

MODUL 11

DISTRIBUSI PROBABILITAS DISKRIT



CAPAIAN PEMBELAJARAN

1. Praktikan mampu membangkitkan data berdistribusi binomial dan *poisson*.
2. Praktikan mampu menghitung probabilitas pada binomial dan *poisson*.



KEBUTUHAN ALAT/BAHAN/SOFTWARE

1. Komputer
2. Software R



DASAR TEORI

A. DISTRIBUSI BINOMIAL

Distribusi Binomial digunakan apabila sebuah proses sampling dilaksanakan sesuai dengan proses Bernoulli, yang memiliki ciri-ciri sebagai berikut:

1. Ada dua kejadian yang dapat terjadi dan saling asing pada setiap percobaan. Untuk mudahnya, dua kejadian itu disebut sukses dan gagal.
2. Urutan dari percobaan tersebut merupakan kejadian independen.
3. Probabilitas sukses dinyatakan sebagai p , dimana nilai p ini tetap dari satu percobaan ke percobaan berikutnya atau dari satu kejadian ke kejadian lainnya.

Pada distribusi Binomial, ada 3 nilai yang diperlukan yaitu : jumlah sukses (X), jumlah percobaan / observasi (n) dan probabilitas sukses dalam setiap percobaan (p). Distribusi probabilitas Binomial atau fungsi massa probabilitas (pmf) dari distribusi Binomial dinyatakan sebagai:

$$f(x|n, p) = P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

$$= \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x}$$

Menghitung probabilitas (p-value) data berdistribusi Binomial

- `> pbinom(n, x, p)` # mencari probabilitas kumulatif x dari n sampel dengan probabilitas sukses p atau mencari $P(X < x)$
- `> dbinom(n, x, p)` # mencari probabilitas x dari n sampel dengan probabilitas sukses p atau mencari $P(X = x)$

Membangkitkan data berdistribusi Binomial

`> rbinom(r, n, p)` # membangkitkan r data berdistribusi binomial dari n sampel dengan probabilitas sukses p

Mencari nilai x yang membatasi luas daerah (nilai peluang) distribusi Binomial

`> qbinom(P, n, p)` # mencari nilai x dari luasan (peluang) P berdistribusi binomial dari n sampel dengan probabilitas sukses p

B. DISTRIBUSI POISSON

Distribusi Poisson dapat digunakan untuk menentukan probabilitas dari sejumlah sukses yang ditentukan jika kejadian-kejadian berjalan dalam kurun waktu atau ruang kontinyu tertentu. Proses Poisson hampir sama dengan proses Bernoulli hanya berbeda pada sifat kontinuitasnya. Pada distribusi Poisson hanya ada 1 nilai yang diperlukan, yaitu jumlah rata-rata sukses, dinyatakan sebagai λ . Distribusi Poisson efektif digunakan untuk jumlah pengamatan, n yang sangat besar, sementara probabilitas, p untuk satu kejadian sangat kecil (biasanya kurang dari 0,5).

Distribusi probabilitas dari Poisson dinyatakan sebagai berikut:

$$f(x|\lambda) = P(X|\lambda) = \left(\frac{\lambda^x}{x!} \right) e^{-\lambda} = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

Menghitung probabilitas (p-value) data berdistribusi Poisson

1. `>ppois(x,λ)` # mencari probabilitas kumulatif x dengan rata-rata λ
Atau $P(X < x)$
2. `>dpois(n,λ)` # mencari probabilitas kumulatif x dengan rata-rata λ
Atau $P(X = x)$

Membangkitkan data berdistribusi Poisson

`>rpois(r,λ)` # membangkitkan r data berdistribusi poisson dengan rata-rata λ

Mencari nilai x yang membatasi luas daerah(nilai peluang) distribusi Poisson

`>qpois(P, λ)` # mencari nilai x dari luasan (peluang) P berdistribusi poisson dengan rata-rata λ



PRAKTIK

A. Menghitung probabilitas (p-value) data berdistribusi Poisson

Praktik 1

Pada distribusi Binomial dengan $n = 5$, $p = 0.25$, tentukan

- a. $P(X = 0)$
- b. $P(X \leq 2)$

Pembahasan :

- a. output

```
> dbinom(0, 5, 0.25) # probabilitas tidak ada x P(X=0)
[1] 0.2373047
```

Pembahasan

$$P(X=0) = 0,237$$

- b. output

```
> pbinom(2, 5, 0.25) # probabilitas x kurang dari sama dengan 2 P(X<=2)
[1] 0.8964844
```

Pembahasan

$$P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) = 0,896$$

Praktik 2

Terdapat 10 mahasiswa dipilih secara acak dari populasi dimana 40% adalah wanita.

- a. Berapa probabilitas sebanyak satu dari mahasiswa tersebut yang dipilih adalah wanita?
- b. Berapa probabilitas paling banyak tiga orang dari mahasiswa tersebut yang dipilih adalah wanita?

Pembahasan :

a. Output

```
> dbinom(1, 10, 0.4) # probabilitas ada 1 wanita dapat terpilih P(X=1)
[1] 0.04031078
```

Pembahasan

$$P(X=1) = 0,04$$

b. Output

```
> pbinom(3, 10, 0.4) # probabilitas kurang dari sama dengan tiga wanita dapat terpilih P(X<=3)
[1] 0.3822806
```

Pembahasan

$$P(X \leq 3) = 0,382$$

B. Membangkitkan data berdistribusi Binomial

Praktik 1

Untuk membangkitkan sample sebanyak 10 dari distribusi Binomial dengan parameter $n = 5$ dan $p = 0,3$

Pembahasan :

```
> rbinom(10, 5, 0.3) # membangkitkan sample sebanyak 10 dari distribusi Binomial dengan parameter n = 5 dan p = 0,3
[1] 1 3 3 1 1 4 0 1 1 2
```

C. Mencari nilai x yang membatasi luas daerah(nilai peluang) distribusi Binomial

Terdapat 10 mahasiswa dipilih secara acak dari populasi dimana 40% adalah wanita.

Berapa banyak wanita yg terpilih dari mahasiswa tersebut, apabila diketahui peluang terpilihnya 0,1 ?

Jawab

Output

```
> qbinom(0.1,10,0.4)# menentukan banyaknya wanita yg terpilih apabila probabilitas terpilih 0,1 dg n=10, p =0,4  
[1] 2
```

Pembahasan

Banyaknya wanita yg terpilih (X) = 2

D. Menghitung probabilitas (p-value) data berdistribusi Poisson

Praktik 1

Sebuah direktorat kemahasiswaan menyatakan bahwa mereka menerima keluhan mahasiswa rata-rata 20 orang per hari. Tentukanlah

- peluang bahwa pada suatu hari tidak ada mahasiswa yang datang
- peluang mahasiswa yang datang paling banyak 14 orang.

Pembahasan :

a . Output

```
> dpois(0,20)# peluang bahwa pada suatu hari tidak ada mahasiswa yang datang P(X=0)  
[1] 2.061154e-09
```

Pembahasan

$$P(X=0) = 0,00000000206$$

b . Output

```
> ppois(14,20)# peluang mahasiswa yang datang paling banyak 14 orang, P(X<=14)  
[1] 0.1048643
```

Pembahasan

$$P(X \leq 14) = 0,1048$$

Praktik 2

Misalkan variabel random X berdistribusi Poisson dengan mean 3. Tentukan

- probabilitas bahwa terdapat 5 partikel yang terdeteksi dalam suatu pengukuran
- probabilitas bahwa terdapat paling sedikit 2 partikel yang terdeteksi dalam suatu pengukuran

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1)$$

Pembahasan :

a . Output

```
> dpois(5,3)#probabilitas bahwa terdapat 5 partikel yang terdeteksi dalam suatu pengukuran P(X=5)
[1] 0.1008188
```

Pembahasan

$$P(X = 5) = 0,108188$$

b . Output

```
> 1-ppois(1,3)#probabilitas bahwa terdapat paling sedikit 2 partikel yang terdeteksi dalam suatu pengukuran, P(X >= 2)
[1] 0.8008517
```

Pembahasan

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) = 0,8008517$$

E. Membangkitkan data berdistribusi Poisson

Praktik 1

Untuk membangkitkan sample sebanyak 20 dari distribusi poisson dengan parameter rata-rata $\lambda = 5$

Pembahasan :

```
> rpois(20,5) #membangkitkan sample sebanyak 20 dari distribusi poisson dengan parameter rata-rata λ= 5
[1] 3 5 8 5 2 7 3 8 6 6 3 4 3 4 2 2 4 7 13 7
```

F. Mencari nilai x yang membatasi luas daerah(nilai peluang) distribusi Poisson

Sebuah direktorat kemahasiswaan menyatakan bahwa mereka menerima keluhan mahasiswa rata-rata 20 orang per hari. Tentukanlah banyaknya mahasiswa yg datang mengeluh apabila diketahui probabilitas yg mengeluh 0,25

Jawab

Output

```
> rpois(0.25,3) #banyaknya mahasiswa yg datang mengeluh apabila diketahui probabilitas yg mengeluh 0,25  
[1] 2
```

Pembahasan

$X = 2$



LATIHAN

Latihan 1

Sebuah perusahaan sepatu mengelompokkan hasil produksinya menjadi dua bagian, yaitu kualitas ekspor, biasanya 40%, dan sisanya merupakan kualitas non ekspor, 60%. Jika diambil secara acak 10 pasang sepatu, hitung probabilitas

- Semua sepatu yang berkualitas ekspor
- Sekurang-kurangnya ada enam sepatu berkualitas ekspor
- Tentukan banyaknya sepatu yang berkualitas ekspor

Latihan 2

Jumlah pemesanan motor produk nasional di sebuah agen adalah 20 buah per minggunya. Tingkat permintaan rata-rata tersebut relatif tetap dan pelanggan tidak saling mempengaruhi satu sama lainnya mengenai kebiasaan belanja mereka.

- Berapakah probabilitas bahwa lebih dari 20 motor yang dipesan dalam satu minggu tertentu ?
- Berapa probabilitas tepat sebanyak 17 motor dipesan dalam seminggu?



TUGAS

Tugas 1

Probabilitas seseorang sembuh dari penyakit jantung setelah operasi adalah 0.4. Bila diketahui 15 orang menderita penyakit ini, berapa peluang:

- a. Sekurang-kurangnya 10 orang dpt sembuh
- b. Ada 3 sampai 8 orang yg sembuh

Tugas 2

Sensus penduduk pedalaman Watampone pada tahun 2012 menunjukkan keberadaan 3 orang albino per 175 orang. Jika diambil sampel 525 orang pada sensus tersebut dengan menggunakan pendekatan Poisson, tentukan:

- a. Probabilitas tidak terdapat orang albino
- b. Probabilitas terdapat paling sedikit 3 orang albino



REFERENSI

PUSTAKA :

- [1] John Verzani, "Using R for Introductory Statistics," Second Edition, CUNY/College of Staten Island New York, USA, 2014.
- [2] Emmanuel Paradis, "R for Beginners",
- [3] Suhartono, "Analisis Data Statistik dengan R", Graha Ilmu, Yogyakarta, 2009
- [4] W. John Braun and Duncan J. Murdoch, "A First Course in Statistical Programming with R", Second Edition
- [5] Tony Fischetti "Data Analysis with R" Packt Publishing Ltd., Birmingham, 2015