

Ecuaciones Diferenciales

Final 15/05/2017

1. Tres tanques dispuestos en cascadas contienen 50 litros de salmuera e inicialmente hay en cada uno de ellos 10 kg. de sal.
 - En el tanque 1 ingresa agua pura a razón de 1 litro/min. Y sale por su parte inferior 1 litro/min de salmuera.
 - En el tanque 2 ingresa la salmuera que sale del tanque 1 y por otro tubo un litro de agua pura. A su vez de este fluye hacia afuera 2 litros/min de salmuera.
 - En el tanque 3 ingresa la salmuera que sale del tanque 2 y por un conducto diferente un litro de agua pura. Y de este fluye hacia afuera 3 litros/min de salmuera.

Demostrar que los tres tanques contiene la misma cantidad de sal en todo momento.

2. Resolver el problema

$$\begin{cases} -u_x + u_y = u^2 & (x, y) \in \mathbb{R}^2 \\ u(x, 0) = \frac{1}{2}e^{-x} & x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

3. Demostrar que toda recta que pasa por el origen interseca a las soluciones de una misma ecuación homogénea con el mismo ángulo.
4. Dada la ecuación

$$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0. \quad (1)$$

- a) Demostrar que si $\frac{\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y}}{xN - My}$ es una función radial entonces la ecuación (1) tiene un factor integrante radial.
 - b) Usar el ítem a) para resolver $(y^3 + x^2y)dx + (x^3 + y^2x)dy = 0$.
5. Resolver la ecuación $\frac{dy}{dx} = \frac{xy^4}{3} - \frac{2y}{3x} + \frac{1}{3x^3y^2}$. **Ayuda:** Plantear la *condición de simetría linealizada* para encontrar los infinitesimales ξ y η . Hacer el Anzats $\xi = ax + c$ y $\eta = bx + d$.