

País

CABA

# HACIA UN MODELO EPIDEMIOLOGICO para el **COVID-19** en el **SUR PROVINCIA CÓRDOBA**



Seminario de formación e investigación: "Tópicos de la modelización y estimación de la propagación de Covid-19"  
Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas,  
Físico-Químicas



# Plan de la charla

Objetivos

Recursos y resultados

Datos

Lenguajes, librerías y alojamiento web

Visualización

Modelización

    Descripción modelo

    Resultados

Hacia un modelo superador

Heterogeneidad espacial

Discretizando el tiempo

Haciendo jugar al azar

Azar+heterogeneidad

# Objetivos

1. Proveer herramientas matemáticas de análisis e interpretación de datos y de predicción de la evolución de la epidémia del COVID-19, con especial atención en la región del Sur de Córdoba.

# Objetivos

1. Proveer herramientas matemáticas de análisis e interpretación de datos y de predicción de la evolución de la epidémia del COVID-19, con especial atención en la región del Sur de Córdoba.
2. Promover el diálogo entre distintas áreas de la matemática a los efectos de abordar el problema desde una perspectiva integral. Los fenómenos que se pretenden modelar son complejos y requieren una respuesta compleja que involucra varios temas: Sistemas Dinámicos, Control Óptimo, Probabilidad, Estadística, EDO, PDE, Optimización.

# Objetivos

1. Proveer herramientas matemáticas de análisis e interpretación de datos y de predicción de la evolución de la epidémia del COVID-19, con especial atención en la región del Sur de Córdoba.
2. Promover el diálogo entre distintas áreas de la matemática a los efectos de abordar el problema desde una perspectiva integral. Los fenómenos que se pretenden modelar son complejos y requieren una respuesta compleja que involucra varios temas: Sistemas Dinámicos, Control Óptimo, Probabilidad, Estadística, EDO, PDE, Optimización.
3. Fomentar el estudio teórico de los modelos epidemiológicos.

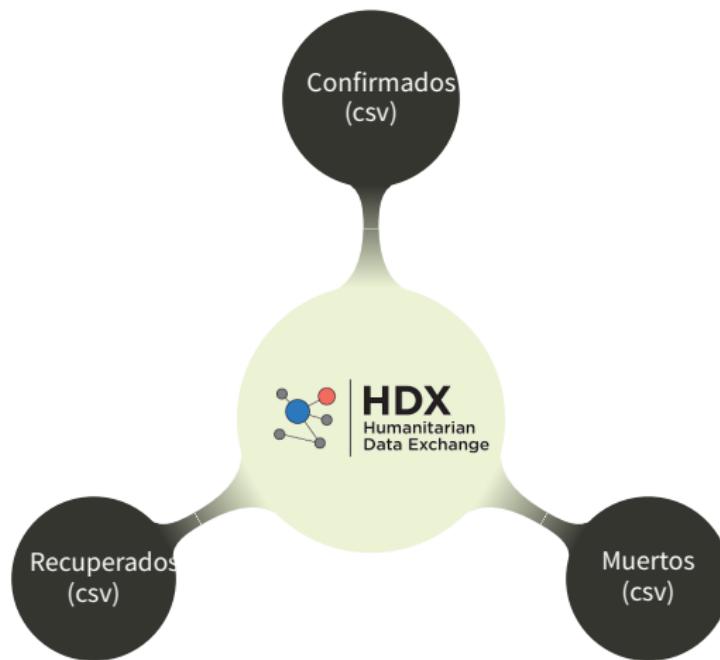
# Fuente de datos internacionales

UN Office for the Coordination of Humanitarian Affairs (OCHA)

The screenshot shows the official website of the United Nations Office for the Coordination of Humanitarian Affairs (OCHA). The header features the OCHA logo and navigation links for About OCHA, Where We Work, Funding, Research and Reports, Media Centre, Jobs, and a red 'DONATE' button. A search icon is also present. The main visual is a photograph of five individuals (four adults and one child) sitting on the floor inside a tent, all wearing blue surgical masks. They appear to be in a temporary shelter or field office setting, with papers and a small pink bowl on the floor in front of them. In the bottom right corner of the image, there is a dark overlay with the text 'OCHA AND COVID-19' in white, with a 'LEARN MORE' button below it. The browser's address bar shows the URL https://www.unocha.org.

# Fuente de datos internacionales

The Humanitarian Data Exchange: estardares de lenguaje y herramientas visualización.



# Fuente de Datos Nacionales



Datasets Series Organizaciones

## Casos COVID-19

Información actualizada diariamente a las 20:00 hs. notificando CASOS COVID-19 registrados en el país con un corte del día a las 17:45 hs.

DESCARGAR

## Campos de este recurso

Titulo de la columna	Tipo de dato	Descripción
id_evento_caso	Número entero (integer)	Número de caso
SEXO	Texto (string)	Sexo
edad	Número entero (integer)	Edad
edad_anos_meses	Texto (string)	Edad indicada en meses o años
residencia_pais_nombre	Texto (string)	País de residencia
residencia_provincia_nombre	Texto (string)	Provincia de residencia
residencia_departamento_nombre	Texto (string)	Departamento de residencia
carga_provincia_nombre	Texto (string)	Provincia de establecimiento de carga
fecha_inicio_sintomas	Fecha ISO-8601 (date)	Fecha de inicio de síntomas
fecha_apertura	Fecha ISO-8601 (date)	Fecha de apertura del caso
sepi_apertura	Número entero (integer)	Semana Epidemiológica de fecha de apertura
fecha_internacion	Fecha ISO-8601 (date)	Fecha de internación
cuidado_intensivo	Texto (string)	Indicación si estuvo en cuidado intensivo
fecha_cui_intensivo	Fecha ISO-8601 (date)	Fecha de ingreso a cuidado intensivo en el caso de corresponder
fallecido	Texto (string)	Indicación de fallecido
fecha_fallecimiento	Tiempo ISO-8601 (time)	Fecha de fallecimiento en el caso de corresponder
asistencia_respiratoria_mecanica	Texto (string)	Indicación si requirió asistencia respiratoria mecánica
carga_provincia_id	Número entero (integer)	Código de Provincia de carga
origen_financiamiento	Texto (string)	Origen de financiamiento
clasificacion	Texto (string)	Clasificación manual del registro
clasificacion_resumen	Texto (string)	Clasificación del caso
residencia_provincia_id	Número entero (integer)	Código de Provincia de residencia

# Fuente de Datos Nacionales



Datasets Series Organizaciones

Nombre de la columna	Tipo de dato	Descripción
fecha_diagnostico	Tiempo ISO-8601 (time)	Fecha de diagnóstico
residencia_departamento_id	Número entero (integer)	Código de Departamento de residencia
ultima_actualizacion	Fecha ISO-8601 (date)	Última actualización

Al 7/10/2020:  
[2420979 rows x 25 columns] 550 MB

# Cartografía

## Instituto Geográfico Nacional

Instituto Geográfico Nacional | de la República Argentina - Mozilla Firefox

Archivo Editar Ver Histórial Marcadores Herramientas Ayuda

python - Búsqueda de Google X Instituto Geográfico Nacional X +

https://www.ign.gob.ar

Traductor de Google Más visitados Exactas UNLPam Universidad Naciona... Facultad de Ciencias ... http://www.bnai.com... http://www.conicet.g... AFIP http://dmat.exa.unrc... Argentina Ministerio de Defensa

IGN

Nuestro Instituto Nuestras Actividades Nuestros Servicios

INSTITUTO GEOGRÁFICO NACIONAL

Información geoespacial

Geodesia

Sensores remotos

Geografía

Cartografía

Geoportal

Menú

Dinámica COVID-19 ...

[Sin nombre]-1.0 (Co...)

Instituto Geográfico ...

EVENTOS

8 / 52

# Demografía

## Instituto Nacional de Estadísticas y Censo



Instituto Nacional de  
Estadística y Censo  
República Argentina

[IR AL SITIO ANTERIOR](#) | [TRANSPARENCIA](#) | [ENGLISH](#)



Buscar



ESTADÍSTICAS

SERVICIOS Y HERRAMIENTAS

EL INDEC

COMUNICACIÓN

CONTACTO



**45.376.763**

Población

Estimación 2020



**13,1%**

Tasa de desocupación  
Segundo trimestre 2020



**2,8%**

Precios al consumidor  
Septiembre 2020



**-0,9%**

Índice de producción  
industrial manufacturero  
Agosto 2020



**1,1%**

Estimador mensual de  
actividad económica  
Julio 2020

### Noticias



Encuestas cualitativas de  
comercio



Cuenta de generación del  
ingreso e insumo de mano

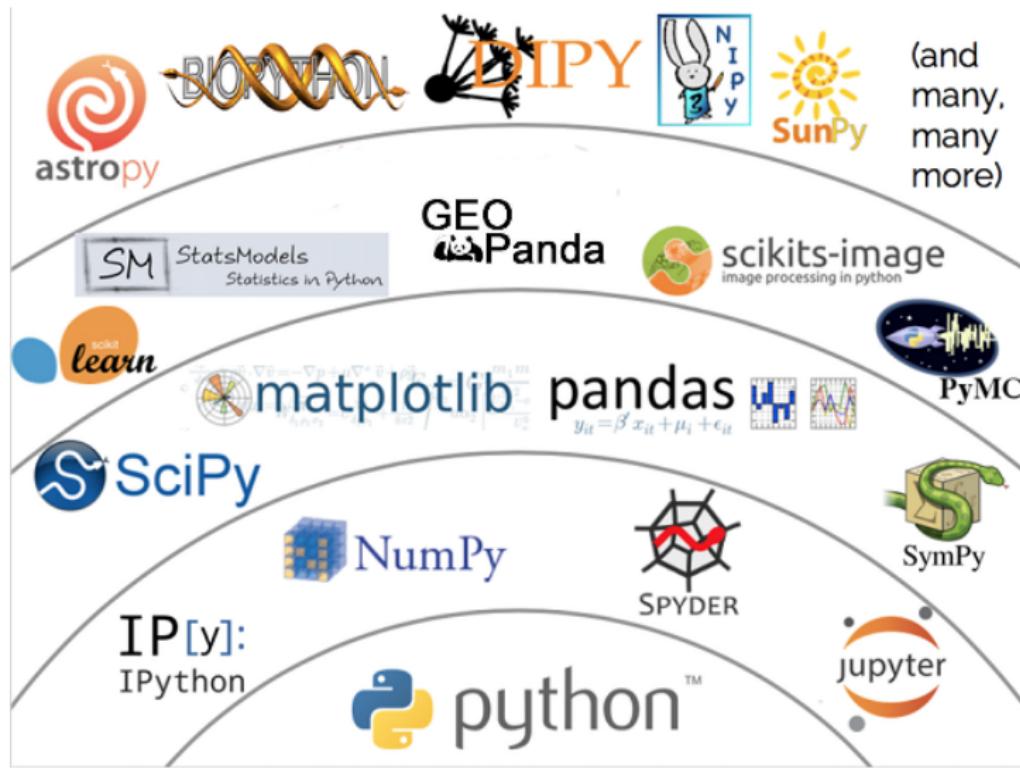
### Calendario de difusión

Octubre 2020						
Dom	Lun	Mar	Miér	Jue	Vie	Sab
			1	2	3	
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17

No hay publicaciones en la  
fecha seleccionada.

# Lenguajes y librerías

## Python



# Alojamiento proyecto git hub

fdmazzone/COVID-19: Rutinas para modelizar la epidemia COVID-19 - Mozilla Firefox

Archivo Editar Ver Historial Marcadores Herramientas Ayuda

WhatsApp fdmazzone/COVID-19: Rutina +

Traductor de Google Más visitados Exactas UNLPam Universidad Naciona Facultad de Ciencias ... http://www.bna.com... http://www.conicet.g... AFIP http://dmat.exa.unrc...

fdmazzone / COVID-19

<> Code Issues Pull requests Actions Projects Wiki Security Insights Settings

master · 1 branch · 0 tags

Go to file Add file Code

**About**  
Rutinas para modelizar la epidemia COVID-19

Readme

**Releases**  
No releases published Create a new release

**Packages**  
No packages published Publish your first package

**Environments** 1

github-pages Active

**Languages**

Python 100.0%

master · 1 branch · 0 tags

fdmazzone 8-10-2020 3e93fes 21 hours ago 61 commits

Experiments 3-10-no se que cambios hay 6 days ago

Imagenes Varios cambios 29 days ago

programas 8-10-2020 21 hours ago

README.md Varios cambios 29 days ago

README.md

## COVID-19

### Librería para modelizar y visualizar la epidemia COVID-19

Se proveen dos modulos, uno de modelización y uno de visualización.

- FitSEIR.py: contiene varias funciones con la finalidad de descargar datos mundiales y Argentinos ([Ministerio de Salud de la República Argentina](#)), actualizados sobre la pandemia de COVID-19 y ajustar los parámetros de un modelo SEIR a estos datos.

Menú Inbox - fdmazzone... fdmazzone/COVID-19... content.tex - Kile Programa de manip...

# Página web proyecto

git hub

Instituto Geográfico Nacional COVID-19-Mat.UNRC

Más visitados | Exactas UNLPam | Universidad Naciona... | Facultad de Ciencias ... | http://www.bna.com... | http://www.conicet.g... | AFIP | http://

## COVID-19-Mat.UNRC

[View On GitHub](#)

**Visualización Datos**

- Animaciones
  - Córdoba, casos acumulados 01/04/2020-02/10/2020
  - Argentina, casos acumulados 01/04/2020-02/10/2020
  - AMBA casos acumulados y diarios 01/04/2020-06/10/2020
    - Argentina
    - Córdoba
    - Departamento Río Cuarto
- Modelización**
  - Argentina
  - Provincias

Project maintained by [fdmazzone](#)

Hosted on GitHub Pages - Theme by [mattgraham](#)

**Casos acumulados última semana**

**Casos Totales**  
Argentina(2020-09-26 , 2020-10-02)

**Casos cada 100k**  
Argentina(2020-09-26 , 2020-10-02)

**Córdoba**

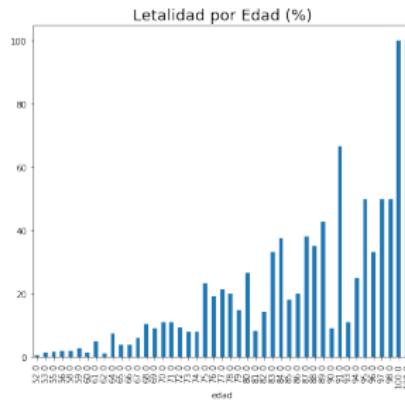
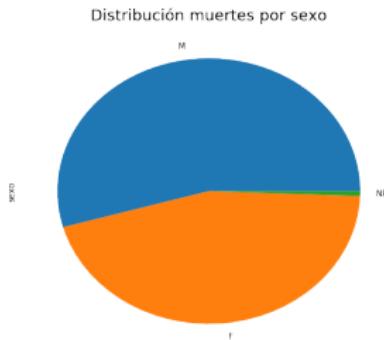
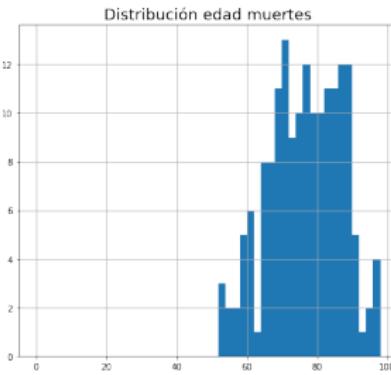
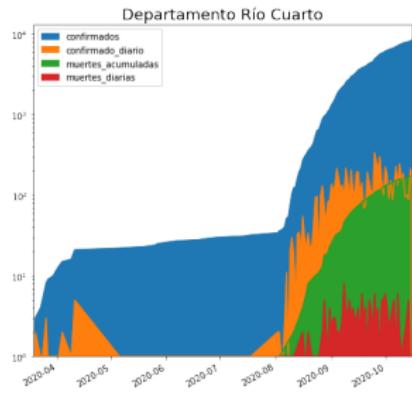
# Animaciones

Córdoba

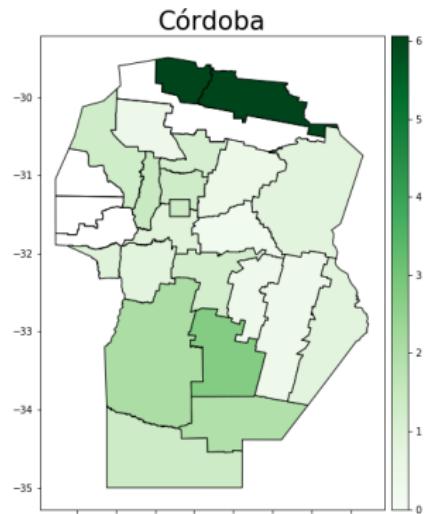
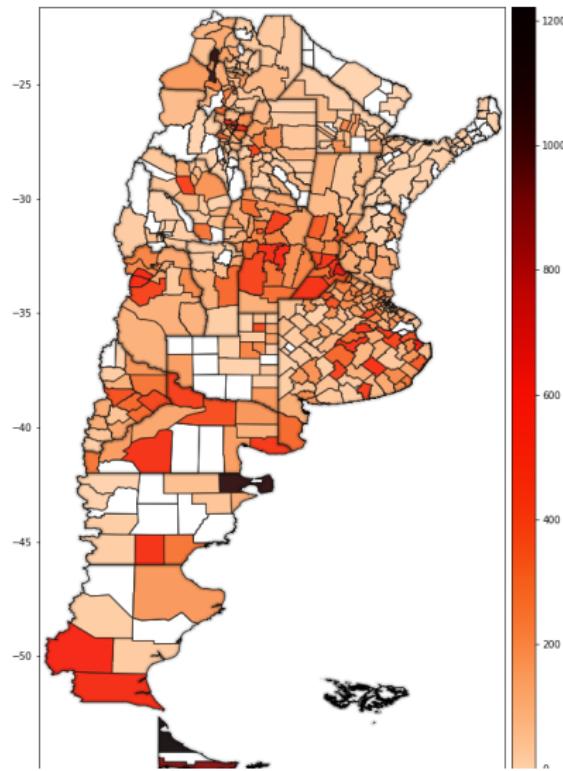
# Animaciones

La Pampa

# Estadísticas



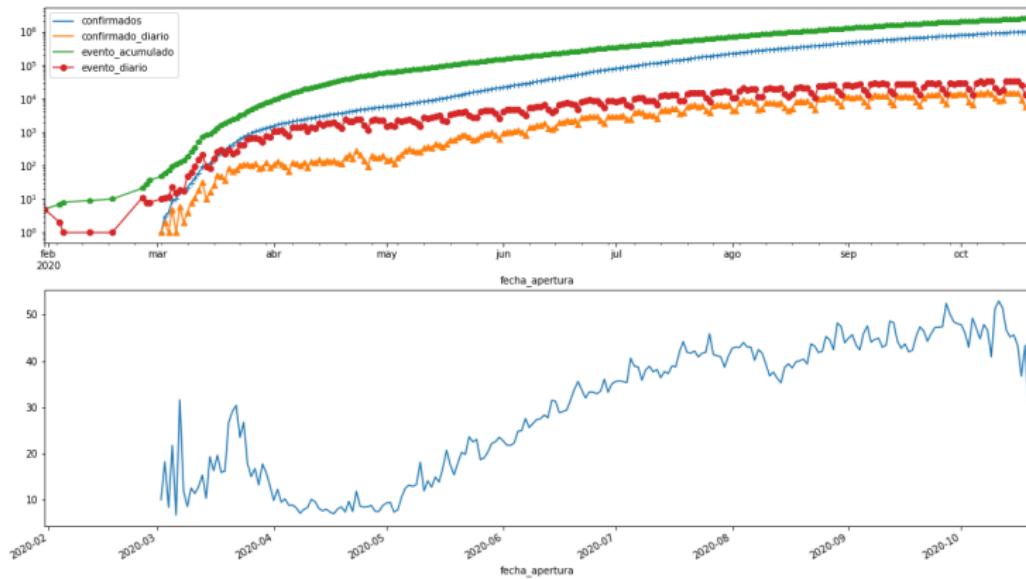
# Información regionalizada



Letalidad

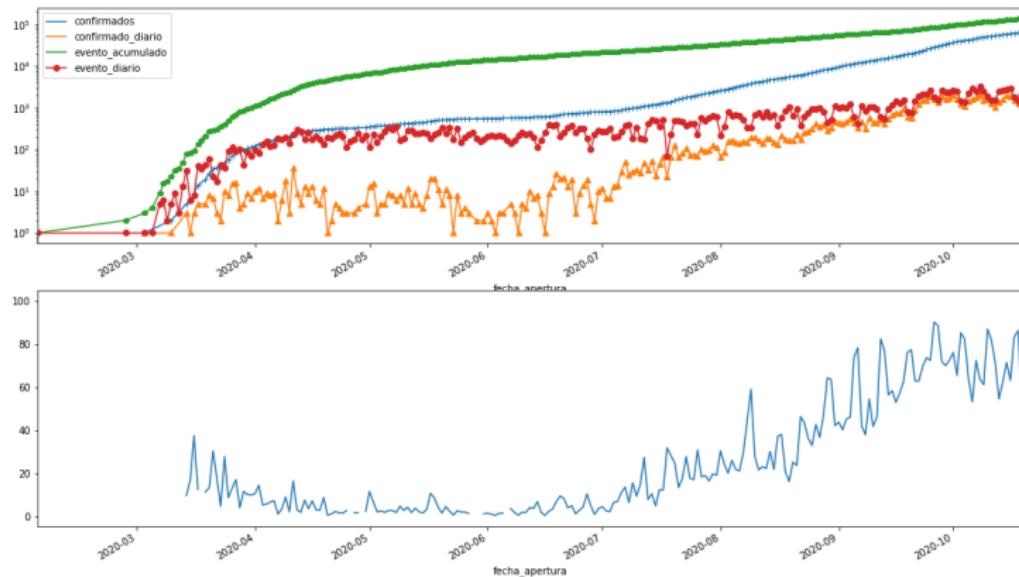
# Testeos

## Argentina



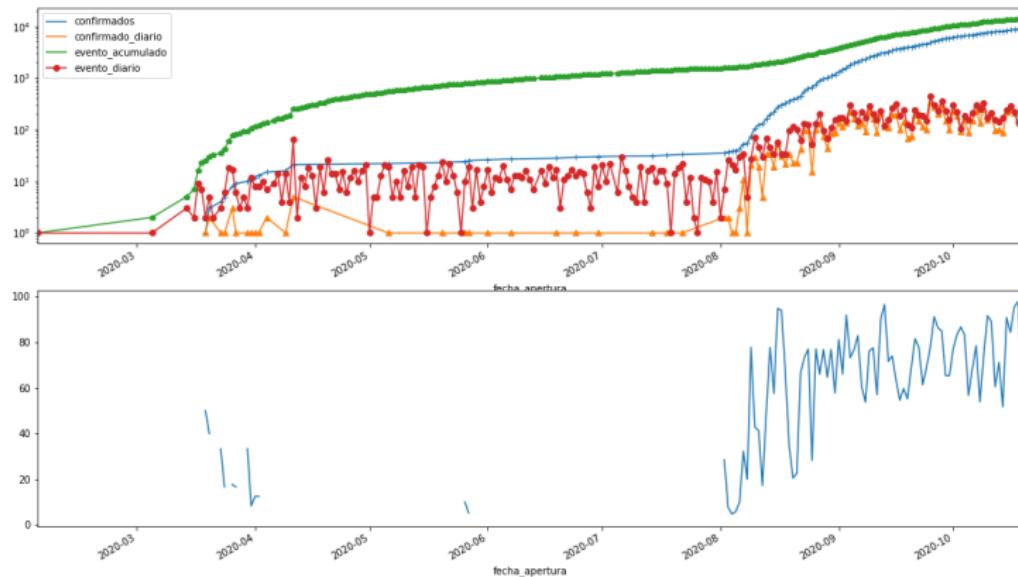
# Testeos

## Córdoba



# Testeos

## Río Cuarto



# Página 12

21 de octubre de 2020 | EDICIÓN IMPRESA | [PDF](#)

SECCIONES Y SUPLEMENTOS ▾ El país | Economía | Sociedad | Cultura y Espectáculos | Deportes | El mundo | Contratapa

SOCIEDAD

CORONAVIRUS

GINÉS GONZÁLEZ GARCÍA

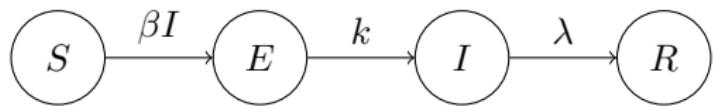
20 de octubre de 2020 · Actualizado hace 5 hs

Eso elevó falsamente la tasa de positividad y bajó el número total de test realizados.

## Coronavirus en Argentina: Ginés González García reveló que algunas provincias sólo comunicaban los test positivos

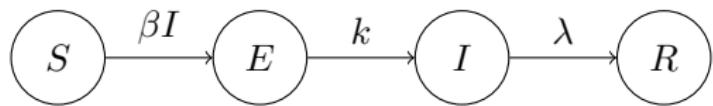
Entre ellas están algunas de las más grandes como Córdoba y Santa Fe. Al no informar sobre los negativos, quedaba subregistro el número de test global y elevada a niveles sorprendentes la tasa de positivos. Las explicaciones surgieron en el marco de la decisión de la ONG Our World in Data de suspender en sus bases de datos la información sobre test en Argentina.

# Modelo SEIR



$$\begin{cases} S' = -\beta IS, \\ E' = \beta IS - kE \\ I' = kE - \lambda I, \\ R' = \lambda I \end{cases}$$

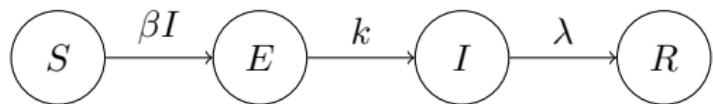
# Modelo SEIR



$$\begin{cases} S' = -\beta IS, \\ E' = \beta IS - kE \\ I' = kE - \lambda I, \\ R' = \lambda I \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \hat{S}' = -\mathcal{R}_0 \hat{I} \hat{S}, \\ \hat{E}' = \mathcal{R}_0 \hat{I} \hat{S} - q \hat{E} \\ \hat{I}' = q \hat{E} - \hat{I}, \\ \hat{R}' = \hat{I} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \hat{S} &:= S/N & s &:= t \boxed{\lambda} \\ \hat{E} &:= E/N & \mathcal{R}_0 &:= \boxed{\beta N} / \lambda \\ \hat{I} &:= I/N & q &:= \boxed{k} / \lambda \\ \hat{R} &:= R/N \end{aligned}$$

# Modelo SEIR



$$\begin{cases} S' = -\beta IS, \\ E' = \beta IS - kE \\ I' = kE - \lambda I, \\ R' = \lambda I \end{cases} \xrightarrow{\quad} \begin{cases} \hat{S}' = -\mathcal{R}_0 \hat{I} \hat{S}, \\ \hat{E}' = \mathcal{R}_0 \hat{I} \hat{S} - q \hat{E} \\ \hat{I}' = q \hat{E} - \hat{I}, \\ \hat{R}' = \hat{I} \end{cases}$$

$$\hat{S} := S/N \quad s := t/\lambda \quad \frac{1}{\lambda}: \text{Periodo infecciosidad}$$

$$\hat{E} := E/N \quad \mathcal{R}_0 := \frac{\beta N}{\lambda} \quad \text{Número reproductivo básico}$$

$$\hat{I} := I/N \quad q := k/\lambda \quad \frac{1}{k}: \text{Periodo exposición}$$

# Parámetros y su significado

1.  $\beta$ : Cantidad de contactos estrechos entre dos individuos por unidad de tiempo.

# Parámetros y su significado

1.  $\beta$ : Cantidad de contactos estrechos entre dos individuos por unidad de tiempo.
2. Contacto estrecho: contacto capaz de trasmitir la enfermedad

# Parámetros y su significado

1.  $\beta$ : Cantidad de contactos estrechos entre dos individuos por unidad de tiempo.
2. Contacto estrecho: contacto capaz de trasmitir la enfermedad
3.  $\lambda^{-1}$ : Periodo Infecciosidad tiempo en que un infeccioso permanece como tal.

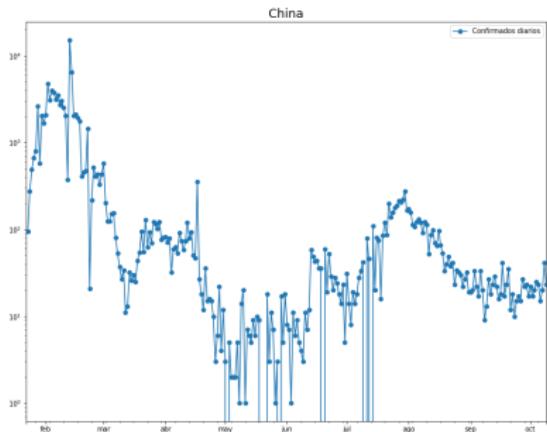
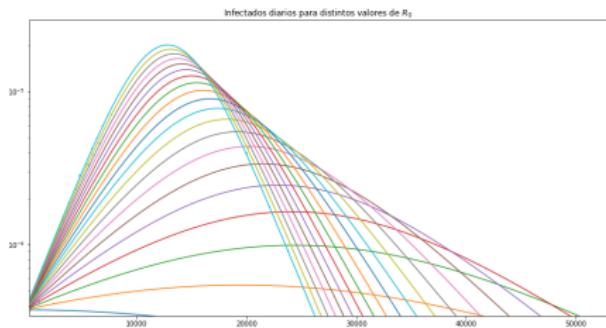
# Parámetros y su significado

1.  $\beta$ : Cantidad de contactos estrechos entre dos individuos por unidad de tiempo.
2. Contacto estrecho: contacto capaz de trasmitir la enfermedad
3.  $\lambda^{-1}$ : Periodo Infecciosidad tiempo en que un infeccioso permanece como tal.
4.  $k^{-1}$ : Periodo exposición tiempo en que un expuesto permanece como tal.

# Parámetros y su significado

1.  $\beta$ : Cantidad de contactos estrechos entre dos individuos por unidad de tiempo.
2. Contacto estrecho: contacto capaz de trasmitir la enfermedad
3.  $\lambda^{-1}$ : Periodo Infecciosidad tiempo en que un infeccioso permanece como tal.
4.  $k^{-1}$ : Periodo exposición tiempo en que un expuesto permanece como tal.
5.  $\mathcal{R}_0 = \frac{\beta N}{\lambda}$ : Número reproductivo básico, cantidad de contactos que tiene un individuo con una población de  $N$  durante un periodo de infecciosidad=cantidad de contagios que produce un infeccioso en una población de  $N$  susceptibles.

# Realidad vs ficción



# Factores a considerar

## 1. Medidas sanitarias

# Factores a considerar

1. Medidas sanitarias
2. Homogeneidad-Heterogeneidad

# Factores a considerar

1. Medidas sanitarias
2. Homogeneidad-Heterogeneidad
3. Proceso determinista o estocástico

# Factores a considerar

1. Medidas sanitarias
2. Homogeneidad-Heterogeneidad
3. Proceso determinista o estocástico
4. Movilidad

# Factores a considerar

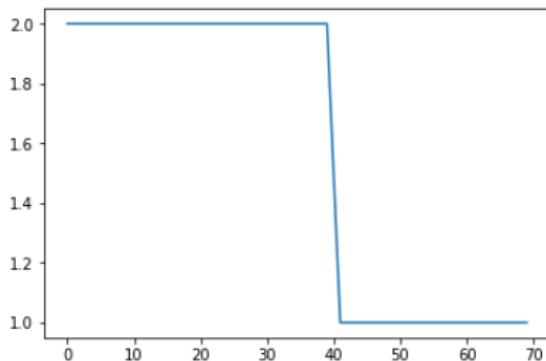
1. Medidas sanitarias
2. Homogeneidad-Heterogeneidad
3. Proceso determinista o estocástico
4. Movilidad
5. Deficiencia de datos, ¿Hay más enfermos que los asentados en las bases?

# Factores a considerar

1. Medidas sanitarias
2. Homogeneidad-Heterogeneidad
3. Proceso determinista o estocástico
4. Movilidad
5. Deficiencia de datos, ¿Hay más enfermos que los asentados en las bases?
6. Demografía

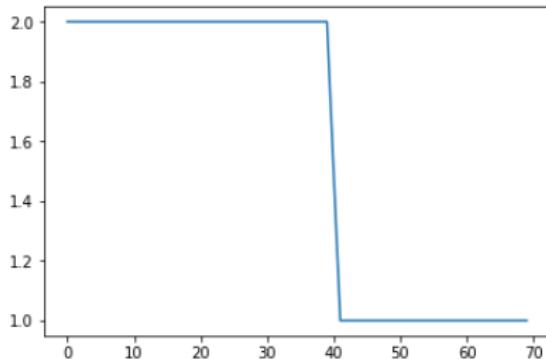
# Modelo implementado

$\mathcal{R}_0(t; t_{corte})$  función “escalera continua”.



# Modelo implementado

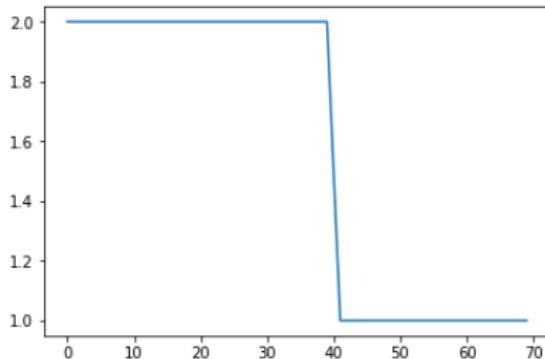
$\mathcal{R}_0(t; t_{corte})$  función “escalera continua”.



$t_{corte}$  vector de tiempos

# Modelo implementado

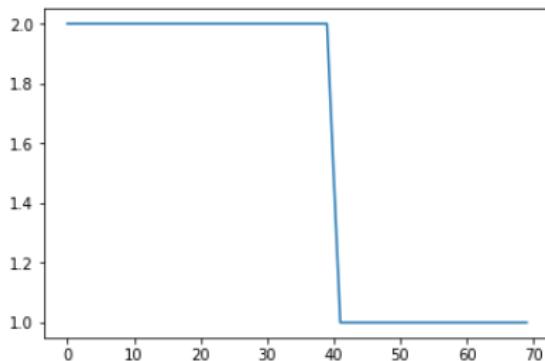
$\mathcal{R}_0(t; t_{corte})$  función “escalera continua”.



$t_{corte}$  vector de tiempos  
Periodo de exposición= 5 días

# Modelo implementado

$\mathcal{R}_0(t; t_{corte})$  función “escalera continua”.



$t_{corte}$  vector de tiempos

Periodo de exposición= 5 días

Periodo infecciosidad = 3 días

# Modelo implementado

## Parámetros ajustables

- Parte o todos los valores de  $\mathcal{R}_0$ .

# Modelo implementado

## Parámetros ajustables

- Parte o todos los valores de  $\mathcal{R}_0$ .
- Condición inicial, se propone  $(S_{data}, 0, I_{acum-data} \times \alpha, I_{acum-data} \times (1 - \alpha))$ . Se ajusta  $\alpha$ .

# Modelo implementado

## Parámetros ajustables

- Parte o todos los valores de  $\mathcal{R}_0$ .
- Condición inicial, se propone  $(S_{data}, 0, I_{acum-data} \times \alpha, I_{acum-data} \times (1 - \alpha))$ . Se ajusta  $\alpha$ .
- Parte o todas las componentes de  $t_{corte}$ .

# Modelo implementado

## Parámetros ajustables

- Parte o todos los valores de  $\mathcal{R}_0$ .
- Condición inicial, se propone  $(S_{data}, 0, I_{acum-data} \times \alpha, I_{acum-data} \times (1 - \alpha))$ . Se ajusta  $\alpha$ .
- Parte o todas las componentes de  $t_{corte}$ .
- Se arma una función

$$(t; \mathcal{R}_0, t_{corte}, \alpha) \mapsto (S, E, I, R) = \text{Modelo}(t; \mathcal{R}_0, t_{corte}, \alpha).$$

# Modelo implementado

## Parámetros ajustables

- Parte o todos los valores de  $\mathcal{R}_0$ .
- Condición inicial, se propone  $(S_{data}, 0, I_{acum-data} \times \alpha, I_{acum-data} \times (1 - \alpha))$ . Se ajusta  $\alpha$ .
- Parte o todas las componentes de  $t_{corte}$ .
- Se arma una función

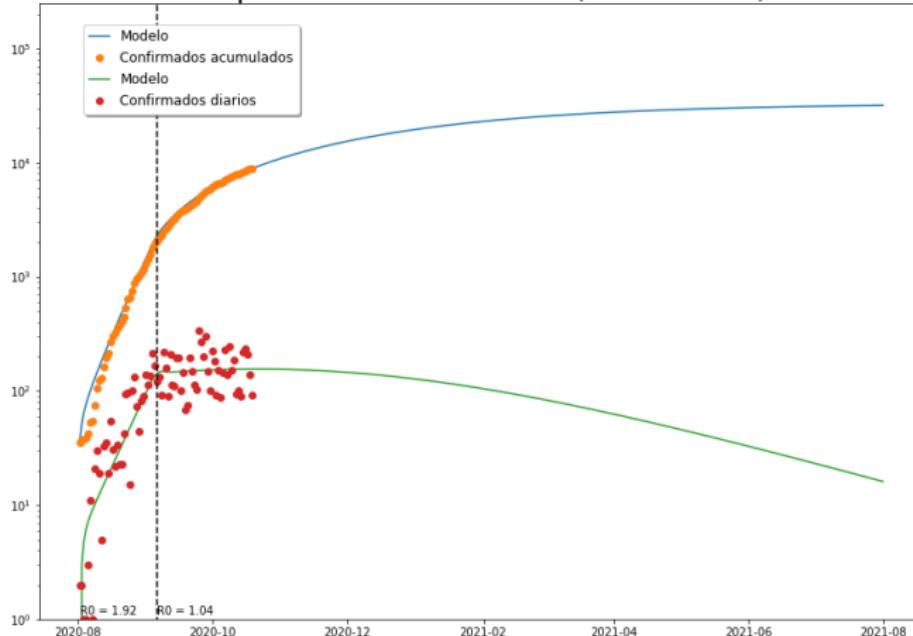
$$(t; \mathcal{R}_0, t_{corte}, \alpha) \mapsto (S, E, I, R) = \text{Modelo}(t; \mathcal{R}_0, t_{corte}, \alpha).$$

- Se usa minimizador global para hallar mínimo de

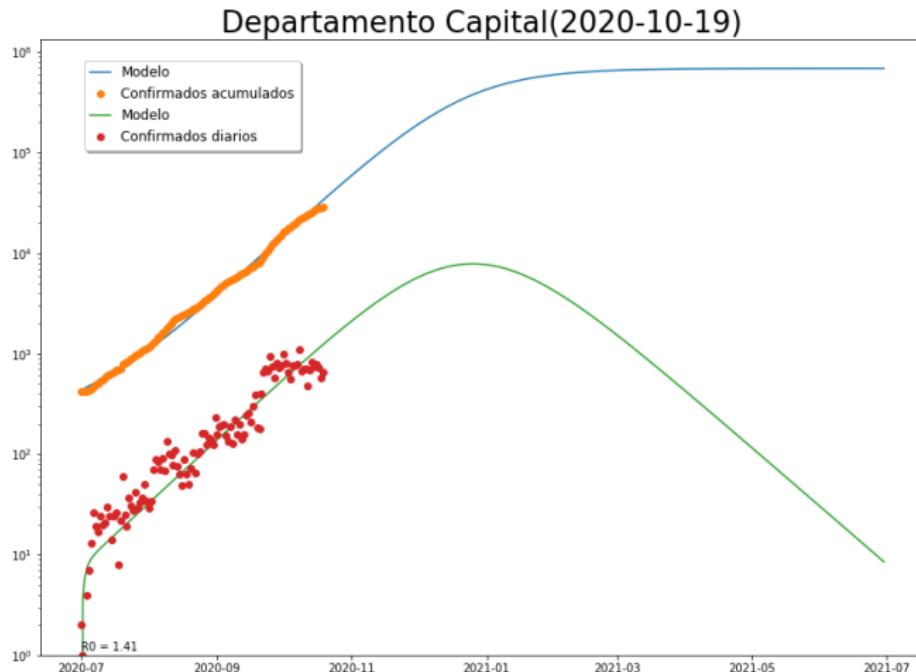
$$\sum_{t \in \text{historia}} |I_{data-acum}(t) - E(t) - I(t) - R(t)|^2$$

# Departamento Río Cuarto

Departamento Río Cuarto(2020-10-19)

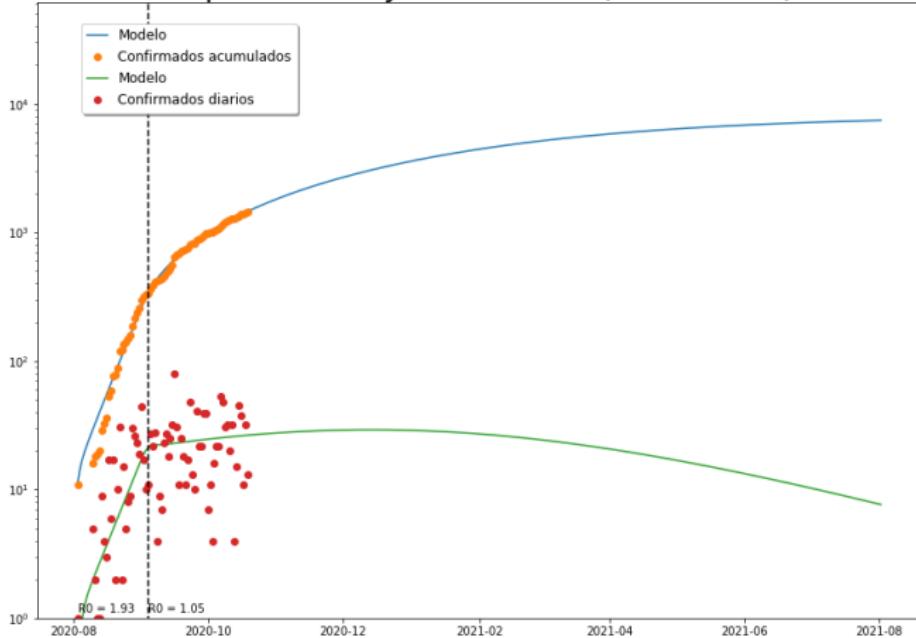


# Departamento Córdoba Capital

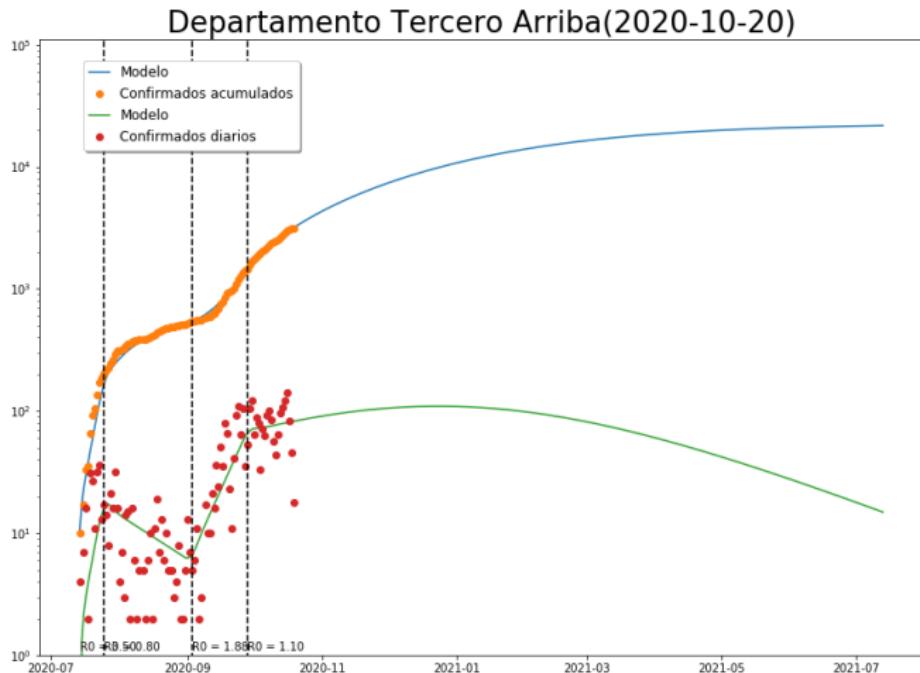


# Departamento Juárez Celman

Departamento Juárez Celman(2020-10-19)

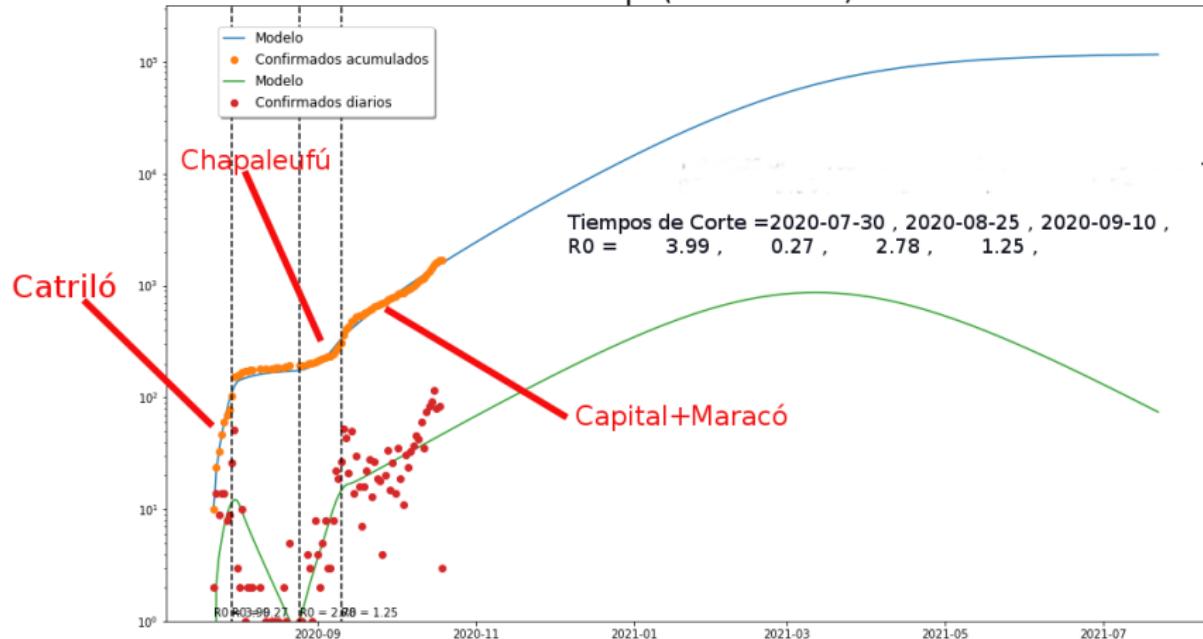


# Departamento Tercero Arriba

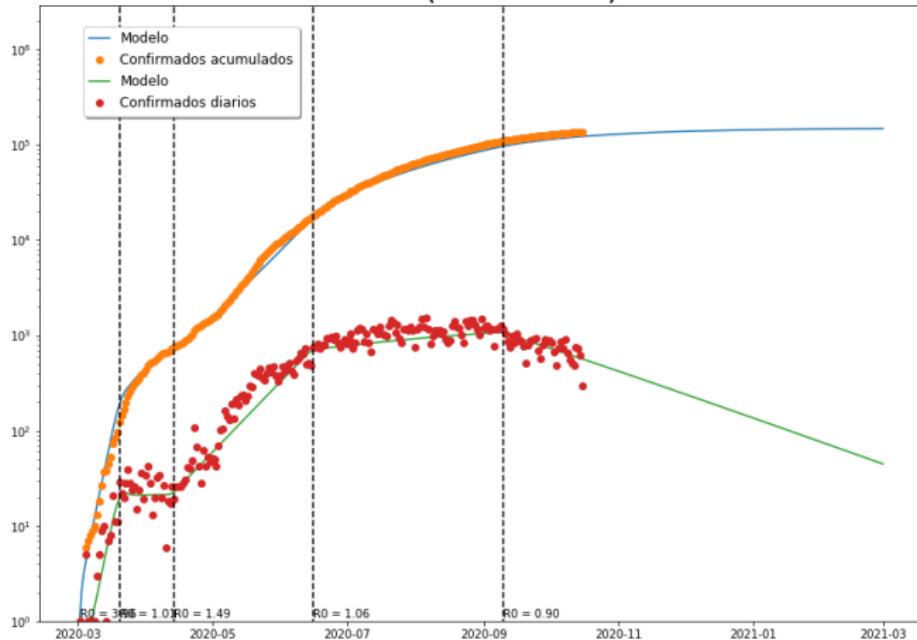


# La Pampa

La Pampa(2020-10-19)

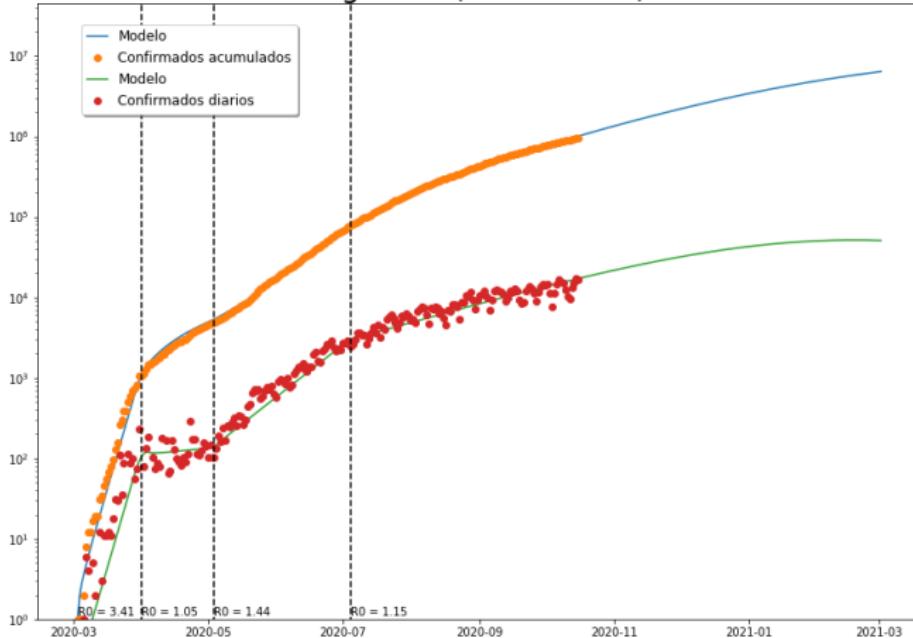


CABA(2020-10-17)



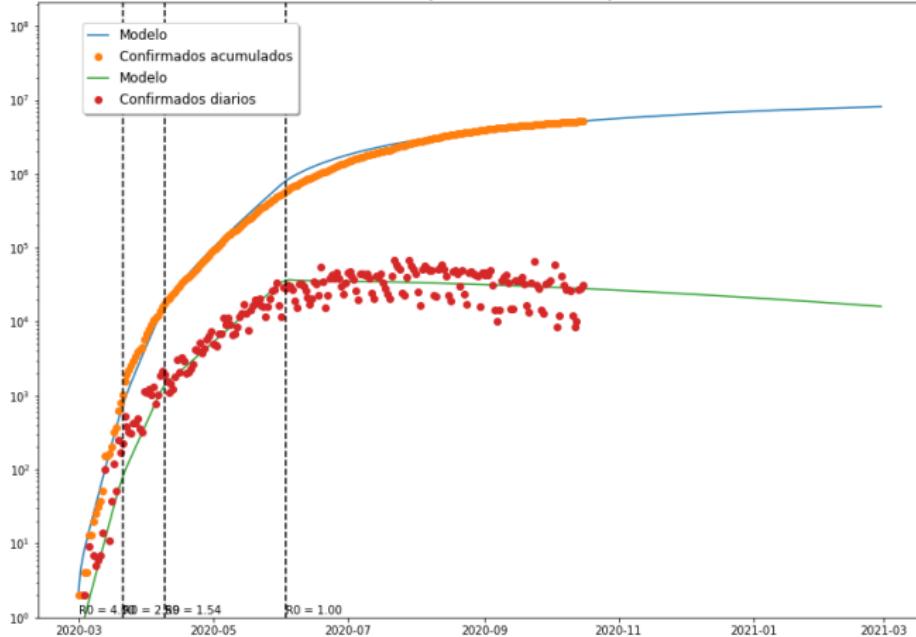
# Argentina

Argentina(2020-10-17)



# Brasil

Brazil(2020-10-17)



# Revisando suposiciones

## 1. Medidas sanitarias

# Revisando suposiciones

1. Medidas sanitarias
2. Homogeneidad o heterogeniedad

# Revisando suposiciones

1. Medidas sanitarias
2. Homogeneidad o heterogeniedad
3. Proceso determinista o estocástico

# Revisando suposiciones

1. Medidas sanitarias
2. Homogeneidad o heterogeniedad
3. Proceso determinista o estocástico
4. Movilidad

# Revisando suposiciones

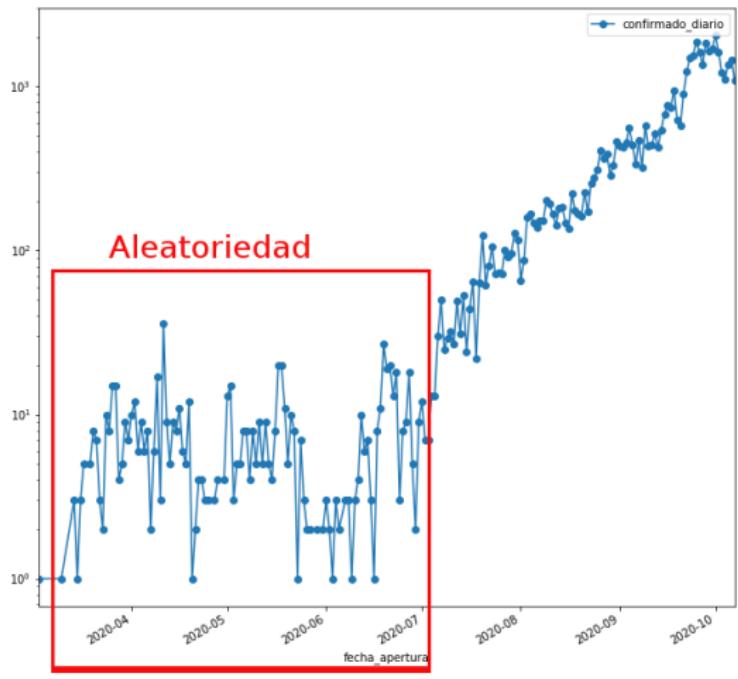
1. Medidas sanitarias
2. Homogeneidad o heterogeniedad
3. Proceso determinista o estocástico
4. Movilidad
5. Deficiencia de datos

# Revisando suposiciones

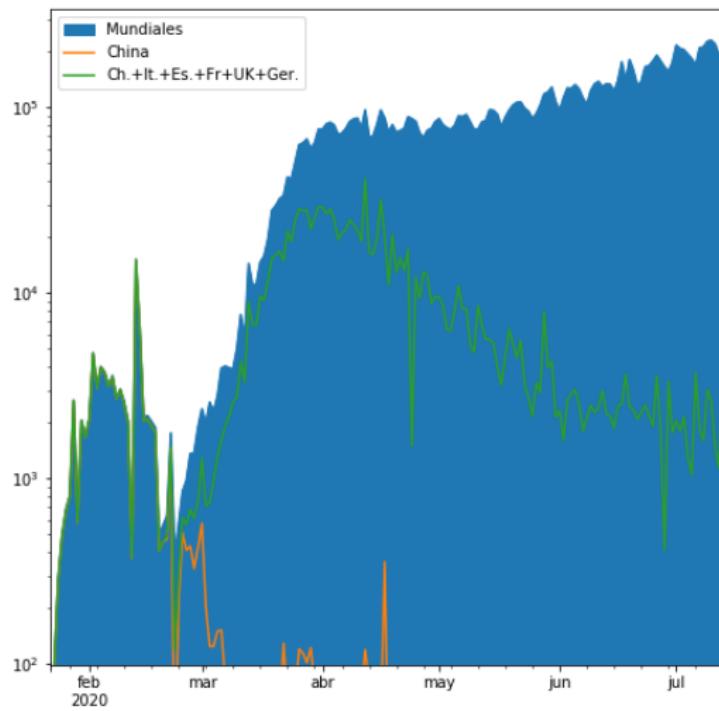
1. Medidas sanitarias
2. Homogeneidad o heterogeniedad
3. Proceso determinista o estocástico
4. Movilidad
5. Deficiencia de datos
6. Demografía

# Evidencia aleatoriedad

Confirmados diarios Dpto Córdoba Capital



# Evidencia heterogeneidad espacial



# Heterogeneidad espacial

## Perspectivas

Maia Martcheva. An Introduction to Mathematical Epidemiology, Springer (2015)

# Heterogeneidad espacial

## Perspectivas

Maia Martcheva. An Introduction to Mathematical Epidemiology, Springer (2015)

- Metapoblaciones
- Redes espaciales
- Retículos
- Autómatas
- Modelos epidémicos con difusión sobre espacio continuo (PDE)  $u_t = \Delta u + f(u)$ .
- Modelos epidémicos con difusión sobre grafos (PDE sobre grafos, Hugo Aimar)

# Heterogeneidad espacial

## Metapoblaciones

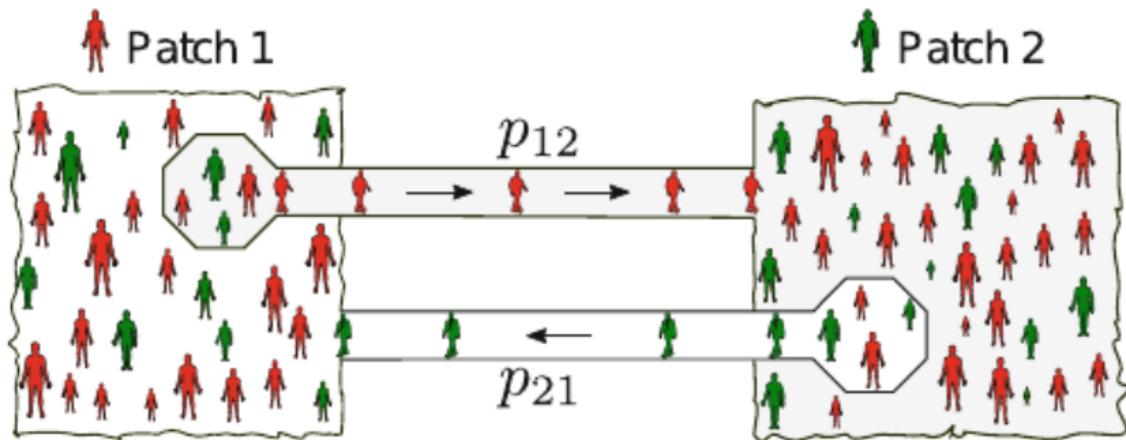
### Metapoblación

Grupo de poblaciones de la misma especie que ocupan áreas espacialmente aisladas (*parches*) pero interactúan en algún nivel (*Movilidad*)

# Movilidad

## Lagrangiana-Euleriana

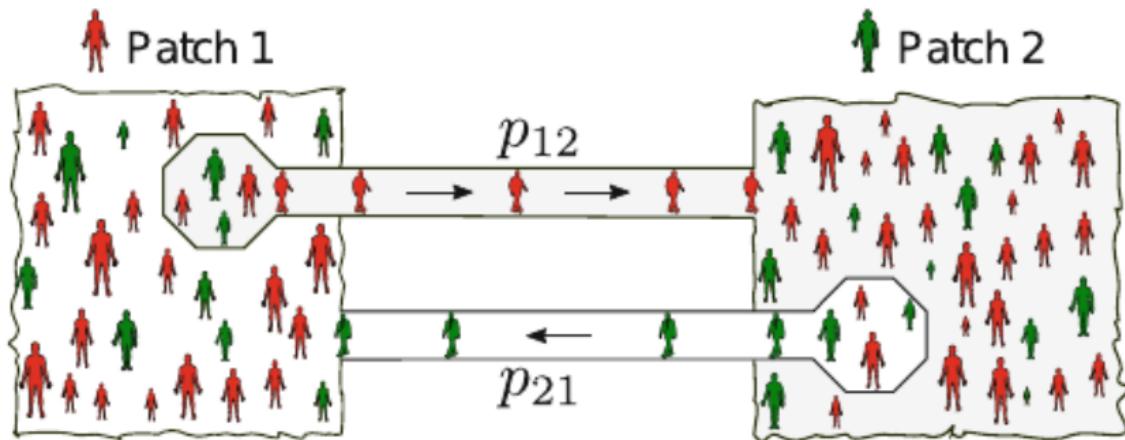
1. Lagrangiana: va de un parche a otro y regresa.



# Movilidad

## Lagrangiana-Euleriana

1. Lagrangiana: va de un parche a otro y regresa.
2. Euleriana: va de un parche a otro y permanece.



# Movilidad

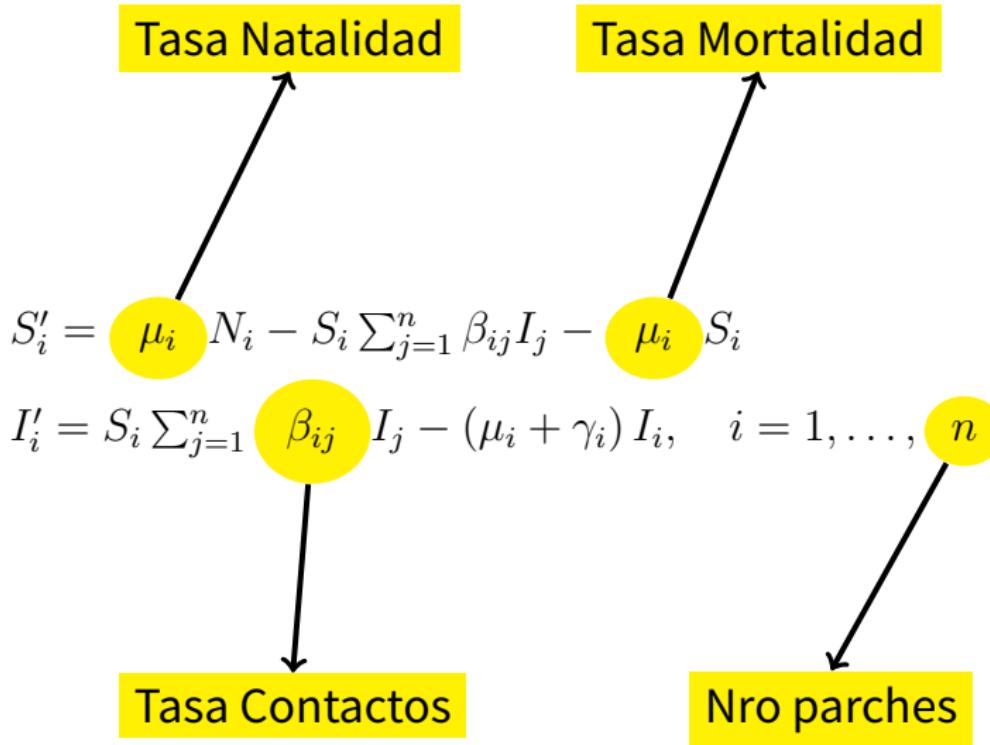
## Lagrangiana

$$S'_i = \mu_i N_i - S_i \sum_{j=1}^n \beta_{ij} I_j - \mu_i S_i$$

$$I'_i = S_i \sum_{j=1}^n \beta_{ij} I_j - (\mu_i + \gamma_i) I_i, \quad i = 1, \dots, n$$

# Movilidad

## Lagrangiana



# Movilidad

## Euleriana

$$S'_i = \mu_i N_i - \beta_i S_i I_i - \mu_i S_i - \sum_{j=1}^n m_{ji}^S S_i + \sum_{j=1}^n m_{ij}^S S_j$$
$$I'_i = \beta_i S_i I_i - (\mu_i + \gamma_i) I_i - \sum_{j=1}^n m_{ji}^I I_i + \sum_{j=1}^n m_{ij}^I I_j, \quad i = 1, \dots, n$$

# Movilidad

Euleriana

Tasa migratoria susceptibles desde parche  $j$  a parche  $i$

$$S'_i = \mu_i N_i - \beta_i S_i I_i - \mu_i S_i - \sum_{j=1}^n m_{ji}^S S_i + \sum_{j=1}^n m_{ij}^S S_j$$

$$I'_i = \beta_i S_i I_i - (\mu_i + \gamma_i) I_i - \sum_{j=1}^n m_{ji}^I I_i + \sum_{j=1}^n m_{ij}^I I_j, \quad i = 1, \dots, n$$

Tasa migratoria infectados desde parche  $j$  a parche  $i$

# Modelos discretos

Ejemplo: SIR discreto

$$S'(t) \approx \frac{S(t + \Delta t) - S(t)}{\Delta t}, \quad I'(t) \approx \frac{I(t + \Delta t) - I(t)}{\Delta t}.$$

$$\begin{cases} S(t + \Delta t) = S(t) - \mathcal{R}_0 IS \Delta t, \\ I(t + \Delta t) = I(t) + \mathcal{R}_0 IS \Delta t - I \Delta t, \\ R(t + \Delta t) = R(t) + I \Delta t \end{cases}$$

# Modelos SIR estocásticos

## Modelos SIR estocásticos

- En los modelos estocásticos se supone que la incidencia, movilidad, recuperación de individuos son variables aleatorias con esperanza igual a su correspondiente determinista.

# Modelos SIR estocásticos

## Modelos SIR estocásticos

- En los modelos estocásticos se supone que la incidencia, movilidad, recuperación de individuos son variables aleatorias con esperanza igual a su correspondiente determinista.
- Las variables  $S, I, R, t$  se pueden asumir discretas, esto nos lleva a una cadena de Markov en tiempo discreto (DTMC) y su realización son *ecuaciones en diferencias estocásticas* o se puede asumir  $S, I, R, t$  continuas: y eso nos lleva a *ecuaciones diferenciales estocásticas*.

# Modelos SIR estocásticos

## Modelos SIR estocásticos

- En los modelos estocásticos se supone que la incidencia, movilidad, recuperación de individuos son variables aleatorias con esperanza igual a su correspondiente determinista.
- Las variables  $S, I, R, t$  se pueden asumir discretas, esto nos lleva a una cadena de Markov en tiempo discreto (DTMC) y su realización son *ecuaciones en diferencias estocásticas* o se puede asumir  $S, I, R, t$  continuas: y eso nos lleva a *ecuaciones diferenciales estocásticas*.
- Linda J. S. Allen An Introduction to Stochastic Epidemic Models (2008)

# Modelos metapoblaciones SIR estocásticos

## DTMC, dos parches

- Se asume un tiempo de infecciosidad igual a 1.

# Modelos metapoblaciones SIR estocásticos

## DTMC, dos parches

- Se asume un tiempo de infecciosidad igual a 1.
- Se asume dos parches con  $N_1$  y  $N_2$  habitantes respectivamente.  $N_1$  y  $N_2$  son funciones de  $t$ , pero  $N_1 + N_2$  es constante.

# Modelos metapoblaciones SIR estocásticos

## DTMC, dos parches

- Se asume un tiempo de infecciosidad igual a 1.
- Se asume dos parches con  $N_1$  y  $N_2$  habitantes respectivamente.  $N_1$  y  $N_2$  son funciones de  $t$ , pero  $N_1 + N_2$  es constante.
- Suponemos que la dinámica sigue un modelo SIR estocástico en cada parche con tasa de contactos  $\beta_i$ .

# Modelos metapoblaciones SIR estocásticos

## DTMC, dos parches

- Se asume un tiempo de infecciosidad igual a 1.
- Se asume dos parches con  $N_1$  y  $N_2$  habitantes respectivamente.  $N_1$  y  $N_2$  son funciones de  $t$ , pero  $N_1 + N_2$  es constante.
- Suponemos que la dinámica sigue un modelo SIR estocástico en cada parche con tasa de contactos  $\beta_i$ .
- Hay movilidad Euleriana de individuos entre parches.

# Modelos metapoblaciones SIR estocásticos

## DTMC, dos parches

- Se asume que tanto la movilidad como los contactos son variables aleatorias discretas con una distribución de Poisson con media igual al modelo determinista.

# Modelos metapoblaciones SIR estocásticos

## DTMC, dos parches

- Se asume que tanto la movilidad como los contactos son variables aleatorias discretas con una distribución de Poisson con media igual al modelo determinista.
- La media de la movilidad de individuos del parche 1 al parche 2 por unidad de tiempo es la misma que la movilidad en sentido contrario  $p_{12} = p_{21} = p$ .

# Modelos metapoblaciones SIR estocásticos

## DTMC, dos parches

- Se asume que tanto la movilidad como los contactos son variables aleatorias discretas con una distribución de Poisson con media igual al modelo determinista.
- La media de la movilidad de individuos del parche 1 al parche 2 por unidad de tiempo es la misma que la movilidad en sentido contrario  $p_{12} = p_{21} = p$ .
- Por cuestiones técnicas hay que discretizar el tiempo en saltos de  $\Delta t$  más chicos que una constante apropiada.

# Modelos metapoblaciones SIR estocásticos

## Difusión

Conocida las variables aleatorias  $(S_i(t), I_i(t), R_i(t)), i = 1, 2$  en el momento  $t$ , la difusión-movilidad se calcula de la siguiente forma

- Definimos

$$\mu_i = \frac{p\Delta t}{N_i(t)}(S_i(t), I_i(t), R_i(t))$$

# Modelos metapoblaciones SIR estocásticos

## Difusión

Conocida las variables aleatorias  $(S_i(t), I_i(t), R_i(t))$ ,  $i = 1, 2$  en el momento  $t$ , la difusión-movilidad se calcula de la siguiente forma

- Definimos

$$\mu_i = \frac{p\Delta t}{N_i(t)}(S_i(t), I_i(t), R_i(t))$$

- Usamos la función `poisson` de `numpy.random` que calcula muestras de variable aleatoria con una distribución de poisson y calculamos

$$(S_i^{mov}, I_i^{mov}, R_i^{mov}) = \text{poisson}(\mu_i)$$

# Modelos metapoblaciones SIR estocásticos

## Difusión

- Calculamos la nueva distribución de población en el parche 1

$$(S_1^*, I_1^*, R_1^*) = (S_1, I_1, R_1)$$

$$- (S_1^{mov}, I_1^{mov}, R_1^{mov}) + (S_2^{mov}, I_2^{mov}, R_2^{mov})$$

En el parche 2 se hace lo mismo.

# Modelos metapoblaciones SIR estocásticos

## Contagio y recuperación

- La cantidad total de contagios en el parche  $i$  es

$$\Delta I_i = \text{poisson}(\beta_i S_i^* I_i^* \Delta t)$$

# Modelos metapoblaciones SIR estocásticos

## Contagio y recuperación

- La cantidad total de contagios en el parche  $i$  es

$$\Delta I_i = \text{poisson}(\beta_i S_i^* I_i^* \Delta t)$$

- La cantidad total de remociones en el parche  $i$  es

$$\Delta R_i = \text{poisson}(I_i^* \Delta t)$$

# Modelos metapoblaciones SIR estocásticos

## Contagio y recuperación

- La cantidad total de contagios en el parche  $i$  es

$$\Delta I_i = \text{poisson}(\beta_i S_i^* I_i^* \Delta t)$$

- La cantidad total de remociones en el parche  $i$  es

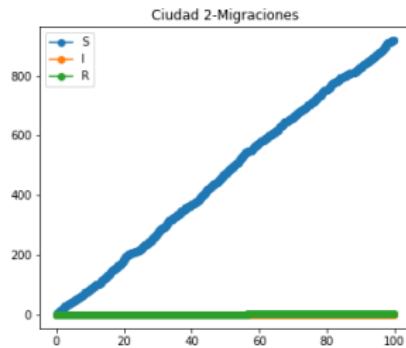
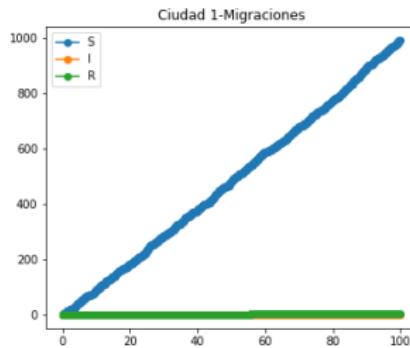
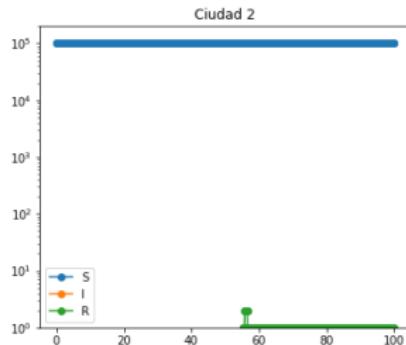
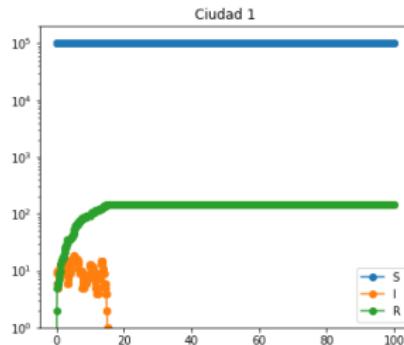
$$\Delta R_i = \text{poisson}(I_i^* \Delta t)$$

- Las nuevas cantidades en el momento  $t + \Delta t$  son:

$$(S_i(t + \Delta t), I_i(t + \Delta t), R_i(t + \Delta t)) = (S_i^*, I_i^*, R_i^*) \\ + (-\Delta I_i, \Delta I_i - \Delta R_i, \Delta R_i).$$

# Modelos metapoblaciones SIR estocásticos

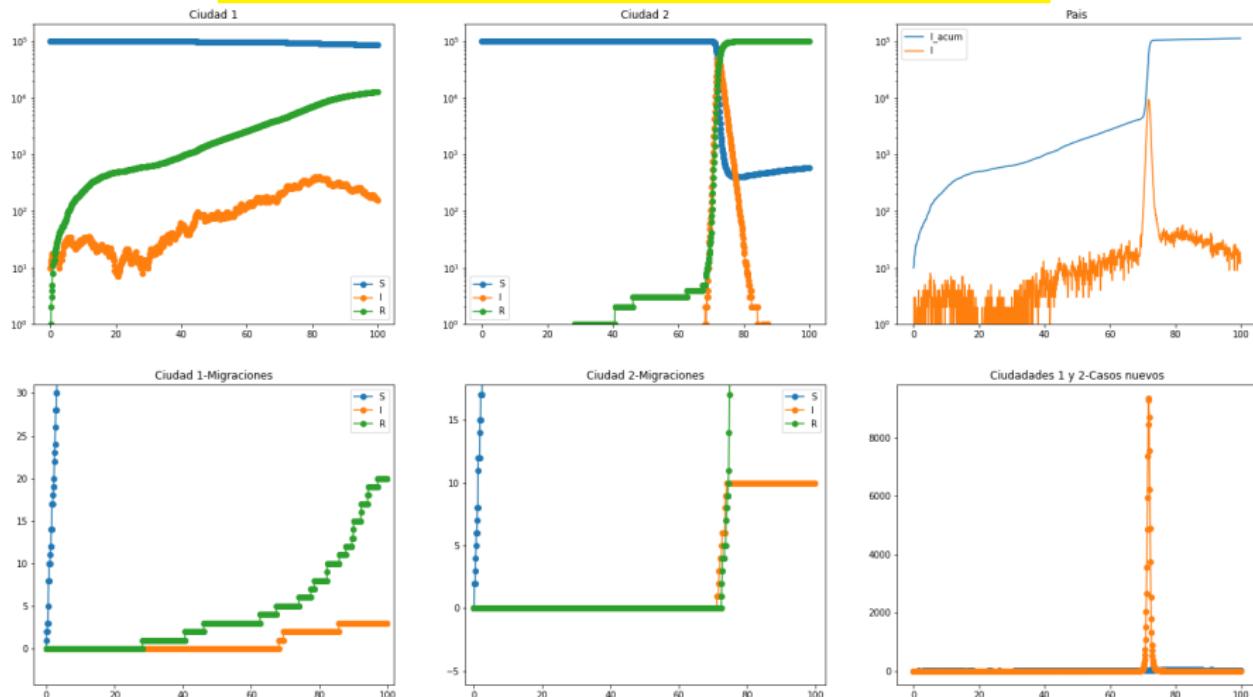
Experimento 1:  $\mathcal{R}_0^1 = 1.1$ ,  $\mathcal{R}_0^2 = 5.1$ ,  $N_1 = N_2 = 100000$  y  $p = 10$ .



Extinción

# Modelos metapoblaciones SIR estocásticos

Experimento 2:  $\mathcal{R}_0^1 = 1.1$ ,  $\mathcal{R}_0^2 = 5.1$ ,  $N_1 = N_2 = 100000$  y  $p = 10$ .



# Modelos metapoblaciones SIR estocásticos

Experimento 3:  $\mathcal{R}_0^1 = 3$ ,  $\mathcal{R}_0^2 = 2$ ,  $N_1 = N_2 = 100000$  y  $p = 5$ .

