سرعت متوسط یک کمیت برداری است. و همواره هم جهت با بردار جابه جایی است.

⚠ اگر متحرکی در لحظه t تغییر جهت بدهد در لحظه 2t به مکان اولیه خود بازمیگردد. بنابراین جابجایی و در نتیجه سرعت متوسط آن صفر است.

تبدیل کیلومتر بر ساعت به متر بر ثانیه

سرعت بر حسب $\left(\frac{Km}{h}\right)$	$۱۸\left(\frac{Km}{h}\right)$	$۳۶\left(\frac{Km}{h}\right)$	$۵۴\left(\frac{Km}{h}\right)$	$۷۲\left(\frac{Km}{h}\right)$	$۹۰\left(\frac{Km}{h}\right)$	$۱۰۸\left(\frac{Km}{h}\right)$
سرعت بر حسب $\left(\frac{m}{s}\right)$	$۵\left(\frac{m}{s}\right)$	$۱۰\left(\frac{m}{s}\right)$	$۱۵\left(\frac{m}{s}\right)$	$۲۰\left(\frac{m}{s}\right)$	$۲۵\left(\frac{m}{s}\right)$	$۳۰\left(\frac{m}{s}\right)$

تندی متوسط: نسبت مسافت پیموده شده در مدت‌زمان طی شده را تندی متوسط می‌نامیم، کمیتی نرده ای و همواره مثبت است نمادش S_{av} است.

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$$

برای محاسبه ی تندی متوسط نیاز به قاعده ی خاصی نیست. کافی است مسافت پیموده شده را محاسبه و آن را بر بازه زمانی تقسیم کنیم.(آهنگ مسافت)

تفاوت کلمه "لحظه" در محاوره و فیزیک: واژه ی لحظه در فیزیک با کاربرد محاوره ای آن در زندگی روزمره متفاوت است. عبارت ((لطفاً کمی صبر کن- تنها یک‌لحظه طول می‌کشد)) را در موارد زیادی به کار می بریم، که منظور یک بازه‌ی زمانی کوتاه مثلاً چند ثانیه یا چند دقیقه است. ولی در فیزیک یک‌لحظه به هیچ وجه طول نمی‌کشد. لحظه به یک تک مقدار از زمان اشاره دارد.

گزارش تندی: اگر هنگام گزارش سرعت فقط اندازه یا بزرگی آن را اعلام کنیم، تندی لحظه ای را بیان کرده ایم. مثلا می گوییم متحرک با تندی $4m/s$ در حال حرکت است.

گزارش سرعت : اگر علاوه بر گزارش اندازه سرعت، جهت آن را نیز مشخص کنیم، در واقع سرعت لحظه ای را بیان کرده ایم. مثلا می گوییم متحرک با سرعت $4m/s$ به سمت غرب در حال حرکت است.

از این پس در این کتاب هر جا گفته شود سرعت منظور سرعت لحظه ای است.

سرعت لحظه‌ای: سرعت در یک لحظه، همان اندازه ی سرعت متوسط بین دو لحظه ی بینهایت نزدیک به هم است. به عبارت دیگر سرعت لحظه‌ای حد سرعت متوسط است هنگامی که $\Delta t \to 0$ میل کند.

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

! با توجه به تعریف مشتق، سرعت لحظه‌ای مشتق مکان نسبت به زمان است. $v = \frac{dx}{dt}$

اگر $v > 0$ باشد متحرک در جهت محور و اگر $v < 0$ باشد متحرک خلاف جهت محور حرکت می‌کند.

تندی: اندازهٔ سرعت را تندی می نامند. به عنوان مثال سرعت متحرکی در راستای محور x ممکن است $5\frac{m}{s}$ یا $-5\frac{m}{s}$ باشد، ولی در هر دو حالت تندی متحرک $5\frac{m}{s}$ است. به عبارت دیگر سرعت می تواند مثبت منفی و یا صفر باشد، اما تندی همواره مثبت است.

- مبدأ سرعت را سرعت اولیه می نامند.(سرعت در لحظه ی صفر ام)
- در لحظه تغییر جهت سرعت متحرک صفر است.
- زمانی سرعت به کمترین مقدار خود می‌رسد(v_{min}) که آن را برابر صفر در نظر بگیریم.

پرسش(۱): دو متحرک همزمان از یک نقطه در مسیری یکسان به حرکت در می آیند، سرعت متحرک اول در هرلحظه از متحرک دوم بیشتر ا ست .آیا ممکن ا ست سرعت متوسط متحرک دوم در یک بازه زمانی دلخواه بیشتر از اولی باشد؟

پاسخ: بله، در صورتی که مسیر خط راست نباشد؛ ممکن است جابه‌جایی در یک بازه زمانی برای جسم دوم بیشتر از اولی باشد و سرعت متوسط جسم دوم بزرگتر از اول شود .به‌عنوان‌مثال حرکت یک متحرک روی مسیر راست و مستقیم که برگشت هم داشته باشد و همچنین حرکت روی مسیر دایر های بهترین مثالها برای توجیه این پرسش هستند .دو شناگر را تصور کنید که در مسیر رفت و برگشت یک استخر مسابقه میدهند، وقتی شناگر اول به محل اولیه برگردد سرعت متو سط صفر، در صورتی که شناگر دوم که آهسته تر حرکت می‌کرده سرعت متو سط آن صفر نخواهد شد.

پرسش(۲): اگر متحرک برای لحظه‌ای بایستد، سرعت متوسط متحرک صفر می‌شود؟

پاسخ: خیر زمانی که متحرک متوقف می شود سرعت نهایی آن صفر می شود.

چالش(۳): جدول زیر را برای هر چهار متحرک کامل کنید، به شرطی که متحرک در مدت‌زمان 4s فاصله‌ی بین مکان آغازین و مکان پایانی را طی کند.

متحرک	مکان آغازین	مکان پایانی	جابجایی	سرعت متوسط	جهت حرکت
A	-2m	+8m	10	2.5	جهت محور
B	+2m	-8m	-10	-2.5	خلاف محور
C	+8m	+16m	8	2	جهت محور
D	-4m	-16m	-12	-3	خلاف محور

پرسش(۴): الف. تندی متوسط و سرعت متوسط را با یکدیگر مقایسه کنید؟ ب. در چه صورت اندازه سرعت متوسط یک متحرک با تندی متوسط آن برابر است؟

پاسخ: الف – تندی متو سط نسبت مسافت به زمان و کمیت نرده‌ای ا ست. سرعت متو سط نسبت جابه‌جایی به زمان و کمیت برداری ا ست. همچنین سرعت متوسط در یک بازه زمانی، برابر با شیب‌خطی است که دو نقطه نمودار مکان -زمان مربوط به ابتدا و انتهای آن بازه را به یکدیگر وصل می‌کند. ولی مسافت برابر مسیری است که متحرک در آن بازه زمانی طی می کند. ب – زمانی اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط با هم برابرند که: اندازه مسافت با جابه‌جایی برابر باشند، به عبارت دیگر اگر جهت سرعت تغییر نکند.

پرسش(۵): جهت بردار سرعت متوسط هم جهت با (جابجایی، مسافت) است و هنگامی متحرکی به مبدأ حرکت خود باز می گردد، سرعت متوسط (منفی ، صفر) است.

پرسش(۶): به هنگام مسافرت به شمال، احمد در لحظه‌ی شروع حرکت، کیلومتر اتومبیل و لحظه‌ی جاری را یادداشت میکند . به هنگام رسیدن به مقصد نیز همین کار را انجام می‌دهد. او با داشتن این اعداد چگونه می‌تواند سرعت متوسط اتومبیل را حساب کند؟ آیا به اطلاعات بیشتری نیاز است؟

پاسخ: خیر نمی‌تواند. مسافت پیموده شد ه ثبت شد ه است و با جابه‌جایی برابر نیست، میتوان با داشتن نقشه و متصل کردن نقاط ابتدا و انتهای سفر جابه‌جایی را مشخص و سرعت متوسط را از تقسیم آن به زمان حرکت محاسبه کرد.

روش های محاسبه سرعت متوسط و لحظه ای:

- مدل مسیری
- مدل نموداری
- مدل معادله ای

مدل مسیری: در این گونه سوالات فقط کافی است نشان دهیم متحرک در جهت محور حرکت می کند یا خلاف جهت محور

چالش(۷): متحرکی خلاف جهت محور با سرعت متوسط ۱۰ متر بر ثانیه در حال حرکت است. این متحرک در لحظه‌ی $t_1=3s$ در مکان x_1 و در لحظه‌ی $t_2=8s$ در مکان ۱۰ متری سمت چپ مبدأ قرار دارد. x_1 را بیابید.

پاسخ:

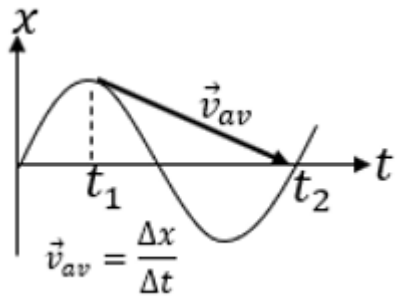
$v=-10, t_1=3, t_2=8, x_2=-10, x_1=?$

$$\bar{V}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\rightarrow -10=\frac{(-10-x_1)}{5}\rightarrow -50=-10-x_1\rightarrow x_1=40m$$

در مدل نمودارها معمولاً دو دسته سوال مطرح می شود:

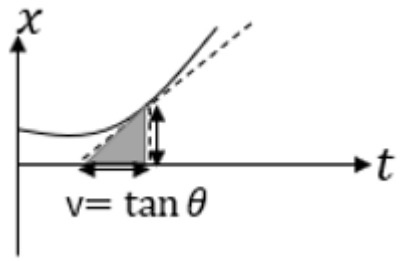
- ✓ کمیت نمودارها: با اعداد سروکار داریم.
- ✓ کیفیت نمودارها: با اعداد سروکار نداریم.

تعیین کمی سرعت متوسط: اگر متحرکی در دو لحظه‌ی t_1, t_2 در مکان های x_1, x_2 باشد. چنانچه نقطه ی شروع را به پایان وصل می کنیم، شیب خط بدست آمده معرف سرعت متوسط است.



برای محاسبه ی کمی سرعت متوسط، کافی است که مختصات نقاط شروع و پایان را تعیین(زمان ها و مکان ها)، سپس آن مختصات را در رابطه سرعت متوسط قرار دهیم.

تعیین کمی سرعت: از روی نمودار مکان-زمان یک مثلث قایم الزاویه تشکیل دهیم و شیب را محاسبه کنیم. عدد به دست آمده سرعت لحظه ای است.



- **اگر صعودی باشد متحرک در جهت محور(سرعت مثبت) حرکت می کند.**
- **اگر نزولی باشد متحرک خلاف جهت محور (سرعت منفی) حرکت می‌کند.**
- **در نمودار مکان-زمان سهمی شکل در قله ها و دره ها سرعت صفر است.(متحرک تغییر جهت می دهد)**

- *هر قدر شیب نمودار تندتر(مهم نیست صعودی باشد یا نزولی) باشد اندازه ی سرعت بیشتر است.*
- *اگر به سمت قله یا دره حرکت کنیم اندازه سرعت کاهش و اگر از قله و دره دور شویم اندازه سرعت افزایش می یابد.*

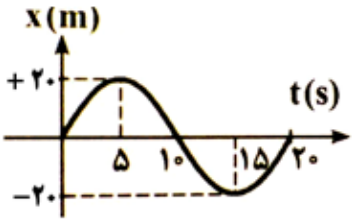
انواع نمودار مکان-زمان برای تعیین سرعت: برای محاسبه ی سرعت مهم است که نمودار سهمی یا شیبدار باشد:

در مدل سهمی: طراح سوال خط مماس را رسم می کند. فقط کافی است که از روی آن خط مماس شده دو نقطه پیدا کنیم که مختصات زمانی و مکانی آن مشخص باشد.

مدل شیبدار: در نمودارهای خطی شیبدار(با شیب ثابت)، مهم نیست کدام دو نقطه را پیدا می کنیم. حتی اگر شامل لحظهٔ خواسته شده نباشد. زیرا با توجه به قوانین ریاضی در نمودارهای شیبدار، شیب نمودار همواره ثابت می ماند.

چالش های تکمیلی

چالش(۱): با توجه به نمودار مکان زمان مقابل: الف. سرعت متوسط در ۲۰ ثانیه ی اول حرکت چقدر است؟ ب. سرعت متوسط در بازه $t = 0\ s$ تا $t = 15\ s$ چقدر است؟ ج. سرعت متوسط در بازه‌ی $t = 5\ s$ تا $t = 15\ s$ چقدر است؟

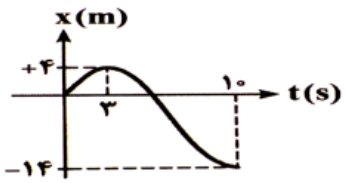


الف.
$$\begin{cases} t_1 = 0 \rightarrow x_1 = 0 \\ t_2 = 20 \rightarrow x_2 = 0 \end{cases} \rightarrow \bar{V} = 0$$

ب.
$$\begin{cases} t_1 = 0 \rightarrow x_1 = 0 \\ t_2 = 15 \rightarrow x_2 = -20 \end{cases} \rightarrow \bar{V} = -\frac{4}{3}$$

پ.
$$\begin{cases} t_1 = 5 \rightarrow x_1 = 20 \\ t_2 = 15 \rightarrow x_2 = -20 \end{cases} \rightarrow \bar{V} = -4$$

چالش(۲): با توجه به نمودار مکان زمان مقابل: الف. سرعت متوسط در ۱۰ ثانیه‌ی اول حرکت چقدر است؟ ب. سرعت متوسط در ۳ ثانیه‌ی اول چقدر است؟ پ. مسافت طی شده در ۱۰ ثانیه چقدر است؟



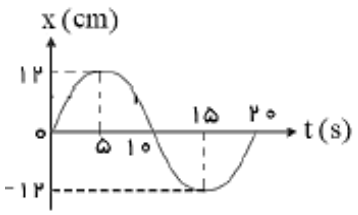
پاسخ: الف)
$$\begin{cases} t_1 = 0\ ,\ x_1 = 0 \\ t_2 = 10\ , x_2 = -14 \end{cases} \Longrightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-14-0}{10-0} = -1.4$$

ب) $\begin{cases} t_1 = 0\,,\ x_1 = 0 \\ t_2 = 3\,, x_2 = 4 \end{cases} \Longrightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4-0}{3-0} = \frac{4}{3}$

پ) چون متحرک در ثانیه سوم تغییر جهت داده است. مسافت طی شده به صورت زیر محاسبه می شود:

$$L = |\Delta x|_{0\to 3} + |\Delta x|_{3\to 10} = |4-0| + |-14-4| = 4 + 18 = 22m$$

چالش(۳): با توجه به نمودار مکان – زمان، الف. سرعت متوسط متحرک در 20s اول چقدر است؟ ب. سرعت متوسط متحرک در بازه‌ی ۵ تا 15s چقدر است؟ پ. در کدام لحظات متحرک تغییر مسیر می‌دهد؟ ت. در چه بازه زمانی متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند؟ ث. در چه بازه‌ی زمانی متحرک در جهت محور حرکت می‌کند؟



پاسخ: الف) $\begin{cases} t_1 = 0\,,\ x_1 = 0 \\ t_2 = 20\,, x_2 = 0 \end{cases} \Longrightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0-0}{20-0} = 0$

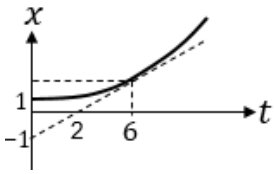
ب) $\begin{cases} t_1 = 5\,,\ x_1 = 12 \\ t_2 = 15\,, x_2 = -12 \end{cases} \Longrightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-12-12}{15-5} = \frac{-24}{10} = -2.4$

پ) در ثانیه ۵ و ثانیه ۱۵ متحرک تغییر جهت می دهد.

ت) در بازه زمانی ۵ تا ۱۵ ثانیه شیب منفی است. یعنی متحرک خلاف جهت محور حرکت کرده است.

ث) در بازه ی زمانی صفر تا ۵ثانیه و همچنین در بازه ی ۱۵ تا ۲۰ ثانیه شیب مثبت است. یعنی متحرک در جهت محور حرکت کرده است.

چالش(۴): در نمودار مکان-زمان سهمی نشان داده‌شده، با توجه به مماس رسم شده سرعت متحرک در لحظه‌ی t=6s ؛ $\frac{1}{2}\frac{m}{s}$ می‌باشد، سرعت متوسط متحرک را در بازه زمانی $(0\,,\ 6s)$ حساب کنید .



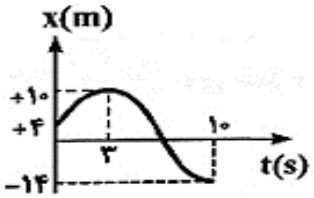
پاسخ: شیب نمودار رو در ثانیه ۲ تا ثانیه ۶ برای بدست آوردن جزئ مجهول محاسبه می کنیم:

$$\frac{1}{2}=\frac{(x-0)}{(6-2)}\rightarrow x=2m$$

با به دست آوردن مکان مجهول در ثانیه ششم الان می تونیم سرعت متوسط رو در بازه زمانی صفر تا ۶ ثانیه رو حساب کنیم:

$$v_{av}=\frac{(2+1)}{(6-0)}=\frac{1}{2}$$

چالش(۵): الف. مکان اولیه متحرک را معلوم کنید و مشخص کنید در کدام لحظه متحرک در بیشترین فاصله از مبدأ قرار دارد؟ ب. سرعت متوسط متحرک در ۱۰ ثانیه اول چند برابر سرعت متوسط متحرک در ۳ ثانیه اول است؟



پاسخ: الف. در ثانیهٔ دهم متحرک بیشترین فاصله رو از مبدأ داره.

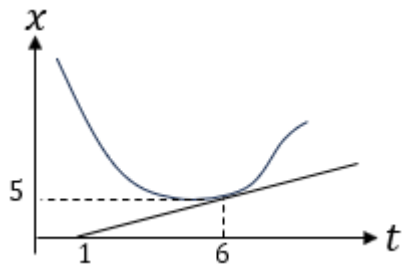
ب.

$$\begin{cases} t_1=0\rightarrow x_1=4 \\ t_2=10\rightarrow x_2=-14 \end{cases}\rightarrow \overline{V_1}=\frac{(-14-4)}{10}=-0.8$$

$$\begin{cases} t_1=0\rightarrow x_1=4 \\ t_2=3\rightarrow x_2=10 \end{cases}\rightarrow \overline{V_2}=\frac{(10-4)}{3}=2$$

$$\frac{V_1}{\overline{V_2}}=-\frac{0.8}{2}=-0.4$$

چالش(۶): شکل روبرو، نمودار مکان – زمان متحرکی را نشان می‌دهد. مماس بر منحنی در لحظه‌ی t=6s رسم شده است. سرعت متحرک را در این لحظه پیدا کنید.



پاسخ: چون شیب مماس بر نمودار صعودی است، پس سرعت در این لحظه مثبت است:

$$v = \frac{(5-0)}{(6-1)} = 1\frac{m}{s}$$

تعیین سرعت متوسط و لحظه‌ای با توجه به معادله مکان – زمان: **با داشتن معادله حرکت می توان سرعت متوسط و لحظه ای را به صورت زیر بدست آورد:**

الف . سرعت متوسط: از روش دو گام استفاده می کنیم:

- ✓ **گام اول: دو زمان را در معادله مکان–زمان قرار داده تا دو مکان به دست آید.**
- ✓ **گام دوم: از فرمول روبرو استفاده می کنیم:** $\vec{v}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

✨ **اگر معادله سرعت را داشته باشیم برای محاسبه ی سرعت متوسط کافیست دو زمان داده شده را در معادله سرعت قرار دهیم، آنگاه میانگین سرعت ها را حساب می کنیم:**

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

ب . سرعت لحظه ای: از معادله حرکت مشتق می گیریم تا معادله سرعت به دست آید.

تعیین جهت حرکت از روی معادله مکان:

برای اینکه نشان دهیم متحرک در جهت یا خلاف جهت محور حرکت می‌کند، به صورت زیر عمل می کنیم:

معادله سرعت را بدست می آوریم، و آن را مساوی صفر قرار می دهیم.ریشه های بدست آمده لحظات تغییر جهت را نشان می دهند.

✅ **مشتق مکان را مساوی صفر قرار می دهیم، تا لحظات تغییر جهت بدست آید.**

چالش(۱): معاله مکان زمان متحرکی $x = t^3 + 5t^2 - 6$ است سرعت متوسط متحرک در دو ثانیه سوم حرکت چقدر است؟

$$\begin{cases} t_1 = 4 \rightarrow x_1 = 138 \\ t_2 = 6 \rightarrow x_2 = 390 \end{cases} \rightarrow \bar{V} = \frac{252}{2} = 126\frac{m}{s}$$

چالش(۲): معادله حرکت متحرکی در روی خط راست به‌صورت $x = -3t^2 + 5t - 1$ می‌باشد. سرعت متوسط آن در بین دو لحظه $t = 1s$ و $t = 4\ s$ چقدر است؟

پاسخ: با توجه به نکته ی فوق. معادله ی سرعت درجه اول می شود: $v = -6t + 5$ بنابراین سرعت متوسط به صورت زیر بدست می آید:

$$t_{av} = \frac{4+1}{2} = 2.5 \Longrightarrow v_{av} = -6(2.5) + 5 = -10\frac{m}{s}$$

چالش(۳): معادله حرکت جسمی در SI به‌صورت $x = 3t^2 - \beta t$ است. اگر در بازه زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 4s$ اندازه سرعت متوسط این متحرک $8\frac{m}{s}$ باشد، β چقدر است؟

پاسخ:

$$\begin{cases} t_1 = 1 \rightarrow x_1 = 3 - \beta \\ t_2 = 4 \rightarrow x_2 = 48 - 4\beta \end{cases} \rightarrow 8 = \frac{(48 - 4\beta - 3 + \beta)}{(4-1)} \rightarrow 24 = 45 - 3\beta \rightarrow \beta = \frac{21}{3} = 7$$

چالش(۴): معادله مکان زمان متحرکی $x = 2t^3 - 4t^2 + 8t$ می باشد. اندازه سرعت متحرک در مبدا زمان چقدر است و در این لحظه جهت حرکت متحرک چگونه است؟

$$v = 6t^2 - 8t + 8 \xRightarrow{t=0} v_0 = 8\frac{m}{s}$$

در جهت محور حرکت می کند.

چالش(۵): معادله مکان زمان متحرکی $x = -2t^2 + 8t$ است. در چه لحظه ای متحرک تغییر جهت می دهد؟

$$-4t + 8 = 0 \rightarrow t = 2s$$

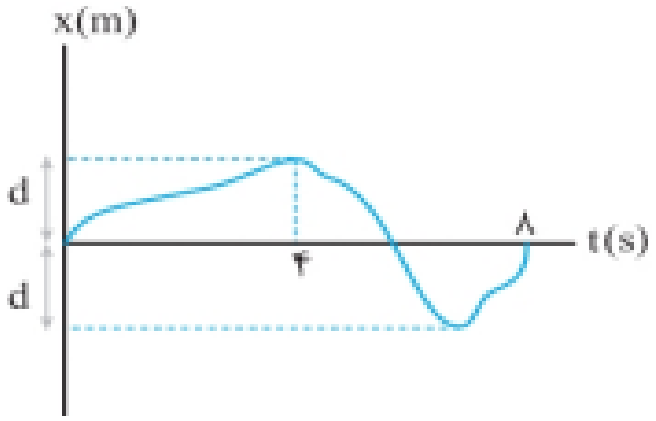
چالش(۶): معادله متحرکی به‌صورت $x = -t^3 + 6t^2 - 9t$ است. فاصله زمانی بین دو تغییر جهت چند ثانیه است؟

$$-3t^2 + 12t - 9 = 0 \rightarrow -3[t^2 - 4t + 3] = 0 \xRightarrow{\text{مجموع ضرایب صفر}} \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = 3 \end{cases} \rightarrow \Delta t = 2s$$

تست ۱) شناگری در مدت ۲۰ ثانیه طول استخری ۴۰ متری را رفته و سپس تا وسط استخر بر می گردد سرعت متوسط و تندی متوسط این شناگر را محاسبه کنید .

تست ۲) تجربی ۹۸) متحرکی روی محور x حرکت می کند و در مبدا زمان از مکان $x_0 = -40m$ می گذرد و در لحظه $t_1 = 6s$ به مکان $x_1 = 100m$ می رسد و در نهایت در لحظه $t_2 = 10s$ از مکان $x = -20m$ می گذرد اندازه سرعت متوسط این متحرک در این ۱۰ ثانیه را بیابید

تست ۳) در شکل مقابل اندازه سرعت متوسط در ۴ ثانیه اول چند برابر تندی متوسط در ۴ ثانیه دوم است



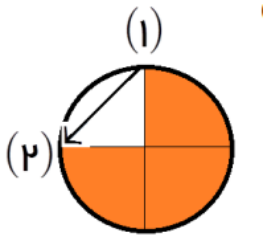
تست ۴) متحرکی بر روی محور x ها حرکت می کند ومعادله مکان ـ زمان آن به صورت زیر است تندی متوسط این متحرک در بازه زمانی ۰ تا ۵ ثانیه را بیابید .

$x = -2t^2 + 12t - 40$

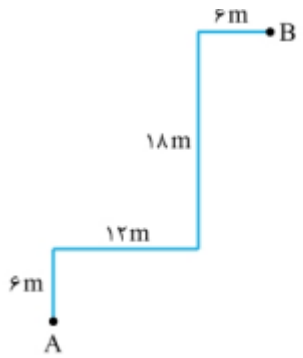
تست ۵) اتوموبیلی در مدت ۴۰ ثانیه یک بار محیط دایره ای به شعاع ۴۰ متر را طی می کند ($\pi = 3$)

الف) در مدت زمان ۳۰ ثانیه مسافت و جابه جایی را حساب کنید

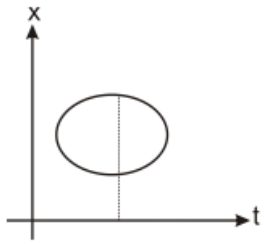
ب) در مدت ۳۰ ثانیه سرعت متوسط و تندی متوسط را بیابید



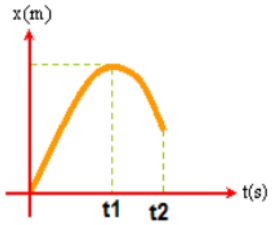
تست ۶) متحرکی در مسیر روبه رو در مدت ۱۰ ثانیه از نقطه A به نقطه B می رسد اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک چند کیلومتر بر ساعت می باشد /



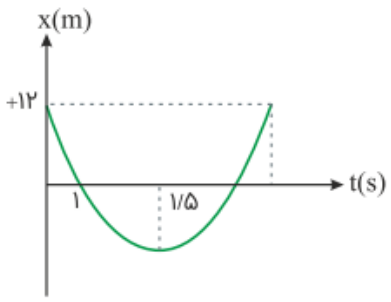
تست ۷) دانش آموزی ادعا می کند نمودار مکان ـ زمان متحرکی به شکل زیر است در مورد درستی یا نادرستی ادعای دانش آموز توضیح دهید



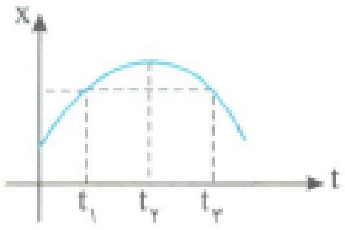
تست ۸) نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x ها حرکت می کند به شکل زیر است اگر سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی صفر تا t_1 برابر v_1 و در بازه زمانی صفر تا v_2 برابر t_2 باشد اندازه v_1 و v_2 را مقایسه کنید .



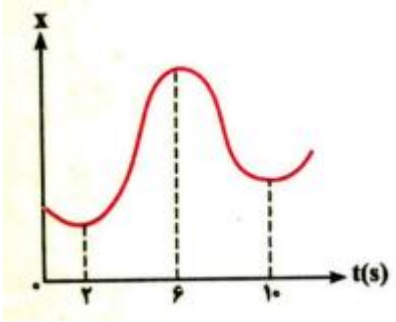
تست ۹) نمودار مکان – زمان حرکت جسمی بر مسیر مستقیم مطابق شکل زیر است سرعت متوسط حرکت جسم تا لحظه ای که برای دومین بار جهت بردار مکان تغییر می کند چند برابر تندی متوسط در مدت زمانی است که جهت حرکت آن تغییر می کند ؟



تست ۱۰) با توجه به نمودار مکان ـ زمان در کدام بازه زمانی سرعت متوسط منفی است ؟



مثال ۱۱) سراسری تجربی ۱۴۰۰) نمودار مکان – زمان متحرکی مطابق شکل زیر است تندی متوسط در کدام یک از بازه های زیر بیشتر است ؟



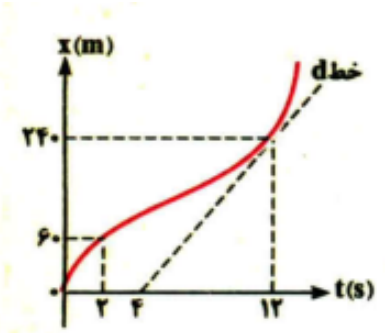
۱) صفر تا ۲ ثانیه

۲) صفر تا ۶ ثانیه

۳) ۲ ثانیه تا ۱۰ ثانیه

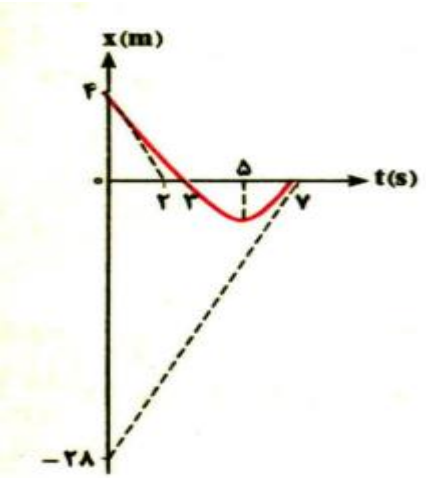
۴) ۶ ثانیه تا ۱۰ ثانیه

تست ۱۲) تجربی خارج ۱۴۰۰) نمودار مکان – زمانی مطابق شکل است اگر تندی در $t = 12s$ برابر تندی متوسط در بازه $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 14s$ باشد سرعت متوسط در ۲ ثانیه اول چند برابر سرعت متوسط در دو ثانیه هفتم است ؟



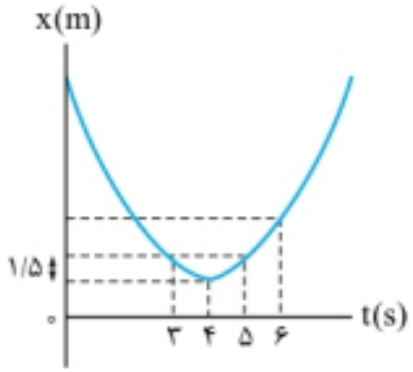
تست ۱۳) معادله سرعت ـ زمان متحرکی به صورت $v = 6t^2 - 8t + 2$ می باشد کم ترین مقدار سرعتی که این متحرک در مسیر حرکت خود دارد چند متر بر ثانیه است ؟

تست ۱۴) نمودار مکان – زمان متحرکی که روی محور x ها در حال حرکت است مطابق شکل زیر است انرژی جنبشی متحرک در لحظه ای که برای دومین بار به مبدا می رسد چند برابر انرژی جنبشی اولیه می باشد آیکیو فیزیک



تست ۱۵) قلمچی ۹۸

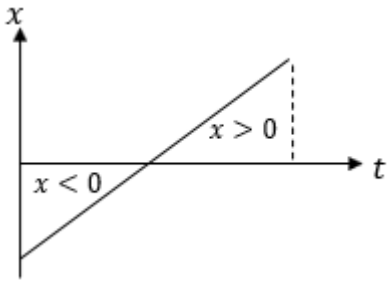
نمودار مکان ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند به صورت سهمی زیر است اگر تندی متوسط متحرک در ۳ ثانیه دوم حرکت $2.5m/s$ باشد سرعت متوسط متحرک در ۳ ثانیه دوم حرکت را بیابید

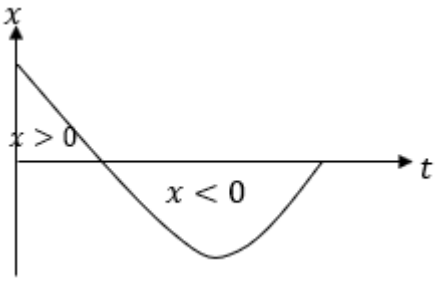


نمودار مکان-زمان

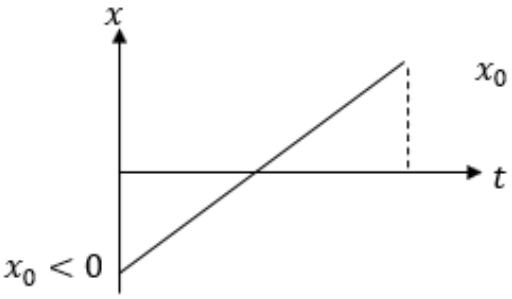
کیفیت نمودار مکان-زمان: این نمودار بر حسب نوع حرکت می تواند خط راست شیبدار یا سهمی شکل باشد. در این نمودار نکات زیر رعایت شود:

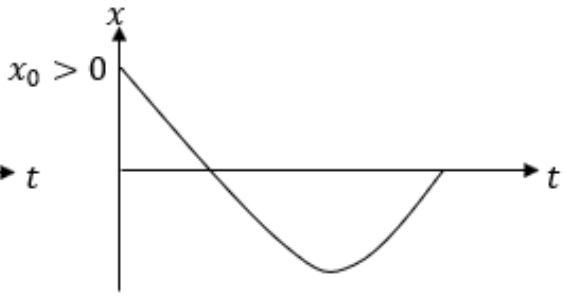
۱. هر نقطه ای که بالای محور t باشد مکان آن مثبت، و هر نقطه ای که زیر محور t باشد مکان آن منفی است.



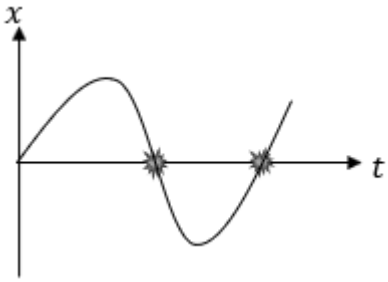


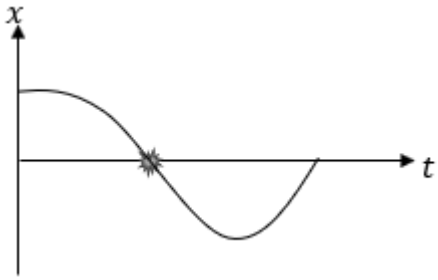
۲. عرض از مبدأ در نمودار مکان-زمان را مکان اولیه می نامیم.



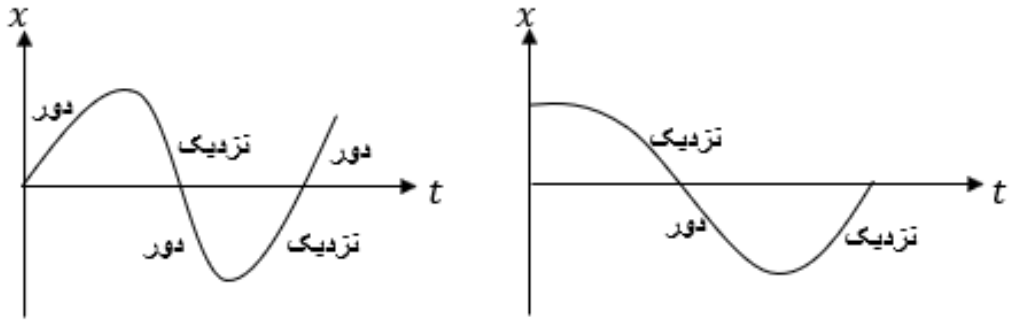


۳. اگر نمودار مکان-زمان محور t را قطع کند $(x = 0)$. یعنی از مبدأ عبور کرده است.

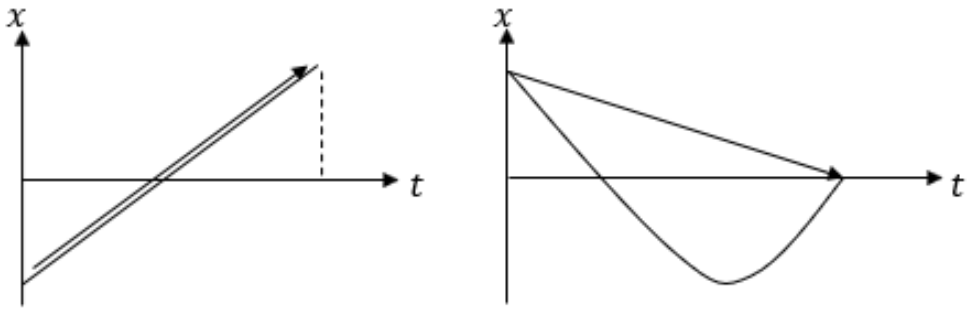




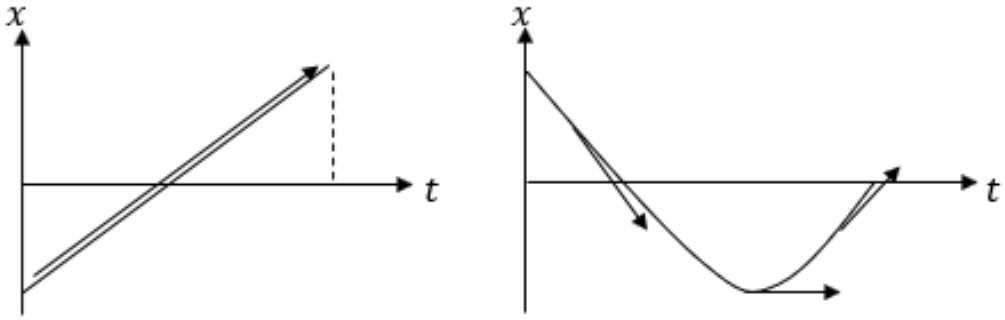
۴. اگر به محور t نزدیک شویم یعنی متحرک به مبدأ نزدیک می شود، و اگر از محور t دور شویم یعنی متحرک از مبدأ دور می شود.



۵. پاره خط جهت داری که نقطهٔ شروع را به نقطهٔ پایان وصل می کند، سرعت متوسط را نشان می دهد.

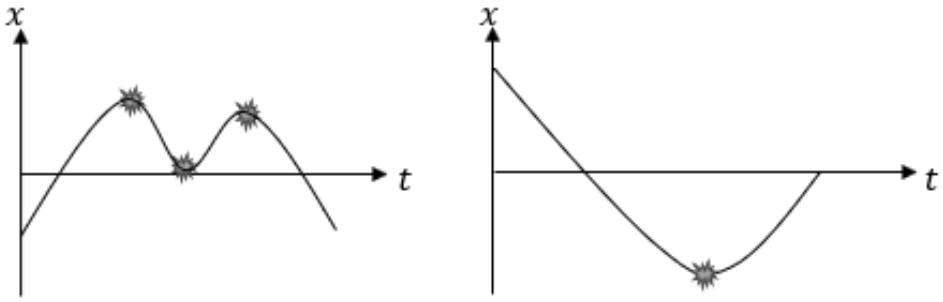


۶. خط مماس بر هر نقطه، سرعت متحرک را نشان می دهد.

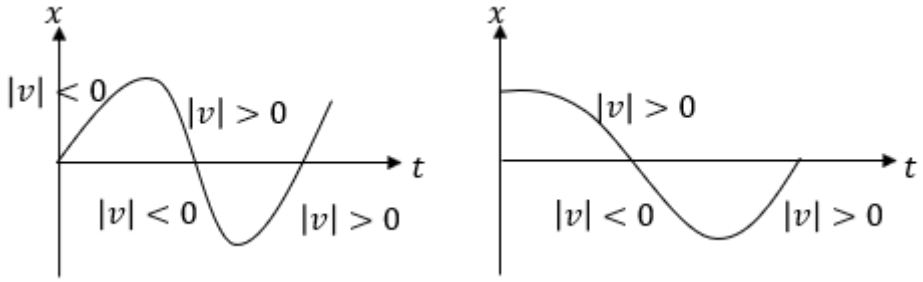


✅ *اگر در مبدأ زمان خط را بر نمودار مماس کنیم سرعت اولیه مشخص می شود.*

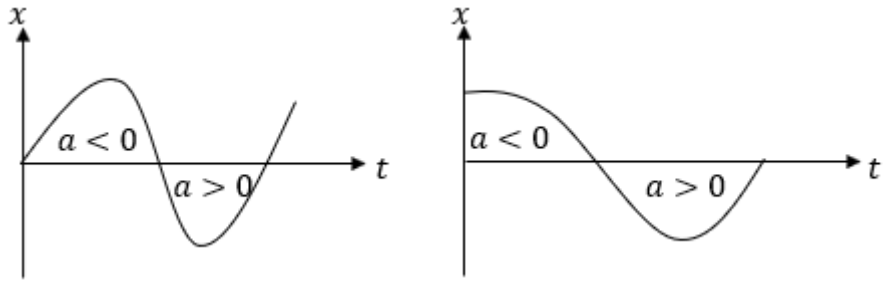
۷. اگر نمودار سهمی باشد، در قله و دره ها متحرک تغییر جهت می دهد.(سرعت صفر است)



۸. در نمودار سهمی اگر به سمت قله یا دره حرکت کنیم، اندازه ی سرعت کاهش(چون شیب مماس بر نمودار کاهش می یابد) و اگر از قله یا دره دور شویم اندازه ی سرعت افزایش می یابد(چون شیب مماس بر نمودار افزایش می یابد)



۹. دهانهٔ سهمی تعیین کنندهٔ علامت شتاب است. اگر دهانه رو به بالا باشد شتاب مثبت، اگر رو به پایین باشد شتاب منفی است.

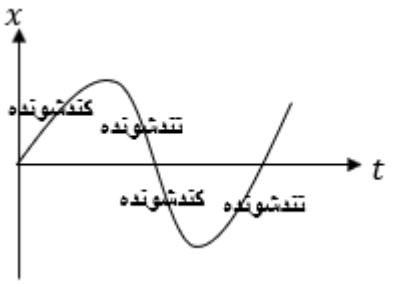


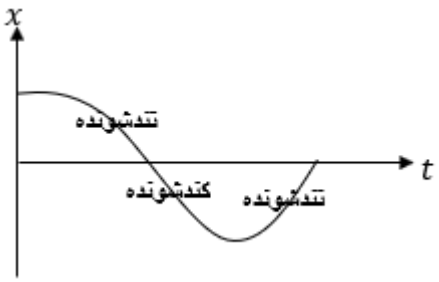
۱۰. حرکت تند شونده و کند شونده: در نمودار مکان-زمان سهمی شکل اگر در ابتدای حرکت، سرعت و شتاب هم علامت باشند حرکت پیوسته تند شونده، و اگر غیر هم علامت باشند ابتدا کند شونده و پس از تغییر جهت تند شونده است.

به زبان ساده

الف. اگر نمودار فاقد قله (یا دره) باشد حرکت پیوسته تند شونده است.

ب. اگر دارای قله و دره باشد قبل از قله (یادره) حرکت کند شونده، و پس از آن تند شونده است.


x
t
کندشونده
تندشونده
کندشونده
تندشونده


x
t
تندشونده
کندشونده
تندشونده

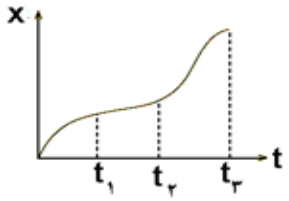
خلاصه بحث:

با نمودار مکان-زمان و معادله مکان-زمان می توان به بررسی کمیت های زیر پرداخت:

۱. **با توجه به محل متحرک می توان مکان آن را مشخص کرد. و همچنین با عدد دادن به معادله مکان نیز مکان متحرک معلوم می شود.**
۲. **با توجه به وصل کردن نقطه شروع به پایان می توان جابجایی و سرعت متوسط را حساب کرد. و همچنین با قرار دادن دو عدد در معادله مکان می توان جابجایی و سرعت متوسط را مشخص کرد.**
۳. **اگر نمودار مکان دارای قله و دره نباشد مسافت مانند جابجایی و تندی متوسط مانند سرعت متوسط تعیین می شود.(البته داخل قدر مطلق)**
۴. **اگر نمودار دارای قله و دره باشد . مسافت با مجموع قدر مطلق های جابجایی های متوالی برابر است.**
۵. **در معادله مکان راس سهمی را بدست می آوریم و با توجه به آن معلوم میشود متحرک تغییر جهت داده است یا خیر. و مانند(۳ و ۴) به حل آن می پردازیم.**

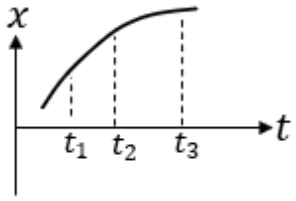
پرسش(۱):در نمودار مکان زمان مقابل سرعت متوسط در بازه (t_1, t_2)بیشتر است یادر بازه ی (t_2, t_3) و چرا؟

پاسخ: چون شیب در بازهٔ (t_2, t_3) بیشتر است، پس سرعت متوسط در آن هم بیشتر است.

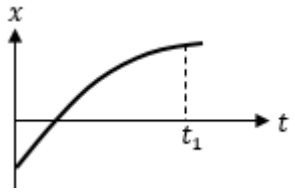


پرسش(۲): با توجه به نمودار مکان – زمان مقابل، سرعت متوسط متحرک در کدام بازه‌ی زمانی بیشتر است؟

پاسخ:در بازه ی t_1, t_2 سرعت متوسط بیشتر است

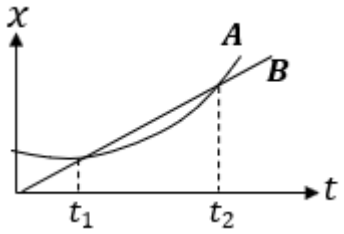


پرسش(۳): شکل روبرو نمودار مکان- زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x درحرکت است. الف. از لحظه‌ی صفرتا لحظه‌ی t_1 سرعت متحرک رو به افزایش است یا کاهش؟ ب. اگر در لحظه‌ی t_1 خط مماس بر منحنی موازی محور زمان باشد، سرعت متحرک در این لحظه چقدر است؟



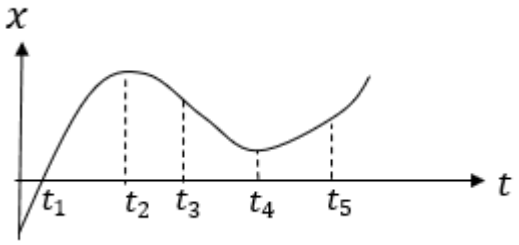
پاسخ: الف. در لحظهٔ صفر تا t_1 شیب صعودی و مثبت، و در حال کاهش است. ب. سرعت در این لحظه صفر می شود.

پرسش(۴): سرعت متوسط متحرک های A و B را در بازه‌های زمانی t_1 , t_2 مقایسه کنید.



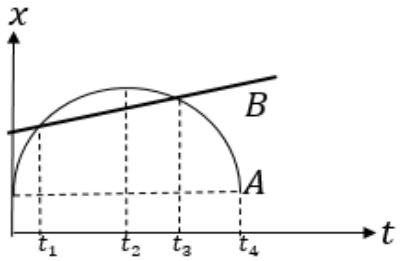
پاسخ: سرعت متوسط خط راست شیبداری است که نقطه ی شروع را به پایان وصل می کند. که برای هر دو متحرک ثابت است.

پرسش(۵): نمودار متحرکی درحرکت بر روی خط راست، مطابق شکل زیر است. الف. در چه لحظاتی جهت حرکت عوض می‌شود؟ ب. در کدام بازه‌ی زمانی، حرکت خلاف جهت محور است و اندازه‌ی سرعت زیاد می‌شود؟



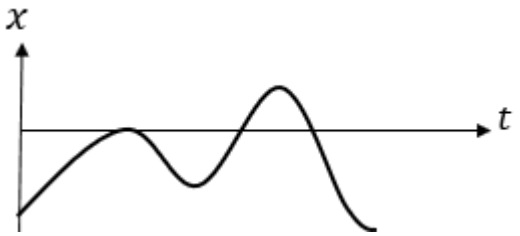
پاسخ: الف) در لحظات t_2 و t_4 ب) در بازه ی زمانی (t_2 , t_3)

پرسش(۶): نمودار مکان – زمان دو متحرک A و B مطابق شکل زیر است. الف. در بازه‌ی زمانی که سرعت متوسط برابر دارند، تندی متحرک A چگونه تغییر کرده است؟ ب. اندازه‌ی سرعت متحرک A در چه لحظه‌ای بیشینه است؟



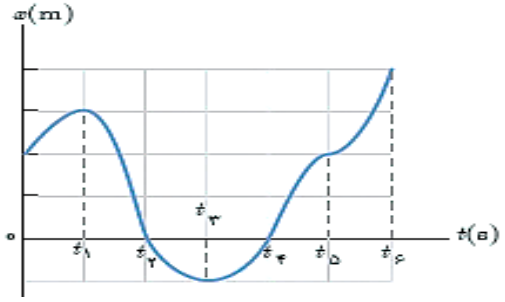
پاسخ: الف) سرعت متحرک A ابتدا کاهش و سپس افزایش یافته است. ب) در مبدأ زمان و در لحظه ی t_4

پرسش(۷): در شکل زیر نمودار مکان – زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند دیده می‌شود. به ترتیب متحرک چند بار تغییر جهت داده و چند بار از مبدأ مکان گذشته است؟



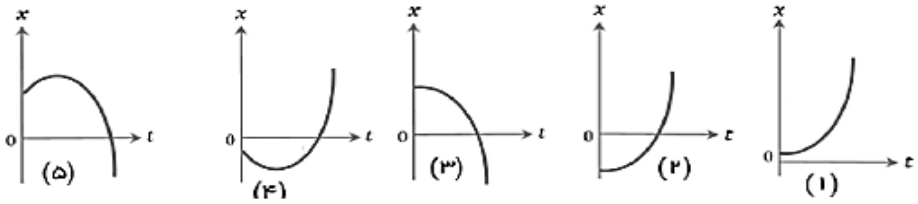
پاسخ: سه بار تغییر جهت داده است. و دو بار مبدأ را پشت سر گذاشته است.

پرسش(۸): با توجه به نمودار مکان – زمان شکل روبرو، به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.الف. در چه لحظه‌یا لحظاتی سرعت متحرک صفر شده است؟ ب. در چه لحظه‌یا لحظاتی متحرک از مبدأ می‌گذرد؟



پاسخ: الف) در لحظات t_1 , t_3 , t_5 ب) در لحظات t_2 , t_4

پرسش(۹): با توجه به نمودارهای مکان – زمان زیر علامت مکان اولیه، سرعت اولیه و شتاب متحرک را بیان کنید.



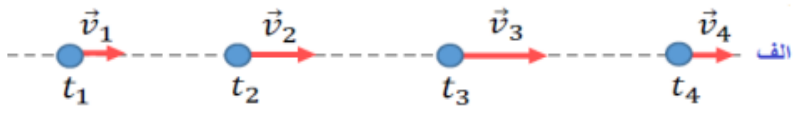
پاسخ: (۱) مکان اولیه مثبت، سرعت اولیه صفر، و شتاب مثبت است. (۲) مکان اولیه منفی، سرعت اولیه صفر و شتاب مثبت است. (۳) مکان اولیه مثبت، سرعت اولیه صفر و شتاب منفی است. (۴) مکان اولیه منفی، سرعت اولیه منفی و شتاب مثبت است. (۵) مکان اولیه مثبت، سرعت اولیه مثبت و شتاب منفی است.

شتاب متوسط، شتاب لحظه ای

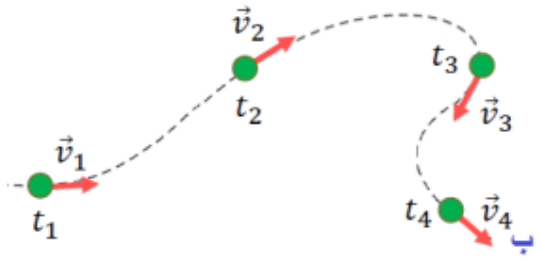
در زندگی روزمره شتاب یعنی عجله کردن ولی در حرکت شناسی جسمی که سرعتش تغییر کند شتاب دار است. شتاب کمیتی برداری و هم جهت با تغییرات سرعت است.

تغییر سرعت: **تغییر سرعت می تواند ناشی از تغییر اندازه، تغییر جهت و یا تغییر هر دو(اندازه و جهت) باشد .**

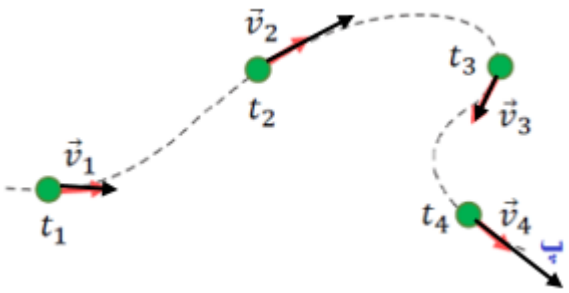
الف. اگر جهت سرعت ثابت ولی اندازه‌ی سرعت تغییر کند.



ب . اگر اندازهٔ سرعت ثابت ولی جهت سرعت تغییر کند.



پ . اگر اندازه و جهت سرعت هر دو با هم تغییر کنند.



شتاب متوسط: نسبت تغییرات سرعت در هر بازه زمانی را شتاب متوسط می گویند. نماد شتاب متوسط $\overrightarrow{a_{av}}$ و یکای آن $\frac{m}{s^2}$ (متر بر مجذور ثانیه) است. شتاب متوسط هم جهت با تغییرات سرعت است.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

⚠ در حرکت روی خط راست، اگر تغییرات سرعت در جهت محور x باشد علامت شتاب مثبت، و اگر خلاف جهت محور x باشد علامت شتاب منفی است.

الف) اگر بردار سرعت ثابت و فقط اندازه آن تغییر کند

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

*ب) اگر اندازه سرعت ثابت و فقط جهت بردار سرعت تغییر کند .

$$\bar{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{v_2} - \overrightarrow{v_1}}{t_2 - t_1}$$

$$|\vec{a}| = \frac{|\Delta v|}{\Delta t} = \frac{2v\,sin(\frac{\alpha}{2})}{\Delta t}$$

*پ) اگر علاوه بر اندازه ، جهت بردار سرعت نیز تغییر کند

$$|\vec{a}| = \frac{|\Delta v|}{\Delta t} = \frac{\sqrt{{v_1}^2 + {v_2}^2 - 2v_1v_2\cos\theta}}{\Delta t}$$

شتاب لحظه‌ای:

شتاب لحظه ای، شتاب متوسط بین دو لحظه ی بسیار نزدیک به هم است. به بیان دقیق تر شتاب لحظه ای، حد شتاب متوسط است هنگامی که $\Delta t \to 0$ میل کند. می توان گفت: شتاب لحظه ای مشتق سرعت نسبت به زمان است.

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

تعیین شتاب متوسط و لحظه‌ای با توجه به معادله سرعت – زمان:

با داشتن معادله سرعت–زمان می توان شتاب متوسط و شتاب لحظه ای را هم به صورت زیر تعیین کرد:

الف. شتاب متوسط: برای محاسبه شتاب متوسط از روی معادلهٔ سرعت، از روش دو گام استفاده می کنیم:

گام اول: دو زمان داده شده را در معادله سرعت قرار داده و دو بردار سرعت را به دست می‌آوریم.

گام دوم: از رابطه $\bar{a}_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$ و شتاب متوسط را به دست می‌آوریم.

ب . شتاب لحظه ای: از روش تک گام استفاده می کنیم

از معادله سرعت مشتق گرفته تا معادله شتاب به دست آید.

اگر به جای معادله سرعت، معادله مکان–زمان را داشته باشیم. کافی است ابتدا از معادله مکان مشتق بگیریم تا معادله سرعت بدست آید. سپس مراحل محاسبه ی شتاب متوسط و لحظه ای را انجام می دهیم.

*شتاب و معادله ی سرعت–مکان:

اگر به جای اینکه سرعت تابعی از زمان باشد،(متغییر زمان باشد) تابعی از مکان باشد (متغییر مکان باشد) می توان شتاب را به صورت زیر محاسبه کرد(می دانیم سرعت، مشتق مکان نسبت به زمان است):

$$a = \frac{dv}{dt} \rightarrow a = \frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} \quad \Rightarrow \quad a = v\frac{dv}{dx}$$

*چالش(۱): معادله مکان زمان متحرکی $x = \frac{1}{3}t^3 - 4t^2 + 2$ است شتاب متوسط این متحرک بین دو لحظه t=4 و t=6 ثانیه چقدر است؟

پاسخ:

$$v = t^2 - 8t \rightarrow \begin{cases} t_1 = 4 \rightarrow v_1 = -16 \\ t_2 = 6 \rightarrow v_2 = -12 \end{cases} \rightarrow \bar{a} = \frac{(-12+16)}{(6-4)} = 2\frac{m}{s^2}$$

*چالش(۲): رابطه سرعت-زمان متحرکی به صورت v=2x است. شتاب متحرک در مکان x=2m کدام است؟

پاسخ:

$$a = v\frac{dv}{dx} = 2x \times 2 = 4x \xRightarrow{x=2m} a = 8\frac{m}{s^2}$$

*چالش(۳): اگر معادله مکان- زمان متحرکی به‌صورت $x = 2t^4 - t^2 + 5t + 1$باشد. شتاب متوسط آن در ۳ ثانیه نخست حرکت چقدر است؟

پاسخ: ابتدا از معادله مکان مشتق گرفته تا معادله سرعت بدست آید:

$$v = 8t^3 - 2t + 5$$

حال دو زمان صفر و سه ثانیه را در معادله قرار می دهیم تا دو سرعت بدست آید:

$$\begin{cases} t_1 = 0 \Longrightarrow v_1 = 8(0)^3 - 2(0) + 5 = 5 \\ t_2 = 3 \Longrightarrow v_2 = 8(3)^3 - 2(3) + 5 = 215 \end{cases}$$

حال فرمول شتاب متوسط را نوشته و آن را محاسبه می کنیم:

$$\overrightarrow{a_{av}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{215-5}{3-0} = \frac{210}{3} = 70\frac{m}{s^2}$$

تست ۱) خودرویی از حال سکون در راستای محور x شروع به حرکت می کند و پس از ۸ ثانیه سرعت خود را به $24\frac{m}{s}$ می رساند شتاب متوسط این خودرو در این مدت چند m/s^2 می باشد ؟

تست ۲) معادله سرعت – زمان متحرکی در SI به صورت $v = 2t^2 - 1$ است شتاب متوسط در ثانیه سوم حرکتش چند متر بر مجذور ثانیه است ؟

تست ۳) متحرکی بر روی محور x در حال حرکت است بردار شتاب متوسط ان در بازه زمانی $t_1 = 5s$ تا $t_2 = 10s$ برابر $-4i$ و در بازه زمانی $t_2 = 10s$ تا $t_3 = 12s$ برابر $2i$ است بردار شتاب متوسط آن در بازه زمانی $t_1 = 5s$ تا $t_3 = 12s$ بیابید سراسری تجربی ۱۴۰۰

تست ۳۷) معادله سرعت – مکان متحرکی به صورت $v = 4x + 2$ است متحرک در ۲ ثانیه از مکان $x_1 = 2m$ به مکان $x_2 = -2m$ می رسد شتاب متوسط در این مدت چند متر بر مجذور ثانیه است ؟

نمودار سرعت-زمان

کلاً در نمودارها با دو دسته سوال مواجه هستیم:

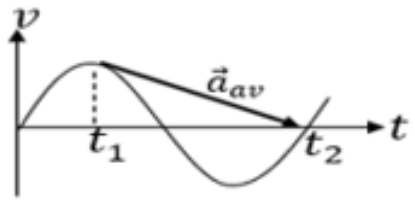
- ✓ **کمیت نمودار**
- ✓ **کیفیت نمودار**

کمیت نمودار سرعت-زمان: برای حل عددی مسائل باید دید که شیب و سطح زیر نمودار چه کمیت هایی را تعیین میکند.

شیب نمودار: با توجه به شیب نمودار سرعت-زمان می توان شتاب متوسط، شتاب لحظه ای را بدست آورد.

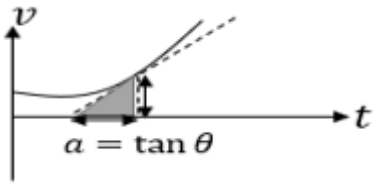
سطح زیر نمودار: با توجه به سطح زیر نمودار سرعت-زمان می توان جابجایی، مسافت، سرعت متوسط و تندی متوسط را بدست آورد.

شتاب متوسط: پاره خط جهت داری است که نقطهٔ شروع را به نقطهٔ پایان وصل می کند،



$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

شتاب: شیب خط مماس بر نمودار سرعت-زمان در هر لحظه شتاب را محاسبه می کند.



$$\tan\theta = a = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{dv}{dt}$$

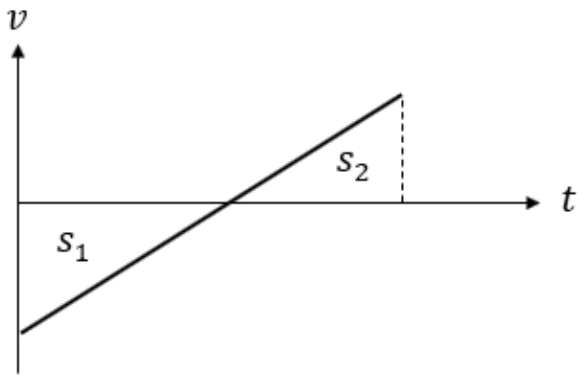
اگر شیب نمودار سرعت-زمان صعودی باشد، شتاب در جهت محور $a > 0$ ؛ اگر نزولی باشد، شتاب خلاف جهت محور $a < 0$ ، و اگر موازی محور زمان باشد $a = 0$ است.

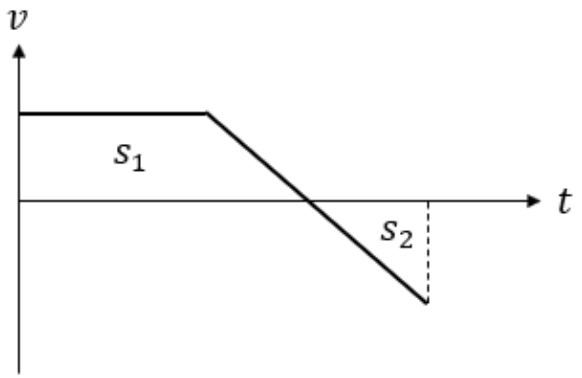
انواع نمودار سرعت-زمان برای محاسبهٔ شتاب متوسط:

الف. نمودار سهمی باشد: چون طراح سوال نقاط شروع و پایان را مشخص می کند، کافی است مختصات دو نقطه را در رابطهٔ شتاب متوسط قرار دهیم.

ب. نمودار شیبدار باشد: در اینجا نیز طراح سوال بازه زمانی را مشخص میکند. اما اگر شیب نمودار ثابت باشد، هر بازهٔ دلخواهی را می توان انتخاب کرد(حتی اگر شامل نقاط ذکر شده در سوال نباشد). این مدل نمودار اغلب در سوالات امتحان نهایی به کار می روند.

سطح زیر نمودار سرعت-زمان: با توجه به سطوح زیر نمودار سرعت-زمان می توان جابجایی، مسافت، سرعت متوسط و تندی متوسط را بدست آورد:





✓ اگر مساحت ها را با هم جمع بزنیم(با حفظ علامت) جابجایی و سرعت متوسط را می توان محاسبه کرد

$$\Delta x = s_1 + s_2 \Longrightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

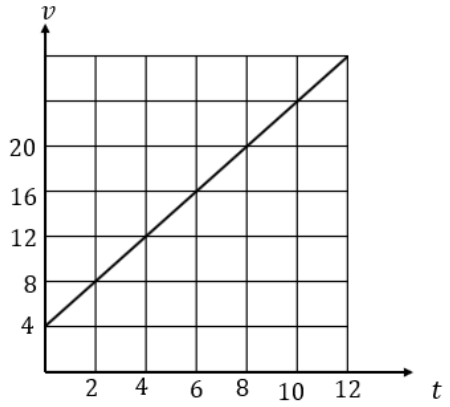
✓ اگر قدرمطلق(اندازه) مساحت ها را با هم جمع بزنیم، مسافت و تندی متوسط را می توان محاسبه کرد.

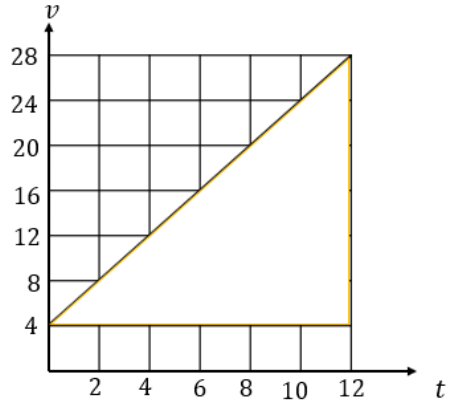
$$l = |s_1| + |s_2| \Longrightarrow S_{av} = \frac{l}{\Delta t}$$

چالش(۱): نمودار سرعت – زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر در ۱۲ ثانیه رسم شده است.

الف.این نمودار مختص چه نوع حرکتی خواهد بود؟

ب. اندازه و جهت شتاب متحرک را در بازه‌های زمانی $(0,2)$, $(4,8)$, $(10,12)$ **را به دست آورید.**





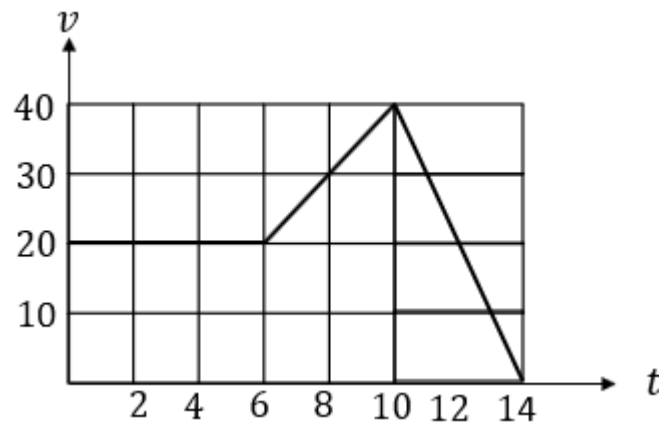
پاسخ:الف. نمودار مربوط به حرکت با شتاب ثابت است.

ب. چون شیب نمودار سرعت–زمان ثابت است، این نمودار متعلق به حرکت با شتاب ثابت است. بنابراین کافی است یک مثلث قائم الزاویه تشکیل داده و شتاب را در آن محاسبه کرد(گرفتن تانژانت)

$$\tan\theta = a = +\frac{28-4}{12-0} = \frac{24}{12} = +2$$

چالش(۲): نمودار سرعت – زمان خودرویی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در بازه‌ی زمانی صفرتا 14s رسم شده است.

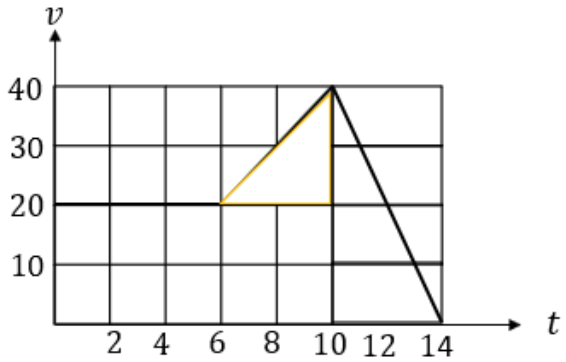
الف. شتاب خودرو را در هر یک از لحظات t=8s, t=2s و t=11s به دست آورید. ب. شتاب متوسط خودرو در کل حرکت چقدر است؟



پاسخ: بهتر است قبل از حل سوال مشخص کنیم که در هر بازه نوع حرکت چگونه است. در آن صورت می توان بهتر سوال را درک کرد. در بازه ی صفر تا ۶ ثانیه سرعت ثابت(شتاب صفر) است. در بازه ی ۶ تا ۱۰ ثانیه شتاب ثابت و مثبت است. در بازه ی ۱۰ تا ۱۴ ثانیه شتاب ثابت و منفی است. حال به حل مسئله می پردازیم.

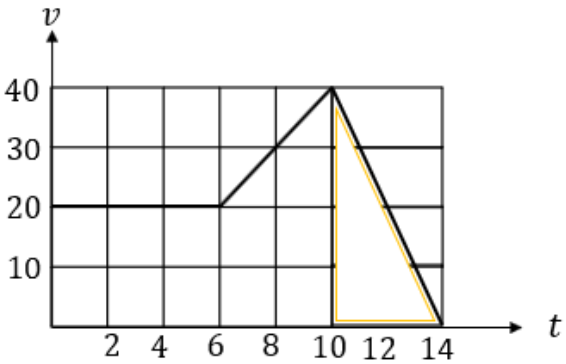
الف. در لحظه ی $t = 2$ شتاب صفر است.

ب. چون لحظه ی $t = 8$ در بازه ی ۶ تا ۸ ثانیه قرار می گیرد و در این بازه شیب ثابت است کافی است یک مثلث تشکیل دهیم:



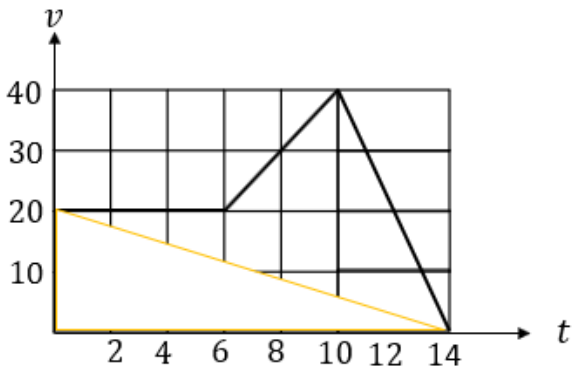
$$a = +\frac{40-20}{10-6} = \frac{20}{4} = 5$$

پ. چون لحظه ی $t = 11$ در بازه ی ۱۰ تا ۱۴ ثانیه قرار می گیرد و در این بازه شیب ثابت است کافی است یک مثلث تشکیل دهیم



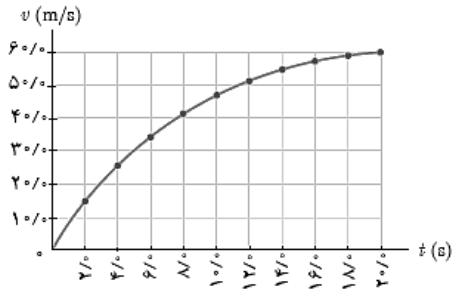
$$a = -\frac{40-0}{14-10} = -\frac{40}{4} = -10$$

ت. برای محاسبه ی شتاب متوسط کل مسیر حرکت هم کافی یک مثلث بین دو لحظه ی داده شده تشکیل داده و شیب آن را محاسبه کنیم:

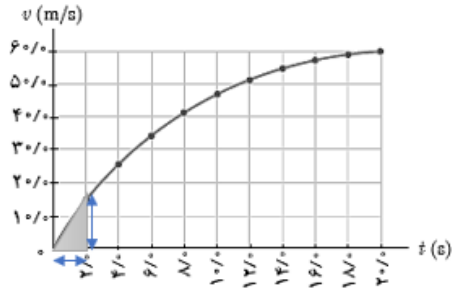


$$a_{av} = -\frac{20-0}{14-0} = \frac{20}{14} = \frac{10}{7}$$

چالش(۳): نمودار سرعت – زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر در ۲۰ ثانیه رسم شده است. اندازه و جهت شتاب متوسط در بازه‌های زمانی(0,2) (6,12) (12,20) را به دست آورید و باهم مقایسه کنید.

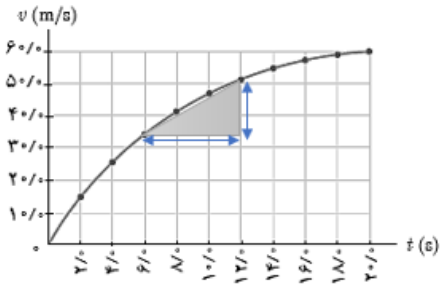


پاسخ: در بازه ی صفر تا ۲ ثانیه، نقطه ی شروع را به نقطه پایان و صل کرده و سپس یک مثلث قائم الزاویه را تشکیل و شیب آن را محاسبه می کنیم:



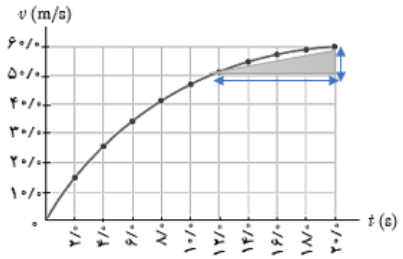
$$\tan\theta = a_{av} = +\frac{15-0}{2-0} = +7.5$$

در بازه ی ۶ تا ۱۲ ثانیه هم روال قبل را در پیش می گیریم:



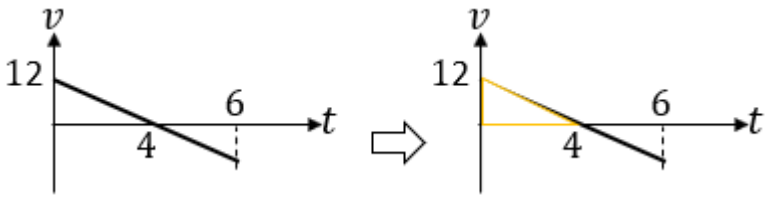
$$\tan\theta = +\frac{50-35}{12-6} = \frac{15}{6}$$

و همچنین در بازه ی ۱۲ تا ۲۰ ثانیه داریم:



$$\tan\theta = +\frac{60-50}{20-12} = \frac{10}{8}$$

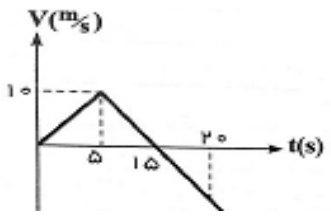
چالش(۴): در نمودار سرعت – زمان زیر بزرگی شتاب متحرک در بازه زمانی $3 \le t \le 6$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟



پاسخ: همانگونه که پیداست این نمودار مربوط به حرکت با شتاب ثابت است. پس کافی است یک بازه ی دلخواه را برای محاسبه ی شیب نمودار به کار برد:

$$\tan\theta = -\frac{12-0}{4-0} = -3$$

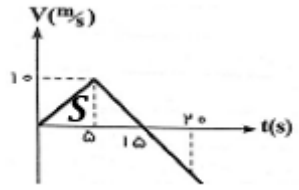
چالش(۵): با توجه به نمودار سرعت – زمان مقابل، محاسبه کنید: الف. شتاب متوسط و سرعت متوسط در ۵ ثانیه اول حرکت ب. در کدام لحظه متحرک تغییر جهت می‌دهد؟ شتاب در این لحظه چقدر است؟ پ. سرعت متوسط در مدت ۲۰ ثانیه را به دست آورید.



الف. از صفر تا ۵ ثانیه مثلث را تشکیل وشیب آن را محاسبه می کنیم:

$$\tan\theta = +\frac{10-0}{5-0} = +2$$

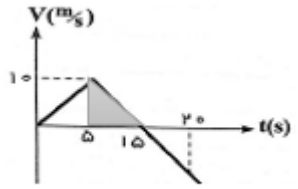
برای محاسبه ی سرعت متوسط از روی نمودار سرعت–زمان از سطح زیر نمودار کمک می گیریم :



$$\Delta x = S = \frac{10\times 5}{2} = 25$$

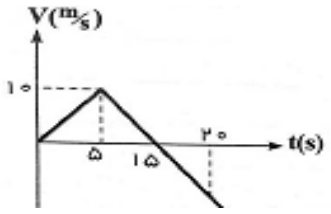
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{25}{5-0} = 5$$

ب. متحرک در ثانیه ۱۵ تغییر جهت داده است. برای محاسبه ی شتاب در این لحظه چون شیب نمودار از ۵ تا ۲۰ ثانیه ثابت است، کافی است یک مثلث قائم الزاویه تشکیل دهیم و شیب آن را محاسبه کنیم:

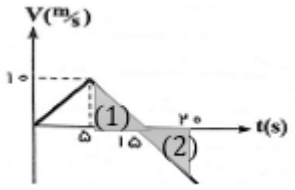


$$\tan\theta = a = -\frac{10-0}{15-5} = -1$$

چالش(۶): با توجه به نمودار سرعت – زمان مقابل، سرعت متوسط در مدت ۲۰ ثانیه را به دست آورید.

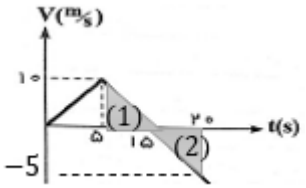


برای محاسبه ی سرعت متوسط در مدت ۲۰ ثانیه باید سطح زیر نمودار را محاسبه کنیم. ولی از آنجا که در ثانیه ۲۰ سرعت مجهول است، قبل از انجام هر کاری ابتدا جزئ مجهول را از تشابه مثلث ها بدست می آوریم:

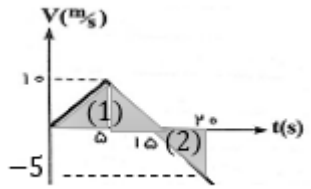


$$|\tan\theta_1| = |\tan\theta_2| \Longrightarrow \frac{10}{15-5} = \frac{v}{20-15} \Longrightarrow v = 5$$

و چون زیر نمودار است آن را منفی در نظر می گیریم:



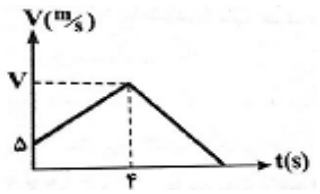
اینک کافی است سطوح زیر نمودار را در مدت ۲۰ ثانیه حساب کرده و در نهایت سرعت متوسط را محاسبه کرد:



$$\Delta x = S_1 + S_2 = \frac{10\times 15}{2} + \frac{(-5)\times 5}{2} = 75 - 12.5 = 62.5$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{62.5}{20-0} = 3.125$$

چالش(۷): با توجه به نمودار مقابل، اگر شتاب حرکت در قسمت اول و دوم حرکت به ترتیب، 2.5m/s^2 7.5m/s^2 **باشد. الف.** v **را بیابید ب. متحرک تا لحظه‌ی توقف چند متر جابجا می‌شود؟**



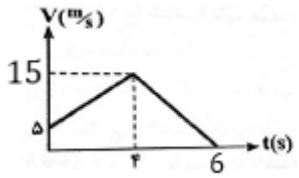
پاسخ: الف. چون شتاب را داده است یعنی شیب نمودار سرعت زمان مشخص است. از طرف دیگر شیب قسمت اول را ۲.۵ و شیب قسمت دوم را -7.5 **داده است. پس سراغ محاسبه ی تانژانت برویم:**

$$\tan\theta = a = 2.5 = \frac{v-5}{4-0} \Rightarrow 10 = v - 5 \Longrightarrow v = 15$$

حال سراغ مثلث دوم می رویم:

$$\tan\theta = a = -7.5 = \frac{0-15}{t-4} \Rightarrow -7.5t + 30 = -15 \Longrightarrow -7.5t = -45 \Rightarrow t = \frac{45}{7.5} = 6$$

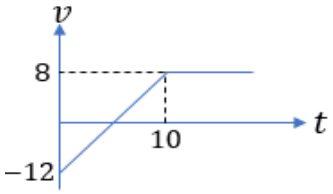
ب. برای محاسبه ی جابجایی داریم:



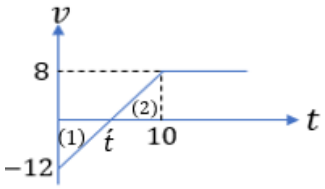
باید دو مساحت تشکیل شده یکی مربوط به ذوزنقه و دیگری مربوط به مثلث را بدست آوریم:

$$\Delta x = s_1 + s_2 = \frac{(5+15)4}{2} + \frac{15 \times 2}{2} = 40 + 15 = 55$$

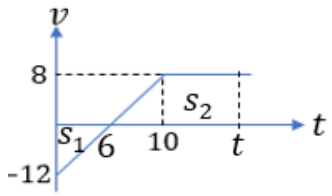
چالش(۸): در شکل مقابل، نمودار سرعت – زمان متحرکی که روی خط راست در حال حرکت است رسم شده است الف. در چه لحظه‌ای این متحرک به مکان اولیه‌اش بازمی‌گردد؟ ب. سرعت متوسط متحرک را در بازه‌ی زمانی که حرکت در خلاف جهت محور x انجام می‌گیرد. به دست آورید.



پاسخ: برای اینکه زمان رسیدن به مکان اولیه را حساب کنیم ابتدا باید جزئ مجهول نمودار رو پیدا کنیم:



$$\tan(1) = \tan(2) \Rightarrow \left|\frac{-12}{\acute{t}}\right| = \left|\frac{8}{10-\acute{t}}\right| \Longrightarrow 120 - 12\acute{t} = 8\acute{t} \Longrightarrow 20\acute{t} = 120 \Longrightarrow \acute{t} = 6$$



برای آنکه متحرک به محل اولیه اش برگردد جابجایی آن باید صفر باشد:

$$0=\frac{(-12)(6)}{2}+\frac{[(t-6)+(t-10)]8}{2}=-36+\frac{(2t-16)4}{2}\Longrightarrow$$

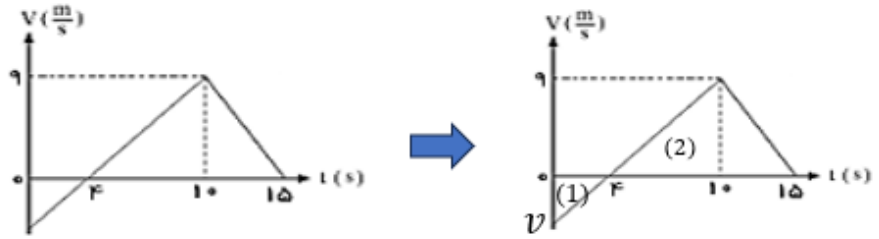
$$-36+4t-32=0\Longrightarrow 4t=68\Longrightarrow t=\frac{68}{4}=17$$

ب. زمانی متحرک خلاف جهت محور حرکت می کند که سرعت آن منفی باشد. پس هدف سوال محاسبه ی سرعت متوسط از صفر تا ۶ ثانیه است

$$\Delta x=\frac{(-12)(6)}{2}=-36m$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-36}{6}=-6\frac{m}{s}$$

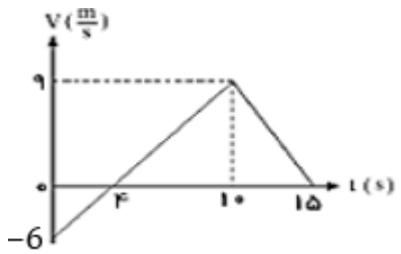
چالش(۹): نمودار سرعت – زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند. مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط متحرک در بازه‌ی زمانی t=0 تا t=15s چند متر بر مجذور ثانیه است؟



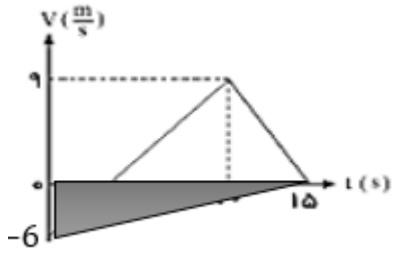
چون شیب نمودار تا لحظه ی $t=10$ ثانیه ثابت است با تشابه دو مثلث داریم:

$$|\tan(1)|=|\tan(2)|\Longrightarrow\left|\frac{-v}{4}\right|=\left|\frac{9}{10-4}\right|\Longrightarrow 6v=36\Rightarrow v=6\frac{m}{s}$$

چون زیر نمودار زمان است پس علامت آن هم منفی است.

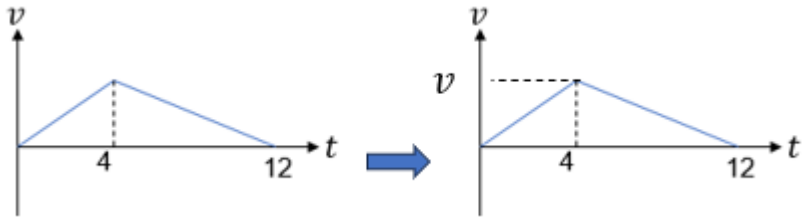


حال برای محاسبه ی شتاب متوسط کافی است نقطه شروع را به پایان وصل و شیب آن را حساب کنیم:



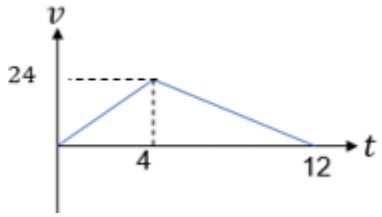
$$a_{av} = +\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

چالش(۱۰): شکل مقابل نمودار سرعت –زمان متحرک در یک مسیر مستقیم است اگر سرعت متوسط متحرک در ۴ ثانیه اول حرکت ۱۲ متر بر ثانیه باشد شتاب در لحظه t=10s چقدر است؟

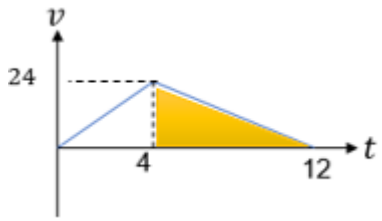


پاسخ: چون سرعت متوسط داده شده است، پس سطح زیر نمودار را احتیاج داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Longrightarrow 12 = \frac{\frac{4v}{2}}{4} \Longrightarrow 12 = \frac{4v}{8} \Longrightarrow v = 24$$



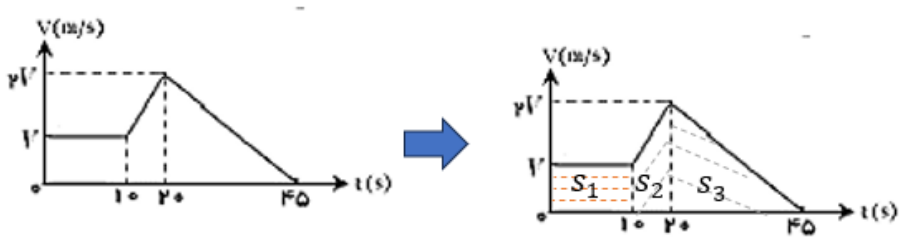
سوالی که پرسیده شده در مورد شتاب لحظه ای است، و مد نظر سوال ثانیه دهم است. اگر به نمودار دقت کنیم شیب نمودار از ۴ تا ۱۲ ثانیه ثابت است پس کافی است به جای ثانیه دهم دو زمان ۴ و ۱۲ ثانیه را انتخاب کنیم:



شیب نمودار نزولی است و علامت منفی:

$$a = -\frac{24}{12-4} = -\frac{24}{8} = -3$$

چالش(۱۱): نمودار سرعت– زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم به شکل مقابل و سرعت متوسط آن در کل مسیر 40m/s است، بیشترین سرعت آن چند متر بر ثانیه است؟



پاسخ: ابتدا سه مساحت تشکیل شده را بدست می آوریم:

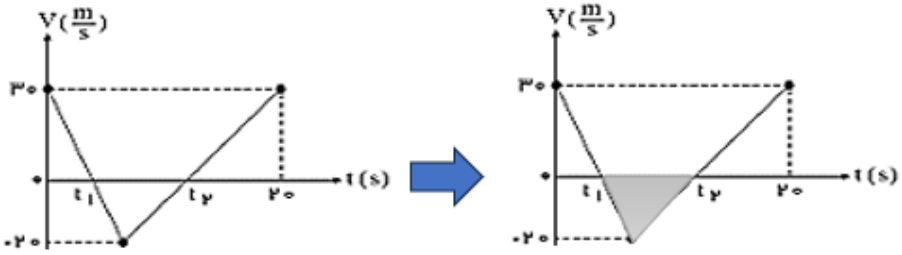
$$\Delta x = s_1 + s_2 + s_3 = v \times 10 + \frac{(v+2v)10}{2} + \frac{2v \times 25}{2} = 10v + 15v + 25v$$

$$\Delta x = 50v$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Longrightarrow 40 = \frac{50v}{45} \Longrightarrow 1800 = 50v \Longrightarrow v = 36$$

بیشترین سرعت در نمودار $2v$ است پس بیشترین سرعت ۷۲ متر بر ثانیه است.

چالش(۱۲): نمودار سرعت – زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط در بازه‌ی زمانی t_1 تا t_2 چند متر است؟

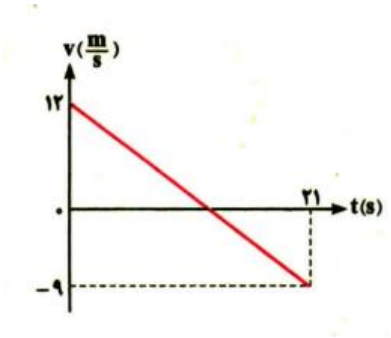


مسافت با اندازه ی مساحت تشکیل شده برابر است:

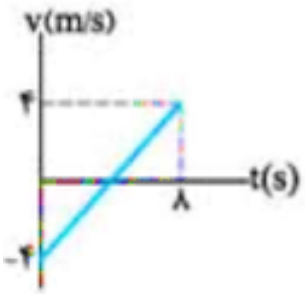
$$L = \frac{|-20(t_2 - t_1)|}{2} = 10(t_2 - t_1)$$

$$S_{av} = \frac{L}{t} = \frac{10(t_2 - t_1)}{(t_2 - t_1)} = 10$$

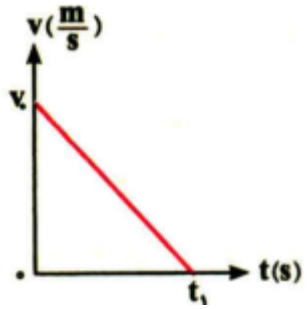
تست ۱) تجربی ۹۳) نمودار سرعت – زمان متحرکی مطابق شکل زیر است بزرگی جابه جایی متحرک در فاصله زمانی $t =$ 6 تا $t = 12$ را بیابید



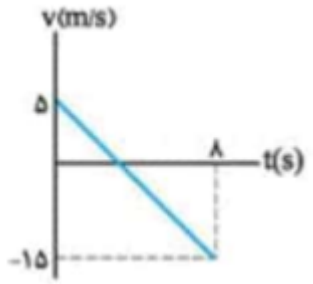
تست ۲) نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که در مسیری مستقیم حرکت می کند مطابق شکل است تندی متوسط متحرک بین دو لحظه $t_1 = 3s$ و $t_2 = 5s$ را بیابید



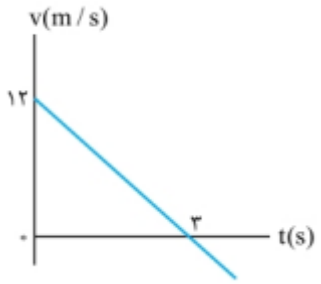
مثال ۳) ریاضی خارج ۹۷) نمودار سرعت – زمان منحرکی که روی مسیر مستقیم حرکت می کند مطابق شکل زیر است اگر این متحرک در ۲ ثانیه اول ، ۳۶ متر و در ۲ ثانیه آخر ۴ متر جابه جا شود t_1 را بیابید



تست ۴) شکل زیر نمودار سرعت ـ زمان متحرکی در مسیری مستقیم است سرعت متوسط در این ۸ ثانیه را بیابید



تست ۵) متحرکی روی محور x حرکت می کند در مبدا زمان از $x_0 = -25i$ می گذرد اگر شکل زیر نمودار سرعت ـ زمان متحرک باشد معادله مکان ـ زمان آنرا بیابید

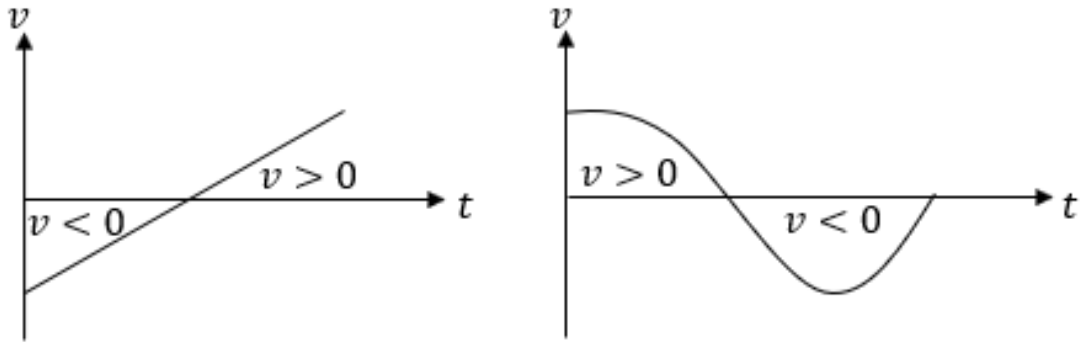


کیفیت نمودار سرعت-زمان:

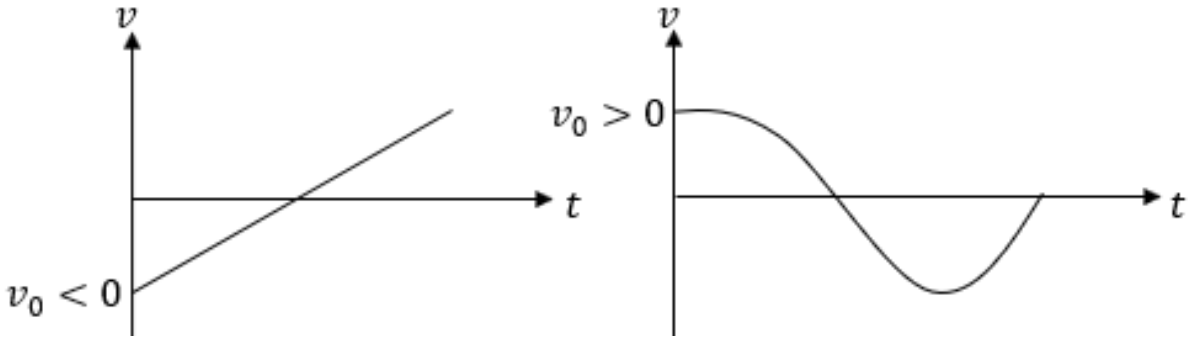
مانند مکان-زمان، نمودار سرعت-زمان هم اطلاعاتی را در اختیار ما قرار می دهد. این نمودار نیز بر حسب نوع حرکت می تواند موازی محور زمان(حرکت با سرعت ثابت)، شیبدار(حرکت با شتاب ثابت) یا منحنی(حرکت با شتاب متغییر) باشد.

نکاتی که در نمودار سرعت-زمان باید مورد توجه قرار گیرند:

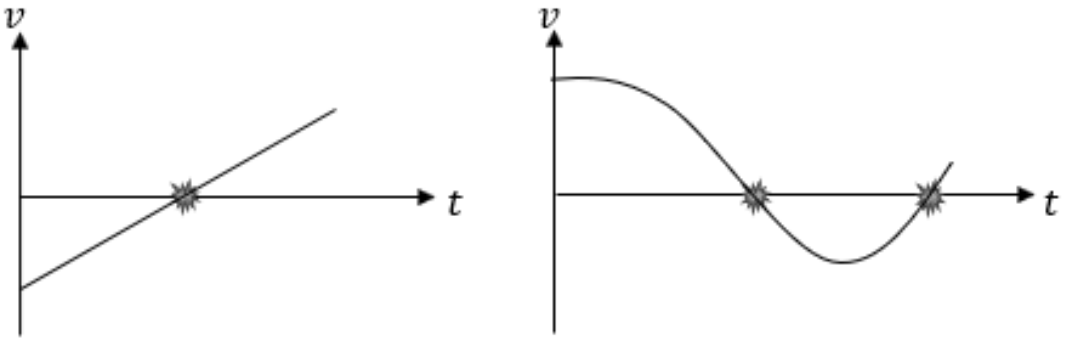
۱. هر نقطه بالای محور t، دارای سرعت مثبت(حرکت درجهت محور) و هر نقطه زیر محور دارای سرعت منفی(حرکت خلاف جهت محور)است.



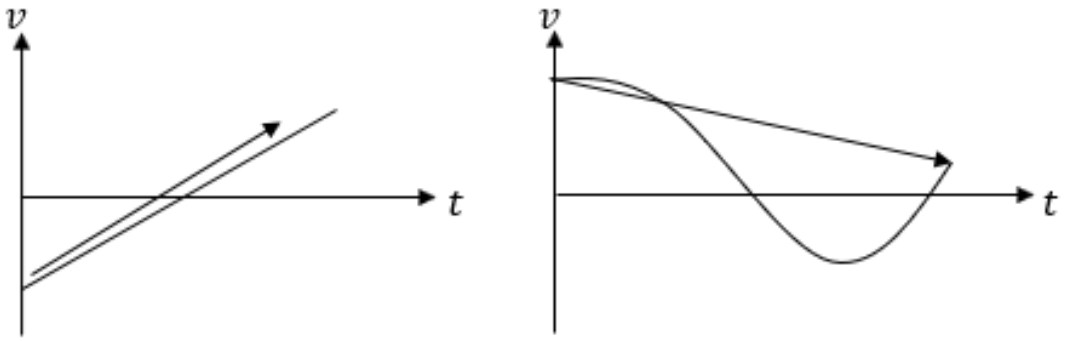
۲. عرض از مبدأ در نمودار سرعت-زمان، سرعت اولیه را مشخص می کند.



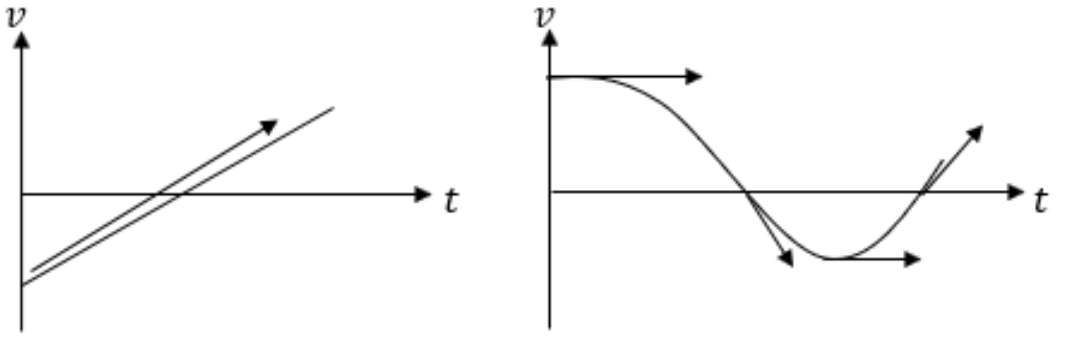
۳. درصورت تلاقی با محور t (محور افقی) ، متحرک تغییر جهت می‌دهد.



۴. پاره خط جهت داری که نقطه ی شروع را به نقطه پایان وصل کند، تعیین کننده شتاب متوسط است.



۵. اگر در هر لحظه خطی را بر نمودار سرعت مماس کنیم، شیب خط تعیین کننده شتاب است.

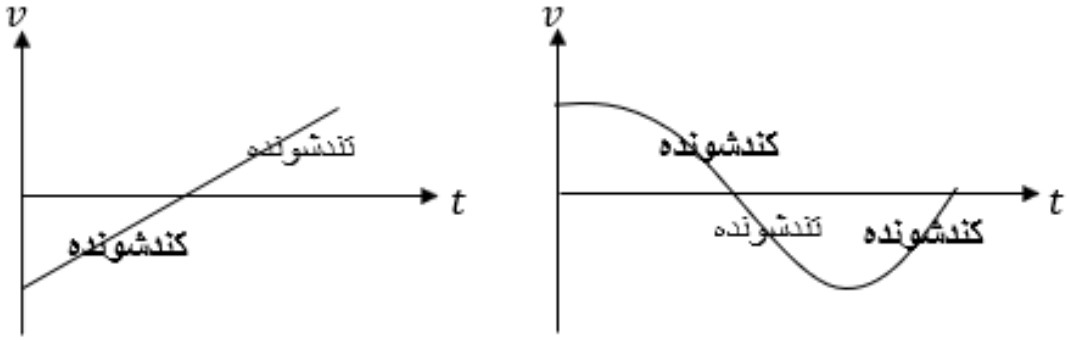


۶. در نمودار سهمی، قله (یا دره) نقطه ای است که شتاب در آنجا صفر (شتاب تغییر جهت) است.

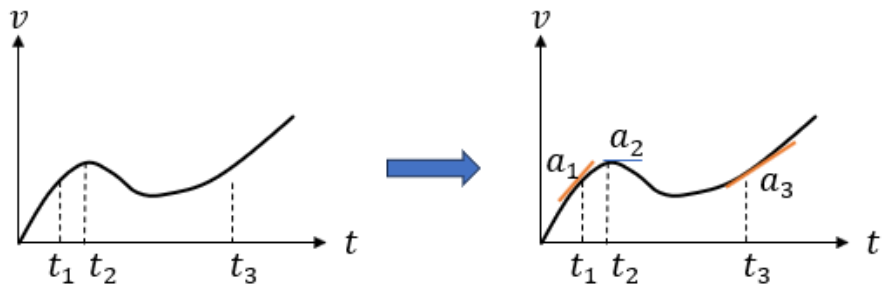
! اگر نمودار سرعت-زمان شیبدار باشد، شتاب متوسط و شتاب لحظه ای برابراند.

۷. حرکت تند شونده و کند شونده: اگر سرعت و شتاب هم علامت باشند حرکت تند شونده، اگر غیر هم علامت باشند حرکت کند شونده است.

به بیان ساده تر: در نمودار سرعت-زمان اگر از محور t دور شویم حرکت تند شونده، و اگر به محور t نزدیک شویم حرکت کند شونده است.

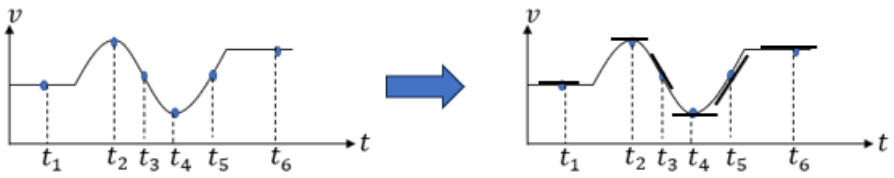


پرسش(۱): در نمودار مقابل شتاب کدام لحظه بیشتر است و چرا؟



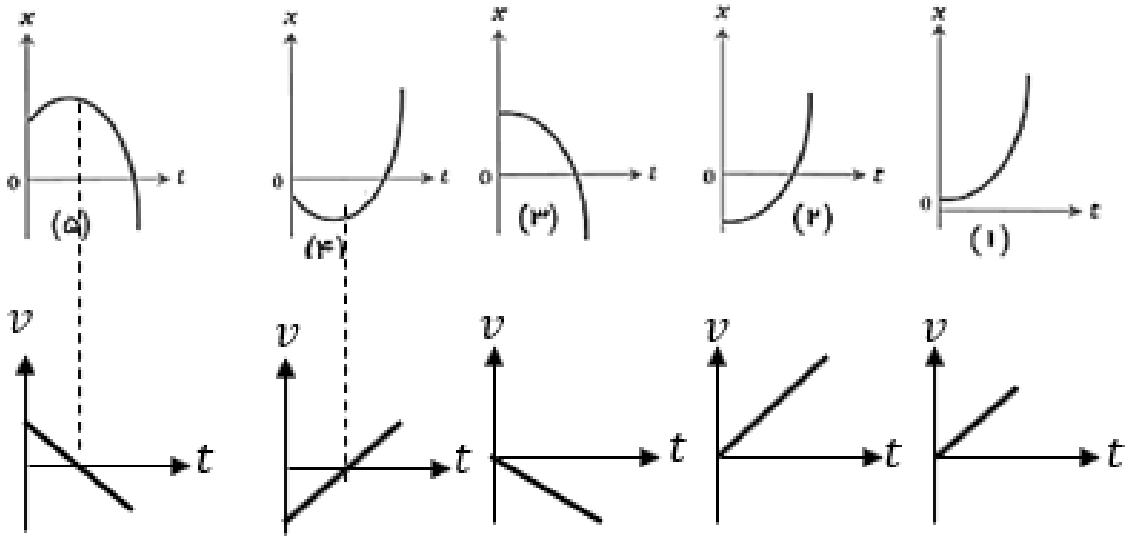
پاسخ: اگر در هر لحظه خطی را بر نمودار مماس کنیم. شتاب مشخص شده است. و چون در لحظه ی t_1 شیب نمودار تندتر است پس در این لحظه شتاب بیشتر از سایر لحظات دیگر است.

پرسش(۲): شکل زیر، نمودار سرعت – زمان دوچرخه‌سواری را نشان می‌دهد که در امتداد محور x درحرکت است. در کدام لحظه‌یا لحظات نشان داده‌شده روی نمودار، شتاب دوچرخه‌سوار مثبت، منفی یا صفر است؟



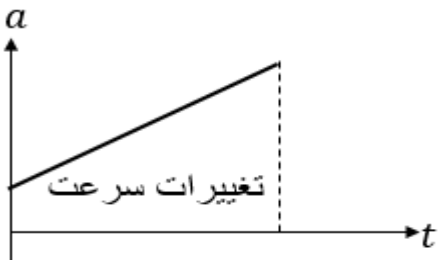
پاسخ: در لحظه t_1 , t_2 , t_4 , t_6 شتاب صفر، در لحظه ی t_3 شتاب منفی و در لحظه ی t_5 شتاب مثبت است.

پرسش(۳): با توجه به نمودارهای مکان – زمان زیر، نمودارهای سرعت – زمان هر یک را به‌طور کیفی رسم کنید.


x
t
0
(۵)
(۴)
(۳)
(۲)
(۱)
v

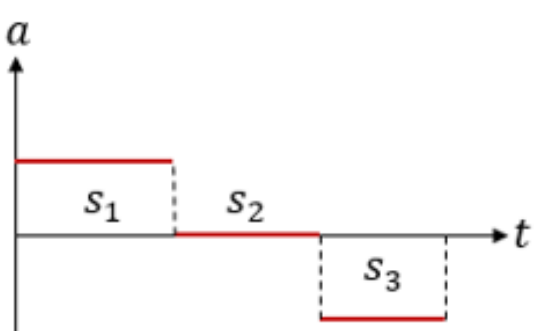
نمودار شتاب-زمان

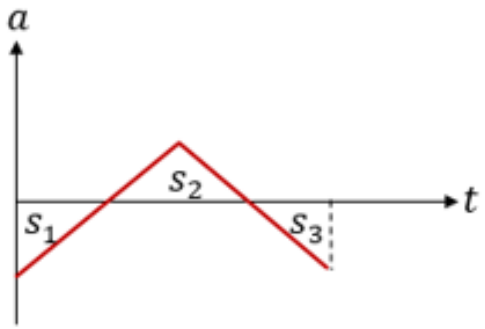
این نمودار نمی تواند مانند نمودار سرعت-زمان اطلاعات زیادی به ما بدهد. از مهم‌ترین ویژگی‌های این نمودار سطح زیرآن است که تغییرات سرعت را نشان می دهد. نمودار شتاب-زمان می تواند موازی محورt (حرکت با شتاب ثابت)، و یا شیبدار(حرکت با شتاب متغییر) باشد.



حل کمی نمودار شتاب-زمان:

سطح زیر نمودار شتاب-زمان تغییرات سرعت را محاسبه می کند.





$$\Delta v = s_1 + s_2 + s_3$$

به کمک نمودار شتاب ـ زمان می توان کمیت های زیر را تعیین کرد

۱) علامت شتاب در هر لحظه ۲) شتاب لحظه ای

۳) شتاب متوسط در هر بازه زمانی ۴) نوع شتاب در هر بازه زمانی

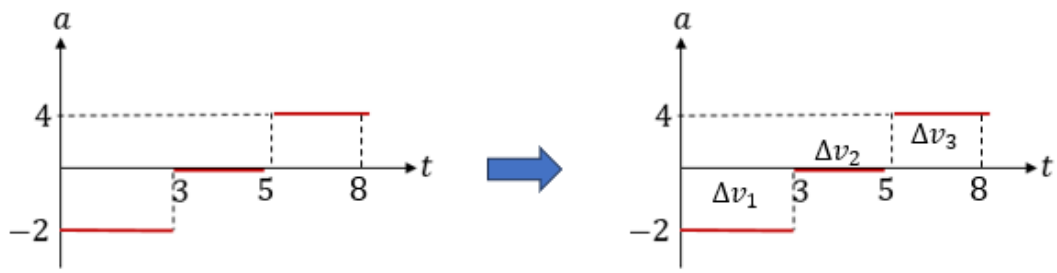
۵) تغییرات سرعت در هر بازه زمانی

استفاده از نمودار شتاب-زمان برای محاسبهٔ سرعت متوسط، تندی متوسط، مسافت و جابجایی، حل مسئله را پیچیده می کند. راهکار مناسب برای رفع مشکل این است که نمودار شتاب-زمان را به نمودار سرعت-زمان تبدیل کنیم.

تبدیل نمودار شتاب-زمان به سرعت-زمان:

اگر در یک حرکت بتوان نحوه تغییرات سرعت بر حسب زمان را بر روی دستگاه مختصات نشان داد به راحتی می توان هر مسئله ای را حل نمود. کافی است با توجه به مفهوم شتاب و داشتن سرعت اولیه نمودار سرعت-زمان را رسم کرد. مثلاً اگر شتاب۲متر بر مجذور ثانیه باشد بدان معنی است که سرعت متحرک در هر ثانیه ۲ متر بر ثانیه تغییر می کند.

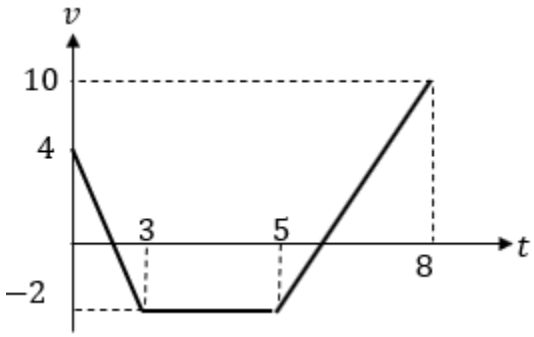
چالش(۱): نمودار شتاب-زمان متحرکی مطابق شکل است. اگر سرعت اولیه ۴ متر بر ثانیه باشد الف. سرعت متوسط در مدت ۸ ثانیه کدام است؟ ب . شتاب متوسط در مدت ۸ ثانیه را حساب کنید.



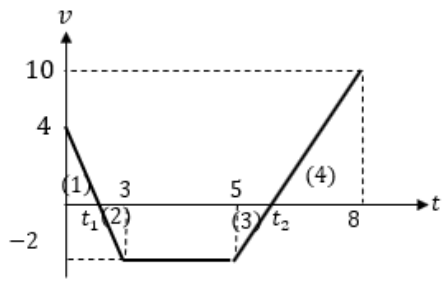
پاسخ:ابتدا سطوح زیر نمودار را حساب می کنیم که تغییرات سرعت را در هر بازه ی زمانی بدست بیاوریم:

$$\Delta v_1 = -6 \ , \Delta v_2 = 0 \ , \Delta v_3 = 12$$

سرعت اولیه متحرک ۴ متر بر ثانیه و تغییرات سرعت در این بازه $-6\frac{m}{s}$ پس در ثانیه ۳ سرعت $-2\frac{m}{s}$ است. تا ثانیه ۵ تغییرات سرعت صفر پس در ثانیه پنجم سرعت همچنان ثابته یعنی $-2\frac{m}{s}$ در آخر تغییرات سرعت $12\frac{m}{s}$ است پس در ثانیه ۸ سرعت ۱۰ متر بر ثانیه است. الان دیگه می تونیم نمودار سرعت-زمان رو رسم کنیم:



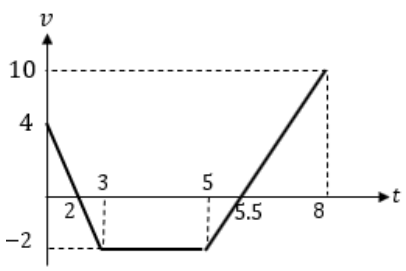
الان نمودار سرعت-زمان رسم شده است. حالا برای کمک گرفتن از این نمودار باید لحظاتی که محور t قطع شده است را بدست آوریم.



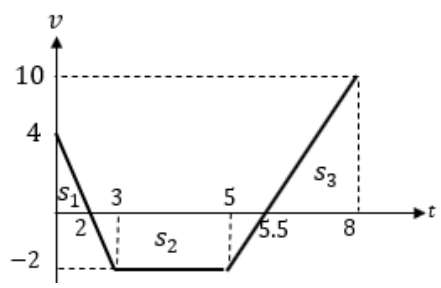
$$|\tan(1)| = |\tan(2)| \Longrightarrow \frac{4}{t_1} = \frac{2}{3-t_1} \Longrightarrow 12 - 4t_1 = 2t_1 \Longrightarrow 6t_1 = 12 \Longrightarrow t_1 = 2$$

$$|\tan(3)| = |\tan(4)| \Longrightarrow \frac{2}{t_2-5} = \frac{10}{8-t_2} \Longrightarrow 16 - 2t_2 = 10t_2 - 50 \Longrightarrow 12t_2 = 66 \Longrightarrow t_2 = 5.5$$

خوب پس الان زمان های t_1 , t_2 مشخص شدند.

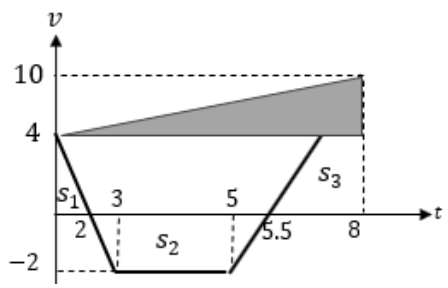


الان دیگه می تونیم با توجه به سطوح زیر نمودار سرعت متوسط و با توجه به شیب نمودار شتاب متوسط رو حساب کنیم:



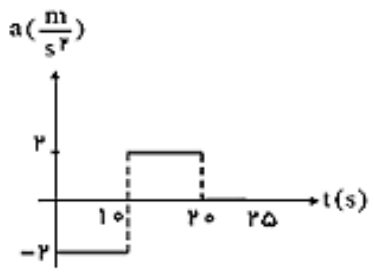
$$v_{av} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{\Delta t} = \frac{\frac{4\times 2}{2} + \frac{(3.5+2)\times(-2)}{2} + \frac{2.5\times 10}{2}}{8-0} = \frac{4 - 5.5 + 12.5}{4} = \frac{11}{8}$$

برای محاسبه ی شتاب متوسط کافیه نقطه ی شروع رو به نقطه پایان وصل کنیم و شیب اون رو حساب کنیم:

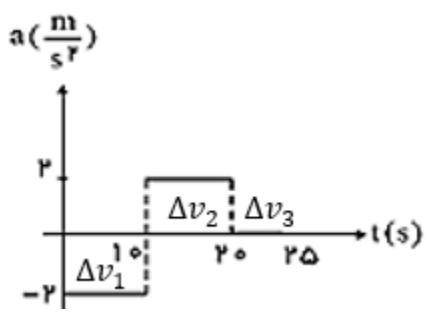


$$a_{av} = \tan\theta = +\frac{10-4}{8-0} = +\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

چالش(۲): نمودار شتاب – زمان متحرکی که با سرعت اولیه 10m/s در مسیر مستقیم شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اندازه‌ی جابجایی این متحرک از لحظه‌ی شروع حرکت تا لحظه‌ی t=25s چند متر است؟



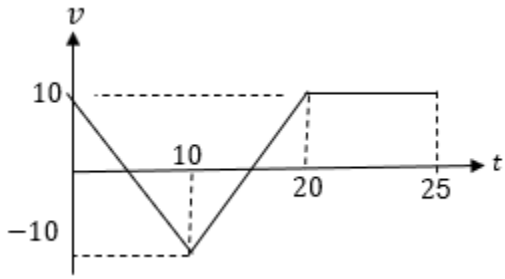
پاسخ: مانند سوال قبل ابتدا مساحت های زیر نمودار را محاسبه می کنیم:



$$\Delta v_1 = -20 \ , \ \Delta v_2 = 20 \ , \ \Delta v_3 = 0$$

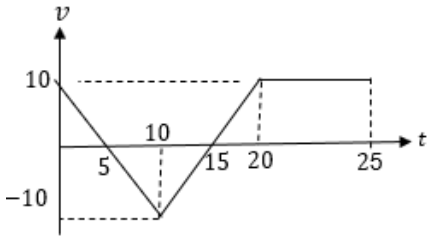
سرعت اولیه متحرک ۱۰ متر بر ثانیه و تغییرات سرعت در بازه اول $-20\frac{m}{s}$ پس در ثانیه ۱۰ سرعت $-10\frac{m}{s}$ است. تا ثانیه ۲۰ تغییرات سرعت $20\frac{m}{s}$پس در ثانیه ۲۰ سرعت $10\frac{m}{s}$ در آخر تغییرات سرعت صفره پس در ثانیه ۲۵ سرعت ۱۰ متر بر ثانیه است.

الان دیگه می تونیم نمودار سرعت-زمان رو رسم کنیم:

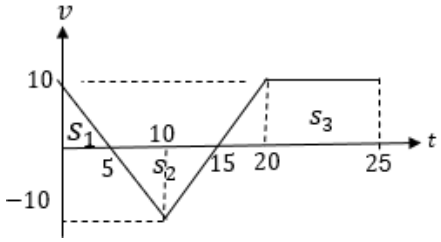


اینک باید دو باری که محور زمان قطع شده است را بدست آوریم. (محاسبه با شما)

دو زمان بدست آمده اولی ۵ و دومی ۱۵ خواهد بود. پس:

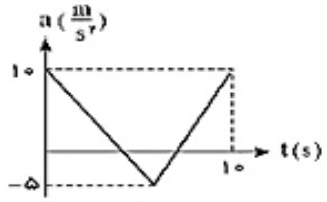


حال می توان سطوح زیر نمودار را بدست آورد:

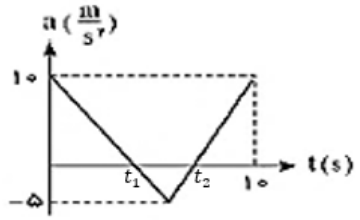


$$\Delta x = s_1 + s_2 + s_3 = \frac{5 \times 10}{2} + \frac{(-10) \times 10}{2} + \frac{(10+5) \times 10}{2} = 25 - 50 + 75 = 50$$

چالش(۳): نمودار شتاب – زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اندازه‌ی شتاب متوسط این متحرک در مدت‌زمانی که شتاب متحرک در خلاف جهت محور x هاست، چند متر بر مجذور ثانیه است؟



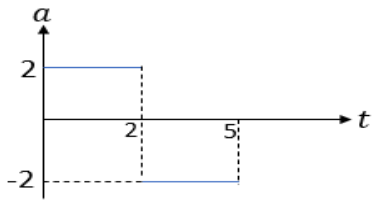
زمانی شتاب منفی است که زیر محور زمان باشد. پس :



می دونیم سطح زیر نمودار شتاب-زمان برابر تغییرات سرعت است پس داریم:

$$a_{av} = \frac{s}{\Delta t} = \frac{\frac{-5 \times (t_2 - t_1)}{2}}{(t_2 - t_1)} = -2.5$$

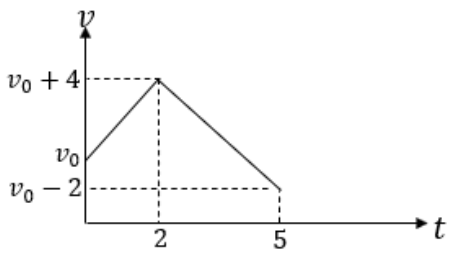
چالش(۴): نمودار شتاب – زمان متحرکی مطابق شکل است اگر سرعت متوسط متحرک در این مدت ۶/۴ متر بر ثانیه باشد. سرعت اولیه آن چند متر بر ثانیه است؟



پاسخ: سطح زیر هر دو بازه ی زمانی را بدست می آوریم:

$$\Delta v_1 = 4\,, \Delta v_2 = -6$$

اگر سرعت اولیه را v_0 بنامیم، ابتدا تا ثانیه دو سرعت $v_0 + 4$ و تا ثانیه ششم باید ۶ واحد کاهش یابد یعنی $v_0 - 2$ با توجه به این داده ها می توان نمودار سرعت-زمان را به صورت زیر رسم کرد:



حال فرمول سرعت متوسط را با توجه به سطوح زیر نمودار می نویسیم:

$$v_{av} = \frac{s_1 + s_2}{\Delta t} \Longrightarrow 6.4 = \frac{\frac{(v_0 + (v_0 + 4)2)}{2} + \frac{\big((v_0 - 2) + (v_0 + 4)\big) \times 3}{2}}{5 - 0}$$

$$32 = 2v_0 + 4 + 3v_0 + 3 \Longrightarrow 5v_0 = 25 \Longrightarrow v_0 = 5\frac{m}{s}$$

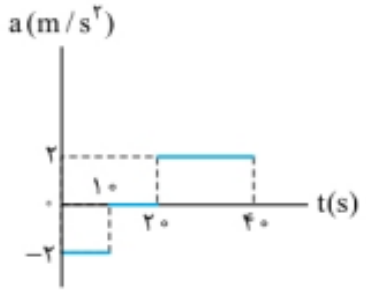
تست ۱) نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که از حال سکون روی محور x ها حرکت می کند به شکل زیر است در بازه زمانی ۲۰ تا ۳۵ ثانیه کدام مورد درست است ؟

۱)حرکت تند شونده است

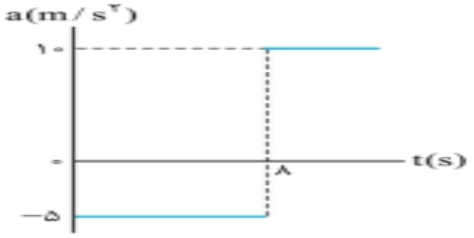
۲) حرکت کند شونده است

۳) جهت حرکت یک بار تغییر می کند

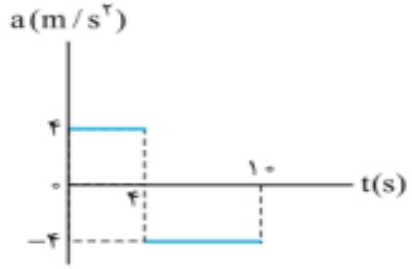
۴) متحرک در جهت محور x حرکت می کند



تست ۲) نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که در لحظه $t = 0$ که با سرعت اولیه $10m/s$ از مبدا مکان عبور می کند مطابق شکل است جابه جایی متحرک در بازه ۴ تا ۱۰ ثانیه را بیابید



تست ۳) نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می کند به شکل زیر است اگر جابه جایی متحرک در ۱۰ ثانیه برابر ۱۵۶ متر باشد سرعت اولیه متحرک را بیابید


a(m/s۲)
۴
۰
−۴
۴
۱۰
t(s)