MODUL 12
PROBABILITAS DISTRIBUSI KONTINYU

CAPAIAN PEMBELAJARAN

1. Praktikan mampu membangkitkan data berdistribusi normal dan *student-t*.
2. Praktikan mampu menghitung probabilitas pada distribusi normal dan *student-t*.

KEBUTUHAN ALAT/BAHAN/SOFTWARE

1. Komputer
2. Software R

DASAR TEORI

A. DISTRIBUSI NORMAL

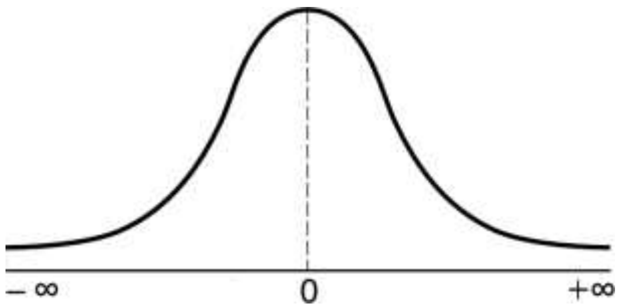
Distribusi normal, disebut juga distribusi Gauss, adalah distribusi probabilitas yang paling banyak digunakan dalam berbagai analisis statistika dan kebanyakan pengujian hipotesis mengasumsikan normalisasi suatu data.

Distribusi normal baku adalah distribusi normal yang memiliki rata-rata nol dan simpangan baku satu. Distribusi ini juga dijuluki kurva lonceng (*bell curve*) karena grafik fungsi kepekatan probabilitasnya mirip dengan bentuk lonceng. Distribusi normal memiliki sifat simetris, yaitu *mean* distribusi terletak di tengah dengan luas bagian sebelah kiri sama dengan bagian sebelah kanan (berbentuk lonceng) sehingga total daerah di bawah kurva sebelah kiri = total daerah di bawah kurva sebelah kanan = 0,5

Fungsi distribusi Normal :

$$f(x;\mu,\sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2\right)$$

dengan π = 3,14159… dan *exp* = 2,71828



Selain beberapa konstanta yang tidak akan berubah nilainya (e, π), bentuk distribusi kurva normal ditentukan oleh tiga variabel, yaitu:

x = nilai dari distribusi variabel

μ = *mean* dari nilai-nilai distribusi variabel

σ = standar deviasi dari nilai-nilai distribusi variabel

Menghitung probabilitas (p-value) data berdistribusi Normal

1. >pnorm(x, mean, sd) # mencari probabiliatas kumulatif x dengan rata-rata λ
   Atau P(X < x)
2. >dnorm(x, mean, sd) # mencari probabiliatas kumulatif x dengan rata-rata λ
   Atau P(X = x)

Membangkitkan data berdistribusi Normal

> rnorm(n, mean, sd) # membangkitkan n data berdidtribusi normal dengan parameter mean dan sd

Mencari nilai x yang membatasi luas daerah(nilai peluang) distribusi Normal

>qnorm(P, mean,sd)   # mencari nilai x dari luasan (peluang) P berdistribusi Normal dengan parameter mean dan sd

B. DISTRIBUSI STUDENT’S t

Distribusi student’s t adalah distribusi yang ditemukan oleh seorang mahasiswa yang tidak mau disebut namanya. Untuk menghargai hasil penemuannya itu, distribusinya disebut distribusi Student yang lebih dikenal dengan distribusi “t”, diambil daru huruf terakhir kata “student”. Bentuk persamaan fungsinya :

$$f(t) = \frac{K}{1 + \left(\frac{t^2}{n-1}\right)^{\frac{1}{2}n}}$$

Berlaku untuk $-\infty < t < \infty$ dan K merupakan tetapan yang besarnya tergantung dari besar n sedemikian sehingga luas daerah antara kurva fungsi itu dan sumbu t adalah 1.

Bilangan n – 1 disebut derajat kebebasan (dk) atau degree of freedom(df). Yang dimaksudkan dengan dk ialah kemungkinan banyak pilihan dari sejumlah objek yang diberikan. Misalnya kita mempunyai dua objek yaitu A dan B. Dari dua objek ini kita hanya mungkin melakukan 1 kali pilihan saja, A dan B. Seandainya terpilih A maka B tidak usah dipilih lagi. Dan untuk itu dk = 2 – 1 = 1.

Menghitung probabilitas (p-value) data berdistribusi Student’s

1. >pt(x, df) # mencari probabiliatas kumulatif x dengan derajat kebebasan df Atau P(X < x)
2. >dt(x, df) # mencari probabiliatas kumulatif x dengan derajat kebebasan df Atau P(X = x)

Membangkitkan data berdistribusi Student’s

>rt (n, df) # membangkitkan n data berdidtribusi student’s dengan derajat kebebasan df

Mencari nilai x yang membatasi luas daerah(nilai peluang) distribusi Student’s

>qt(P, df) # mencari nilai x dari luasan (peluang) P berdistribusi student’s dengan derajat kebebasan df

PRAKTIK

A. Menghitung probabilitas data berdistribusi Normal

Praktik 1

Apabila X berdistribusi Normal dengan rata-rata 3 dan standar deviasi 0.5, tentukan probabilitas

a. $P(X = 4)$

b. $P(X < 3{,}5)$

Jawab

a. Output

```
> dnorm(4, 3 , 0.5) #P(X = 4)
[1] 0.1079819
```

Pembahasan

$P(X = 4) = 0{,}10798$

b. Output

```
> pnorm(3.5, 3, 0.5) #P(X<= 3.5)
[1] 0.8413447
```

Pembahasan

$P(X < 3{,}5) = 0{,}841$

Praktik 2

Apabila X berdistribusi Normal dengan rata-rata 10 dan standar deviasi 0.65, tentukan probabilitas

a. $P(3 < X < 7)$

b. $P(X \geq 3)$

Jawab

a. Output

```
> b = pnorm(3,10,0.65) # P(X < 3) dr dist Normal dg mean 10, std dev = 0.65
> a = pnorm(7,10,0.65) # P(X < 7) dr dist Normal dg mean 10, std dev = 0.65
> a
[1] 1.96184e-06
> b
[1] 2.405015e-27
> a - b
[1] 1.96184e-06
```

Pembahasan

$P(X < 7) - P(X < 3) = 1{,}96.\ 10^{-6} - 2{,}4\ .\ 10^{-27} = 1{,}9610^{-6}$

b. Output

```
> b = pnorm(3,10,0.65) # P(X < 3) dr dist Normal dg mean 10, std dev = 0.65
> b
[1] 2.405015e-27
> 1-b
[1] 1
```

Pembahasan

$P\ (X \geq 3)\ =\ 1 - P(X < 3) = 1 - 2{,}4\ .\ 10^{-27} = 1$

B. Membangkitkan data berdistribusi *Normal*

Praktik 1

Akan di*generate* data berdistribusi normal dengan jumlah data 30, *mean* = 0 dan sd =1.

Output

```
> rnorm(30,0,1)
 [1] -0.01333579 -0.12408835 -0.53927577  0.31582023 -0.70156315  0.04749060
 [7]  2.05021317 -0.17723350  0.19394011 -0.29648505 -0.41632744  0.05498426
[13] -0.97911512  0.67075289 -0.26266249 -0.22188511 -1.30816441  0.29093574
[19]  0.63486123 -1.46651929 -1.37291504  0.76683866  0.80233150 -0.56309986
[25] -1.13374330 -0.86348719  0.54190166 -0.55743669 -0.12411072  0.82269903
```

C. Menghitung nilai x yang membatasi luas daerah(nilai peluang) distribusi Normal

Praktik 1

Tentukan nilai kritis z dimana P(Z < z) = 0,95

Jawab

Output

```
> qnorm(0.95, 0,1)
[1] 1.644854
```

Pembahasan

P(Z < z) = 0,95 maka z = 1,64 .

Artinya P(Z < 1,64) = 0,95 atau

```
> pnorm(1.64, 0,1)
[1] 0.9494974
```

Praktik 2

Tentukan nilai kritis x dimana P(X < x) = 0,95, untuk X berdistribusi Normal dengan mean 3, standar deviasi 0.5

Jawab

Output

```
> qnorm(0.95, 3,0.5)
[1] 3.822427
```

Pembahasan

P(X < x) = 0,95 maka x = 3,82 .

Artinya P(X < 3,82) = 0,95 atau

```
> pnorm(3.822427, 3,0.5)
[1] 0.95
```

D. Menghitung probabilitas distribusi student

Praktik 1

Hitung probabilitas distribusi t dengan nilai dengan db=9

a. P(t = 2.5)
b. P(t < 2.5)
c. P(t > 2.5)

Jawab

a. Output

```
> dt(2.5,9)
[1] 0.02778012
```

Pembahasan

P(t = 2,5) = 0,02778

b. Output

```
> pt(2.5,9)
[1] 0.9830691
```

Pembahasan

P(t < 2,5) = 0,983

c. Output

```
> 1-pt(2.5,9)
[1] 0.01693091
```

Pembahasan

P(t > 2.5) = 1 - P(t < 2,5) =1 - 0,983 = 0.01693091

E. Membangkitkan data berdistribusi *student-t*

Praktik 1

Akan di*generate* data berdistribusi t dengan n = 30 derajat bebas (df) = 29

Output

```
> rt(30,29)
 [1]  0.4862741401  0.2122568111 -1.4272593155  0.1999990017 -1.3109167583
 [6]  0.5783932404 -0.9573797332 -2.2926883205 -0.5787814490 -1.5388318258
[11]  1.2995835714  0.4716967378 -0.7703840454  0.9008859892 -2.6096531102
[16]  1.5277748082  1.6728549225  0.7078884703 -0.0881893146 -2.1704279833
[21]  2.1811668964  2.0702276103  1.0064814382  0.0004614651 -1.7309077352
[26] -0.0270370359 -0.8937655088 -0.6581085850  0.4510936570 -0.5952177606
```

F. Menghitung nilai x yang membatasi luas daerah(nilai peluang) distribusi Student's

Praktik 1

Tentukan nilai kritis t dimana P(T < t) = 0,95 dengan derajat bebas 10

Jawab

Output

```
> qt(0.95,10)
[1] 1.812461
```

Pembahasan

$P(T < t) = 0,95$ maka $t = 1,812461$.

Artinya $P(Z < 1,812461) = 0,95$ atau

```
> pt(1.812461,10)
[1] 0.95
```

LATIHAN

Latihan 1

Apabila X berdistribusi Normal dengan rata-rata 10 dan standar deviasi 1.5, tentukan probabilitas

a. $P(X = 5)$

b. $P(X < 5)$

c. $P(5 < X < 11)$

d. $P(X > 7)$

Latihan 2

Tentukan nilai kritis x dimana $P(X < x) = 0,90$, untuk X berdistribusi Normal dengan mean 6, standar deviasi 1.5

Latihan 3

Apabila X berdistribusi Student's dengan derajat bebas 10, tentukan probabilitas

a. $P(X = 4)$

b. P (X < 6)

c. P(7 < X < 20)

d. P(X > 20)

Latihan 4

Bangkitkan data berdistribusi t dengan n = 95, db = 94

TUGAS

Tugas 1

Jika mass sebuah bantalan peluru (ball bearing) yang diproduksi suatu pabrik memiliki distribusi normal dengan mean 0,614 kg dan deviasi standard 0,0025 kg, tentukan persentase banyaknya bantalan peluru yang memiliki massa : (a) antara 0,610 sampai 0,618 kg, (b) lebih berat dari 0,617 kg, (c) kurang dari 0,608 kgPipa api untuk broiler yang dimanufaktur oleh sebuah perusahaan memilikidaya tahan rata-rata 8000 jam pemakaian dengan deviasi standard 600 jam. Tentukan Probabilitas daya tahan pipa

a. antara 7900 dan 8100 jam.

b. Kurang dari 7850 jam

c. Lebih dari 8200 jam

REFERENSI

PUSTAKA :

[1] John Verzani, "Using R for Introductory Statistics," Second Edition, CUNY/College of Staten Island New York, USA, 2014.

[2] Emmanuel Paradis, " R for Beginners",

[3] Suhartono,"Analisis Data Statistik dengan R", Graha Ilmu, Yogyakarta, 2009

[4] W. John Braun and Duncan J.Murdoch, "A First Course in Statistical Programming with R", Second Edition

[5] Tony Fischetti “Data Analysis with R” Packt Publishing Ltd., Birmingham, 2015