DEPARTAMENTO DE COMPUTACION

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

Trabajo práctico 1

Programación Funcional

19 de septiembre de 2024 Paradigmas de Programación

Grupo CHAD sociedad anónima

Integrante	LU	Correo electrónico
Condori Llanos, Alex	163/23	nocwe11@gmail.com
Della Rosa, Facundo César	1317/23	dellarosafacundo@gmail.com
López Porto, Gregorio	1376/23	gregoriolopezporto@gmail.com
Winogron, Iván	459/23	Ivowino2000@gmail.com

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Universidad de Buenos Aires

Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)

Intendente Güiraldes 2610 - C1428EGA

Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina

Tel/Fax: (++54 +11) 4576-3300

http://www.exactas.uba.ar

Ejercicio 9

Enunciado

De acuerdo a las definiciones de las funciones para árboles ternarios de más arriba, se pide demostrar lo siguiente:

$$\forall t :: \text{AT a} \,.\, \forall x :: \text{a} \,.\, (\text{elem x (preorder t)} = \text{elem x (postorder t)})$$

Definiciones

elem :: Eq a $\implies$ a $\rightarrow$ [a] $\rightarrow$ Bool
{E0} elem e [ ] = False
{E1} elem e (x:xs) = (e == x) || elem e xs

preorder :: Procesador (AT a) a
{PRE1} preorder = foldAT (\x ri rc rd $\rightarrow$ concat [[x], ri, rc, rd]) [ ]

postorder :: Procesador (AT a) a
{POST1} postorder = foldAT (\x ri rc rd $\rightarrow$ concat [ri, rc, rd, [x]]) [ ]

$foldAT :: (a \rightarrow b \rightarrow b \rightarrow b \rightarrow b) \rightarrow b \rightarrow ATa \rightarrow b$
{F0} foldAT f b Nil = b
{F1} foldAT f b (Tern a ri rc rd) = f a (foldAT f b ri) (foldAT f b rc) (foldAT f b rd)

Demostración (esqueleto, faltaría formalizar y emprolijar)

Por inducción estructural en t
P(t) = elem x (preorder t) = elem x (postorder t)

Caso base: P(Nil) = elem x (preorder Nil) = elem x (postorder Nil)

elem x (preorder Nil) $\underset{\{PRE1\}}{=}$ elem x (foldAT (\x ri rc rd $\rightarrow$ x : concat [ri, rc, rd]) [ ] Nil) $\underset{\{F0\}}{=}$ elem x [ ]

análogamente:
elem x (postorder Nil) $\underset{\{POST1\}}{=}$ elem x (foldAT (\x ri rc rd $\rightarrow$ concat [ri, rc, rd, [x]]) [ ] Nil) $\underset{\{F0\}}{=}$ elem x [ ]

Luego vale el caso base P(Nil)

Paso inductivo:

$$\forall \text{ h1 :: AT a}, \forall \text{h2 :: AT a}, \forall \text{h3 :: AT a}, \forall \text{r :: a},$$
$$\text{P(h1)} \wedge \text{P(h2)} \wedge \text{P(h3)} \wedge \implies \text{P(Tern a h1 h2 h3)}$$

Es decir, supongo que valen P(h1), P(h2), P(h3) y quiero ver que vale P(Tern a h1 h2 h3)
P(h1) = elem x (preorder h1) = elem x (postorder h1)
P(h2) = elem x (preorder h2) = elem x (postorder h2)
P(h3) = elem x (preorder h3) = elem x (postorder h3)
P(Tern a h1 h2 h3) = elem x (preorder (Tern a h1 h2 h3)) = elem x (postorder (Tern a h1 h2 h3))

elem x (postorder (Tern a h1 h2 h3)) $\underset{\{POST1\}}{=}$ elem x (foldAT (\x r1 rc rd $\rightarrow$ concat [ri, rc, rd, [x]]) []) (Tern a h1 h2 h3)
considero f = (\x r1 rc rd $\rightarrow$ concat [r1, rc, rd, [x]]) para facilitar la lectura.

$\underset{\{F1\}}{=}$ elem x ((f a (foldAT f [] r1) (foldAT f [] rc) (foldAT f [] rd)) (Tern a h1 h2 h3))
$\underset{aplico}{=}$ elem x ((\x r1 rc rd $\rightarrow$ concat [r1, rc, rd, [x]]) a (foldAT f [] h1) (foldAT f [] h2) (foldAT f [] h3))
$\underset{aplico}{=}$ elem x (concat [(foldAT f [] h1), (foldAT f [] h2), (foldAT f [] h3), [a]])

utilizando el siguiente lema : elem x (concat [a,b,c,d]) = elem x a || elem x b || elem x c || elem x d

$\underset{\{lema\}}{=}$ elem x (foldAT f [] h1) || elem x (foldAT f [] h2) || elem x (foldAT f [] h3) || elem x [a]
$\underset{\{POST1\}}{=}$ elem x (postorder h1) || elem x (postorder h2) || elem x (postorder h3) || elem x [a]

$\underset{\{HI's\}}{=}$ elem x (preorder h1) || elem x (preorder h2) || elem x (preorder h3) || elem x [a]
reordeno los términos
= elem x [a] || elem x (preorder h1) || elem x (preorder h2) || elem x (preorder h3)
$\underset{\{lema\}}{=}$ elem x concat [[a], (preorder h1), (preorder h2), (preorder h3)]
$\underset{\{des-aplico\}}{=}$ elem x (foldAT (\x ri rc rd → concat [[x], (preorder ri), (preorder rc), (preorder rd)]) (Tern a h1 h2 h3))
$\underset{\{PRE1\}}{=}$ elem x (preorder (Tern a h1 h2 h3))

Entonces, mediante una cadena de igualdades, concluyo que: elem x (preorder (Tern a h1 h2 h3)) = elem x (postorder (Tern a h1 h2 h3)), que es lo que quería probar.