PROBLEMAS DEL CÁLCULO DE VARIACIONES

Fernando Mazzone

Dpto de Matemática
Facultad de Ciencias Exactas Físico-Químicas y Naturales
Universidad Nacional de Río Cuarto Dpto de Matemática
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad Nacional de La Pampa
CONICET

7 de julio de 2015

Índice

ÍNDICE

Ecuaciones de Newton

Sistema mecánico: n-puntos masa en un espacio euclideano tridimensional. Supuesto un sistema de coordenadas cartesiano, sean $\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \ldots, \boldsymbol{x}_n \in \mathbb{R}^3$ las coordenadas de los puntos masa, $\boldsymbol{x}_i = (x_{i,1}, x_{i,2}, x_{i,3})$, $i = 1, \ldots, n$. Vamos a poner $\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \ldots, \boldsymbol{x}_n) \in \mathbb{R}^{3n}$.
Fuerzas: Supongamos que actúan fuerzas $\boldsymbol{f}_i = \boldsymbol{f}_i(t, \boldsymbol{x}(t), \dot{\boldsymbol{x}}(t))$ sobre cada masa m_i.

Leyes de movimiento de Newton

Suponiendo que el sistema satisface la segunda Ley de Newton

$$m_i \ddot{\boldsymbol{x}}_i = \boldsymbol{f}_i, \quad i = 1, \ldots, n.$$

Sistemas conservativos

Definición

El sistema se llama conservativo si existe una función $U = U(\boldsymbol{r}, \dot{\boldsymbol{r}})$, con $U : \mathbb{R}^{3n} \times \mathbb{R}^{3n} \to \mathbb{R}$ tal que

$$\boldsymbol{f}_i = \frac{\partial U}{\partial \boldsymbol{x}_i}, \quad i = 1, \ldots, n.$$

Las derivadas de la expresión vectorial de la derecha hay que entenderlas como que presuponen las tres identidades escalares

$$f_{i,j} = \frac{\partial U}{\partial x_{i,j}}, \quad i = 1, \ldots, n; j = 1, 2, 3.$$