



Proyecto Grupo Consolidado (GC)

1. TÍTULO DEL PROYECTO (Hasta 250 caracteres con espacios incluidos)

Problemas teóricos en ecuaciones diferenciales y cálculo de variaciones

2. DIRECTOR

2.1 Apellido y Nombres: **Mazzone, Fernando Darío**

2.2 DNI: **20080334**

2.3 Cargo Docente: **Profesor Asociado**

2.4. Dedicación: **Exclusivo**

2.5. Categoría Incentivos: **3**

3. CO-DIRECTOR

3.1 Apellido y Nombres:

3.2 DNI:

3.3 Cargo Docente:

3.4. Dedicación:

3.5. Categoría Incentivos:

4. UNIDAD EJECUTORA

4.1. Facultad: **Facultad de Ciencias Exactas**

4.2. Instituto, Departamento, Cátedra: **Matemática**

4.3. Teléfono: **03584676228**

4.4. e-mail: **fmazzone@exa.unrc.edu.ar**

4.5. Otras dependencias involucradas :

Departamento de Matemática-Facultad de Ciencias Exactas y Naturales UNLPam

5. DATOS ACADEMICOS

5.1. Palabras Claves (elegir hasta 5 palabras claves de hasta 20 caracteres)

1) **Cálculo** 2) **Variaciones** 3) **Sistemas** 4) **Hamiltonianos** 5) **Problemas inversos**

5.2 Áreas Prioritarias y Temas de Interés Institucional para la promoción de actividades de investigación – Resolución del Consejo Superior N° 299/15 Anexo I.

Área Prioritaria: **8. Desarrollo en Disciplinas Especificas**

Tema de interés Institucional: **8.1 Lógica y Matemática**

5.3. Tipo de Actividad de I+D: **Investigación Basica**

5.4. Disciplina de Investigación (La Tabla de Disciplinas esta disponible en la pagina Web de Ciencia y Técnica)

Código: **0702** Descripción: **Análisis y análisis funcional**

5.5. Campo de Aplicación (La Tabla de Campos de Aplicación esta disponible en la pagina Web de Ciencia y Técnica)

Código: **1110** Descripción: **Promoción general del conocimiento, ciencias exactas y naturales**

6. RESUMEN (Hasta 1700 caracteres con espacios incluidos)

Se prevé trabajar en el problema de hallar soluciones periódicas de sistemas dados por campos vectoriales definidos en espacios de Sobolev-Orlicz; concretamente, sistemas del tipo

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\dot{u} \phi(\dot{u})}{|\dot{u}|} \right) = \nabla F(t, u(t))$$

donde ϕ es la derivada de una N -función Φ . El operador diferencial del miembro izquierdo de la ecuación se suele denominar Φ -Laplaciano. En trabajos anteriores se obtuvieron resultados de existencia de soluciones periódicas. Se proseguirá en esta línea, tratando de extender nuestros resultados. Más específicamente, planificamos: 1) abordar el caso F no diferenciable, usando la noción de subdiferencial de Clarke. 2) Extender resultados de existencia, obtenidos en el marco del p -Laplaciano por técnicas de punto silla y por técnicas de dualidad al contexto del Φ -Laplaciano. Se considerará además extensiones a funciones Φ anisotrópicas y a problemas en derivadas parciales.

En otra línea de trabajo, se aplicarán técnicas variacionales y de optimización de forma a problemas de Stokes dependientes del tiempo en un dominio acotado Ω en el espacio tridimensional, conteniendo un cuerpo inaccesible D que se mueve en un fluido viscoso. El objetivo es determinar D o ciertos parámetros que lo describen (por ejemplo, su centro de masa y su matriz de rotación) en base a datos obtenidos en alguna porción de la frontera de Ω .

Se trabajará en el problema inverso de las configuraciones centrales y colineales del problema de los n -cuerpos, en especial en una conjetura de larga data.

7. RESUMEN EN INGLES (Optativo - para difusión - hasta 1700 caracteres con espacios incluidos)

We plan work on the problem of finding periodic solutions to systems given by vector fields defined in Sobolev-Orlicz spaces; in particular systems of the type

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\dot{u} \phi(\dot{u})}{|\dot{u}|} \right) = \nabla F(t, u(t))$$

here ϕ is the derivative of a function N -function Φ . The differential operator on the left side of equation is often referred as Φ -Laplacian. In a previous work, we get results about existence of periodic solutions. We will continue in this line, trying to extend our previous results. More specifically, we plan: 1) address the case F non differentiable using the notion of Clarke subdifferential. 2) Extend existence results obtained under the p -Laplacian context to the Φ -Laplacian applying saddle point and duality techniques. 3) We will consider extensions for Φ anisotropic and to partial differential equations problems

In another line of work, we will apply variational and shape optimization techniques to time-dependent Stokes problems in bounded domains Ω in three-dimensional space containing an inaccessible body D moving in a viscous fluid. The aim is to determine D or certain parameters that describe it (eg, its center of mass and rotation matrix) based on data from some portion of the border Ω .

We will plan work in the problem of collinear central configurations in the n -body problem, particularly in a old conjecture.

8. ANTECEDENTES DEL GRUPO DE TRABAJO especialmente los relacionados con la temática objeto de estudio
(hasta 1500 caracteres con espacios incluidos)

El interés por las ecuaciones diferenciales comenzó en el período 2000, cuando F. Mazzone estudio en la U.T. en Austin bajo la dirección de L. Caffarelli.

En 2005 se comenzó un proyecto de investigación dedicado a las ecuaciones diferenciales. En el marco de este proyecto se produjeron artículos, que fueron aceptados para publicar en reconocidas revistas (J. Nonlinear Analysis TMA, entre otras). Además se expusieron diversas comunicaciones, conferencias y posters en congresos del área. También se dirigieron y finalizaron cuatro tesis de grado (E. Schwindt, J. Barros, G. Beltritti y L. Buri) y actualmente hay dos en curso. El Lic. L. Buri continua su trabajo de tesis de maestría. Se estrecharon vínculos con investigadores de otras instituciones (J. Fernandez Bonder, UBA) y se mantuvo vínculos de investigación con exalumnos surgidos de este grupo (E. Schwindt, Université d'Orléans) y Gastón Beltritti (IMAL-Santa Fe), quien ha solicitado una beca posdoctoral, para ser realizada en la UNRC con la dirección de J. Rossi y la co-dirección de F. Mazzone. Se ha solicitado una beca doctoral para la futura Lic. en Matemática S. Demaría.

Respecto a los problemas de investigación contenidos en esta propuesta, el interés por ellos comenzó en 2013 en el marco de un grupo de investigación integrado por investigadores de la UNLPam (S., Acinas), UNRC y la Université d'Orléans, dirigido por F. Mazzone. En esta dirección se produjeron 2 artículos y se está elaborando un tercero.

9. DATOS ECONÓMICOS

(GC completar los tres años de ejercicio – GRF completar los dos años de ejercicio)

Total Solicitado en esta convocatoria: \$ 39000

9.1 OTRAS FUENTES DE FINANCIACION

En el caso de los proyectos de Grupos Consolidados, mientras el financiamiento externo total del grupo de investigación sea veinte (20) veces mayor al financiamiento anual propuesto en esta convocatoria, el financiamiento interno otorgado consistirá en un porcentaje no menor al 20%.

Esta información tiene carácter de declaración jurada

Código de Proyecto	Institución que lo Financia	Montos previstos (pesos)		
		Año 2016	Año 2017	Año 2018
		\$	\$	\$
		\$	\$	\$
		\$	\$	\$
		\$	\$	\$
		\$	\$	\$

9.2. PRESUPUESTO PARA EL 1º AÑO DE EJECUCION

En el formulario anexo: “*presupuesto-proyecto 2016*” debe completar:

Presupuesto correspondiente al 1º año de ejecución del proyecto.

Justificación del Presupuesto: Formular la justificación relacionando objetivos, actividades planteadas y erogaciones presupuestadas.

Aquí informe lo siguiente a modo de resumen:

PRESUPUESTO TOTAL 1º año	\$ 13000
Bienes de Consumo	\$ 1200
Servicios No Personales	\$ 3250
Bienes de Uso	\$ 3500
Becas	\$
Viáticos a Congresos	\$ 5050

.....
Lugar y Fecha

.....
Firma del Director

.....
Aclaración

10. AVALES INSTITUCIONALES

10.1. HIGIENE Y SEGURIDAD

Adjuntar el cuestionario de Higiene y Seguridad para determinar si el proyecto cumple con la normativa vigente.
(Disponible en la pagina de la Sec. de Ciencia y Técnica)

10.2. COMITÉ DE ETICA

Adjuntar el cuestionario provisto por el Comité de Ética para determinar si el proyecto debe contar con el aval correspondiente.
(Disponible en la pagina de la Sec. de Ciencia y Técnica)

10.3. ACADEMICO

Aval del Decano de la Facultad de radicación del proyecto.

...../...../.....

Lugar y Fecha

.....

Firma

.....

Aclaración

10.4. COBERTURA DE INTEGRANTES

Como autoridad de la Facultad en la que se ejecutará el proyecto Certifico que los integrantes del mismo cumplen con cobertura de una Aseguradora de Riesgo de Trabajo (ART).
En caso de resultar aprobado el proyecto, la Facultad se compromete a asegurar a aquellos que no lo estén.

...../...../.....

Lugar y Fecha

.....

Firma

.....

Aclaración

11. 1 INTEGRANTES Que contabilizan carga horaria*Adjuntar en CD el Curriculum del Director y el Codirector generado desde CVar**Título de Proyecto:*

<i>Condición</i>	<i>Apellidos</i>	<i>Nombres</i>	<i>Documento</i>	<i>Cargo en la Univ.</i>	<i>Categoría Incentivos</i>	<i>Ded.</i>	<i>Hs.</i>	<i>Firma</i>
Director	Mazzone	Fernando Darío	20080334	Profesor Asociado	Categoría 3	EX	25	
Docente UNRC	Giubergia	Graciela Olga	17105814	Profesor Adjunto	Categoría 4	EX	25	
Docente UNRC	Buri	Leopoldo	30032768	Ayudante de 1º	Sin Categoría	SE	15	
Docente UNRC	Demaría	Stefanía	34553319	Ayudante de 1º	Sin Categoría	SE	15	

11.2 INTEGRANTES Que NO contabilizan carga horaria
<i>Título de Proyecto:</i>

Condición	Apellido	Nombre	Documento	Dedicación en proy.	Completar según condición Ver indicaciones al pie	Firma
Becario EVC- CIN	Oviedo	Martina Guadalupe	37436499	6	Res. P.318/15 CIN.	
Docente de otra Institucion con convenio	Acinas	Sonia	25508872	6	UNLPam, Prof. Adjunto exclusivo	

Si es Docente en otra universidad: consignar Institución cargo y dedicación
Si pertenece a otra Institución (ej: INTA): consignar Institución
Si es alumno de grado: consignar Carrera y porcentaje de carrera aprobado
Si es Becario de Ayudantía, Colaborador en Investigación o Becario EVC-CIN: consignar Resolución de Aprobación

12.1. INTRODUCCION

- Antecedentes
- Hipótesis – Suposiciones – Preguntas de investigación.
- Objetivos: Indicar los objetivos, general y específicos, que se estiman alcanzar en el período por el que se solicita el subsidio.

1. Antecedentes

Dividiremos nuestra propuesta en tres líneas de trabajos.

1.1 Sistemas Hamiltonianos y espacios de Sobolev-Orlicz.

El proyecto abordará el estudio de la ecuación

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\dot{u} \Phi(|\dot{u}|)}{|\dot{u}|} \right) = \nabla F(t, u(t))$$

Aquí $u: [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^n$ y $F: [0, T] \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ es una *función de Carathéodory* que además es continuamente diferenciable respecto a x para casi todo $t \in [0, T]$ y ϕ es la derivada de una

N -función Φ . El operador diferencial $\frac{d}{dt} \left(\frac{\dot{u} \Phi(|\dot{u}|)}{|\dot{u}|} \right)$ se denomina Φ -Laplaciano, y cuando

$$\Phi(x) = \frac{x^p}{p}, p > 1 \text{ p-laplaciano, y simplemente laplaciano si } p=2.$$

También nos proponemos considerar la variante en forma de *inclusión diferencial*.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\dot{u} \Phi(|\dot{u}|)}{|\dot{u}|} \right) \in \partial F(t, u(t)),$$

donde la diferencia radica aquí en que F no se supone suave, sino Lipschitz y ∂ denota el subdiferencial de Clarke. También estudiaremos, más generalmente, *ecuaciones de Euler-Lagrange*:

$$\frac{d}{dt} D_y L(t, u(t), u'(t)) = D_x L(t, u(t), u'(t))$$

El objetivo es encontrar condiciones sobre F que garanticen la existencia de *soluciones periódicas*, i.e. soluciones que satisfacen $u(0) - u(T) = \dot{u}(0) - \dot{u}(T) = 0$. Se pretende usar métodos variacionales; i.e. hallar soluciones a través de puntos críticos de la *integral de acción*

$$I(u) = \int \Phi(|\dot{u}|) + F(t, u) dt$$

La coercitividad de la funcional I es un requisito importante para establecer existencia de soluciones por el método directo del cálculo de variaciones. Se han estudiado diversas condiciones que implican la coercitividad; a modo de ejemplo, podemos citar la subconvexidad y la sublinealidad de F . La subconvexidad fue considerada, para el Laplaciano o p-Laplaciano en diversos artículos [4-7]. La sublinealidad para el Laplaciano o p-Laplaciano fue tratada en [4-7, 2,8]. Por esta condición se entiende que se satisface que $|\nabla F(t, x)| \leq b_1(t)|x|^\mu + b_2(t)$, con $b_1, b_2 \in L^1([0, T])$ y $\mu < a_\Phi$. En el caso del p-Laplaciano aún se puede considerar el exponente crítico $\mu = a_\Phi$ para la sublinealidad (ver [7]) si se asume ciertas condiciones adicionales. En el marco del Φ -Laplaciano, la sublinealidad se estudió en [9] donde se mostró que no puede esperarse coercitividad con el exponente crítico. El Teorema del Paso de Montaña, el Teorema del Punto Silla de Rabinowitz y el Principio de Mínima Acción Dual fueron utilizados para sistemas Hamiltonianos involucrando el p-Laplaciano en [10,11,12]. Evidentemente, la aplicabilidad de cada una de estas técnicas requiere hipótesis específicas sobre el potencial F . Inclusiones diferenciales para sistemas Hamiltonianos que involucran el Laplaciano o p-Laplaciano fueron consideradas en [2,3] y en citas dentro de estas referencias.

Nuestro principal antecedente es nuestro artículo [1]. Allí se estudió un problema algo más general, a saber, las ecuaciones con estructura lagrangiana

$$\frac{d}{dt} D_y L(t, u(t), u'(t)) = D_x L(t, u(t), u'(t)) \quad \text{c.t.p.} \quad t \in [0, T]$$

$$u(0) - u(T) = u'(0) - u'(T) = 0$$

Aquí L es una función Lagrangiana que satisface las siguientes condiciones de estructura

$$|D_x L(t, x, y)| + |L(t, x, y)| \leq a(|x|)(b(t) + \Phi(\frac{|y|}{\lambda} + f(t))) \quad ,$$

$$|D_y L(t, x, y)| \leq a(|x|)(c(t) + \varphi(\frac{|y|}{\lambda} + f(t)))$$

donde $a: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$, $b \in L^1([0, T])$, $c \in L^\Psi([0, T])$ y $f \in E^\Phi([0, T])$, siendo Ψ la función complementaria de Φ y el espacio $E^\Phi([0, T])$ la clausura en $L^\Phi([0, T])$ de las funciones esencialmente acotadas. El abordaje fue variacional, más concretamente por el método directo del cálculo de variaciones, i.e. se buscaron soluciones como mínimos de la integral de acción. Si bien las hipótesis sobre L garantizan la finitud y diferenciabilidad de la integral de acción en el caso del p -Laplaciano, fue observado en [1] que en el caso del Φ -Laplaciano el dominio efectivo de la integral de acción es el conjunto $D^\Phi := W^1 L^\Phi \cap \{u | u' \in \Pi(E^\Phi, \lambda)\}$. En esta fórmula $W^1 L^\Phi$ es el espacio de Sobolev-Orlicz y $\Pi(E^\Phi, \lambda)$ es el conjunto $\{u \in L^\Phi : d(u, E^\Phi) < r\}$. En [1] fue hallada una hipótesis, a nuestro entender, novedosa que garantiza coercitividad, nos referimos a la condición que L es una función de oscilación acotada.

1.2 Problemas inversos en mecánica de fluidos

En el marco de la mecánica de fluidos, estamos interesados en estudiar ecuaciones de Stokes dependientes del tiempo. Trabajaremos en un dominio acotado Ω en el cual se encuentra un sólido inaccesible que se mueve en un fluido viscoso incompresible. Esta problemática ha sido abordada en numerosos libros y artículos científicos, entre ellos podemos citar [15, 17, 18, 19, 20]. Nos ocuparemos particularmente de problemas geométricos inversos: Un cuerpo rígido e inaccesible D es inmerso en un fluido viscoso e incompresible, de modo que D juega el rol de un obstáculo alrededor del cual el fluido se está moviendo en un dominio acotado Ω , y deseamos determinar D o ciertos parámetros que lo describen, en base a datos obtenidos en alguna porción de la frontera de Ω . En esta dirección, en [13], se prueba la identificabilidad y la estabilidad del sistema de Stokes, que permite la caracterización de un cuerpo rígido inmerso en un fluido, a través de ciertas mediciones (de las fuerzas de Cauchy y de la velocidad del fluido) en una parte de la frontera exterior. En [14] se realiza la reconstrucción numérica efectiva de dicho cuerpo. En [16] se muestran resultados de identificabilidad para un cuerpo rígido en movimiento, a partir de datos sobre una parte de la frontera, obtenidos en un tiempo positivo.

1.3 Configuraciones centrales en el problema de los n -cuerpos. Un sistema de n cuerpos en el espacio, interactuando gravitacionalmente, de masas m_i y posiciones espaciales $x_i(t)$, $i=1, \dots, n$, en tiempo t evoluciona según el sistema de ecuaciones diferenciales de los n -cuerpos

$$x_i''(t) = G \sum_{j \neq i} m_j \frac{x_j(t) - x_i(t)}{\|x_j(t) - x_i(t)\|^3}.$$

Una solución de las ecuación de los n -cuerpos se denomina *configuración central* si se satisface que

$$x_i'(t) = \lambda(t) x_i(t), \quad \text{para } i=1, \dots, n$$

donde λ es una función escalar desconocida de t . Una configuración central tal que todos los

cuerpos permanecen en una línea recta se denomina *configuración central colineal*.

En [23] F.R. Moulton encontró que un sistema central debe satisfacer ecuaciones de la forma $Am = -\lambda x$, donde A es una matriz antisimétrica que es función de las posiciones y $\lambda > 0$, y demostró que *para cada vector de masas m fijo y para todo $\lambda > 0$ existen esencialmente $n!/2$ soluciones distintas para las coordenadas x_i* .

Moulton también consideró el problema inverso, esto es, dadas las posiciones x encontrar las masas m que hacen al sistema central y colineal. Este problema resulta en determinar si un sistema de ecuaciones lineales tiene solución. Esto ocurre si $\det(A) \neq 0$. Pero si n es impar, como A es antisimétrica, $\det(A)=0$. Aún así Moulton observó que el sistema puede ser soluble. Si A es una matriz antisimétrica existe un polinomio $Pf(A)$ (que se denomina *Pfaffiano*) de las entradas de A , tal que $\det(A) = (Pf(A))^2$. La solubilidad del problema inverso está asociada a la no anulación de Pfaffianos de ciertas matrices antisimétricas y de orden par. La conjetura de que estos Pfaffianos son no nulos data en más de un siglo y fue hecha por H. E. Buchanan.

Un renovado interés en la investigación del problema inverso de la configuración central colineal se produjo a partir del artículo [22], ver [21,24]. En [22] A. Albouy y R. Moeckel obtuvieron una demostración asistida con computadora de que los Pfaffianos son no nulos para matrices de orden n par con $n \leq 6$. En [21] Z. Xie dió demostraciones analíticas.

2. Hipótesis y Objetivos

2.1 Sistemas Hamiltonianos y espacios de Sobolev-Orlicz.

Nuestro primer objetivo es aplicar el método directo del cálculo de variaciones. Como se mencionó, este método fue aplicado con éxito, bajo la suposición de que F es de oscilación acotada. Nuestro plan es analizar qué ocurre bajo otras suposiciones, que han mostrado ser productivas para el p -Laplaciano. Por ejemplo, las ya mencionadas, sublinealidad y subconvexidad. Esperamos que estas hipótesis nos brinden la necesaria condición de coercitividad, lo que permite encontrar mínimos de la integral de acción. Las discusiones anteriores deben ser integradas para obtener la existencia de mínimos de la integral de acción y de soluciones de las respectivas ecuaciones de Euler-Lagrange. También se planea implementar técnicas diferentes al método directo, por ejemplo el Teorema de Punto Silla de Rabinowitz, el Teorema del Paso de la Montaña, el Principio de Mínima Acción Dual, etc. Cada una de estas técnicas fue aplicada con éxito al caso del p -Laplaciano, de modo que estimamos que debe ser posible extenderlas al Φ -Laplaciano en condiciones apropiadas.

Otras posibles generalizaciones y extensiones de la teoría que están en nuestra agenda de investigación son:

- 1) Consideración de N -funciones anisotrópicas, i.e. N -funciones $\Phi: \mathbb{R}^n \rightarrow [0, +\infty)$ tales que $\Phi(x)$ no depende sólo de $|x|$.
- 2) Problemas de integrales múltiples y ecuaciones en derivadas parciales.
- 3) Abordar el problema por medio de métodos topológicos.
- 4) En recientes artículos se consideraron funciones Φ con dominios o codominios acotados, por ejemplo en el caso del péndulo relativista y operadores del tipo de curvatura media. Este tipo de funciones no incluye a las N -funciones; sin embargo, la Teoría de Espacios de Orlicz se ha extendido a tipos más generales que las N -funciones, por ejemplo a funciones con un dominio efectivo acotado. Es interesante tratar de extender la teoría a este tipo de funciones Φ .

2.2 Problemas inversos en mecánica de fluidos

En una primera etapa, y bajo la suposición de que el cuerpo es rígido, el objetivo es caracterizarlo por medio de dos parámetros: su centro de masa y su matriz de rotación. Pretendemos obtener tales parámetros en base a datos obtenidos en alguna porción de la frontera de Ω . El procedimiento que llevaremos adelante es minimizar un funcional adecuado, para lo cual utilizaremos optimización de formas. En una segunda etapa, a partir

de los resultados que se obtengan, se prevé realizar una implementación numérica.

2.3 Configuraciones centrales en el problema de los n-cuerpos.

La hipótesis central de nuestra propuesta es la validez de la conjetura de H. E. Buchanan sobre la no anulación de los Pfaffianos de orden par descriptos en el ítem de antecedentes. El objetivo es demostrar esta conjetura.

12.2. METODOLOGIA

- *Métodos y técnicas a emplear*
- *Tratamiento de los datos, análisis estadísticos, etc.*

La matemática es una ciencia fundamentalmente deductiva, es decir que la validación de resultados surge pura y exclusivamente del razonamiento, no jugando un rol para esto la experimentación. La metodología primaria es pues la reflexión tendiente a producir razonamientos lógicos y matemáticamente aceptados que fundamenten las conclusiones obtenidas.

12.3. PLAN DE TRABAJO

Incluye cronograma de actividades.

En los casos que corresponda, señalar también la característica y tipo de producto que espera obtener (normas y manuales de procedimientos, desarrollo de tecnología, patentes, intervenciones, planes de acción, etc.)

Sistemas Hamiltonianos y espacios de Sobolev-Orlicz. Participarán de esta línea, S. Acinas, L. Buri, S. Demarías y F. Mazzone. S. Acinas y F. Mazzone trabajarán en aplicar el principio de mínima acción dual y el método minimax al contexto del Φ -laplaciano, tratando de extender los resultados de [10,11,12]. Se esperan publicar 2 artículos con los resultados obtenidos y presentar un número no menor de comunicaciones en eventos científicos.

L. Buri, bajo la dirección de F. Mazzone, aplicará el método directo del cálculo de variaciones a sistemas Hamiltonianos con el Φ -laplaciano y un potencial que es suma de un potencial sublineal y uno subconvexo. El producto de esta investigación será su tesis para la Maestría en Matemática Aplicada (UNRC), una comunicación científica y un artículo. A continuación de estos trabajos, L. Buri intentará abordar la cuestión de integrales múltiples.

S. Demarías, bajo la dirección de F. Mazzone, estudiará el caso de potenciales que tienen subdiferenciales en el sentido de Clarke. Se obtendrán resultados que serán parte de su tesis doctoral, que se presentarán en congresos y se espera publicar un artículo en el período de ejecución del proyecto. Cabe señalar que esta propuesta de tema de investigación fue presentada como plan de beca doctoral en la convocatoria 2015 del CONICET.

Problemas inversos en mecánica de fluidos. Esta línea será ejecutada por G. Giubergia en sociedad con otros investigadores externos al proyecto. Se espera publicar un artículo y hacer dos o tres comunicaciones en eventos científicos.

Configuraciones centrales en el problema de los n-cuerpos. La alumna Martina Oviedo, bajo la dirección de F. Mazzone, investigará en esta dirección, como fuera previsto en su plan de beca EVC-CIN, que concluye en 08/2016. El fruto principal de este trabajo es la monografía final de la Lic. en Matemática y de tener éxito en la investigación, el problema aparenta ser difícil y por consiguiente las probabilidades de éxito son menores, se producirá un artículo y comunicación.

Además de las actividades consignadas, cabe mencionar que F. Mazzone fue propuesto como codirector de la beca posdoctoral de G. Beltritti, a ser desarrollada en nuestra institución. En caso de que el postulante reciba la beca solicitada, los problemas que se

aborden en esta línea de investigación, que tratan con operadores no locales, pueden ser integrados al resto del proyecto.
Se prevé la realización de un seminario permanente con el propósito de integrar las diferentes líneas de investigación.

1º Año												
Actividades	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
Seminario permanente	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Cursos doctorado (S. Demaria)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Tesina lic. e investigación (Oviedo)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lectura de trabajos (Giubergia)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Investigación Giubergia (1)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Investigación (Acinas Mazzone) (2)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Redacción exposición resultados (2)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Investigación (Buri) (3)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Exposición, redacción y defensa tesis (3)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Lectura bibliografía (Acinas-Mazzone)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Dictado cursos posgrado	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2º Año												
Actividades	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
Seminario Permanente	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Cursos doctorado (S. Demaria)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Lectura bibliografía (Buri)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Lectura art. ptos. silla (Acinas-Mazzone)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Inv. Puntos silla(4)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Redacción, exposición (4)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Redacción de resultados (1)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lectura bibliografía (Giubergia)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Investigación Giubergia (5)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Exposición inv. 2015 (Acinas-Mazzone)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Dictado cursos posgrado	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3º Año												
Actividades	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
Seminario Permanente	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Inv. Demaría- Mazzone(6)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Exposición, redacción (6)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Inv. Φ anisotrópica (Acinas-Mazzone) (7)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Redacción, exposición resultados (7)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Investigación (Buri-Mazzone)(8)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Investigación Giubergia(9)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Dictado cursos posgrado	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Redacción, exposición (5)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Redacción, exposición (9)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

12.4 BIBLIOGRAFIA

- [1] Acinas, S., Buri, L., Giubergia, G., Mazzone, F., & Schwindt, E. (2015). Some existence results on periodic solutions of Euler–Lagrange equations in an Orlicz–Sobolev space setting. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications*, 125, 681–698.
- [2] D. Pasca. Periodic solutions of second-order differential inclusions systems with p-Laplacian. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 325(1):90–100, 2007.
- [3] D. Pasca and C.-L. Tang. Subharmonic solutions for nonautonomous sublinear second-order differential inclusions systems with p-Laplacian. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications*, 69(4):1083–1090, 2008.
- [4] F. Zhao and X. Wu. Periodic solutions for a class of non-autonomous second order systems. *J. Math. Anal. Appl.*, 296(2):422–434, 2004.
- [5] F. Zhao and X. Wu. Existence and multiplicity of periodic solution for non-autonomous secondorder systems with linear nonlinearity. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications*, 60(2):325–335, 2005.
- [6] X.-P. Wu and C.-L. Tang. Periodic solutions of a class of non-autonomous second-order systems. *J. Math. Anal. Appl.*, 236(2):227–235, 1999.
- [7] X. Tang and X. Zhang. Periodic solutions for second-order Hamiltonian systems with a p-Laplacian. *Ann. Univ. Mariae Curie-Skłodowska Sect. A*, 64(1):93–113, 2010.
- [8] C.-L. Tang. Periodic solutions for nonautonomous second order systems with sublinear nonlinearity. *Proc. Amer. Math. Soc.*, 126(11):3263–3270, 1998.
- [9] S. Acinas and F. Mazzone. Periodic solutions of Euler-Lagrange equations with “sublinear nonlinearity” in an Orlicz-Sobolev space setting. En elaboración.
- [10] S. Ma and Y. Zhang. Existence of infinitely many periodic solutions for ordinary p-Laplacian systems. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 351(1):469–479, 2009.
- [11] B. Xu and C.-L. Tang. Some existence results on periodic solutions of ordinary p-Laplacian systems. *J. Math. Anal. Appl.*, 333(2):1228–1236, 2007.
- [12] Y. Tian and W. Ge. Periodic solutions of non-autonomous second-order systems with a p-Laplacian. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications*, 66(1):192–203, 2007.
- [13] C. Alvarez, C. Conca, L. Fritz, O. Kavian, and J. H. Ortega. Identification of immersed obstacles via boundary measurements. *Inverse problems*, 21(5):1531–1552, 2005.
- [14] C. Alvarez, C. Conca, R. Lecaros, and J. H. Ortega. On the identification of a rigid body immersed in a fluid: A numerical approach. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 32:919–925, 2008.
- [15] L. Cattabriga. Su un problema al contorno relativo al sistema di equazioni di Stokes. *Rend. Sem. Mat. Univ. Padova*, 31:308–340, 1961.
- [16] C. Conca, E. Schwindt, and T. Takahashi. On the identifiability of a rigid body moving in a stationary viscous fluid. *Inverse problems*, 28(1):015005, 22, 2012.
- [17] G.P. Galdi. An introduction to the mathematical theory of the Navier-Stokes equations. Vol I, Linearized steady problems. (volumen 38 of Springer Tracts in Natural Philosophy). Springer-Verlag, New York, 1994.
- [18] H. Goldstein. *Classical mechanics*. Addison-Wesley Press, Inc, Cambridge, Mass., 1951.
- [19] P.A. Raviart and J. M. Thomas. Introduction à l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles. Collection Mathématiques Appliquées pour la Maîtrise. [Collection of Applied Mathematics for the Master's Degree]. Masson, Paris, 1983.
- [20] J. Simon. Differentiation with respect to the domain in boundary value problems. *Num. Funct. Anal. Optim.* 2:649–687, 1980.
- [21] Xie, Z. An analytical proof on certain determinants connected with the collinear central configurations in the n-body problem. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 118(1), 89–97.(2014).
- [22] Albouy, A., & Moeckel, R. The inverse problem for collinear central configurations.

Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 77(2), 77-91.(2000).

[23] Forest R Moulton. The straight line solutions of the problem of n bodies. *The Annals of Mathematics*, 12(1):1-17, 1910.

[24] Tiancheng Ouyang and Zhifu Xie. Collinear central configuration in four-body problem. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 93(1-4):147-166, 2005.