FACULTAD DE CS. EXACTAS, FÍSICO-QUÍMICAS Y NATURALES
DEPTO DE MATEMÁTICA.
PRIMER CUATRIMESTRE DE 2017
ECUACIONES DIFERENCIALES (1913)
PRÁCTICA 2: SIMETRÍAS.

Ejercicio 1 Demostrar que las siguientes aplicaciones inducen grupos de Lie unipa-ramétricos

a. $\Gamma_\epsilon(x, y) = (x + \epsilon, y)$ y $\Gamma_\epsilon(x, y) = (x, y + \epsilon)$.

b. $\Gamma_\epsilon(x, y) = (e^\epsilon x, y)$

c. $\Gamma_\epsilon(x, y) = \left(\frac{x}{1-\epsilon x}, \frac{y}{1-\epsilon x}\right)$

d. $\Gamma_\epsilon(x, y) = \begin{pmatrix} \cos(\epsilon) & -\operatorname{sen}(\epsilon) \\ \operatorname{sen}(\epsilon) & \cos(\epsilon) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

Ejercicio 2 Encontrar coordenadas canónicas para las simetrías de los incisos a y b del ejercicio 1. Repetir este mismo cálculo pero usando `SymPy` (o `SAGE`) con los incisos a, b y d.

Ejercicio 3 Ejercicios 1.1, 1.2, 1.4 y 1.5 de [1]

Ejercicio 4 Ejercicio 2.1, 2.2, 2.3, 2.5 y 2.6 de [1]

Ejercicio 5 Considere la ecuación $y' = -\frac{1}{xy+g(y)}$.

i) Plantear la Condición de Simetría Linealizada y encontrar los infinitesimales ξ y η. Ayuda: Hacer el anzats $\xi = \xi(y)$, $\eta \equiv 0$.

ii) Encontrar las coordenadas canónicas y plantear la ecuación en las mismas.

iii) Resolver la ecuación en las coordenadas canónicas y concluir que la solución en coordenadas rectangulares está dada por la relación implícita $e^{\frac{y^2}{2}}x + \int g(y)e^{\frac{y^2}{2}}dy = C$.

Referencias

[1] P.E. Hydon. *Symmetry Methods for Differential Equations: A Beginner's Guide*. Cambridge University Press, 2000.