

## **Resumen actividades 2017-2021**

### **Proyecto PIIMEI para Lic. en Matemática.**

Marcelo Ruiz, Albina Priori, David Ferreyra, Agustina Gonzalez, Mara Rossani,  
Stefania Demaria, Graciela Giubergia, Valentina Orquera, Noelia Matos,  
Valentín Cassano, Fernando Mazzone

# Índice general

<b>1</b>	<b>Actividades Investigación Evaluativa Licenciatura en Matemática</b>	<b>3</b>
1.1	Estudio de informes y documentos de organismos nacionales e internacionales . . . . .	3
1.2	Entrevistas y charlas con especialistas . . . . .	4
1.3	Análisis comparativo de planes de estudio . . . . .	4
1.4	Encuesta a graduados de la Lic Matemática Plan 2008 . . . . .	5
1.5	Análisis de programas . . . . .	8
	<b>Apéndices</b>	<b>9</b>
1.A	Encuesta para graduados de la Lic. en Matemática de la UNRC . . . . .	9
1.B	Análisis de programas . . . . .	17
1.C	Comparación planes de estudio . . . . .	21
1.D	Encuesta para docentes . . . . .	25
<b>2</b>	<b>Propuestas innovación curricular</b>	<b>53</b>
2.1	Análisis Matemático . . . . .	53
2.1.1	Introducción y fundamentación . . . . .	53
2.1.2	Contenidos y metodología de precálculo . . . . .	55
2.1.3	Teorema del Binomio y la función $e^x$ . . . . .	56
2.1.4	Función Logaritmo y Exponenciales de base $a$ . . . . .	60
2.1.5	Funciones Trigonómicas . . . . .	62
2.1.6	Definición . . . . .	62
2.1.7	Expansión en Series . . . . .	65
2.1.8	Sucesiones infinitas y Series infinitas . . . . .	66
2.1.9	Prerequisitos, curso ingreso . . . . .	66
2.1.10	Función lineal . . . . .	66
2.1.11	Función Cuadrática . . . . .	68
2.2	Propuesta para Álgebra I . . . . .	71
2.2.1	Introducción y fundamentación . . . . .	71
2.2.2	Algunos Problemas . . . . .	71
2.2.3	Contenidos . . . . .	72
2.3	Geometría . . . . .	74
2.3.1	Situación actual . . . . .	74
2.3.2	Propuesta de innovación . . . . .	75
2.3.3	Mapa conceptual Geometrías Elementales . . . . .	77



2021 – "AÑO DE HOMENAJE AL PREMIO NOBEL DE MEDICINA DR. CÉSAR MILSTEIN"

Universidad Nacional de Río Cuarto  
Facultad de Ciencias Exactas Físico-Químicas y Naturales

2.4 Modelización . . . . .	77
<b>3 Presentación asamblea departamental</b>	<b>82</b>

# 1 Actividades Investigación Evaluativa Licenciatura en Matemática

## 1.1 Estudio de informes y documentos de organismos nacionales e internacionales

Una de las principales consignas que presupone el proyecto PIIMEI que lleva a cabo nuestra Facultad: "ABORDAJE INTEGRADO PARA LA INNOVACIÓN CURRICULAR DE LAS CARRERAS DE EXACTAS" aprobado por Resolución Rectoral N° 450/18, es el análisis de la contextualización del plan de estudios tanto en sus aspectos formales como ocultos. Entendemos que uno de los contextos en donde la carrera actúa lo podríamos definir como el contexto internacional. Nuestros egresados han emprendido carreras en otras instituciones de Argentina y del mundo. Por tanto, nos pareció oportuno tomar en consideración la opinión de organismos nacionales, extranjeros e internacionales sobre los planes de estudios de las carreras de Lic. en Matemática. En esta dirección hay varios antecedentes intentando definir estándares, en cuanto a lo que concierne a contenidos disciplinares como a competencias profesionales. A continuación se enumera los que se han estudiado en el marco del proyecto PIIMEI.

### 1. *Proyecto Tuning América Latina*

«El proyecto Tuning América Latina busca "afinar" las estructuras educativas de América Latina iniciando un debate cuya meta es identificar e intercambiar información y mejorar la colaboración entre las instituciones de educación superior para el desarrollo de la calidad, efectividad y transparencia. Es un proyecto independiente, impulsado y coordinado por Universidades de distintos países, tanto latinoamericanos como europeos... Participan más de 230 académicos y responsables de educación superior de Latinoamérica (Argentina, Bolivia, Brasil, Colombia, Costa Rica, Cuba, Chile, Ecuador, El Salvador, Guatemala, Honduras, México, Nicaragua, Panamá, Paraguay, Perú, Uruguay y Venezuela) y Europa (Alemania, Bélgica, Dinamarca, Eslovenia, España, Francia, Grecia, Irlanda, Italia, Lituania, Países Bajos, Portugal y Rumania). Conformados en 16 redes de áreas temáticas y 1 una red de Responsables de Política Universitaria.»

(<http://www.tuningal.org/> )



Cabe destacar que representantes de nuestra facultad han participado de este proyecto. Se comprenden muchas carreras, en particular para matemática se han informado los resultados alcanzados en el siguiente documento que fue estudiado por la CCP de Matemática.

- *Educación Superior en América Latina: reflexiones y perspectivas en Matemáticas* María José Arroyo Paniagua (editora).

## 2. El informe de SIAM sobre la matemática en la industria.

SIAM (Society for Industrial and Applied Mathematics) es una organización internacional cuyo fin es promover la matemática aplicada e industrial. En Argentina existe una organización relacionada (ASAMACI).

SIAM estudió el rol que desempeñaban los egresados de carreras de matemática en la industria, es decir cuando el profesional se desempeña por fuera de la academia. Las conclusiones y resultados de dicho estudio fueron expuestos en el siguiente documento.

- *SIAM report on mathematics in industry*. Society for Industrial and Applied Mathematic (1995).

## 1.2 Entrevistas y charlas con especialistas

En el marco del proyecto PIIMEI se desarrolló la charla "*Política de vinculación tecnológica e innovación curricular del FAMAF*". brindada por la Dra. Mirta Iriondo, decana de la Facultad de Matemática Astronomía y Física (UNC).

Posterior a esta charla los integrantes del proyecto PIIMEI por la Lic. en Matemática mantuvieron una entrevista con la académica. El objetivo era indagar sobre la creación de la carrera de matemática aplicada en el FAMAF.

## 1.3 Análisis comparativo de planes de estudio

Otra herramienta utilizada para el análisis fue comparar el plan de estudios de nuestra carrera con los planes de estudio de carreras similares de otras universidades del país. Este estudio se motivó por un lado como parte del proyecto PIIMEI y por otro en el marco del Foro UMA-CUCEN. En este foro se está discutiendo el acuerdo de espacios curriculares comunes que favorezcan la movilidad entre las distintas licenciaturas de matemática del país. Los resultados los exponemos en el Anexo III (resta pasar en limpio los mismos).



## 1.4 Encuesta a graduados de la Lic Matemática Plan 2008

A partir del marco conceptual que nos brindó el estudio de los materiales antes mencionados y del documento producido por la Secretaría Académica de nuestra universidad *"HACIA UN CURRÍCULO CONTEXTUALIZADO, FLEXIBLE E INTEGRADO - LINEAMIENTOS PARA ORIENTAR LA INNOVACIÓN CURRICULAR"*, se elaboró una encuesta dirigida a los graduados del plan de estudios vigente. La intención fue indagar sobre la evaluación que los graduados hacen de la carrera que cursaron en un multitud de aspectos y dimensiones. Creemos que esta mirada va a ser sumamente valiosa para la evaluación de la carrera. Se adjunta en el Anexo I la encuesta que fue entregada a los egresados. Hubo un total de 10 encuestas relevadas.

Las respuestas de cada egresada/dos se ubica en una grilla de diez puntos, de izquierda a derecha. El uno indica Nada logrado y el 10 Completamente Logrado. Se han agrupado las respuestas en tres grupos, del 1 al 3 al que hemos denominado Escasamente Logrado (EL), del 4 al 7 como Medianamente Logrado (ML) y del 8 al 10 como Logrado (L).

### Capacidades

- En Responsabilidad social y compromiso ciudadano el 60 % respondió EL, el 20% ML y el 20 % NC.
- En Capacidad crítica y autocrítica el 40% optó por EL, y el 30% ML (las restantes respuestas en NC).
- Capacidad de aprender, actualizarse y trabajar de manera autónoma el 20 % responde por EL, el 40% ML y el 40 % como L.
- La distribución de respuestas a Valoración y respeto por la diversidad y multiculturalidad es más uniforme, mientras un 40% responde por NL, hay un 20% para las otras categorías, incluida el NC.
- En Dominio de los conceptos básicos de la matemática superior el 50% responde ML, un 10% EL y un 30% L.
- Para Capacidad para construir y desarrollar argumentaciones lógicas con una identificación clara de hipótesis y conclusiones, la mayoría (70%) responde L sólo el 10% EL y otro 10% ML.
- En Capacidad de abstracción, el 80% responde L, nadie ML y sólo un 10% opta por EL.
- En Capacidad para formular problemas en lenguaje matemático, hay simetría en la distribución de las respuestas: la mitad responde ML y la otra L.
- La mayoría (70%) afirma EL en Conocimiento de la evolución histórica de los conceptos fundamentales de la matemática, frente a un 30% que responde ML.



- En Conocimiento de las doctrinas filosóficas y epistemológicas de la matemática el 90% responde EL y sólo el 10% ML.
- En Capacidad para iniciar investigaciones matemáticas bajo orientación de experto, las respuestas se distribuyen en frecuencias de 10%, 40% y 50% para EL, ML y L respectivamente.
- Para Capacidad para formular problemas de optimización, tomar decisiones e interpretar las soluciones en contextos originales de los problemas el 60% respondió por ML, frente a un 20% para EL.
- En Capacidad para contribuir en la construcción de modelos matemáticos a partir de situaciones reales, la moda se encuentra en ML con un 70% frente a 20% de L.
- En Capacidad para utilizar las herramientas computacionales de cálculo numérico y simbólico para plantear y resolver problemas las categorías L y ML obtuvieron la misma frecuencia de 40%.
- La distribución de frecuencias para Capacidad para extraer información cualitativa de datos cuantitativos es simétrica, con una moda ubicada en ML con frecuencia 6.
- Es notable que para la variable Capacidad para expresarse correctamente utilizando el lenguaje de la matemática el 100% respondió L.
- Es notable que sin embargo para Capacidad para comunicarse con otros profesionales no matemáticos un 20% responde EL y un 70% ML.
- En Capacidad para actuar en contextos educativos y planificar actividades de enseñanza nadie opta por L y la totalidad se distribuye entre EL (40%) y ML (60%).
- En Conocimiento del inglés para leer, escribir y exponer documentos en inglés, así como comunicarse con otros especialistas el 60% responde por EL, el 40% ML y nadie opta por L.
- En Capacidad para trabajar en equipos interdisciplinarios la distribución de las frecuencias es 30% para EL, 40% para ML, 10% para L y 20% NC.

### Contenidos Disciplinarios

- Un 20% responde EL en Geometría Elemental: Congruencias de figuras, áreas de figuras planas, semejanza de figuras, circunferencia, polígonos regulares y 80% opta por L.
- Un 10% opta ML en Geometría Analítica y un 90% L.
- La distribución de frecuencias para Geometría Diferencial es análoga a la de Geometría Analítica, con un 90% para L y un 20% para ML.



- En Álgebra Lineal el 100% responde L
- En Álgebra Abstracta 70% responde por ML y el 30% restante se agrupa del siguiente modo: 20 por ciento ML y el 10% restante en EL.
- Para Teoría de Números, las frecuencias son 1, 3 y 6 para EL, ML y L respectivamente.
- En Cálculo Sucesiones y series numéricas, continuidad...el 90 % elige L y el 10% restante ML.
- En Ecuaciones Diferenciales: Ecuaciones diferenciales de primer orden, ecuaciones diferenciales lineales de orden superior, sistemas de ecuaciones diferenciales lineales, introducción al análisis cualitativo de las ecuaciones y aplicaciones el 100% responde L.
- En Variable Compleja: Funciones analíticas, integración compleja, teorema de Liouville, teorema del módulo máximo, el principio del argumento, el teorema de Rouché, singularidades y residuos el 70 % responde L y el 30 ML.
- Para Análisis Matemático: Topología de  $\mathbb{R}^n$ , continuidad y diferenciabilidad de funciones reales y de varias variables, integral de Riemann, sucesiones y series de funciones, teorema de la función inversa, teorema de la función implícita las frecuencias son 9 para L y 1 para ML.
- Y para Medida e Integración y Análisis Funcional: Resultados fundamentales de la teoría de la medida y la integración, el análisis funcional y la teoría de operadores 70% opta por ML, 20% L y 10% NC.
- En Topología: Conceptos básicos de topología, continuidad, homeomorfismos, compacidad, conexidad y separación 80% elige L y 20% ML.
- Para Matemáticas Discretas Combinatoria, análisis de algoritmos y teoría de grafos la distribución es casi uniforme: 4,3 y 3 para las categorías EL, ML y L respectivamente.
- En Métodos Numéricos: Estudio de errores, aritmética de punto flotante, métodos para la resolución de ecuaciones, polinomios de interpolación diferenciación e integración numéricas, método de mínimos cuadrados, funciones de aproximación el 40% responde ML y el 60 % L.
- En Optimización: Métodos básicos de optimización, en particular la programación lineal, programación no lineal, programación entera y teoría de grafos un 60% responde EL, un 30% ML y sólo 10% L.
- Para Probabilidad y Estadística: Variables aleatorias, espacio de probabilidad funciones de distribución y de densidad, muestreo, inferencia estadística, modelos lineales y algunos aspectos del análisis multivariado y de los procesos estocásticos la distribución de frecuencias es: 2, 4 y 4 para EL, ML y L.





- En Programación y Algoritmos: Desarrollo de habilidades para la construcción de algoritmos mediante el uso de los equipos de cómputo, sistemas operativos, elementos de bases de datos, en un lenguaje de programación un 40% elige EL, mismo porcentaje para ML y 20% L.
- En Lógica y Fundamentos: Lenguajes y sistemas formales, cálculo de enunciados y predicados, computabilidad y decibilidad visual y orientado a objetos sólo e 10% elige L, 20% ML y la mayoría, 70%, opta por EL.
- En Historia y Metodología de la Matemática: Visión panorámica del desarrollo histórico de la Matemática y de sus problemas filosóficos fundamentales el 100 por cien responde EL!

## 1.5 Análisis de programas

Con el propósito de analizar la coherencia entre el plan de estudios y los contenidos curriculares impartidos dentro de las asignaturas, se hizo un relevamiento de los programas de todas las asignaturas obligatorias de la carrera. Los resultados se exponen en el Anexo II.

# Apéndices

## 1.A Encuesta para graduados de la Lic. en Matemática de la UNRC

La siguiente encuesta está destinada a graduados del Plan 2008 de la Lic. en Matemática de la Universidad Nacional de Río Cuarto.

El objetivo que se persigue es conocer la opinión que tienen los graduados sobre la formación recibida durante la carrera, la importancia de esta en su desempeño profesional posterior y si a su criterio se debería fortalecerla en determinada dirección.

Puedes dejar preguntas sin contestar.

### Sobre ti

#### 1.Cuál es tu actividad actual? (Puedes marcar más de una opción)

- ☐ Docente en el nivel medio
- ☐ Docente universitario
- ☐ Becario de posgrado
- ☐ Investigador Científico
- ☐ Asesoramiento para empresas del sector público y/o privado
- ☐ Otro: \_\_\_\_\_

#### 2. Qué ocupación profesional aspiras obtener? (Puedes marcar más de una opción)

- ☐ Docente en el nivel medio
- ☐ Docente universitario
- ☐ Investigador Científico en Matemática Pura
- ☐ Investigador Científico en Matemática Aplicada
- ☐ Investigador Científico en Didáctica de la Matemática
- ☐ Investigador en grupo interdisciplinario
- ☐ Asesoramiento para empresas del sector público y/o privado
- ☐ Otro: \_\_\_\_\_



**Por favor indica cuan efectiva fue la Lic. en Matemática de la UNRC en tu desempeño profesional actual y en la consecución de tus aspiraciones futuras**

3. Nada efectiva ○—○—○—○—○—○—○—○—○—○ Sumamente Efectiva

4. **Completaste el Profesorado en Matemática?**  
○ Si ○ No

1. En caso afirmativo valoras como importante el ciclo común de ambas carreras?  
Nada importante ○—○—○—○—○—○—○—○—○—○ Sumamente Importante

### Sobre la metodología de enseñanza

5a. Durante tu cursado se han establecido relaciones entre los contenidos de las diversas asignaturas? ○ Si ○ No ○ A veces

5b. En caso afirmativo puedes mencionar ejemplos?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

6a. Crees que en la carrera hay espacios donde se trabaja desde una perspectiva multidisciplinaria? ○ Si ○ No

6b. En caso afirmativo puedes mencionar ejemplos?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

6c. Califica si los espacios de formación interdisciplinaria fueron suficientes en cantidad y calidad para tu formación y ocupación profesional?  
Completamente insuficientes ○—○—○—○—○—○—○—○—○—○ Más que suficientes

7a. Consideras que durante la carrera se plantean espacios que te acercaron al campo profesional? ○ Si ○ No

7b. En caso afirmativo puedes mencionar ejemplos?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_



Nada logrado ○-○-○-○-○-○-○-○-○-○ Completamente logrado



**16. Capacidad de abstracción (extraer de una situación los rasgos más relevantes).**

Nada logrado ○—○—○—○—○—○—○—○—○ Completamente logrado

**17. Capacidad para formular problemas en lenguaje matemático.**

Nada logrado ○—○—○—○—○—○—○—○—○ Completamente logrado

**18. Conocimiento de la evolución histórica de los conceptos fundamentales de la matemática.**

Nada logrado ○—○—○—○—○—○—○—○—○ Completamente logrado

**19. Conocimiento de las doctrinas filosóficas y epistemológicas de la matemática**

Nada logrado ○—○—○—○—○—○—○—○—○ Completamente logrado

**20. Capacidad para iniciar investigaciones matemáticas bajo orientación de experto.**

Nada logrado ○—○—○—○—○—○—○—○—○ Completamente logrado

**21. Capacidad para formular problemas de optimización, tomar decisiones e interpretar las soluciones en contextos originales de los problemas.**

Nada logrado ○—○—○—○—○—○—○—○—○ Completamente logrado

**22. Capacidad para contribuir en la construcción de modelos matemáticos a partir de situaciones reales.**

Nada logrado ○—○—○—○—○—○—○—○—○ Completamente logrado



**23. Capacidad para utilizar las herramientas computacionales de cálculo numérico y simbólico para plantear y resolver problemas.**

Nada logrado ○—○—○—○—○—○—○—○—○ Completamente logrado

**24. Capacidad para extraer información cualitativa de datos cuantitativos.**

Nada logrado ○—○—○—○—○—○—○—○—○ Completamente logrado

**25. Capacidad para expresarse correctamente utilizando el lenguaje de la matemática.**

Nada logrado ○—○—○—○—○—○—○—○—○ Completamente logrado

**26. Capacidad para comunicarse con otros profesionales no matemáticos.**

Nada logrado ○—○—○—○—○—○—○—○—○ Completamente logrado

**27. Capacidad para actuar en contextos educativos y planificar actividades de enseñanza**

Nada logrado ○—○—○—○—○—○—○—○—○ Completamente logrado

**28. Conocimiento del inglés para leer, escribir y exponer documentos en inglés, así como comunicarse con otros especialistas.**

Nada logrado ○—○—○—○—○—○—○—○—○ Completamente logrado

**29. Capacidad para trabajar en equipos interdisciplinarios.**

Nada logrado ○—○—○—○—○—○—○—○—○ Completamente logrado



### Contenidos disciplinares

En las preguntas siguientes se especifican contenidos mínimos, agrupados por áreas temáticas, que según expertos un matemático debería poseer. Por favor califica el grado alcance que has conseguido de los mismos en la carrera

30. Geometría Elemental: Congruencias de figuras, áreas de figuras planas, semejanza de figuras, circunferencia, polígonos regulares.	Nada logrado <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> Completamente logrado
31. Geometría Analítica: Geometría elemental del plano y del espacio, sistemas de coordenadas y cónicas.	Nada logrado <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> Completamente logrado
32. Geometría Diferencial: Curvas y superficies.	Nada logrado <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> Completamente logrado
33. Álgebra Lineal: Sistemas de ecuaciones lineales y matrices, espacios vectoriales y aplicaciones lineales, valores y vectores propios.	Nada logrado <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> Completamente logrado
34. Álgebra Abstracta: Conjuntos, relaciones y aplicaciones, estructuras algebraicas elementales: $\mathbb{Z}$ , $\mathbb{Z}_n$ , $\mathbb{Q}$ , $\mathbb{R}$ , $\mathbb{C}$ , polinomios, grupos, subgrupos, subgrupos normales, anillos, subanillos e ideales.	Nada logrado <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> Completamente logrado
35. Teoría de Números: Algoritmo de euclides, pequeño teorema de Fermat, teorema de Euler, teorema de Lagrange, teorema fundamental de la aritmética.	Nada logrado <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> Completamente logrado
36. Cálculo Sucesiones y series numéricas, continuidad, diferenciación e integración de funciones de una y varias variables reales, integrales de línea y de superficie y teoremas clásicos del cálculo (Gauss, Green y Stokes).	Nada logrado <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> Completamente logrado
37. Ecuaciones Diferenciales: Ecuaciones diferenciales de primer orden, ecuaciones diferenciales lineales de orden superior, sistemas de ecuaciones diferenciales lineales, introducción al análisis cualitativo de las ecuaciones y aplicaciones.	Nada logrado <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> Completamente logrado
38. Variable Compleja: Funciones analíticas, integración compleja, teorema de Liouville, teorema del módulo máximo, el principio del argumento, el teorema de Rouché, singularidades y residuos.	Nada logrado <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> Completamente logrado



- 39. Análisis Matemático: Topología de  $R^n$ , continuidad y diferenciabilidad de funciones reales y de varias variables, integral de Riemann, sucesiones y series de funciones, teorema de la función inversa, teorema de la función implícita.**

Nada logrado ○—○—○—○—○—○—○—○—○ Completamente logrado

- 40. Medida e Integración y Análisis Funcional: Resultados fundamentales de la teoría de la medida y la integración, el análisis funcional y la teoría de operadores.**

Nada logrado ○—○—○—○—○—○—○—○—○ Completamente logrado

- 41. Topología: Conceptos básicos de topología, continuidad, homeomorfismos, compacidad, conexidad y separación.**

Nada logrado ○—○—○—○—○—○—○—○—○ Completamente logrado

- 42. Matemáticas Discretas Combinatoria, análisis de algoritmos y teoría de grafos.**

Nada logrado ○—○—○—○—○—○—○—○—○ Completamente logrado

- 43. Métodos Numéricos: Estudio de errores, aritmética de punto flotante, métodos para la resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones lineales y no lineales, polinomios de interpolación, interpolación numérica, diferenciación e integración numéricas, método de los mínimos cuadrados, funciones de aproximación, resolución numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias.**

Nada logrado ○—○—○—○—○—○—○—○—○ Completamente logrado

- 44. Optimización: Métodos básicos de optimización, en particular la programación lineal, programación no lineal, programación entera y teoría de grafos.**

Nada logrado ○—○—○—○—○—○—○—○—○ Completamente logrado

- 45. Probabilidad y Estadística: Variables aleatorias, espacio de probabilidad funciones de distribución y de densidad, muestreo, inferencia estadística, modelos lineales y algunos aspectos del análisis multivariado y de los procesos estocásticos.**

Nada logrado ○—○—○—○—○—○—○—○—○ Completamente logrado

- 46. Programación y Algoritmos: Desarrollo de habilidades para la construcción de algoritmos mediante el uso de los equipos de cómputo, sistemas operativos, elementos de bases de datos, en un lenguaje de programación visual y orientado a objetos.**

Nada logrado ○—○—○—○—○—○—○—○—○ Completamente logrado

- 47. Lógica y Fundamentos: Lenguajes y sistemas formales, cálculo de enunciados y predicados, computabilidad y decibilidad.**

Nada logrado ○—○—○—○—○—○—○—○—○ Completamente logrado





**48. Historia y Metodología de la Matemática: Visión panorámica del desarrollo histórico de la Matemática y de sus problemas filosóficos fundamentales.**

Nada logrado ○—○—○—○—○—○—○—○—○ Completamente logrado

**49. Modelación Matemática: Curso integrador dedicado a solución de ciertos problemas.**

Nada logrado ○—○—○—○—○—○—○—○—○ Completamente logrado

**50. Didáctica de la Matemática**

Nada logrado ○—○—○—○—○—○—○—○—○ Completamente logrado

**51. Física Mecánica clásica y del medio continuo.**

Nada logrado ○—○—○—○—○—○—○—○—○ Completamente logrado

**52. Química o Biología.**

Nada logrado ○—○—○—○—○—○—○—○—○ Completamente logrado

## 1.B Análisis de programas

1er Año			
Materia	Contenidos Mínimos del plan nº consignados en el pro- grama	Horas dicta- das	Observaciones
Cálculo I (1921)/2017	-----	8 hs. semana- les	----- --
Mat. Discreta (1925)/2018	Introducción a la Combinato- ria. Teorema de Fermat y Eu- ler.	8 hs. semana- les	Agregar a los contenidos mínimos pedidos: Nú- meros Reales. Polinomios.
Geometría I (1935)	Centroides. Inscriptos y Cir- cunscriptos. Polígonos. Es- pacios vectoriales Genera- les. Tranformaciones linea- les: rotaciones, reflexiones, simetrías. Cuádricas.	6 hs. semana- les	Revisar nuestros contenidos mínimos.
Taller de Informática (1927)	Su formulación en pseudocó- digos	6 hs. semana- les	Revisar nuestros contenidos mínimos.
Cálculo II (1928)	-----	8 hs. semana- les	Agregar a nuestros contenidos mínimos Ecuaciones di- ferenciales de segundo or- den (se da en el programa actual)
Álgebra lineal I (1933)	-----	8 hs. semana- les	----- ---



Segundo Año			
Materia	Contenidos Mínimos del plan no dados	Horas dictadas	Observaciones
Cálculo III (1929)	-----	8 hs. semanales	----- --
Probabilidades (1987)	-----	8 hs. semanales	----- --
Cálculo Numérico Computacional (2030)	Polinomios Ortogonales	8 hs. semanales	----- --
Estructuras Algebraicas (1993)	Acción de un grupo en un conjunto. Teoremas de Sylow. Módulo. Módulos: Finitamente generados, libres.	8 hs. semanales	----- --
Álgebra Lineal Aplicada (2261)	-----	7 hs. semanales	Pensar en 8 hs. semanales



Tercer Año			
Materia	Contenidos Mínimos del plan no dados	Horas dictadas	Observaciones
Estadística (1991)	Estadística no paramétrica	6 hs. semanales	----- ---
Física (1930)		6 hs. Semanales	Programa no actualizado (último del 2010 verrr)
Estudio de la Realidad Nacional (6235)		2 hs.semanales	Programa no actualizado (último del 2012)
Topología (1917)	-----	9 hs. Semanales	----- ---
Variable compleja y Análisis de Fourier (2262)	Aplicaciones a la conducción del calor y a la mecánica de fluidos. Expansión en serie por sistemas ortoganales de funciones. Polinomios ortoganales. Polinomios de Legendre, Chebyshev, Jacobi, Hermite y Laguerre.	9 hs. Semanales	Revisar contenidos mínimos: se puede sacar expansión en serie...
Taller de Resolución de Problemas (1994)	-----	4 hs. semanales	----- ---
Medida e Integración (2263)	-----	8 hs. semanales	----- ---

Cuarto Año			
Materias	Contenidos Mínimos del plan no dados	Horas dictadas	Observaciones
Ecuaciones Diferenciales (1913)	Transformada de Laplace. Métodos Numéricos. Equilibrio y estabilidad.	8 hs. semanales	----- ---
Geometría Diferencial (1915)	Geometría Rimanniana Intrínseca. Aplicaciones a la física.	8 hs. Semanales	Reformular contenidos mínimos
Modelos Matemáticos (2265)	No coinciden con el programa actual.	6 hs.semanales	Revisar contenidos mínimos



2021 – "AÑO DE HOMENAJE AL PREMIO NOBEL DE MEDICINA DR. CÉSAR MILSTEIN"

*Universidad Nacional de Río Cuarto*  
*Facultad de Ciencias Exactas Físico-Químicas y Naturales*



## 1.C Comparación planes de estudio

Tema	UNRC	UNAB	UNSL	UNC	UNLPam	UNNE	UNICEN	UNL	UT	MA	UNMDP	UNSiB	UNS	UNSE	UNR	UBA
EDO Teoría Básica	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓		✓	✓	✓	✓	✓	
EDO Ecuaciones Orden Superior	✓	✓														
EDO Método de Frobenius	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓				✓	✓		
EDO, Existencia y Unicidad	✓															
EDO, Teoría de Lie	✓			✓	✓	✓	✓		✓		✓	✓			✓	
EDO, Sistemas Lineales		✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓		✓	✓				
EDO, Sistemas No Lineales			✓						✓		✓	✓				
EDO, Estabilidad																
EDO, Sturm-Liouville																
EDP, Ecuaciones Física Matemática	✓	✓	✓	✓	✓		✓		✓		✓		✓		✓	
EDP, Método de Fourier	✓	✓		✓		✓							✓			
EDP, Método de Características																
EDP, Soluciones Débiles																
Cálculo de Variaciones																
Geometría Curvas y superficies	✓		✓	✓	✓	✓	✓		✓		✓	✓	✓	✓	✓	
Cálculo sobre Variedades				✓							✓		✓	✓		
Geometría Diferencial Abstracta			✓	✓									✓	✓		
Geometría Riemanniana																
Cálculo Numérico, Interpolación	✓	✓	✓	✓			✓				✓	✓	✓	✓		
Solución Ecuaciones No Lineales	✓	✓		✓	✓	✓	✓		✓		✓	✓	✓	✓		
Solución Sistemas Ecuaciones Lineales	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓		✓	✓	✓	✓	✓	
Diferenciación e Integración Numérica	✓	✓	✓	✓		✓	✓		✓		✓	✓	✓	✓	✓	
Solución numérica de Ecuaciones diferenciales	✓			✓		✓	✓		✓		✓	✓	✓	✓	✓	
Análisis funcional				✓	✓	✓	✓		✓		✓		✓	✓	✓	



(Carpetas correctas)

(A)

Marcelo

Tema	UNRC	UNAB	UNSL	UNC	UNLPam	UNNE	UNICEN	UNL	UNCOMA	UNMDP	UNSUB	UNS	UNSE	UNR	UBA
Probabilidad Básica	X		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Probabilidad, Teoremas Límite	X		X	X	X	X	X		A	X	A	X	X	A	X
Probabilidad, Distribuciones de sumas	X		A	X	A	A	X		A	X	A	X	X (B)	A	X
Probabilidad, Caminatas aleatorias	A		X	X	A	A	A		A	A	A	A	X	A	X
Estadística, Evaluación de Estimadores	X		A	X	X	A	X	X	A	X	A	X	X (B)	A	X
Intervalos de Confianza y Test	X		X	X	X	X	X		X	X	X	X	X (B)	X	X
Regresión, ANOVA	X		A	X	X	X	X		X	X (10)	X	X	X (10)	A	X
Epistemología	X		A	A	A	A	A		A	X	A	X	X	X	X
Modelización	X		X	A	A	A	X	X	X	X	A	X	X	X	X
Idiomas	X		X	X	X	A	A	X	X	A	X	X	X	A	X
Formación Político Ciudadana	X		A	A	A	A	A		A	X	A	A	A	A	X
Historia	X		A	A	A	A	A		A	A	X	A	A	A	A

O = Optativos

A = Ausente

No detectado

Notes:

1) UNL: no están los contenidos mínimos.

2) Epistemología y "Fundamentos" se cruzan





Graciela

Tema	UNRC	UNAB	UNSL	UNC	UNLPam	UNNE	UNICEN	UNL	UNCOMA	UNMDP	UNSJB	UNS	UNSE	UNR	UBA
Topología Conjuntos	X		X	X	X	X	X		X	X	X		X	X	
Topología Algebraica	X			X	X	X	X		X	X	X		X		
Sucesiones Series	X		X	X	X	X	X		X	X	X		X		
Funciones- Arzela-Ascoli	X		X	X	X	X	X		X	X	X		X		
Variable Compleja	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X		X	X	
Básica	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X		X	X	
Residuos y Polos	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X		X	X	
Mapeo conforme	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X		X	X	
Series de Laurent	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X		X	X	
Informática	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X		X	X	
Mecánica	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X		X	X	
Electromagnetismo	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X		X	X	
Óptica	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X		X	X	
Mecánica Fluidos	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X		X	X	
Series de Fourier	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X		X	X	
Integral de Lebesgue	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X		X	X	
Espacios $L^p$	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X		X	X	
Espacios Sobolev	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X		X	X	
Medidas Abstractas, Radon-Nikodym	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X		X	X	
Diferenciación e Integral	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X		X	X	

Taller  
Conf.  
Redu...





UNRC



2021 - "AÑO DE HOMENAJE AL PREMIO NOBEL DE MEDICINA DR. CÉSAR MILSTEIN"

Universidad Nacional de Río Cuarto  
Facultad de Ciencias Exactas Físico-Químicas y Naturales

25

Stefi

Tema	UNRC	UNAB	UNSL	UNC	UNLPam	UNNE	UNICEN	UNL	UNCOMA	UNMDP	UNSJB	UNS	UNSE	UNR	UBA
Relaciones	X	X	X		X	X	X		X	X	X	X	X	X	
Conjuntos	X	X	X		X	X	X		X	X	X	X	X	X	
Cardinalidad	X	X	X		X	X	X		X	X	X	X	X	X	
Grafos	X	X	X		X	X	X		X	X	X	X	X	X	
Teoría de Números	X	X	X		X	X	X		X	X	X	X	X	X	
Combinatoria	X	X	X		X	X	X		X	X	X	X	X	X	
Algebra Lineal	X	X	X		X	X	X		X	X	X	X	X	X	
Nociones Básicas	X	X	X		X	X	X		X	X	X	X	X	X	
Diagonalización	X	X	X		X	X	X		X	X	X	X	X	X	
Formas de Jordan	X	X	X		X	X	X		X	X	X	X	X	X	
Descomposición	X	X	X		X	X	X		X	X	X	X	X	X	
QR-SVD	X	X	X		X	X	X		X	X	X	X	X	X	
Grupos, Sylow	X	X	X		X	X	X		X	X	X	X	X	X	
Anillos	X	X	X		X	X	X		X	X	X	X	X	X	
Cuerpos	X	X	X		X	X	X		X	X	X	X	X	X	

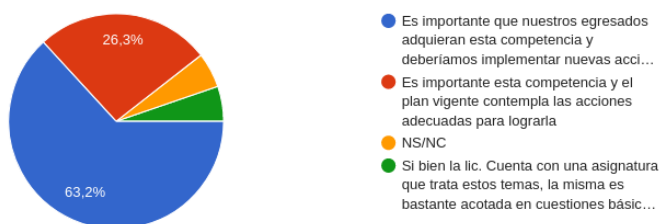
→ Plan a implementar en 2018.

## 1.D Encuesta para docentes

### Pregunta 1

Responsabilidad social y compromiso ciudadano.

19 respuestas



En caso de haber elegido la primera opción en la pregunta anterior, que acciones puedes sugerir. Entendemos un rango amplio de acciones, como ser: nuevas materias-talleres-seminarios creados con el propósito específico, nuevas metodologías educativas, cambios en la orientación curricular, etc. 8 respuestas

12 respuestas

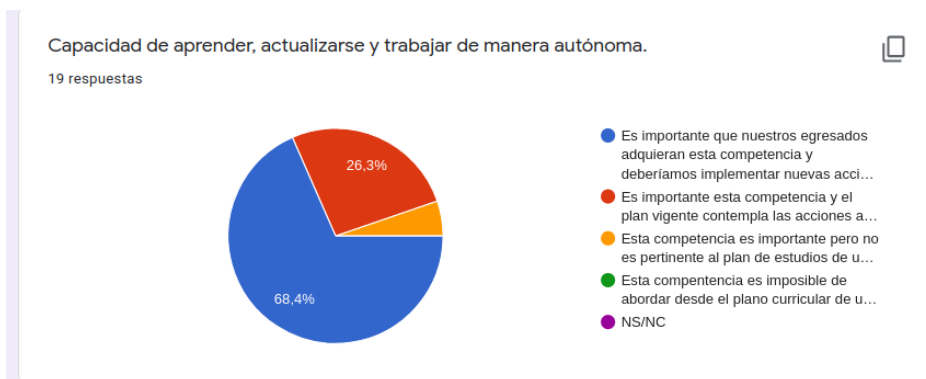
- Propongo que se realicen seminarios donde se muestre y enseñe a los alumnos la aplicación de los contenidos vistos en las asignaturas a la vida diaria. Uno por año a partir del segundo año y que en dichos seminarios se relacionen todas las materias del año anteriores.
- Una de las acciones a implementar podría ser a través de seminarios que aborden esta competencia.
- Pienso que hay una asignatura destinada a esta temática y esto lo considero suficiente. Sin embargo, según me han referido algunos estudiantes, parece ser que el dictado de ella no es del todo riguroso y no estaría logrando el objetivo que se propone. Deberíamos actuar, a través de la Secretaría Académica de la Facultad para corregir la situación.
- Participar del programa de prácticas socio-comunitarias.
- También es importante que los docentes nos manifestemos en torno a problemáticas de la sociedad. Por ejemplo que a través de nuestro órgano colegiado nos expresemos en torno a, por ejemplo, la toma.
- Por un lado, la formación en "responsabilidad social y compromiso ciudadano" debería formar parte de la formación específica de un licenciado en Matemática en



términos de que dicha formación debería brindar la posibilidad de construir herramientas para formar un pensamiento crítico que permita "interpelar" y/o "cuestionar" la realidad. No obstante, sería muy importante -también- poder implementar espacios específicos de formación al respecto ya que la posibilidad de "conceptualizar" e "intelectualizar" ideas, posicionamientos y aportes teóricos al respecto, aportaría herramientas específicas para el desarrollo de esta competencia.

- Yo introduciría algún seminario específico, y fomentaría las Prácticas socio Comunitarias o actividades similares.
- Considero que debiéramos pensar -en conjunto- en la construcción de espacios curriculares que ayuden a entender el rol de la matemática en la actual sociedad, que se logre valorar el conocimiento matemático como conocimiento NECESARIO para "entrar" a la sociedad. Si queremos responder a demandas, NO hay DEMANDAS del pueblo, entendiendo el "pueblo" en sentido amplio, no solo a los sectores mas populares. Considero que ésta es una deuda que tenemos y que los currículos en sus clásicos diseños por especialistas deben deconstruir. Desde este lugar, esto forma parte de la responsabilidad ciudadana que nos cabe por el privilegio de haber podido acceder a un ámbito público de difusión y construcción de conocimiento científico.
- Realizar talleres y seminarios creados con ese propósito Talleres y/o Seminarios creados con ese propósito
- Pueden ser seminarios o talleres cortos con propósitos bien claros y definidos.
- Mediante algún taller para éste fin específico que 'obligue' a los estudiantes a involucrarse con las distintas problemáticas sociales. Esto es para que puedan acercarse a los sectores más vulnerables desde lo económico, también a personas con capacidades diferentes entre otros. Por que cualquiera sea el ámbito profesional en el que se desarrolle un Lic. en Matemática va a estar en contacto con personas y tienen que poder respetar la diversidad. Ejemplo: siendo docente nos encontramos con una población de alumnos muy heterogénea y hay que saber respetarlos y comprenderlos.
- a) Incorporar en el currículo contenidos de las sociologías general, de la educación y de la ciencia, con énfasis en las perspectivas críticas y/o del conflicto b) Ampliar, a nivel departamental, el número de prácticas socio-comunitarias y/o proyectos de extensión que articulen currículo con las prácticas sociales de los actores sociales más vulnerables de Río Cuarto c) Promover la participación de los estudiantes en sus en ámbitos institucionales y especialmente en sus organizaciones (centros de estudiantes y agrupaciones) d) Promover la participación de otras experiencias culturales por fuera del currículo; a modo de ejemplo, "Ciclo de cine por la diversidad" La incorporación de prácticas socio-comunitarias en la carrera puede aportar a la reflexión sobre este tema.

## Pregunta 2



En caso de haber elegido la primera opción en la pregunta anterior, que acciones puedes sugerir. Entendemos un rango amplio de acciones, como ser: nuevas materias-talleres-seminarios creados con el propósito específico, nuevas metodologías educativas, cambios en la orientación curricular, etc.

12 respuestas

- Uso de nuevas metodologías educativas y materiales curriculares que propicien el trabajo autónomo e induzcan al alumno a esta forma de trabajo.
- Creo que a nuestros estudiantes les deberíamos diseñar prácticas donde deban enfrentar situaciones de manera autónoma. Es mi impresión que el trabajo práctico de las distintas asignaturas se lleva adelante de una manera muy tutelada. Es probable que esto sea así, porque los docentes encontramos que hay un desajuste entre lo que pretendemos enseñar y lo que el alumno está en condiciones de aprender. Como no logramos que resuelvan los problemas que les proponemos, diseñamos actividades donde se realiza una práctica con mucho asesoramiento o ellas, y sus consecuentes exámenes prácticos, consisten de ejercicios donde se implementan métodos y procedimientos.
- Sólo modificaría la metodología, incluyendo trabajos para resolver en forma autónoma en algunas asignaturas
- Considero esta competencia fundamental y transversal a cada espacio curricular. No existe una metodología para aprender matemática autónomamente que pueda contenerse en un espacio específico. Lo que considero que nos falta es trabajo colectivo en la institución formadora, donde prime el acto reflexivo en torno a qué matemática enseñar y como pensar en transposiciones que hagan funcional ese conocimiento.



- Desde cada asignatura promover el trabajo autónomo, impulsar a la búsqueda de trabajos y lecturas como paper por ejemplo. Se podría dar un pequeño seminario de como indagar los mismos, diferentes revistas científicas etc.
- Implementar nuevas metodologías en cada asignatura
- Nueva metodologías, implementar en cada asignatura
- Creo que debería destinarse un espacio curricular para debatir las actualizaciones de esta ciencia y otras, tanto entre docentes como estudiantes.
- Creo que hay docentes que con su metodología de trabajo favorecen a la autonomía de los estudiantes. Pero considero que no debe ser que esto suceda por las persona en sí que estén como docentes, sino debe ser algo propio de todas las materias desde los primeros años (Ejemplo: metodología de evaluación- Hacer desde los primeros años pequeños trabajos de investigación. No que haya una sola materia que sea un seminario de investigación sino que se incorpore en varias materias)
- a) Que cada asignatura tenga como lectura real más de un texto de referencia b) Promover la lógica de la investigación en el aula, b) Alentar la participación de lxs estudiantes en proyectos de investigación y ayudantías de segunda c) Alentar tanto la resolución como, y especialmente, el planteo de problemas.
- Debemos proveer una formación sólida que permita a los egresados potenciar las líneas de investigación vigentes en el Departamento de Matemática, asimismo poder participar de otros grupos de investigación de la Universidad y de otras instituciones. Además la capacidad de autonomía permitirá fortalecer las áreas más débiles de nuestro Departamento creando nuevas líneas de investigación. Talleres o seminarios en donde se trabaje esta capacidad. Además, creo debe intentarse potenciar esta capacidad en el trabajo diario realizado en cada materia.

### Pregunta 3

Capacidad crítica y autocrítica. No nos referimos sólo a la capacidad de reflexionar sobre la corrección de argumentaciones lógicas, sino también a la capacidad de cuestionar los saberes y prácticas instituidos.



19 respuestas



En caso de haber elegido la primera opción en la pregunta anterior, que acciones puedes sugerir. Entendemos un rango amplio de acciones, como ser: nuevas materias-talleres-seminarios creados con el propósito específico, nuevas metodologías educativas, cambios en la orientación curricular, etc.

8 respuestas

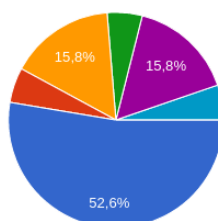
- Implementar nuevas metodologías educativas
- a) A las observaciones formuladas en la pregunta 1, agrego "alentar la participación de los estudiantes en la vida política universitaria y de la ciudad" b) la historización de los contenidos de matemática es una perspectiva que necesitamos asumirla de modo transversal a las asignaturas como una forma de desnaturalizar conceptos y formas institucionales c) La participación de nuestros estudiantes en programas de intercambios en el país como en América Latina podría favorecer las perspectivas críticas
- En este caso considero que habría que revisar la metodología usada en general en las clases en pos de lograr en los alumnos la revisión crítica, la reinversión de los contenidos, la búsqueda de relaciones, los fundamentos del por qué de la enseñanza aprendizaje de ciertos contenidos. No olvidemos que quienes estudian la licenciatura también serán docentes en el nivel universitario (y muchos en el nivel medio).
- Metodologías educativas, en cada asignatura para lograrlo
- Los docentes deberíamos alentar la crítica y cuestionamiento el saber instituido. Deberíamos cuestionarnos sobre el sentido del saber que impartimos, su importancia y relación con el resto de la matemática y la ciencia en general.
- Creo que durante el cursado de las asignaturas ya existentes se debe favorecer a la autocrítica y esto se debe ver reflejado en la evaluación.

- Es muy importante la revisión metodológica al interior de los espacios curriculares ya que para lograr una capacidad crítica y autocrítica resulta fundamental generar -en los espacios de formación- posibilidades de "reflexión" sobre el hacer matemático.
- Todo lo que plantee en la anterior pregunta sumando además la necesidad de una revisión de la organización y estructuración de las asignaturas que supere el clásico planteo de secuenciación de contenidos conceptuales, para repensarlas en torno a problemas. O sea organizar los currículos en torno a problemas que permitan una creativa actividad matemática por parte de los alumnos con sus conocimientos disponibles pero que permitan a su vez la emergencia de nuevas proposiciones, definiciones, teoremas que mediante una gestión continua pero reguladora del docente se reconozcan en las clases como nuevos objetos a ser utilizados. Sin duda este posicionamiento tensiona una clásica organización institucional: el armado de las materias como Teórico y Prácticos.

#### Pregunta 4

Valoración y respeto por la diversidad y multiculturalidad.

19 respuestas



- Es importante que nuestros egresados adquieran esta competencia y debería...
- Es importante esta competencia y el plan vigente contempla las acciones a...
- Esta competencia es importante pero no es pertinente al plan de estudios de u...
- Esta competencia es imposible de abordar desde el plano curricular de u...
- NS/NC
- Considero importante el respeto por la...

En caso de haber elegido la primera opción en la pregunta anterior, que acciones puedes sugerir. Entendemos un rango amplio de acciones, como ser: nuevas materias-talleres-seminarios creados con el propósito específico, nuevas metodologías educativas, cambios en la orientación curricular, etc.

8 respuestas

- Realizar talleres creados con el propósito específico
- a) Que nuestro departamento incorpore en su lenguaje institucional las normativas ya sancionadas a nivel nacional y también a nivel local, UNRC. A modo de ejemplo, que en nuestra web la normativa de identidad de género y el reglamento de violencia de género queden explicitados b) Promover la participación de docentes, no-docentes y estudiantes en espacios educativos y culturales que favorezcan la diversidad en sus diferentes dimensiones c) Promover la generación de proyectos de extensión



y/o prácticas socio-comunitarias que incorporen la problemática c) La participación de nuestros estudiantes en programas de intercambios en el país como en América Latina podría favorecer las perspectivas críticas.

- Talleres creados con el propósito específico
- Es oportuno destacar que dentro del departamento se realizan acciones en la dirección de la inclusión, por ejemplo elaborando material didáctico para no videntes. Sin llegar a crear nuevas materias sobre esta temática hay algunas otras acciones que si bien no forman parte de un currículo formal creo que aportarían en la dirección señalada. Por ejemplo, que los docentes nos manifestemos en torno a problemáticas de género y diversidad cultural, que nuestro órgano colegiado, el consejo departamental, se manifieste avalando acciones de la comunidad en defensa de la diversidad sexual y cultural (marcha de la gorra y la diversidad, etc). Hay que valorar el carácter pedagógico de estas acciones.
- Es un poco lo que conteste en la primer pregunta. Debe haber talleres específicos que hagan que los estudiantes se vinculen con 'diferentes' grupos de personas.
- Quizás resulte necesario un abordaje específico para avanzar -en primer lugar- en la "comprensión" de lo diverso y multicultural para -luego- pensar la posibilidad de una formación que no sólo contemple sino que se base en el respeto y valoración de la diversidad y multiculturalidad.
- En este caso propondría que haya una o dos asignaturas para capacitar y darle estrategias a nuestros alumnos para aceptar, respetar y comprender la heterogeneidad cultural actual.
- Análogamente a respuestas anteriores considero que estos valores necesarios para pensar una sociedad diferente más igualitaria y menos fóbica deberían fomentarse transversalmente en todo el desarrollo del programa de estudios. Quizás un trabajo colectivo en tanto institución formadora de profesionales del conocimiento científico, nos ayudaría a reflexionar sobre qué significa "ser docente" en el ámbito universitario, y además en una Universidad pública. Que sin duda supera toda mirada simplista que valore solo la especialidad matemática

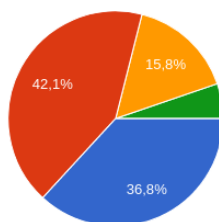
#### Pregunta 5



Dominio de los conceptos básicos de la matemática superior, según lo que Ud. entienda que es oportuno considerar "matemática superior" y que deba estar presente en el plan de estudios.



19 respuestas



- Es importante que nuestros egresados adquieran esta competencia y deberíamos implementar nuevas acciones...
- Es importante esta competencia y el plan vigente contempla las acciones adecuadas para lograrla
- NS/NC
- No hay un recorte adecuado de la competencia a lograr. Es muy general la propuesta.

En caso de haber elegido la primera opción en la pregunta anterior, que contenidos debería contemplar el nuevo plan de estudios que no contempla el actual.

7 respuestas

- Problemas de grafos (como conectividad y coloreo), cardinalidad (teorema de Schoreder-Cantor), teorema de Radom-Nykodim y su vinculación con esperanzas condicionales, cadenas de markov y nociones generales de procesos estocásticos (martingalas), transformada de Fourier y teormas de inversión, nociones de aprendizaje de máquinas y aprendizaje estadístico (machine y statistical learning), funciones monótonas y de variación acotada.
- Las carrera de 4 años no permite contemplar los conceptos básicos de la matemática superior. Faltan contenidos en álgebra, análisis funcional, ecuaciones en derivadas parciales, etc.
- El nuevo plan de estudios debería contemplar como materias obligatorias: Ecuaciones en Derivadas Parciales y Análisis Funcional
- Me parece que el nuevo plan debería contemplar más contenidos de estadística, mapeo conforme, ecuaciones en derivadas parciales, series de Fourier, Teoría de Optimización y quizás algunas otras que me estoy olvidando.
- Considero que es bastante completo el plan.
- Desde mi punto de vista, agregaría contenidos básicos de lógica en primer año. Ejemplo: Si bien se puede entender intuitivamente la negación de la definición de la existencia de un límite, no puede ser que alguien que estudie matemática no pueda negar una proposición que tenga conectores y cuantores lógicos, entre otras cosas (esto como base para todas las materias que se dictan).

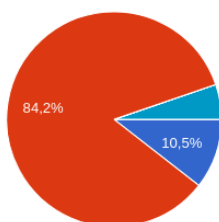
- Tal vez falten algunos contenidos básicos de geometría. Con respecto a contenidos de matemática superior, considero necesario que se dicten contenidos de análisis funcional.
- Álgebra: Más temas acerca de Polinomios y Ecuaciones Algebraicas. Teoría de Módulos, Grupos finitos, Extensiones de Grupo y de Cuerpo. Matemática Discreta: Combinatoria, Teoría de Grafos, Análisis Funcional y Ecuaciones Diferenciales en Derivadas Parciales.
- Específicamente considero que en la denominada Matemática superior debería incluirse un espacio curricular sobre Epistemología de la Matemática.

### Pregunta 6

Capacidad para construir y desarrollar argumentaciones lógicas con una identificación clara de hipótesis y conclusiones.



19 respuestas



- Es importante que nuestros egresados adquieran esta competencia y debería...
- No es necesario dedicar más espacios curriculares
- Esta competencia es importante pero no es pertinente al plan de estudios de u...
- Esta competencia es imposible de abordar desde el plano curricular de u...
- NS/NC
- Creo que el plan actual contempla est...

En caso de haber elegido la primera opción en la pregunta anterior, que acciones puedes sugerir. Entendemos un rango amplio de acciones, como ser: nuevas materias-talleres-seminarios creados con el propósito específico, nuevas metodologías educativas, cambios en la orientación curricular, etc.

1 respuesta

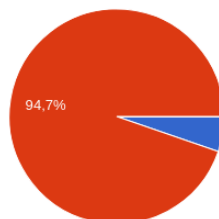
- Como dije en la pregunta anterior se necesitan conocimientos de lógica, y que estos conocimientos se afiancen en las distintas asignaturas.

### Pregunta 7

### Capacidad de abstracción, extraer de una situación los rasgos más relevantes



19 respuestas



- Es importante que nuestros egresados adquieran esta competencia y deberíamos implementar nuevas acciones...
- Es importante esta competencia y el plan vigente contempla las acciones a...
- Esta competencia es importante pero no es pertinente al plan de estudios de u...
- Esta competencia es imposible de abordar desde el plano curricular de u...
- NS/NC

En caso de haber elegido la primera opción en la pregunta anterior, que acciones puedes sugerir. Entendemos un rango amplio de acciones, como ser: nuevas materias-talleres-seminarios creados con el propósito específico, nuevas metodologías educativas, cambios en la orientación curricular, etc.

1 respuesta

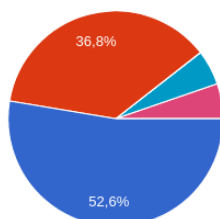
- Considera que esto se logra con la metodología de enseñanza.

### Pregunta 8

#### Capacidad para formular problemas en lenguaje matemático.



19 respuestas



- Es importante que nuestros egresados adquieran esta competencia y debería...
- Es importante esta competencia y el plan vigente contempla las acciones a...
- Esta competencia es importante pero no es pertinente al plan de estudios de u...
- Esta competencia es imposible de a...
- NS/NC
- La capacidad esta vigente en la mate...
- Creo que si el problema es propio de l...

En caso de haber elegido la primera opción en la pregunta anterior, que acciones puedes sugerir. Entendemos un rango amplio de acciones, como ser: nuevas materias-talleres-seminarios creados con el propósito específico, nuevas metodologías educativas, cambios en la orientación curricular, etc.

9 respuestas

- Implementar nuevas metodologías educativas que trabaja con problemas a resolver en cada asignatura

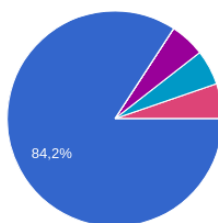
- El plan debería contemplar el cursado de asignaturas de otras disciplinas junto a estudiantes de otras carreras. A modo de ejemplo, física y algorítmica deberían cursarse junto a lxs estudiantes de física y computación.
- Se deberían trabajar con más modelos matemáticos al interior de las asignaturas. Considero que se trabaja en la asignatura modelos matemáticos y en muy pocas otras en unidades temáticas específicas.
- Nuevas metodologías educativas, para implementar en cada asignatura
- Habría que agregar talleres en el cual, por ejemplo, se formulen en lenguaje matemático problemas provenientes de otras áreas
- Entiendo que se refiere a la capacidad de modelar, y tanto docentes como estudiantes tendríamos que capacitarnos más en esto. Especialmente en matemática aplicada.
- Entiendo que esta competencia requiere que el estudiante aborde otros objetos de estudio aparte de los matemáticos, de modo que pueda vislumbrar una estructura matemática subyacente en ellos y transmitirla en el lenguaje propio de la matemática. Hay pocas materias donde pongamos al estudiante en esta situación.
- Yo modificaría la metodología de enseñanza, introduciendo en algunas asignaturas problemas de otras áreas del conocimiento que puedan formularse en lenguaje matemático.

### Pregunta 9

Conocimiento de la evolución histórica de los conceptos fundamentales de la matemática.



19 respuestas



- Es importante que nuestros egresados adquieran esta competencia y debería...
- Es importante esta competencia y el plan vigente contempla las acciones a...
- Esta competencia es importante pero no es pertinente al plan de estudios de u...
- Esta competencia es imposible de a...
- NS/NC
- Es importante y el plan vigente conte...
- Mirar respuesta en el ítem siguiente

En caso de haber elegido la primera opción en la pregunta anterior, que acciones puedes sugerir. Entendemos un rango amplio de acciones, como ser: nuevas materias-talleres-seminarios creados con el propósito específico, nuevas metodologías educativas, cambios en la orientación curricular, etc.

16 respuestas



- Implementar talleres que contemplen este aspecto.
- implementar nuevas materias con los contenidos pertinentes
- a) Epistemología e historia de la matemática son disciplinas que deben transversalizar el currículo b) Debe sostenerse tanto historia como epistemología como una opción del cuerpo de asignaturas optativas.
- Puede ser la creación de un espacio propio (asignatura, taller, seminario) como historia y epistemología de las matemáticas junto a la incorporación al interior de cada asignatura de cuestiones generales que hacen a esos contenidos.
- Taller o Seminario
- Tendría que haber un espacio para estudiar historia y fundamentos de la matemática. Creo que actualmente depende del docente la incorporación de estos contenidos en cada materia.
- Se debería incorporar en el transcurso del dictado de cada una de las asignaturas. nuevas materias como historia de la matemática serían oportunas
- Sería oportuno que en tantas materias como se pueda se transmita la idea que la matemática no es una estructura monolítica e inalterable, sino que es un objeto histórico que transcurre en el tiempo y evoluciona no sólo de manera acumulativa, por ejemplo que tiene eventos disruptivos. Es menester que contextualicemos históricamente los conceptos que pretendemos enseñar.
- No creo que sea necesario alguna materia específica sino que se trate (en algunas materias) de dar los contenidos tratando de mostrarles a los alumnos cual fue toda la construcción histórica hasta llegar al concepto o teorema, etc que tiene relevancia en la actualidad.
- Incorporación de una nueva materia
- Debería formar parte del trabajo en los espacios curriculares.
- Materias donde se aborde la filosofía e historia de la matemática.
- Contextualizar las Matemáticas por medio de su historia es un esfuerzo que se debería al menos intentar ya sea desde las asignaturas ya vigentes o bien dedicando un nuevo espacio curricular a la Historia de las Matemáticas ya que ésta puede proporcionarle una visión verdaderamente humana a las matemáticas que muchas veces es percibida como una ciencia fría e infalible. La Historia de la Matemáticas puede representar un valioso recurso en la construcción de estrategias necesarias para formar estudiantes reflexivos y críticos (que preguntan el qué, el cómo, el dónde y el por qué). De esta manera se pueden conocer los desacuerdos, los errores, los problemas y las

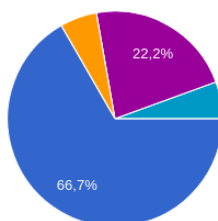
necesidades que se encuentran tras la historia de cada concepto matemático, proporcionándole al estudiante la posibilidad de dudar y generar debates interesantes. Quizás una manera de implementar este espacio sea mediante un seminario donde estudiantes y docentes puedan exponer/debatir la correlación de un concepto matemático con su respectiva evolución histórica.

- No estoy pensando en una historia de los conocimientos matemáticos. justamente conocer la "razón de ser" de objetos que estructuran y otorgan el sentido esencialmente modelizador de la matemática significa estudiar la epistemología de los saberes. Ahora bien, ¿qué saberes?, ¿qué desarrollo y hasta donde? son interrogantes que nuevamente, considero, deben ser discutidos colectivamente y en relación con otras instituciones.
- Incorporar alguna asignatura (o parte de una asignatura)

### Pregunta 10

Conocimiento de las doctrinas filosóficas y epistemológicas de la matemática

18 respuestas



- Es importante que nuestros egresados adquieran esta competencia y debería...
- Es importante esta competencia y el plan vigente contempla las acciones a...
- Esta competencia es importante pero no es pertinente al plan de estudios de u...
- Esta competencia es imposible de abordar desde el plano curricular de u...
- NS/NC
- Esta competencia es importante, pero...

En caso de haber elegido la primera opción en la pregunta anterior, que acciones puedes sugerir. Entendemos un rango amplio de acciones, como ser: nuevas materias-talleres-seminarios creados con el propósito específico, nuevas metodologías educativas, cambios en la orientación curricular, etc.

13 respuestas

- Implementar talleres que aborden esta competencia y junto con la evolución histórica.
- Implementar nuevas materias que contemplen contenidos relacionados con esta competencia junto con la evolución histórica de los conocimientos matemáticos
- Epistemología e historia de la matemática son disciplinas que deben transversalizar el currículo

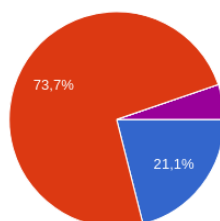
- Es muy importante estas discusiones y aprendizajes, como ya lo mencioné con anterioridad.
- Nueva materia
- Se podría incluir una asignatura en donde se estudie historia y epistemología ya que el plan curricular actual no contempla estos items.
- espacios como epistemología o filosofía serían necesarias
- Incorporación de una nueva materia
- Debería formar parte del trabajo en los espacios curriculares pero sería muy importante la posibilidad de un espacio específico para que las doctrinas filosóficas y epistemológicas de la matemática se constituyan en "objetos de estudio".
- Igual a la anteriores. Matetias donde se pueda tener conocimiento de esta area.
- Idem a la respuesta anterior.
- Creo que respuestas anteriores validan esta elección. Incorporar alguna asignatura (o parte de una asignatura)

### Pregunta 11

Capacidad de investigar en matemática bajo orientación de experto.



19 respuestas



- Es importante que nuestros egresados adquieran esta competencia y deberíamos implementar nuevas acci...
- Es importante esta competencia y el plan vigente contempla las acciones a...
- Esta competencia es importante pero no es pertinente al plan de estudios de u...
- Esta competencia es imposible de abordar desde el plano curricular de u...
- NS/NC

En caso de haber elegido la primera opción en la pregunta anterior, que acciones pudes sugerir. Entendemos un rango amplio de acciones, como ser: nuevas materias-talleres-seminarios creados con el propósito específico, nuevas metodologías educativas, cambios en la orientación curricular, etc.

4 respuestas

- Incorporar seminarios relativos a este tema e implementar estas capacidades dentro de cada asignatura

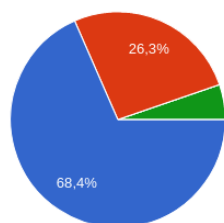
- Nueva materia
- Talleres o seminarios en donde se trabaje esta capacidad
- Implementar talleres optativos para que los alumnos trabajen en un lineamiento que les interese desde segundo año. Y además para mostrarle e interiorizarlos en las investigaciones existentes en nuestro departamento pero desde adentro, para ello deben participar.

### Pregunta 12

Capacidad para indagar en bibliotecas, hemerotecas, bases bibliográficas online, etc.



19 respuestas



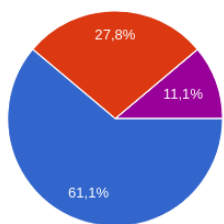
- Es importante que nuestros egresados adquieran esta competencia y deberíamos implementar nuevas acciones
- Es importante esta competencia y el plan vigente contempla las acciones a...
- Esta competencia es importante pero no es pertinente al plan de estudios de u...
- Esta competencia es imposible de abordar desde el plano curricular de u...
- NS/NC

### Pregunta 13

Capacidad para formular problemas de optimización, tomar decisiones e interpretar las soluciones en contextos originales de los problemas.



18 respuestas



- Es importante que nuestros egresados adquieran esta competencia y deberíamos implementar nuevas acciones
- Es importante esta competencia y el plan vigente contempla las acciones a...
- Esta competencia es importante pero no es pertinente al plan de estudios de u...
- Esta competencia es imposible de abordar desde el plano curricular de u...
- NS/NC

En caso de haber elegido la primera opción en la pregunta anterior, que acciones puedes sugerir. Entendemos un rango amplio de acciones, como ser: nuevas materias-talleres-seminarios creados con el propósito específico, nuevas metodologías educativas, cambios en la orientación curricular, etc.

11 respuestas



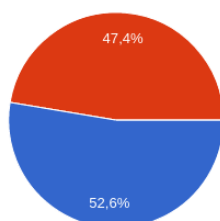
- Incorporar en algunas asignaturas problemas aplicados
- Incorporar en espacios curriculares pertinentes optimización e interpretar en contextos reales
- En cada espacio curricular deberíamos trabajar la capacidad de interpretar y comunicar resultados en contexto del problema.
- Debería haber un espacio curricular con aplicaciones concretas de la matemática.
- Agregar contenidos de teoría de optimización.
- Es fundamental. No debe ser algo propio de una materia, sino de todas. No es que se deban cambiar los contenidos de las materias sino, como ya dije, el tipo de problemas que se le presenta al alumno.
- Nuevas materias y/o trabajar con este tipo de problemas en las materias que ya tenemos.
- Quizás sea necesario revisar el tipo de planteo desde los espacios curriculares.
- Propongo que se den asignaturas mas aplicadas a la informatica.
- Se puede pensar en un espacio tipo el taller de resolución de problemas que actualmente es una asignatura pero donde se resuelvan problemas de Optimización con el uso de entornos computacionales.
- Incluiría el tema optimización como parte de alguna asignatura (nueva)

#### Pregunta 14

Capacidad para contribuir en la construcción de modelos matemáticos a partir de situaciones reales.



19 respuestas



- Es importante que nuestros egresados adquieran esta competencia y deberíamos implementar nuevas acci...
- Es importante esta competencia y el plan vigente contempla las acciones a...
- Esta competencia es importante pero no es pertinente al plan de estudios de u...
- Esta competencia es imposible de abordar desde el plano curricular de u...
- NS/NC



En caso de haber elegido la primera opción en la pregunta anterior, que acciones puedes sugerir. Entendemos un rango amplio de acciones, como ser: nuevas materias-talleres-seminarios creados con el propósito específico, nuevas metodologías educativas, cambios en la orientación curricular, etc.

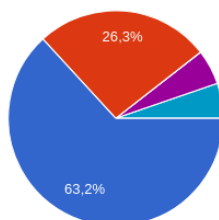
10 respuestas

- Cambio en la orientación curricular.
- a) Alentar a lxs estudiantes en actividades transdisciplinarias en el marco de la su participación en proyectos de investigación b) Los proyectos de extensión y las prácticas socio-comunitarias son instancias importantes a los fines de potenciar dichas capacidades
- Aunque deberían abocarse a ello también en otros espacios.
- Abordarlo desde cada asignatura.
- Es fundamental que los alumnos aprendan a modelar matemáticamente diferentes tipos de problemas (creo que es la principal debilidad que tiene nuestra licenciatura). No se como se logra, calculo que desde el tipo de problemas que se le presentan a los alumnos, la metodología de trabajo. Tiene que ser algo común de todas las asignaturas desde en comienzo de la carrera no que sólo haya una materia en el último año que sea modelos matemáticos por que es muy difícil que allí se logre lo que no se hizo en los años anteriores.
- Nuevas materias y/o trabajar con este tipo de problemas en las materias que ya tenemos.
- Sería muy importante que este trabajo forme parte del "hacer" al interior de los espacios curriculares.
- Talleres y seminarios de los trabajos de investigación del dpto pero que los alumnos participen se involucren y aprendan.
- Idem a la respuesta anterior. Aunque hay una asignatura con este objetivo quizás pueda fortalecerse con otro espacio dedicado a resolver problemas concretos regionales/ nacionales u otros del mundo real.
- Considero que es necesario contar con algún espacio curricular nuevo para fortalecer esta capacidad

#### Pregunta 15

Capacidad para utilizar las herramientas computacionales de cálculo numérico y simbólico para plantear y resolver problemas.

19 respuestas



- Es importante que nuestros egresados adquieran esta competencia y debería...
- Es importante esta competencia y el plan vigente contempla las acciones a...
- Esta competencia es importante pero no es pertinente al plan de estudios de u...
- Esta competencia es imposible de abordar desde el plano curricular de u...
- NS/NC
- Es importante que desde cada asigna...

En caso de haber elegido la primera opción en la pregunta anterior, que acciones puedes sugerir. Entendemos un rango amplio de acciones, como ser: nuevas materias-talleres-seminarios creados con el propósito específico, nuevas metodologías educativas, cambios en la orientación curricular, etc.

11 respuestas

- a) Algorítmica y estructuras de datos deberían estar presentes en una asignatura en vistas de un aprendizaje de programación independiente de los lenguajes específicos y b) La programación y los algoritmos deben transversalizar el currículo
- Necesitamos más programación en el plan de estudios
- Se deberían implementar más espacios curriculares relacionados a la programación y uso de herramientas computacionales.
- más espacios de formación en el campo numérico computacional
- Hay que fortalecer la formación en el área de la informática e integrar la informática en muchas materias.
- Es importante que cada vez se implementen más, en las asignaturas que sea posible, el uso de herramientas computacionales. Es importante que haya una materia básica en primer año, pero después en las distintas materias tienen que crear espacios en lo que se aplique lo aprendido en taller de informática o que se trabajen con diferentes software. (Por lo menos con algunos contenidos).
- Que se mediante el uso de estas herramientas que se pueda llegar a alguna conjetura para luego demostrarla formalmente. Nuevas materias y/o trabajar con este tipo de problemas en las materias que ya tenemos.
- Más allá de los espacios específicos, sería importante que se incorpore como parte del trabajo matemático, pudiendo "reflexionar" sobre los alcances, limitaciones y/o potencialidades de las herramientas.

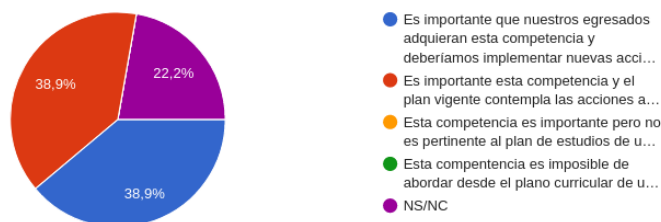
- Esta capacidad podría fortalecerse con la incorporación de entornos computacionales (sistemas de cálculo simbólico, software de visualización, paquetes estadísticos, etc) en los cursos de los primeros años, de tal forma que el estudiante pueda adquirir una experiencia que le permita utilizar esta herramienta en la exploración de conceptos y la resolución de problemas en los cursos posteriores de la carrera o incluso después de que haya egresado.
- Considero necesario la construcción de estos espacios curriculares para los cuales además, en este ámbito hay DEMANDAS. O sea las condiciones para su inclusión están claramente dadas.
- Sólo hay que discutir con los especialistas su estructura curricular en función del perfil que definimos para nuestros egresados.
- Incluiría actividades que fortalezcan esta capacidad en varias asignaturas de la curricula.

### Pregunta 16

Capacidad para extraer información cualitativa de datos cuantitativos.



18 respuestas



En caso de haber elegido la primera opción en la pregunta anterior, que acciones puedes sugerir. Entendemos un rango amplio de acciones, como ser: nuevas materias-talleres-seminarios creados con el propósito específico, nuevas metodologías educativas, cambios en la orientación curricular, etc.

7 respuestas

- Actualmente se contemplan las acciones para lograr estas capacidades en Estadística y debería implementarse en otros espacios curriculares
- Es muy importante, considero que es una falencia grande de nuestros planes. Es necesario un nuevo espacio curricular para trabajarlo o repensar las asignaturas que pueden estar ligadas a ello (probabilidad, estadística, inferencia estadística)

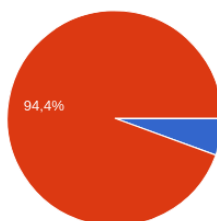
- Actualmente se contemplan acciones en Estadística y deberían incorporarse a otros espacios curriculares existentes.
- Esta pregunta está ligada a que puedan interpretar soluciones. Nuevamente con el tipo de problemas que se le presenten se va a favorecer esto.
- Incorporación de una nueva materia
- Revisar y/o fortalecer el trabajo al interior de los espacios curriculares.
- Idem a la anterior. Sólo refuerzo que el marco de referencia institucional debe ser el perfil del egresado. Esto Sí considero que es necesario discutirlo como un problema de TODOS. Un verdadero problema institucional

### Pregunta 17

Capacidad para expresarse correctamente utilizando el lenguaje de la matemática.



18 respuestas



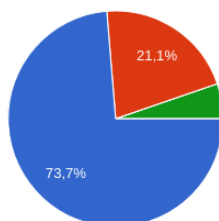
- Es importante que nuestros egresados adquieran esta competencia y deberíamos implementar nuevas acci...
- Es importante esta competencia y el plan vigente contempla las acciones a...
- Esta competencia es importante pero no es pertinente al plan de estudios de u...
- Esta competencia es imposible de abordar desde el plano curricular de u...
- NS/NC

### Pregunta 18

Capacidad para comunicarse en torno a problemas científicos con otros profesionales no matemáticos.



19 respuestas



- Es importante que nuestros egresados adquieran esta competencia y deberíamos implementar nuevas acci...
- Es importante esta competencia y el plan vigente contempla las acciones a...
- Esta competencia es importante pero no es pertinente al plan de estudios de u...
- Esta competencia es imposible de abordar desde el plano curricular de u...
- NS/NC



En caso de haber elegido la primera opción en la pregunta anterior, que acciones puedes sugerir. Entendemos un rango amplio de acciones, como ser: nuevas materias-talleres-seminarios creados con el propósito específico, nuevas metodologías educativas, cambios en la orientación curricular, etc.

13 respuestas

- Implementar acciones en cada asignatura
- a) El cursado de asignaturas de otras carreras debería constituir una instancia favorecedora de esa comunicación b) La participación en instancias no formales como charlas (del estilo de "Café y Ciencia") sobre problemas de otras disciplinas debería formar parte de la dinámica institucional usual.
- Implementar nuevas metodologías en las asignaturas existentes
- Cursar alguna asignatura con ingenieros, computistas, biólogos, etc.
- Deberíamos tener más trayectos compartidos con otras carreras, pero también es claro que es imposible abordar todos los espacios posibles
- Es importante crear un espacio donde se trabaja multidisciplinariamente con otros profesionales (ingenieros, químicos, biólogos, etc) . Podría ser desde alguna asignatura o algún taller
- Cursar alguna asignatura o taller con estudiantes de otras carreras afines a la matemática.
- Nuestros alumnos deberían cursar asignaturas de otras carreras.
- Podría haber algún taller o seminario interdisciplinar. Seminarios o talleres en donde se realice intercambio con científicos de otras disciplinas.
- Se puede pensar en espacios curriculares comunes con estudiantes de carreras como Ingeniería, Física, Computación u otras afines.
- Nuevamente considero fundamental esta competencia. También considero que hemos tenido intenciones de abordarla reconociendo espacios como el de Física, pero NO ALCANZA. Mientras que no tensionemos una de las "patas de hierro" que sostiene nuestra organización docente universitaria, que es la atomización de los espacios curriculares, con intersección vacía entre el teórico y el práctico, no tenemos oportunidad de avanzar en el logro de estas capacidades o competencias co-disciplinarias tan necesarias para entender además mejor que significa "hacer matemática". Se que no estoy poniendo una alternativa concreta de solución, sino propongo profundizar un cambio de nuestras prácticas docentes.

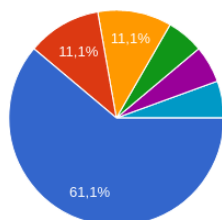
- En las asignaturas modelos matemáticos y las que se incluyan en relación a aplicaciones de la matemática, invitaría a profesionales de otras áreas tales como ingenieros, economistas, biólogos, químicos, a que traigan problemas de su ciencia para que los estudiantes resuelvan.

### Pregunta 19

Capacidad para actuar en contextos educativos y planificar actividades de enseñanza



18 respuestas



- Es importante que nuestros egresados adquieran esta competencia y debería...
- Es importante esta competencia y el plan vigente contempla las acciones a...
- Esta competencia es importante pero no es pertinente al plan de estudios de u...
- Esta competencia es imposible de abordar desde el plano curricular de u...
- NS/NC
- Si bien es importante la formación en...

En caso de haber elegido la primera opción en la pregunta anterior, que acciones puedes sugerir. Entendemos un rango amplio de acciones, como ser: nuevas materias-talleres-seminarios creados con el propósito específico, nuevas metodologías educativas, cambios en la orientación curricular, etc.

11 respuestas

- Implementar nuevas materias o talleres de formación pedagógica
- a) La formación didáctica y pedagógica debería transversalizar el currículo b) La promoción en la participación de nuestros estudiantes en las ayudantías de segunda es una política institucional a ser sostenida para tal efecto c) El cursado conjunto del profesorado y la licenciatura favorece el clima de valorización de la didáctica y la pedagogía como disciplinas científicas y como práctica social de gran valor
- El licenciado en matemática se desempeña como docente (al menos eso sucede a la mayoría en nuestra universidad) pero sin embargo no han tenido ni un solo espacio para pensar en la enseñanza aprendizaje de la matemática, salvo aquellos que hayan realizado el profesorado con anterioridad. Es necesario nuevos espacios curriculares.
- Implementar Nuevas materias, seminarios o talleres
- Nuestro currículo debería contemplar algún espacio de reflexión sobre problemas de enseñanza.



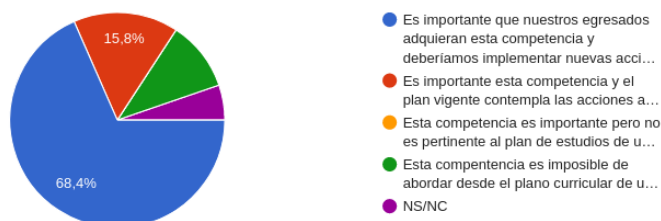
- Para contestar esta pregunta me parece que hay que tener bien en claro el perfil de egresado que se quiere.
- Considero que el perfil de egresado que se pretende formar no es para ir a dar clase al nivel medio, para esto hay una carrera específica que es el profesorado. Pero hay una realidad que es que muchos licenciados terminan dando clase en el nivel superior. Yo no creo que sea necesario agregar materias específicas, creo que si se logra que los alumnos sean cada vez mas críticos, que puedan resolver diferentes tipos de problemas, que puedan usar herramientas computacionales, que puedan modelar y que además respeten la diversidad de la personas, creo yo que van a ser profesionales con capacidad de planificar y enseñar. Si estamos pensando a nuestro egresado con un perfil en el cual es probable que tenga que actuar en contextos educativos, creo que se debería incorporar una materia específica para esta capacidad.
- Es necesaria una formación específica para pensar y actuar en escenarios educativos, por lo que resultaría necesario un espacio creado con este objetivo.
- Que realicen practicas docentes en las materias de años anteriores a los que cursan dictadas por nuestro departamento.
- Practicas en varias materias de diferentes ramas para tener un amplio conocimiento de todos los temas.
- Pienso a este ítem, como necesario para una de las salidas laborales del Licenciado en matemática. Y cuando pienso en un nivel dentro del sistema educativo donde puede actuar un licenciado, lo pienso al nivel universitario. Las problemáticas educativas de cada uno de los niveles exigen un conocimiento específico al que se debería acceder con responsabilidad institucional. Soy consciente que los propios Ministerios de Educación suelen violar estos principios, por ello estoy convencida que la política académica de las universidades deberían tener mayor claridad al respecto y bregar por una formación específica para los docentes de cada nivel. Además en la actualidad hay un desarrollo de las didácticas específicas que sostienen y validan estas competencias específicas de los profesionales universitarios.
- Incluiría algún espacio curricular pertinente

#### Pregunta 20



Conocimiento del inglés para leer, escribir y exponer documentos en inglés, así como comunicarse con otros especialistas.

19 respuestas



En caso de haber elegido la primera opción en la pregunta anterior, que acciones pueden sugerir. Entendemos un rango amplio de acciones, como ser: nuevas materias-talleres-seminarios creados con el propósito específico, nuevas metodologías educativas, cambios en la orientación curricular, etc.

12 respuestas

- Implementar talleres específicos para el desarrollo de esta competencia.
- Implementar actividades en las asignaturas en donde necesiten leer y contar artículos en inglés
- a) Si bien existe el inglés como asignatura la utilización de textos en ese idioma en las asignaturas es una práctica a ser alentada b) Al mismo tiempo es importante alentar el estudio de otros idiomas, los cuales junto al inglés, pueden aprenderse de modo gratuito en UNRC c) En vistas de la perspectiva multicultural debe ser una política institucional enfatizar la importancia de estudios de lenguajes locales, de pueblos originarios
- Deberían cursar 2 niveles de inglés, uno técnico y otro de comunicación oral.
- Es necesario un curso de inglés general y otro técnico, según mi experiencia
- Si bien los estudiantes cuentan con una asignatura, la misma está muy alejada a las necesidades de los estudiantes de matemática.
- Debería implementarse un taller o seminario donde se expongan trabajos en inglés, de manera de ejercitar la parte de exposición en este idioma.
- Me parece importante que haya más cursos y talleres dedicados a otros idiomas.
- El inglés que tiene la carrera es muy básico. No sé si se puede agregar otra materia que se aprendan contenidos de inglés (no sé si vale la pena). Pero, tal vez no en primer

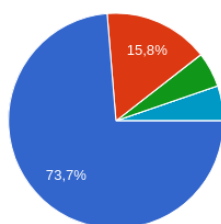
año, pero si en años posteriores se le den trabajos a los alumnos en los que tengan que leer en inglés.

- Sería necesario "revisar" el planteo actual del espacio específico existente en relación a esta competencia. Además se podría complementar la formación a partir de la posibilidad de plantear ciertos trabajo -que avancen en ese sentido- en algunos espacios de la carrera.
- Se necesita más cursos de inglés obligatorios. Quizás una manera sea que los estudiantes puedan realizar algunos de los niveles de inglés que la universidad ofrece.
- No tengo claridad sobre la calidad de la enseñanza del inglés, pero en todo caso será cuestión de profundizar lo instituido.

## Pregunta 21

Capacidad para trabajar en equipos interdisciplinarios.

19 respuestas



- Es importante que nuestros egresados adquieran esta competencia y debería...
- Es importante esta competencia y el plan vigente contempla las acciones a...
- Esta competencia es importante pero no es pertinente al plan de estudios de u...
- Esta competencia es imposible de abordar desde el plano curricular de u...
- NS/NC
- Pregunta repetida

En caso de haber elegido la primera opción en la pregunta anterior, que acciones puedes sugerir. Entendemos un rango amplio de acciones, como ser: nuevas materias-talleres-seminarios creados con el propósito específico, nuevas metodologías educativas, cambios en la orientación curricular, etc.

10 respuestas

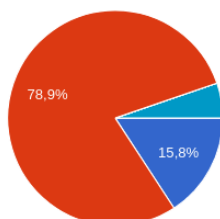
- Implementar metodologías donde los alumnos interactúen con profesionales o alumnos de otras carreras
- En espacios curriculares existentes, cambiar la metodología para lograr esto
- Es imposible cubrir todos los espacios, no me refiero a que no es importante.
- Nuestros alumnos deberían cursar materias de otras carreras

- Creo que si formamos alumnos sólidos matemáticamente y con capacidad de modelar distintas situaciones problemáticas, van a estar capacitados para formar cualquier grupo interdisciplinar.
- La posibilidad de estrategias que apunten, por ejemplo, a fortalecer el trabajo con problemas de "modelización" y "optimización", aportarían a la construcción de herramientas para una lógica de trabajo interdisciplinar. Propongo nuevamente participación en los trabajos de investigación.
- Participar en grupos interdisciplinarios en la solución de problemas regionales, nacionales, entre otros, es una habilidad importante que debe ser adquirida por un Licenciado en Matemáticas. Quizás se pueda implementar una experiencia profesional una vez aprobado un cierto porcentaje de la carrera.
- Esta es otra de las capacidades que se tuvieron presente para hacer el plan vigente. Por lo que reflexionar sobre lo alcanzado y sobre ello pensar en lo que falta, pienso que es un camino más que fructífero a recorrer. Además nuestro Departamento se ha consolidado estos últimos años, en el camino de la investigación interdisciplinaria, lo que ayuda a imaginarnos un escenario muy potente para pensar nuevas actividades con los estudiantes que complementarían a las ya instituidas en las asignaturas construidas para tal fin.
- Mi respuesta va en consonancia con lo respondido en "Capacidad para comunicarse en torno a problemas científicos con otros profesionales no matemáticos"

## Pregunta 22

Capacidad para resolver problemas de matemática.

19 respuestas



- Es importante que nuestros egresados adquieran esta competencia y debería...
- Es importante esta competencia y el plan vigente contempla las acciones a...
- Esta competencia es importante pero no es pertinente al plan de estudios de u...
- Esta competencia es imposible de abordar desde el plano curricular de u...
- NS/NC
- Se debe abordar este item desde toda...

En caso de haber elegido la primera opción en la pregunta anterior, que acciones puedes sugerir. Entendemos un rango amplio de acciones, como ser: nuevas materias-talleres-seminarios creados con el propósito específico, nuevas metodologías educativas, cambios en la orientación curricular, etc.

3 respuestas

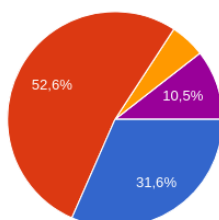
- Debería implementarse en cada espacio curricular
- Implementar nuevas metodologías en espacios curriculares existentes
- Hay que ejercitar al alumno en esta dirección proponiéndole problemas desafiantes y adecuadas a su etapa formativa.

### Pregunta 23

Capacidad para insertarse sin inconvenientes en programas de estudios de posgrado en otros centros del país y del extranjero.



19 respuestas



- Es importante que nuestros egresados adquieran esta competencia y deberíamos implementar nuevas acci...
- Es importante esta competencia y el plan vigente contempla las acciones a...
- Esta competencia es importante pero no es pertinente al plan de estudios de u...
- Esta competencia es imposible de abordar desde el plano curricular de u...
- NS/NC

En caso de haber elegido la primera opción en la pregunta anterior, que acciones pudes sugerir. Entendemos un rango amplio de acciones, como ser: nuevas materias-talleres-seminarios creados con el propósito específico, nuevas metodologías educativas, cambios en la orientación curricular, etc.

6 respuestas

- En el diseño del plan de estudio tener en cuenta los conocimientos y planes de estudios de grado de otras universidades y los requerimientos de las carreras de posgrado, por lo menos en la región
- La formación matemática la considero sólida, el conocimiento de idioma extranjero es relativo a la persona y lo demás dependerá de los requerimientos de cada institución y carrera de posgrado que se decida hacer. No podría responder con seguridad si se logra o no la capacidad que se consulta.
- Tener en cuenta los contenidos solicitados en otros centros de estudio, para incorporarlo en los espacios curriculares existentes y asegurarse que los egresados posean los mismos
- Podría generarse un ciclo de charlas con ex estudiantes para que cuenten su experiencia en la búsqueda de becas, experiencias etc.
- Hay que estudiar los programas de estudio de otras instituciones.



2021 – "AÑO DE HOMENAJE AL PREMIO NOBEL DE MEDICINA DR. CÉSAR MILSTEIN"

Universidad Nacional de Río Cuarto  
Facultad de Ciencias Exactas Físico-Químicas y Naturales

53

- Debemos formar matemáticos con bases sólidas en las principales áreas de las matemáticas que permitan a nuestros egresados sin un mayor esfuerzo incorporarse a otros programas de estudios del país o del extranjero.

## 2 Propuestas innovación curricular

### 2.1 Análisis Matemático

#### 2.1.1 Introducción y fundamentación

Un problema que se presenta en nuestros planes de estudio, entendidos estos en un sentido amplio, es el supuesto que la mejor forma de transmitir un saber es transmitir su formalización y que por tanto, cuanto más correcto en el sentido formal se exponga un determinado tema, más claro será éste para los estudiantes. Según esta óptica no es relevante indagar sobre los medios con los que se llegó al conocimiento sino su justificación. No es nuestra intención negar la importancia de la instancia formalizadora, después de todo ella es uno de los aspectos que nos distinguen del resto de las ciencias y quizás el día de mañana esta característica posibilite que las máquinas desarrollen matemática de manera autónoma. Lo que se pretende poner en discusión es la manera de llegar a un conocimiento o de aprender un concepto. Pensamos que esto contempla diversas etapas, de las cuales formalizar es una, pero creemos que intervienen otras sobre la que es necesario trabajar de manera consciente con los estudiantes.

La historia de la matemática ofrece abundante material para la discusión del punto planteado. Por ejemplo, el concepto de límite fue formalizado por Cauchy durante las primeras décadas del siglo 19. Sin embargo, desde la remota antigüedad, a los matemáticos les aparecieron problemas que llevaban a la idea de límite. El problema de asignar áreas a figuras planas es uno de ellos, o el de calcular números o funciones trascendentes, ejemplo  $\pi$ , funciones trigonométricas, raíces cuadradas, etc. Llegar a formalizar la idea de límite, implicó primero entender que los procedimientos de cálculo por aproximaciones definían un objeto. Esto es que del infinito potencial se puede pasar al infinito actual, en otras palabras concebir el procedimiento de aproximación acabado. Se planteó luego la necesidad de conceptualizar esta idea de límite, en esta conceptualización se fueron dando diversas propuestas de explicarlo o definirlo hasta llegar a la definición actual.

Recientemente ha surgido una variada bibliografía exponiendo propuestas de enseñanza de la matemática guiada por consideraciones históricas. Cabe aclarar que no nos referimos a estudios de la historia de la matemática, o a matizar la enseñanza con comentarios históricos más o menos anecdóticos, sino a libros que pueden ser utilizados a la hora de diagramar una clase. Citamos algunos de estos materiales en el área del análisis matemático: [Ernst Hairer, 2008, Amy Shell-Gellasch, 2005, Bressoud, 2007, Bressoud, 2008, Otto Toeplitz, 2007, David Bressoud, 2016].



A la vez pensamos que el saber matemático no es sólo la acumulación de conocimientos, sino más bien la apropiación de ciertas competencias que caracterizan al matemático. La mayor parte de ellas se ponen en juego al momento de resolver un problema. George Polya en [Polya, 1971, Polya, 1954, Polya, 1968] ha caracterizado algunas estrategias y métodos heurísticos que se ponen en juego cuando se resuelve un problema, la inducción (en el sentido empírico, no la inducción matemática), la analogía, plantear problemas más simples, etc.

También detectamos, que unas de las dificultades que se presenta en el primer año de la carrera es la de redefinir conceptos estudiados en el secundario. Por tal motivo proponemos, por ejemplo, el libro [Bocco, 2010]. En él se abordan las funciones a partir de problemas que modelizan situaciones reales. La matemática, que muchos describen como "el lenguaje del universo", nos otorga la posibilidad de describir, calcular y predecir el comportamiento del mundo que nos rodea. Consideramos que la bibliografía

Por todo ello, pensamos que es necesario fortalecer todas nuestras asignaturas en cuanto a la resolución de problemas. Cuando decimos problemas, nos referimos a un problema matemático que ponga en juego las estrategias de Polya. Así ejercicios del tipo: hallar los  $x \in \mathbb{R}$  tales que  $0 < |3x - 1| < 6$  no son problemas en el sentido anterior, dado que el ejercicio sólo pone en juego la capacidad del alumno de ejecutar una secuencia de pasos que luego de resolver algunos ejercicios similares se convierte en mecánica. Puede que los alumnos tengan dificultades en resolver estos ejercicios, esto en todo caso dice que la mecánica de solución es compleja para ellos, pero no por ello dejó de ser mecánica. Además el resultado que se aspira hallar se encuentra descontextualizado, en el sentido que es difícil de explicar por qué queríamos resolver dicho ejercicio. Todos fuimos expuestos a este tipo de cálculos, la explicación quizás se encuentre en que los usamos de preparatorios de la definición de límite donde se emplean desigualdades con módulo. Es oportuno aclarar que no estamos sosteniendo que deban erradicarse este tipo de actividades. Si queremos remarcar cómo la enseñanza tradicional (por llamarla de algún modo) fue diagramada para satisfacer las necesidades de la formalización, un objetivo central de los cálculos, es llegar a la definición formal de límite y mucho del planteo pedagógico tiende a satisfacer aquella necesidad.

Distinto es el caso de por ejemplo el siguiente problema muy conocido. Hallar una expresión cerrada para la suma de los primeros  $n$  naturales,  $1 + 2 + \dots + n$ . El problema es interesante en si mismo, se lo podemos explicar con facilidad a prácticamente cualquier persona y además es desafiante su solución. Quizás el alumno deba planear una estrategia para, en primer lugar, hallar la fórmula. Quizás usará la inducción de Polya. Luego intentará justificarla. Allí influirá si conoce o no el principio de inducción. En este ejemplo se observa cuánta distancia hay entre justificación y descubrimiento. Si se dispone del resultado su justificación mediante el principio de inducción es mecánica. Pero conocer la respuesta de antemano es un problema en si mismo más difícil que justificar la veracidad de la respuesta. Es común que veamos este tipo de ejercicios con la respuesta ya dada, es decir enunciándolo de la siguiente forma: demostrar que  $1 + 2 + \dots + n = n(n+1)/2$ . De esta manera evitamos que los alumnos desarrollen estrategias de descubrimiento y a nosotros

como docentes se nos simplifica el diagramado de las clases, pues no nos preocupamos de cómo desarrollar esa competencia en los alumnos.

Ya que venimos hablando de sumatorias de una cantidad finita y arbitraria de términos, queremos sostener que un aspecto muy importante de trabajar con ellas es que sirve de preparación para abordar series infinitas.

La capacidad de hallar expresiones cerradas para sumas finitas o infinitas no es una competencia que aparezca como muy importante en nuestros planes de estudio y en la bibliografía. Esto es misterioso, porque luego de introducir series infinitas, la bibliografía pasa directamente a discutir métodos indirectos para justificar su convergencia. ¿Por qué se hace esto? Si la manera más directa, en principio, de justificar la convergencia de una serie es expresar las sumas parciales de manera exacta y calcular su límite. Esto es lo que haría cualquier persona que entendió la definición de convergencia de serie. Evidentemente la respuesta se halla en la dificultad que hay en encontrar expresiones cerradas para sumas. Pero esa dificultad no la ha vivenciado un alumno del primer año de nuestra carrera y posiblemente a lo largo de la carrera nunca se enfrente de manera sistemática con este tipo de cuestiones.

### 2.1.2 Contenidos y metodología de precálculo

En esta sección describimos los contenidos a desarrollar en -Precálculo, espacio curricular situado en el primer cuatrimestre del primer año, y algunos problemas que nos parecen interesantes desarrollar para arribar a dichos contenidos. No nos proponemos reproducir la historia de la matemática, pero sí usar como principio director que debemos plantear al alumno problemas que tengan sentido para él, esto es, que sea capaz de entenderlos y de juzgar su importancia, que perciba que hay una lógica en el desarrollo de la matemática y en tratar de motivar los temas introducidos mostrando que vienen a dar respuesta a estos problemas o interrogantes de los que el estudiante se puede apropiar. Nos sirvió de guía el texto [Ernst Hairer, 2008].

**No es nuestra intención por el momento elaborar notas de clases, sino más bien presentar una posible dirección para arribar a los contenidos. El plan final de la unidad temática Precálculo podría o no desarrollar estos problemas, pero sí debería conservar el planteo filosófico.**

Nos proponemos además plantearles problemas que impliquen un desafío, atendiendo a la altura de la carrera en que se presupone estará la unidad y que ese desafío se restrinja a usar de manera un poco ingeniosa manipulaciones algebraicas.

Otra consideración importante es que en **Precálculo se deben desarrollar problemas que muestren la necesidad de introducir el concepto de límite**. La consigna es mostrar varios ejemplos donde la única manera de expresar la solución que tenemos es por medio de un proceso infinito.



### 2.1.3 Teorema del Binomio y la función $e^x$

El objetivo de esta sección es definir la función exponencial  $e^x$ . Para lograrlo elegimos hacerlo a través del Teorema del Binomio y definiendo el número de Euler denotado por  $e$ . Como consecuencia de introducir el binomio de Newton obtendremos además la construcción de las funciones  $a^x$ , donde  $a > 0$  y  $x$  racional. Más adelante, después de definir las funciones logarítmicas podremos definir las funciones  $a^x$ , para cualquier  $x$  real.

Sea  $a$  un número dado,  $a > 0$ , podemos escribir la siguiente "sucesión" de números:

$$a.a = a^2, \quad a.a.a = a^3, \quad a.a.a.a = a^4, \dots \quad (2.1)$$

Esta notación surge del trabajo de Bombelli en 1572, Stevin en 1585, Descartes y Newton. Ahora si multiplicamos  $a^2$  y  $a^3$ , obtenemos

$$a^2.a^3 = (a.a).(a.a.a) = a.a.a.a.a = a^5,$$

y con un procedimiento similar, podemos demostrar la regla

$$a^n.a^m = a^{n+m}. \quad (2.2)$$

En (2.1) vemos que cada término es igual a su anterior multiplicado por  $a$ . De la misma manera podemos continuar esta secuencia hacia la izquierda dividiendo el término anterior por  $a$ . Esto lleva a:

$$\dots \quad a^{-2} = \frac{1}{a.a}, \quad a^{-1} = \frac{1}{a}, \quad a^0 = 1, \quad a^1 = a, \quad a^2 = a.a, \quad \dots$$

donde usamos la notación

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}. \quad (2.3)$$

De esta manera, la fórmula (2.2) sigue valiendo para exponentes negativos. Por otro lado, multiplicando 1 repetidamente por  $\sqrt[n]{a}$  (siendo  $a$  un número positivo) obtenemos una progresión geométrica

$$1, \quad \sqrt[n]{a}, \quad \sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{a} = a, \quad \sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a^3}, \quad \sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a^4} = a^2, \quad \dots$$

Lo cual sugiere la notación

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}. \quad (2.4)$$

Ahora la fórmula (2.2) sigue valiendo también para exponentes racionales.

**Observemos que en este procedimiento estamos usando propiedades de la raíz cuadrada y el hecho de que sabemos calcular  $\sqrt[n]{a}$ , donde  $a > 0$ , porque se ha definido previamente en el nivel medio (lo cual puede repasarse en este instante ya que hemos definido**

la operación  $a^n$ ). No estamos introduciendo, por ejemplo, la función  $\sqrt{x}$ , aunque puede hacerse como consecuencia.

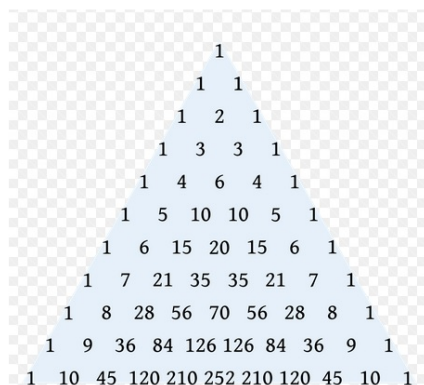
El paso siguiente sería pensar repetir este procedimiento para exponentes irracionales (por ejemplo  $a^{\sqrt{7}}$ ), lo cual, según Euler, "esto es un poco más difícil de entender". Luego, no definiremos  $a^x$  para  $x$  irracional de esta manera, sino que saldrá como consecuencia de haber estudiado función logaritmo, en la próxima sección.

Ahora nuestro objetivo es demostrar un teorema (Pascal 1654) para poder definir la función exponencial de base  $e$  en todos los reales.

Supongamos que deseamos expandir  $(a + b)^n$ . Realizando una multiplicación sucesiva, obtenemos:

$$\begin{array}{l} (a + b)^0 = 1 \\ (a + b)^1 = a + b \\ (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \\ (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ (a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4 \\ \dots \end{array} \quad (2.5)$$

Apareciendo un interesante triángulo de coeficientes binomiales (Pascal 1654) como se muestra en la figura siguiente, en el cual cada número es la suma de "sus dos superiores".



Además, mirando cada diagonal, introduciendo la noción de factorial y definición de número combinatorio, se puede demostrar el siguiente teorema.

**Teorema:** Para cada  $n = 0, 1, 2, \dots$  tenemos

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}, \quad n \in \mathbb{N}. \quad (2.6)$$

Realicemos algunas observaciones sobre la fórmula del binomio de Newton:

- Es la generalización natural de la fórmula que es bien conocida por cualquier alumno de enseñanza media  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ .
- Su justificación entraña técnicas de conteo, relacionando el álgebra con la combinatoria.
- Simples argumentos heurísticos, ver [Ernst Hairer, 2008], muestran que cuando queremos poner exponentes  $n$  que no son enteros positivos deberíamos considerar expresiones con límites. Por ejemplo, como actividad curricular concreta, podemos proponer hallar una fórmula para  $(1+x)^{-1}$ . Como estrategia heurística de descubrimiento proponer continuar la división polinomial de 1 por  $1 - x$ . Si bien se conviene en detener el proceso de división cuando uno arriba a un polinomio de grado menor al divisor, no es incorrecto continuarla, de la misma manera que cuando dividimos enteros podemos continuar la división después de llegar a un resto menor que el divisor agregando una coma al cociente. Arribaremos a la interesante conclusión

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1 - x \\ \hline x \\ x - x^2 \\ \hline x^2 \\ x^2 - x^3 \\ \hline x^3 \\ \vdots \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 - x \\ 1 + x + x^2 + \dots \end{array}$$

Claramente el proceso no termina nunca, los restos sucesivos son  $1, x, x^2, x^3, \dots$  y el cociente  $1 + x + x^2 + \dots$ . Aquí se puede pedir que los alumnos experimenten numéricamente sobre como los sucesivos cocientes parciales van aproximando el cociente. También preguntarles si los restos  $1, x, x^2, \dots$  serán números grandes o pequeños.

Queremos hacer una digresión aquí. Si bien los experimentos empíricos que proponemos se pueden desarrollar con una simple calculadora, se hace imperioso que los alumnos dispongan lo antes posible de recursos en programación que permitirían llevar adelante estas experimentaciones en computadoras o aún en smartphones.

Volviendo al punto principal, en síntesis la idea es que los alumnos vayan intuyendo la fórmula

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n,$$

por medio del razonamiento heurístico propuesto u otro y por medio de la evidencia empírica. La fórmula obviamente será justificada con todo el rigor al finalizar el cuatrimestre.

A continuación, siguiendo con la misma idea, comenzaremos a trabajar de manera heurística con la noción de límite. Observaremos que hay que ser cuidadoso en el razonamiento empleado y que todo será devidamente justificado en la última sección del precálculo (y mucho más estudiado el próximo cuatrimestre).

Aplicando la fórmula del binomio dada en (2.6) obtenemos:

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{1}{N}\right)^N &= 1 + \frac{N}{N} + \frac{N(N-1)}{1*2} * \frac{1}{N^2} + \frac{N(N-1)(N-2)}{1*2*3} * \frac{1}{N^3} + \dots \\ &= 1 + 1 + \frac{1(1 - \frac{1}{N})}{1*2} + \frac{1(1 - \frac{1}{N})(1 - \frac{2}{N})}{1*2*3} + \dots, \end{aligned}$$

y Euler observa que si  $N$  es suficientemente grande, entonces  $\frac{N-1}{N}$  es "igual" a 1, ocurriendo lo mismo con los factores similares como  $\frac{N-2}{N}$ ,  $\frac{N-3}{N}$ , etc. Esto de pensar en  $N$  grande es hacer tender  $N$  al infinito, y así,  $(1 + \frac{1}{N})^N$  tiende al llamado número de Euler:

$$\left(1 + \frac{1}{N}\right)^N \xrightarrow{N \rightarrow \infty} 1 + 1 + \frac{1}{1*2} + \frac{1}{1*2*3} + \frac{1}{1*2*3*4} + \dots := e \quad (2.7)$$

Este argumento es peligroso en el sentido que

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1}{N} + \frac{1}{N} + \dots + \frac{1}{N} = 0 + 0 + \dots + 0 = 0!!$$

**Observación:** hay que tener y diferenciar sumas finitas e infinitas. Por tal motivo, vemos necesario cerrar el Precálculo con la justificación de estos procedimientos, introduciendo los conceptos de sucesión, serie numérica y convergencia.

Continuando con el mismo razonamiento para el número de Euler, podemos definir la potencia de  $e$ , es decir la función  $e^x$  como sigue:

$$\left(1 + \frac{x}{N}\right)^N \rightarrow 1 + x + \frac{x^2}{1*2} + \frac{x^3}{1*2*3} + \frac{x^4}{1*2*3*4} + \dots \quad (2.8)$$

Por otro lado, llamando  $M = \frac{N}{x}$  y suponiendo que la función que queremos definir tiene cierta propiedad obtenemos:

$$\left(1 + \frac{x}{N}\right)^N = \left(1 + \frac{1}{M}\right)^{Mx} = \left(\left(1 + \frac{1}{M}\right)^M\right)^x \rightarrow e^x. \quad (2.9)$$

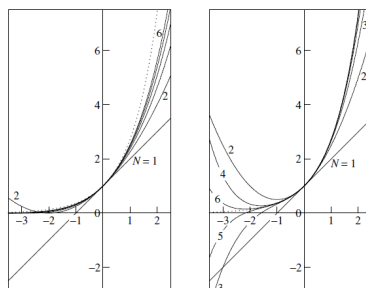
Con lo cual, de (2.8) y (2.9) obtenemos el siguiente Teorema:

**Teorema (Euler 1748):** Para  $N$  tendiendo al infinito

$$\left(1 + \frac{x}{N}\right)^N \rightarrow e^x = 1 + x + \frac{x^2}{1*2} + \frac{x^3}{1*2*3} + \frac{x^4}{1*2*3*4} + \dots$$

**Observación:** la unicidad del límite será justificada más adelante, quizás de forma general cuando se trabaje con límite de funciones en el segundo cuatrimestre o se puede realizar la prueba para sucesiones en la última sección.

La convergencia de estas expresiones a  $e^x$  se ilustran en la figura siguiente.



### 2.1.4 Función Logaritmo y Exponenciales de base $a$

M.Stifel(1544) resalta el siguiente hecho: Dada la tabla a continuación,

...	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	...
...	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16	32	64	128	256	...

se pueden transformar productos en sumas, por ejemplo: si queremos multiplicar  $8 * 32$  hacemos  $3 + 5$  (los correspondientes "logaritmos" de 8 y 32 respectivamente) y el resultado es 8. Nos fijamos en la tabla y resulta que  $8 * 32 = 256$ .

Así, las tablas logarítmicas fueron utilizadas para transformar productos en sumas.

**Definición:** Una función  $l(x)$  definida para valores positivos de  $x$ , es llamada función logaritmo si para todo  $x, y > 0$ :

$$l(x * y) = l(x) + l(y) \quad (2.10)$$

Si tomamos  $y = \frac{z}{x}$ , con  $x = y = 1$  en (2.10) obtenemos:

$$l\left(\frac{z}{x}\right) = l(z) - l(x)$$

$$l(1) = 0$$

Aplicando (2.10) dos veces a  $x * y * z = (x * y) * z$  obtenemos:

$$l(x * y * z) = l(x) + l(y) + l(z) \quad (2.11)$$

y similarmente para productos de 4 factores o más. Luego aplicando 2.11 a

$$\sqrt[3]{x} \sqrt[3]{x} \sqrt[3]{x} = x$$

tenemos  $l(\sqrt[3]{x}) = \frac{1}{3}l(x)$  o en general:

$$l\left(x^{\frac{m}{n}}\right) = \frac{m}{n}l(x) \text{ donde } x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m} \quad (2.12)$$

**Bases:** Sea una función logarítmica fija  $l(x)$  y suponemos que existe un número  $a$  para el cual  $l(a) = 1$  entonces por (2.12) tenemos:

$$l\left(a^{\frac{m}{n}}\right) = \frac{m}{n}$$

es decir, la función logaritmo es la inversa de la función exponencial  $a^x$  (definida para  $x$  racional) y llamaremos  $a$  a la base del logaritmo, escribiendo:

$$y = \log_a(x) \Leftrightarrow x = a^y \quad (2.13)$$

Los logaritmos de base 10 son los más adecuados para cálculos numéricos, ya que un desplazamiento del punto decimal simplemente agrega un número entero al logaritmo. La mejor base para un trabajo teórico, es el número de Euler, 'e' (dicho logaritmo recibe el nombre de "natural", "Naperiano", "hiperbólico") y se denota por  $\ln(x)$ .

**Regla de oro de Euler:** Si el logaritmo para cierta base es conocido, entonces el logaritmo para todas las bases es obtenido por una simple división. Para ver esto, tomemos el logaritmo de base  $b$  de  $x = a^y$  y usemos (2.12) y (2.13), entonces

$$\log_b(x) = \log_b(a^y) = y \log_b(a)$$

luego

$$\log_b(x) = y \log_b(a) = \log_a(x) \log_b(a)$$

Con lo cual obtenemos:

$$y = \log_a(x) = \frac{\log_b(x)}{\log_b(a)} \quad (2.14)$$

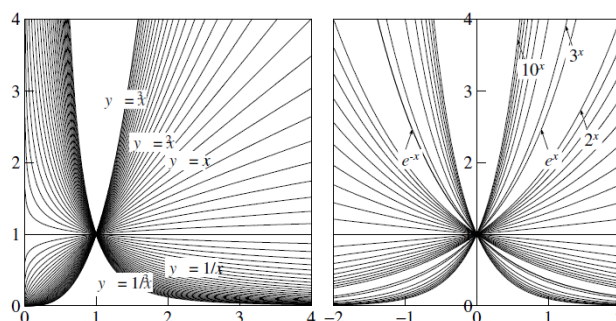
A continuación se puede demostrar que  $\ln(x) = \log_e(x)$  (Teorema 3.3 de Analysis by Its History pág.38) y finalmente, para cerrar con las funciones logarítmicas y exponenciales, definir las potencias para un exponente arbitrario (pudiendo ser irracional) como sigue.

Supongamos que  $a = e^{\ln(a)}$ , entonces

$$a^b = (e^{\ln(a)})^b = e^{b \ln(a)}$$

y así hemos definido la función exponencial para cualquier número real.

Gráficos de funciones de este tipo pueden verse en la figura que sigue:

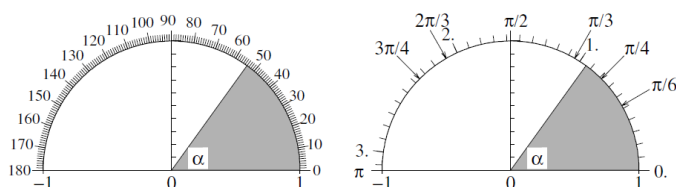


### 2.1.5 Funciones Trigonométricas

Uno de los primeros problemas de la geometría fue medir ángulos. Los Babilonios dividieron el círculo en  $360^\circ$ , probablemente por ser la cantidad aproximada de días del año, el tiempo que tarda la tierra en dar una vuelta al sol. Tiempo después, Ptolomeo redifinió la medida incluyendo dígitos en el sistema numérico en base 60, llamados minutos y segundos.

Pero los grados no son la única opción para medir ángulos, existe una medida natural, basada en la longitud de la circunferencia de radio uno, el radián. Aquí, la longitud del arco de la mitad del círculo es, con la precisión calculada por Lagny en 1719 y reproducida por Euler: 3,1415926535...

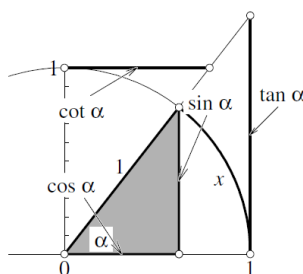
Para esta expresión algo difícil de manejar, W. Johns (1706) introdujo la abreviatura  $\pi$ . Luego el ángulo de  $54^\circ$  dibujado en la figura 2.1.5 mide  $\frac{54\pi}{180}$  radianes.



### 2.1.6 Definición

Si se considera un triángulo rectángulo en un círculo de radio uno, como se muestra en la próxima figura, se tiene que la longitud del lado opuesto al ángulo  $\alpha$  se denota por  $\text{sen}(\alpha)$  y la del lado adyacente por  $\text{cos}(\alpha)$ . Sus cocientes son las longitudes de las tangentes verticales y horizontales al círculo.

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \quad \cot(\alpha) = \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}$$



Estas definiciones se extienden inmediatamente a un triángulo rectángulo arbitrario con hipotenusa  $c$  lados  $a$  y  $b$  (con  $a$  opuesto al ángulo  $\alpha$ ) como sigue

$$a = c * \sin(\alpha) \quad b = c * \cos(\alpha) \quad a = b * \tan(\alpha)$$

Mientras que en geometría los ángulos se denotan con letras griegas, cuando consideramos radianes, las funciones son de variable real y preferimos nombrar el argumento con letras latinas minúsculas. Observando la figura se puede deducir que

$$\sin(0) = 0 \quad \cos(0) = 1 \quad \sin(\pi/2) = 1 \quad \cos(\pi/2) = 0 \quad \sin(\pi) = 0 \quad \cos(\pi) = -1$$

Además

$$\begin{aligned} \sin(-x) &= -\sin(x) & \cos(x) &= \cos(-x) \\ \sin(x + \pi) &= -\sin(x) & \cos(x + \pi) &= -\cos(x) \\ \sin(x + \frac{\pi}{2}) &= \cos x & \cos(x + \frac{\pi}{2}) &= -\sin x \\ \sin(x)^2 + \cos(x)^2 &= 1 \end{aligned}$$

Observemos que las funciones  $\sin(x)$  y  $\cos(x)$  son periódicas de periodo  $2\pi$ , mientras que la función  $\tan(x)$  es periódica de periodo  $\pi$ .

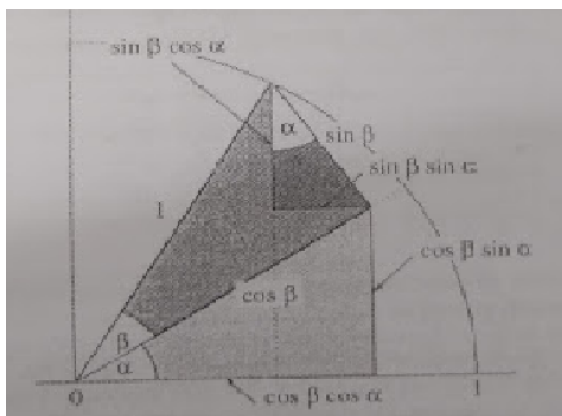
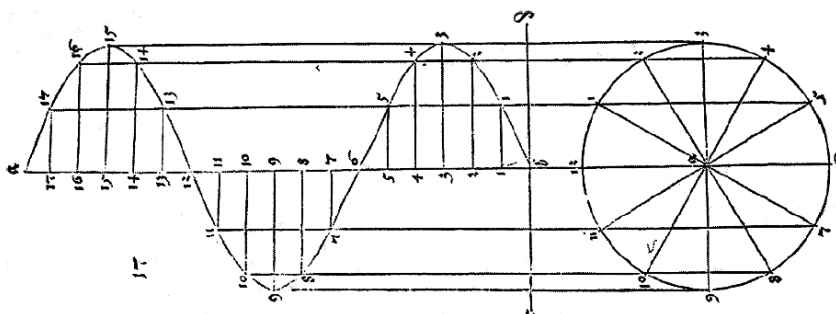
Los gráficos de estas funciones reproducen el dibujo de la curva sinusoidal de Dürer (1525) que se muestra a continuación. Si bien se pueden introducir dichos gráficos en este momento, la idea es expandirlas en serie y obtener sus gráficos a partir de estas series.

A continuación, podemos demostrar el siguiente Teorema, utilizando solo las definiciones dadas anteriormente.

**Teorema.**

$$\sin(x + y) = \sin(x)\cos(y) + \cos(x)\sin(y) \quad (2.15)$$





$$\cos(x + y) = \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y) \quad (2.16)$$

Para la demostración de este Teorema basta ver la imagen siguiente.

Aplicando este Teorema, podemos obtener las siguientes fórmulas, conocidas como las Fórmulas de Moivre.

$$\begin{aligned} \sin((n + 1)x) &= \sin(x)\cos(nx) + \cos(x)\sin(nx) \\ \cos((n + 1)x) &= \cos(x)\cos(nx) - \sin(x)\sin(nx) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Cuando reemplamos  $n$  de las fórmulas anteriores por 1, 2, 3, 4, etc aparece nuevamente el triángulo de Pascal a la derecha de la igualdad, y siguiendo como en el Teorema 2.1 obtenemos las fórmulas generales de Moivre:

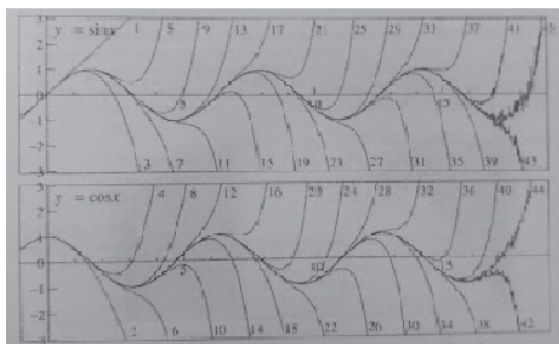
$$\begin{aligned} \cos(nx) &= \cos^n(x) - \frac{n(n-1)}{1*2} \sin^2 x \cos^{n-2} x + \dots \\ \sin(nx) &= n \sin x \cos^{n-1} x - \frac{n(n-1)(n-2)}{1*2*3} \sin^3 x \cos^{n-3} x + \dots \end{aligned} \quad (2.18)$$

### 2.1.7 Expansión en Series

Mirando todas las fórmulas que surgieron en la sección anterior, que derivaron de las definiciones y del primer Teorema, si suponemos que podemos reemplazar  $\sin x$  por  $x$  cuando  $x \rightarrow 0$  (razonamiento empírico, que podrá ser justificado debidamente el cuatrimestre siguiente) y de la misma forma que surgió el número de Euler y la función  $e^x$  (reemplazando  $x$  por  $\frac{x}{N}$  y  $n$  por  $N$  en (2.18)) obtenemos lo siguiente (Newton (1669), Leibniz (1691), Bernoulli (1702)).

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots \quad \sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots \quad (2.19)$$

El objetivo de expandir en series las funciones trigonométricas anteriores, es poder aproximar los gráficos de las mismas a través de un cálculo computacional. Sin embargo, como serie de potencias será un tema que no se trabajará en este espacio, se puede decidir no hacerlo.





### 2.1.8 Sucesiones infinitas y Series infinitas

Con el objeto de justificar razonamientos utilizados en secciones anteriores, finalizaremos el Precálculo estudiando Sucesiones, Convergencia de una Sucesión, Series Infinitas y Convergencia de Series (Pág 172, 173, 188 de Analysis by Its History). Por tal motivo debemos introducir previamente la función módulo y el concepto de distancia. Tendremos que explicar qué significa matemáticamente el concepto "arbitrariamente cerca", para " $n$  suficientemente grande", etc.

En esta sección no vamos a reproducir la definición de sucesión, de límite de una sucesión (D'Alembert 1765, Cauchy 1821), definición de serie y convergencia de la misma, ya que son definiciones clásicas. Lo innovador es el hecho de que usualmente se introduce la definición de límite para funciones, continuidad, y como consecuencia obtenemos la definición de convergencia para sucesiones y series. Proponemos empezar el camino al revés, es decir, definir el límite de una sucesión (o sumas parciales en el caso de series) y manipular dicha definición para probar existencia y no existencia de dicho límite. Después en el cuatrimestre siguiente definir el concepto de función continua (es decir la definición de límite cuando el límite es una imagen de la función), y finalmente la definición de límite para una función real no necesariamente continua. Lo que se pretende al seguir este camino es lograr manipular estas definiciones antes de buscar otros caminos como criterios o teoremas que nos faciliten los cálculos.

### 2.1.9 Prerequisitos, curso ingreso

Para finalizar queríamos referirnos brevemente a algunos prerequisites de precálculo que consideramos importantes y son tratados normalmente en la escuela media, pero que juzgamos pertinente retomar en el curso de ingreso a modo de articulación entre de los dos niveles educativos.

Proponemos comenzar con un repaso del concepto de función, dominio, imagen, gráfico, inyectividad, suryectividad y funciones inversas (biyectividad). Todo esto podrá retomarse en cada subsección que veremos a continuación. Por ejemplo, se plantea estudiar función lineal y cuadrática a partir de bibliografía que puede ser utilizada en el nivel medio, con ejemplos fáciles de trabajar, y para cada una se estudiará sus gráficos, propiedades, inversas, etc.

#### 2.1.10 Función lineal

Comencemos con un interrogante... ¿Qué problemas modelizan una función lineal?

- a) Una empresa de taxi de la ciudad, cobra la bajada de bandera (costo fijo) a \$ 50 y luego \$ 2,50 por cada kilómetro recorrido. La relación que modeliza el dinero gastado en función de los kilómetros recorridos **Dinero=50+2,5.kilómetros** es una función lineal.

- b) El agua ocupa el 71 % de la superficie del planeta. Sin embargo, es necesario comprender que no toda el agua es adecuada para el consumo humano. Sólo el 0,8 % de su volumen es aprovechable por los seres humanos. El agua que puede beber el hombre proviene de reservas naturales de agua dulce (como los lagos, ríos y lagunas), reservas artificiales (diques y azudes) y acuíferos subterráneos. La creciente escasez de aguas lleva a que la sociedad debe concientizarse con su uso y cuidado. Si observamos la parte central de la factura de agua que la empresa proveedora del servicio envía a nuestro domicilio, por la provisión del agua potable cada mes, encontraremos los siguientes conceptos: En la factura leemos primero un cargo fijo de \$

Cargo fijo .....	\$ 24,00
Consumo mensual (40 m <sup>3</sup> ) .....	\$ 24,18
<b>Total a pagar .....</b>	<b>\$ 48,18</b>
Nota: El cargo variable por m <sup>3</sup> consumido en este mes de 0,6045 \$/m <sup>3</sup>	

24,00, aunque no usemos agua en el período facturado. Seguidamente, se informa la cantidad de m<sup>3</sup> que consumimos en nuestro domicilio este mes, 40 m<sup>3</sup>, y en la nota indican el precio por cada m<sup>3</sup> de agua consumido (\$ 0,6045 en este caso). A partir de estos datos, podemos construir una función **Costo=24 + 0,6045.m<sup>3</sup>**, la cual muestra el costo aproximado en \$ en función del consumo de agua.

- c) Juan se está por tirar de un paracaídas y viaja en un avión que está a 10 km de altura. Si el paracaidista cae a 20km/h, la ecuación que relaciona el tiempo de caída (en minutos) con la altura en la que se encuentra Juan **Altura= 10 -  $\frac{1}{3}$  . tiempo**, es una función lineal.
- d) Marina tenía \$ 4500 ahorrados, y le informaron del colegio que debía poner para el egreso \$ 150 por mes para el egreso de fin de secundario. El modelo que relaciona el dinero que tiene Marina con el tiempo (en meses) **Dinero= 4500 - 150. tiempo**, es una función lineal. En este caso, el gráfico que resulta es:

Los gráficos de estas funciones son los siguientes:

Como se observa, la función que modeliza estas situaciones es de la forma  $y = a.x + b$ , donde  $b$  indica la ordenada al origen y el parámetro  $a$  llamado **pendiente** nos dice si la función cuyo gráfico siempre resulta una recta, es creciente, decreciente o constante:

- Si  $a$  es positivo, la recta es creciente.
- Si  $a$  es negativo, la recta es decreciente.
- Si  $a$  es cero, la recta resulta constante.

Además, si se analiza en profundidad por ejemplo la función del inciso c):

Figura 2.1.1: Mi Figura

Se puede observar que para cualquier par de puntos que pertenecen a la recta  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  se cumple que la pendiente resulta de hacer el cociente  $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

**Todas las rectas que se pueden dibujar en un plano coordenado, ¿representan una función lineal?** La respuesta es no. Si observamos la línea recta vertical que se muestra en el siguiente gráfico, vemos que todos los pares ordenados que pertenecen a la misma son de la forma  $(2; y)$ , donde la segunda coordenada  $y$  es un número real. Observemos que para un valor fijo de  $x = 2$ , pertenecen al gráfico los pares ordenados  $(2; 0), (2; 2), (2; 4), (2; -1)$ , etc., entonces esta recta NO representa una función.

### 2.1.11 Función Cuadrática

Ahora pensemos en problemas que se modelizan con una función cuadrática...

Se dispone de 40 m de alambre para rodear un cantero rectangular en el que se va a realizar una plantación de rosales en un parque público. ¿Cuáles deben ser las dimensiones del cantero para que la superficie con césped resulte la máxima posible?

Observemos primero que existen muchos rectángulos cuyo perímetro es de 40 metros, a modo de ejemplo:

\* Se puede tener un rectángulo de 1m x 19m, en este caso la superficie es de  $19 \text{ m}^2$

\* También se puede tener un rectángulo de 5m x 15m, y la superficie del mismo es de  $75 \text{ m}^2$ .

Nuestro objetivo es encontrar las dimensiones del cantero, es decir la medida del largo ( $x$ ) y ancho ( $y$ ), que pueda contener la mayor superficie posible, a fin de plantar una cantidad considerable de rosales. se conoce que la superficie es  $S = x \cdot y$  y además el perímetro es



40m, es decir  $2x + 2y = 40$ . De aquí se obtiene que  $S = x \cdot (20 - x)$ , con lo que finalmente, se puede escribir  $S(x) = 20x - x^2$

Con este modelo:

- Si el largo del cantero es  $x = 19m$ , calculando la imagen de la función obtenemos:  
 $S(19) = 20 \cdot 19 - 19^2 \Rightarrow S(19) = 19$ .
- Si el largo del cantero es  $x = 5m$  tendríamos:  $S(5) = 20 \cdot 5 - 25 \Rightarrow S(5) = 75m^2$ .  
En este caso el cantero tendría menor superficie:  $75m^2$ . Entonces, la superficie del cantero será de  $19m^2$  (también coincide con lo que calculamos para el cantero que diagramamos antes).

Obviamente, es imposible seguir probando con todos los posibles largos del cantero para ver la superficie, pero podemos observar aquí que para esta función  $S$  la variable  $x$  (largo del cantero) aparece con exponente dos o potencia cuadrática, entonces, no es una función lineal del tipo de las que ya estudiamos. En las funciones mediante las cuales se representan muchas situaciones y fenómenos cotidianos aparece, como en el problema anterior, la variable independiente ( $x$ ) elevada a una potencia cuadrática, se denominan FUNCIONES CUADRÁTICAS.

Retomemos el problema del Ejemplo: Se dispone de 40 m de alambre para rodear un cantero rectangular donde se va a realizar la plantación de rosales en un parque público. ¿Cuáles deben ser las dimensiones del cantero para que la superficie con césped resulte la máxima posible?

Si construimos una tabla que nos muestre la superficie del cantero en función de algunos valores del largo del mismo, a partir de la función cuadrática  $S(x) = 20x - x^2$ , obtenemos:

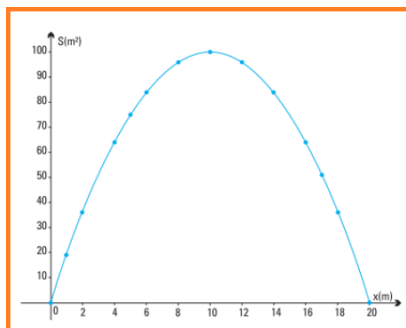
Observación: Cuando los valores del largo son de 0 m y 20 m el área de la región ocupada es de  $0m^2$  ya que en ese caso no estaríamos conformando ningún rectángulo, sólo sería una línea de 40 m de alambre. Si ubicamos en un sistema de coordenadas los pares ordenados  $(x, y)$  que verifican esta función cuadrática  $S$ , y adicionamos algunos más para ayudarnos a determinar la forma, obtenemos el siguiente gráfico:

Como cualquier valor de número real entre 0 y 20 sería posible para el largo del cantero, es correcto conectar los puntos con una curva continua, todos los puntos de esta función cuadrática pertenecen a la curva que se denomina **Parábola**.

Parece que la gráfica alcanza su máximo valor en el par ordenado  $(10, 100)$ , que indica que el cantero con un largo de 10 m tiene el área mayor,  $100m^2$ .

El punto donde la parábola alcanza su máximo valor se denomina **Vértice**.

En general, las ecuaciones de las funciones cuadráticas "tienen la forma":

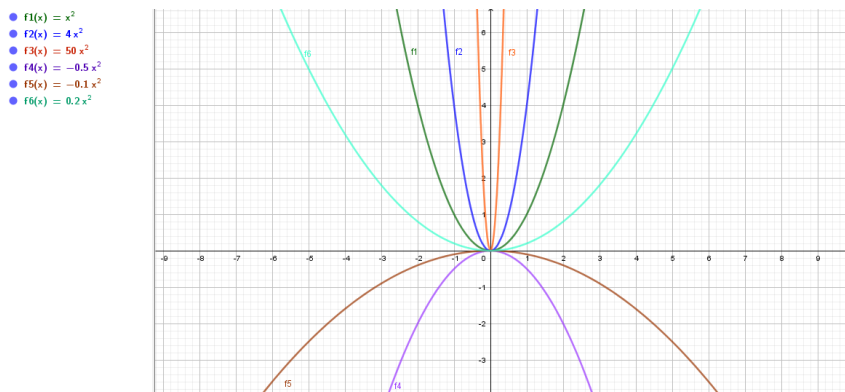


$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

Observación: En el ejemplo analizado,  $a = -1$ ,  $b = 20$  y  $c = 0$ .

Cada uno de los parámetros involucrados en la ecuación proveen información importante sobre la función cuadrática.

Por ejemplo, si se estudia la función es  $y = a \cdot x^2$ , para distintos valores de  $a$ , se obtienen los siguientes gráficos:



Así se observa que si  $a > 0$

- Tiene ramas hacia arriba
- Alcanza su valor mínimo en el vértice
- El eje de simetría es el eje y
- Cuanto mayor sea el valor del parámetro  $a$  más cerrada será la parábola

Si  $a < 0$

- Tiene ramas hacia abajo
- Alcanza su valor máximo en el vértice
- El eje de simetría es el eje  $y$
- Cuanto mayor sea el valor absoluto del parámetro  $a$  más cerrada será la parábola

## 2.2 Propuesta para Álgebra I

### 2.2.1 Introducción y fundamentación

Se abordarán dos tipos de pensamiento

- El pensamiento aritmético a través del estudio de estructuras algebraicas como conjuntos de números con su aritmética específica y anillos de polinomios.
- El pensamiento combinatorio a través de problemas de conteo.

Se presentan la teoría de conjuntos y la lógica proposicional como introducción a la práctica de la fundamentación matemática.

Los números naturales aportan un procedimiento de validación simultánea

En construcción

### 2.2.2 Algunos Problemas

#### Combinatoria

##### **Problema 1. El principio del palomar**

Sean  $n$  y  $k$  dos enteros positivos y sea  $n > k$ . Supongamos que queremos ubicar  $n$  bolas idénticas en  $k$  cajas idénticas. Entonces hay al menos una caja en la cual ubicaremos al menos dos bolas.

Solución: asumamos que por el absurdo no hay ninguna caja con al menos dos bolas. Entonces cada una de las  $k$  cajas tiene o una o ninguna bola. Sea  $m$  el número de cajas que tienen cero bolas en ellas (el número de cajas vacías). Luego, hay  $k - m$  bolas que tienen una bola. Pero entonces hay un total de  $k - m$  bolas ubicadas en las  $k$  cajas, lo que es un absurdo.

##### **Ejercicio.**

Hay al menos un elemento de la secuencia  $7, 77, 777, 7777, \dots$  que es divisible por 2003.





### 2.2.3 Contenidos

#### Nociones de lógica

- Lógica proposicional. Proposiciones. Conectivos lógicos. Fórmulas proposicionales. Razonamientos. Funciones proposicionales.
- Lógica matemática. El método matemático.

#### Conjuntos, relaciones y funciones

- Conjuntos: definición intuitiva, operaciones entre conjuntos. Cardinal de conjuntos finitos. El conjunto potencia o conjunto de partes.
- Relaciones: definición, su representación como grafos. Relaciones de orden y su representación por medio de Diagramas de Hasse. Elementos minimales, maximales, conjuntos acotados. Primer y último elemento. Relaciones de equivalencia. Clases de equivalencia. Clausura transitiva.
- Funciones: definición. Composición. Funciones inyectivas, sobreyectivas, biyectiva, inversa.

#### Números naturales e Inducción

- Conjuntos inductivos. Definición del conjunto de números naturales  $\mathbb{N}$ . Principales propiedades.
- Sumatoria, productoria y su escritura como ciclos en un programa. Factorial y su interpretación combinatoria (biyecciones en conjuntos finitos).
- Número combinatorio y su interpretación combinatoria (subconjuntos en un conjunto finito), escritura como suma de dos combinatorios, definición recursiva del combinatorio.
- Definición de funciones recursivas en pseudocódigo (o código en algún lenguaje concreto).
- Definición por los axiomas de Peano de los números naturales.
- Ejemplos de demostración por inducción global.
- Ejemplos de algoritmos recursivos (sort, Hanoi, Fibonacci) y análisis de complejidad. Cálculo de  $a^n$  por distintos algoritmos (introducción intuitiva de noción de complejidad). Inducción global y principio de buena ordenación.



### Números enteros

- Ejemplos de algoritmos recursivos (sort, Hanoi, Fibonacci) y análisis de complejidad. Cálculo de  $a^n$  por distintos algoritmos (introducción intuitiva de noción de complejidad). Inducción global y principio de buena ordenación.
- Enteros. Divisibilidad y primeras propiedades. Primos y Compuestos. Algoritmo de división. Aplicaciones del algoritmo de división. Escrituras en distintas bases, sistemas de numeración. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides (y su complejidad), escritura del máximo común divisor como combinación lineal. Números coprimos. Propiedades. Teorema Fundamental de la aritmética (TFA). Cantidad de primos. Criba. Aplicaciones del TFA (cantidad de divisores, cálculo de gcd y del mcm). Curiosidades de los primos. Congruencias, propiedades y aplicaciones (criterios de divisibilidad). Restos módulo  $m$ . Grupos y Anillos (comparación de  $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ ).
- Ecuaciones lineales diofánticas y ecuaciones de congruencia. Algoritmos. Sistemas de ecuaciones de congruencia. Teorema Chino del Resto. Pequeño Teorema de Fermat. Algoritmos probabilísticos de primalidad. de Euler-Fermat. Aplicación: Algoritmo criptográfico RSA.

### Combinatoria

El principio del palomar. Combinatoria enumerativa. Conteo. Teorema binomial, multinomial e identidades relacionadas.

### Polinomios con coeficientes en un cuerpo

- Cuerpos. Definición y ejemplos,  $\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}, \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ . Anillo de polinomios  $K[x]$ : generalidades (suma, producto, unidades), grado, divisibilidad, irreducibles y compuestos, algoritmo de división. Paralelismo con  $\mathbb{Z}$ : Máximo común divisor, algoritmo de Euclides, coprimos. Factorización única.
- Aspecto funcional: Evaluación de polinomios (def y algoritmos). Raíces. Teorema del resto. Resolución de cuadráticas en  $K[X]$ . Multiplicidad. Equivalencias. Cota para el número de raíces con multiplicidad sobre un cuerpo.
- $\mathbb{C}[X]$ : Repaso del cuerpo  $\mathbb{C}$ , coordenadas polares, fórmulas de Moivre. Grupo de raíces de la unidad. Teorema Fundamental del Álgebra, irreducibles de  $\mathbb{C}[X]$ .
- $\mathbb{R}[X]$ : Raíces complejas no reales de polinomios reales. Factorización en  $\mathbb{R}[X]$ .
- $\mathbb{Q}[X]$ : Teorema de Gauss para calcular raíces racionales.
- Ejemplos de factorización en  $K[X]$  para distintos  $K$ . Criterios de irreducibilidad sobre  $\mathbb{Q}$  y algoritmos de factorización sobre los distintos cuerpos



Ver <http://cms.dm.uba.ar/academico/programas/algebra1>

## 2.3 Geometría

### 2.3.1 Situación actual

#### Contenidos mínimos propuestos por el plan de estudios 2008 versión 2

Triángulos medianas, mediatrices, centroides. Inscriptos y circunscriptos. Ortocentro. Polígonos: simetrías. Isometrías del plano euclídeo. Geometría afín: ecuaciones de rectas en el plano y de rectas y planos en el espacio. Espacios vectoriales generales. Transformaciones lineales: rotaciones, reflexiones, simetrías. Cónicas y cuádricas.

#### Contenidos programa vigente

**Unidad 1. Ángulos y Rectas** Axiomas de medición de ángulos y de medición de segmentos. Ángulos adyacentes y opuestos por el vértice. Bisectriz de un ángulo. Ángulo recto. Rectas perpendiculares. Rectas paralelas. Construcciones con regla y compás. Ángulos determinados por dos rectas y una transversal.

**Unidad 2. Triángulos y Cuadriláteros** Congruencia de triángulos. Criterios. Relaciones entre lados y ángulos de un triángulo. Alturas, medianas y bisectrices de un triángulo. Elementos notables de un triángulo. Cuadriláteros convexos. Paralelogramo, rectángulo, rombo, trapecio. Propiedades.

**Unidad 3. Isometrías** Concepto de movimiento. Propiedades de los movimientos. Rotaciones, traslaciones, simetrías (central y axial).

**Unidad 4. Circunferencia** Definiciones básicas. Tangente a una circunferencia. Ángulo central, ángulo inscrito, ángulo semiinscrito: propiedades.

**Unidad 5. Semejanza de triángulos** Teorema de Tales. Teorema de Tales en el triángulo. Semejanza de triángulos. Criterios. Teorema de Pitágoras

**Unidad 6. Vectores.** Rectas y Planos en el espacio tridimensional Vectores. Definición geométrica y algebraica. Operaciones. Norma de un vector. Producto escalar. Ecuaciones de rectas (vectorial, paramétrica, simétrica) y planos (implícita, punto-normal) Posiciones relativas entre rectas, planos, planos y rectas

**Unidad 7. Cónicas** Parábola, elipse e hipérbola: definición como lugar geométrico, ecuación canónica, elementos distinguidos, propiedades. Traslación de coordenadas.



### Observaciones.

El programa de la materia cubre los temas propuestos en el plan de estudios. Sin embargo se considera que las horas dedicadas a la unidad temática Geometría Analítica son insuficientes para la nueva propuesta de Plan de Estudios en la Lic en Matemática. Se propone fortalecer la foermación en *Geometría Analítica*.

### 2.3.2 Propuesta de innovación

Se propone desdoblar la asignatura actual en dos asignaturas a desarrollarse en el primer año de la cursada. Una de ellas dirigida a lo que denominaremos *Geometría Sintética* y la otra *Geometría Analítica*. Lo que distingue una de otra es la utilización de coordenadas.

#### Geometría sintética

##### Objetivos

Adherimos a los expresados en el programa vigente

- Desarrollar procederes propios de las ciencias axiomático deductivas.
- Percibir el carácter funcional de las propiedades de los objetos geométricos

Se propone incorporar los siguientes objetivos.

- Desarrollar estrategias para resolver problemas.
- Desarrollar el concepto de área de regiones elementales, por ejemplo triángulos y rectángulos. Es importante notar que el concepto de área se empieza a desarrollar en la asignatura Cálculo I dando ya por sentado las fórmulas de área de las figuras elementales.
- Incorporar temas un poco más elaborados dentro de la geometría sintética, por citar ejemplos Teoremas de Ceva, Napoleón, 9 puntos, Morley, etc, ver por ejemplo ejemplo [Bottema, 2008, Coxeter, 1967, Coxeter, 1981, Fenn, 2000, Berele, 2001].
- Como idea tentativa, usar Geogebra activamente en clases [Venema, 2013].

##### Contenidos mínimos.

Axiomas de Euclides. Triángulos. Construcción con regla y compás. Altura, mediana y mediatrices. Congruencia y semejanza. Elementos notables y sus relaciones. Polígonos. Cuadriláteros convexos. Polígonos regulares. Circunferencia. Propiedades de rectas, segmentos y ángulos en una circunferencia. Polígonos inscritos y circunscriptos. Construcción con regla y compás. Rectas y Planos. Intersecciones en el plano y el espacio (desde



el punto de vista axiomático). Postulados de rectas paralelas: condiciones suficientes para el paralelismo. Teorema de Thales. Teoremas de semejanzas. Segmento. Congruencia y comparación (desde el punto de vista axiomático). Teoremas de Ceva, Napoleón, 9 puntos y Morley. Área de regiones planas elementales.

### **Bibliografía consultada.**

Libros que mejor se adaptan a la propuesta [Berele, 2001],[Fenn, 2000],[Hartshorne, 2005],[Posamentier, 2010]. Profundización en la teoría [Bottema, 2008, Ogilvy, 1989]. Para trabajar la noción de área [Berele, 2001]. Colecciones de problemas [Aref, 2010, Chen, 2016], Axiomática [Venema, 2013] [Hartshorne, 2005]. Geogebra [Venema, 2013]. Consulta [Coxeter, 1981, Coxeter, 1967, Harvey, 2015, Johnson, 2007].

### **Geometría analítica**

#### **Objetivos**

Como señala el programa vigente

- Reconocer la complementariedad entre las geometrías analítica y sintética

Sugerimos considerar los siguientes objetivos

- Desarrollar estrategias para resolver problemas.
- Desarrollar la capacidad de representar algebraicamente lugares geométricos y curvas definidas de manera dinámica.
- Reconocer la importancia del concepto de transformación, particularmente rígidas, homotecias y afines. Puede considerarse transformaciones proyectivas.
- Fomentar la capacidad para reducir ecuaciones por medio de distintos grupos de transformaciones.
- Incorporar el uso de herramientas computacionales.

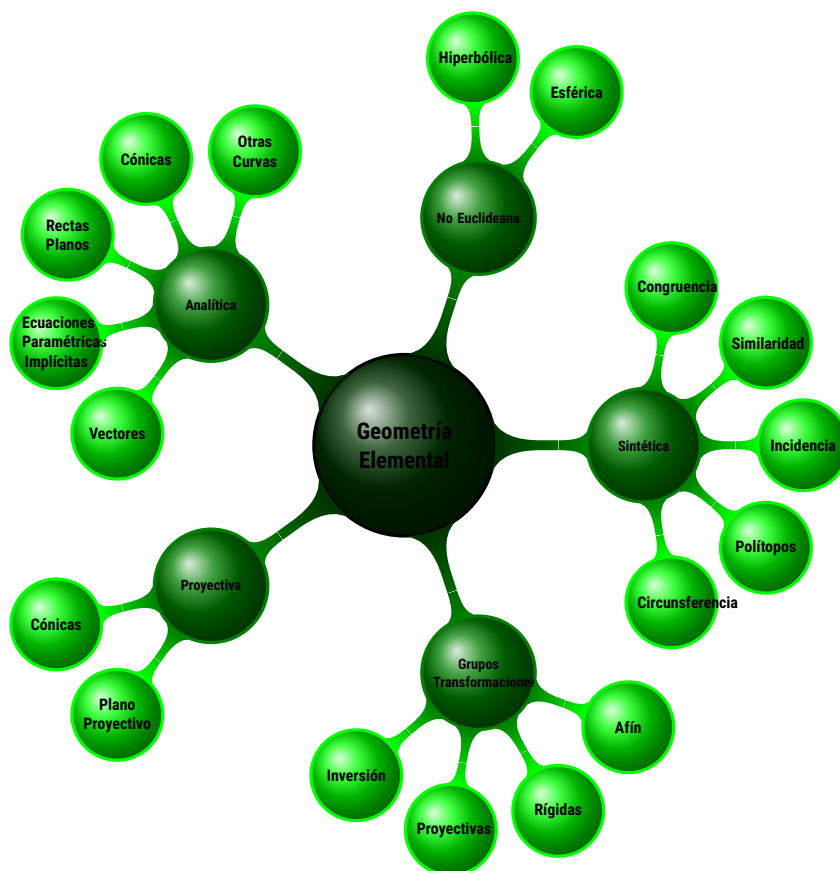
#### **Contenidos mínimos.**

Transformaciones en el plano. Isométricas: Reflexiones. Traslaciones. Rotaciones. No isométricas: Homotecias. Transformaciones afines. Inversión respecto de una circunferencia. Vectores. Producto interno y exterior. Ecuaciones paramétrica e implícita de recta y planos. Demostración de algunos resultados de geometría euclídea por medio de geometría analítica. Cónicas. Definición como lugar geométrico. Ecuaciones paramétricas e implícitas. Ecuación general de segundo grado y su reducción por transformaciones rígidas o afines. Propiedades notables, por citar ejemplo reflexión dentro de elipses, etc. Cuádricas.

### Bibliografía consultada.

Libros que se adaptan a la propuesta [Gibson, 2003, Fenn, 2000, Brannan, 2012, Jennings, 2012, Pedoe, 2013]. Cónicas [Akopyan, 2007, Hansen, 1998], Grupos transformaciones [Coxeter, 1981, Agrícola, 2008, Cederberg, 1989], Uso de software [Vossler, 2000], Historia [Coolidge, 1947], Consulta [Coxeter, 1981, Agrícola, 2008, Audin, 2002, Prasolov, 2001].

### 2.3.3 Mapa conceptual Geometrías Elementales



## 2.4 Modelización

1. **OBJETIVOS PROPUESTOS** Se aspira que el alumno alcance los siguientes objetivos.



- a) Que integre los conocimientos adquiridos durante el curso de su carrera en un marco conceptual ligado a las aplicaciones y al modelado matemático.
- b) Se apropie de lenguajes, métodos y conocimientos de otras disciplinas científicas.
- c) Mejore su capacidad para comunicarse con otros profesionales no matemáticos y brindarles asesoría en la aplicación de la matemática en sus respectivas áreas de trabajo.
- d) Se capacite en la habilidad de extraer información cualitativa de datos cuantitativos.
- e) Desarrolle la capacidad de utilizar las herramientas computacionales de cálculo numérico y simbólico para plantear y resolver problemas.
- f) Logre la capacidad de construir modelos matemáticos a partir de situaciones reales.
- g) Se adiestre en la utilización de métodos analíticos para el análisis de modelos matemáticos y de allí establecer conclusiones sobre la realidad que ellos representan.

## 2. CARACTERÍSTICAS DE LA MATERIA

**Curricula Flexible.** Hay una gran variedad de técnicas, métodos y teorías matemáticas que son utilizadas para desarrollar modelos matemáticos: Teoría de Optimización, Teoría de Control, Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, Ecuaciones Diferenciales Parciales, Ecuaciones con retardo, Ecuaciones en diferencias, Procesos Estocásticos, Autómatas, Teoría de Juegos, etc. A su vez la modelación matemática se aplica a una gran variedad de contextos: economía, biología, sociología, medicina, dinámica de los lenguajes, física, deporte, etc.

Una característica propia de los modelos matemáticos es que sucesos del devenir natural y humano hacen que algunos temas relacionados con la modelación adquieran repentina e impactante relevancia. Un ejemplo superlativo de ello es la pandemia del COVID-19.

Debido a la diversidad mencionada de temáticas y a las dinámicas cambiantes de las mismas se piensa que la mejor alternativa es proponer que la materia sea un espacio abierto, donde los docentes responsables del dictado, guiados por las consideraciones expuestas en este documento, elaboren un programa para la asignatura. La CCP de la Lic. en Matemática se encargará de efectuar una revisión periódica a fin de evaluar que las actividades propuestas se ajusten en cantidad, calidad y orientación con las exigencias del plan. Esta tarea se llevará adelante cada vez que haya un cambio del plantel docente y con una periodicidad no inferior a dos años.



**Situaciones problemáticas reales.** Es aconsejable que el alumno se enfrente durante el cursado con situaciones problemáticas de una complejidad comparable a la que se le presentaría en la realidad y no sólo exponerlo a modelos simplificados. Se debe tender a que el estudiante desarrolle la capacidad de determinar qué técnicas y teorías matemáticas son las más adecuadas para modelizar esa realidad. Por consiguiente la materia debe formar al alumno en el manejo de una variedad representativa de estas técnicas.

**Computación científica.** Esto contempla la solución por medio de recursos computacionales de problemas matemáticos, la simulación de sistemas determinísticos evolutivos o la estimación de probabilidades de escenarios posibles en modelos estocásticos. Es aconsejable tanto el uso de la computadora para resolver problemas numéricamente, como valerse de sistemas de algebra computacional (SymPy, Mupad, Mathematica, Maple, etc) para la solución de problemas analíticos.

**Eficiencia** Un objetivo de la materia es desarrollar la capacidad de resolver problemas. La evaluación de la consecución de este objetivo debe ser ponderada tanto en la complejidad de los problemas abordados, como en el tiempo empleado en ello. En ese sentido es recomendable que el alumno aprende de valerse de recursos que ya están disponibles para resolver estos problemas. Por ejemplo, en la actualidad muchos lenguajes de computación ofrecen multitud de librerías, desarrolladas por usuarios de todo el mundo, especializadas en resolver problemas de distintas áreas de la matemática. La materia debe capacitar en buscar estos recursos, aprender a utilizarlos de manera autónoma.

**Interdisciplinaridad** Es aconsejable que durante el cursado invite a especialistas de otras áreas del saber a ofrecer charlas en el marco de la materia sobre problemáticas relacionadas con la modelización matemática. Deberían proponerse mecanismos de certificación y reconocimiento de estas actividades para los especialistas intervinientes.

**Intradisciplinaridad.** Propender a la consedirección de diversidad de teorías matemáticas, analizar los supuestos a los que mejor se ajustan cada una de ellas. Favorecer la participación de docentes con inserción en las diferentes líneas de investigación del departamento.

### 3. Unidades temáticas y contenidos

La siguiente enumeración pretende ser amplia pero no exhaustiva. Fue elaborada con el criterio de que queden representados una variedad grande de técnicas matemáticas. Recopila las temáticas históricas abordadas en la asignatura. Es presentada a modo de guía para los docentes responsables del espacio curricular. *Los mismos pueden confeccionar el programa eligiendo algunos temas de esta guía o proponer otros.*





**Generalidades** Ingredientes de un modelo matemático. Variables, parámetros, ecuaciones de estado. Teorías, Leyes Generales y relaciones constitutivas. Validación de un modelo. Clasificación de los modelos: estáticos, dinámicos, deterministas, estocásticos, discretos y continuos. [Bellomo and Preziosi, 1994, Banerjee, 2014, Heiliö et al., 2016].

**Análisis Dimensional** Cantidades y dimensiones. Unidades primitivas y derivadas. El sistema internacional de unidades SI. Homogeneidad dimensional. Proceso de adimensionalización. El Teorema  $\pi$ -Buckingham. Aplicaciones [Witelski and Bowen, 2015, Heiliö et al., 2016, Holmes, 2009, Dym, 2004, Bender, 2000, Lin and Segel, 100]

**Sistemas mecánicos** Sistemas de coordenadas inerciales. Mecánica Newtoniana. Ecuaciones de Newton. Leyes de balance. Vínculos. Principio del trabajo virtual. Sistemas conservativos. Ecuaciones de Lagrange. Multiplicadores de Lagrange y cálculo fuerzas de vínculo. Fricción seca y soluciones débiles de Fillippov. Elasticidad. Estudio cualitativo de sistemas. El péndulo y las integrales elípticas y las funciones elípticas de Jacobi. El problema de los dos cuerpos. Estudio cualitativo de sistemas. Equilibrios. Soluciones homoclínicas y heteroclínicas. Cuerpo rígido. El grupo de Lie  $SO(3, \mathbb{R})$  y el álgebra de Lie  $\mathfrak{so}(n, \mathbb{R})$ . Velocidad angular. Matriz de inercia. Ecuaciones de movimiento del cuerpo rígido. Estudio cualitativo del cuerpo aislado. [Dym, 2004, Lemos, 2007, Betounes, 2009, Goldstein, 1987, Arnold et al., 2007, Arnold et al., 2013, Bellomo et al., 2012]

**Procesos de ramificación (branching)** Funciones generatrices de probabilidad: introducción y propiedades generales. Caracterización de las sucesiones de los tamaños  $Z_n$  de la  $n$ -ésima generación. Probabilidades de extinción del proceso  $\{Z_n\}$ . Modelos de crecimiento poblacional a edades dependiente (age-dependent branching processes). Bibliografía: [Grimmett, 2004, Banerjee, 2014, Durrett, 2010, Allen, 2010].

**Procesos de Markov.** Propiedades generales, funciones generatrices y clasificación de estados. Modelos de dinámicas poblacionales y evolución temporal del proceso de ramificación. Introducción a los procesos de nacimiento y al proceso de Poisson. Bibliografía: [Grimmett, 2004, Banerjee, 2014, Durrett, 2010, Allen, 2010].

**Dinámica de poblaciones** Ecuaciones en diferencias. Ecuaciones lineales con coeficientes constantes. Independencia lineal. Casoratiano de funciones. Ecuación no homogénea. Método de coeficientes indeterminados. Sistemas de ecuaciones en diferencias lineales con coeficientes constantes. Algoritmo de Putzer. Matrices diagonalizables. Autovalores y autovectores. autovectores generalizados. Formas de Jordan. Aplicaciones de ecuaciones escalares, modelos discretos de poblaciones de una especie. Aplicaciones de sistemas de ecuaciones. Modelos estructurados. Modelos de Leslie de estructuras por edad. Modelos de Usher. Otros tipos de modelos más generales. Teorema de Perron-Frobenius, dígrafos asociados a matrices. Tests de positividad. Comportamiento en grandes



escala de tiempo del modelo de Leslie. Ecuaciones en diferencias no-lineales. Puntos fijos y soluciones periódicas. Estabilidad, estabilidad local y asintótica. Método de la teleraña. Estabilidad global. Teoría de bifurcaciones. Caos. Exponentes de Lyapunov. Modelos: Nicholson-Bailey, hésped parásito, depredador-presa. Modelos continuos. Especies que interactúan. Competencia. Ecuaciones de Lotka-Volterra. Ecuaciones con retardo. Control óptimo. [Allen, 2007, Elaydi, 2013, Haberman, 1998, Allman and Rhodes, 2004, Braun et al., 2012, Haberman, 1998, Kuang, 1993, Murray, 2011a, Anița et al., 2011]

**Modelos Epidemiológicos** Modelos compartimentados. Influencia de la demografía. Modelos SIS, SIR y SEIR. El parámetro  $R_0$ . La relación final. Equilibrios y extinción. Modelos SIR y SIS estocásticos. Cadenas de Markov Discretas y continuas. Ecuaciones diferenciales estocásticas. Problemas de control óptimo. [Brauer and Castillo-Chavez, 2013, Martcheva, 2015, Brauer et al., 2019, Allen, 2015, Blasius et al., 2007, Diekmann et al., 2012, Murray, 2011b, Murray, 2011a, Anița et al., 2011].

**Dinámica medios continuos** Hipótesis de continuidad de la materia. Densidad. Cantidades intensivas y extensivas. Coordenadas Lagrangianas y Eulerianas. Derivadas magnitudes intensivas y extensivas. Teorema del Transporte de Reynolds. Balance de masa. Fuerzas superficiales y extendidas. Teorema de Cauchy. Balance del momento lineal. Dinámica del Calor. Calor específico. Energía. Unidades de medida. Balance de energía. Fluidos incompresibles no viscosos. Ecuaciones de Euler. Fluidos incompresibles viscosos. Tensor de deformaciones. Ecuaciones de Navier-Stokes. Ley de conducción de Fourier. Ecuación del Calor. Ecuación de ondas. Modelos de tráfico vehicular. [Holmes, 2009, Banasiak, 2013, Braun et al., 2012, Bellomo and Preziosi, 1994, Chorin and Marsden, 2000, Irgens, 2008, Griebel et al., 1998, Galdi, 2011, Wesseling, 2001, Haberman, 1998, Lin and Segel, 100]

**Modelos en medicina** Génesis tumoral. Modelos determinísticos. Modelos estocásticos. [Wodarz and Komarova, 2014, Barillot et al., 2012, Eisen, 2013, Murray, 2011a, Tan and Hanin, 2008]

**Optimización, ajuste paramétrico** [Bender, 2000, Gershenfeld and Gershenfeld, 1999, Diekmann et al., 2012, Broemeling, 2017] El problema de estimación de parámetros de modelos. Mínimos cuadrados. Método de Newton. Método de Levenberg-Marquardt. Estimación de máxima verosimilitud. Aplicaciones a modelos poblacionales, epidemiológicos, etc.

**Modelos en el deporte** Coordenadas geográficas y proyecciones cartográficas. Topografía: imágenes geotiff. Matlab: lectura de archivos, interpolación de funciones, desarrollo de interfaces de usuario. Lenguajes XML y GPX: breve descripción. Repaso de los conceptos de trabajo y potencia. Fuerzas que se oponen al movimiento de un ciclista. La ecuación del ciclista. [Wilson et al., 2004]

**Economía Matemática** El equilibrio en los modelos económicos lineales. Un amplio esbozo de un flujo circular. Representaciones mediante ecuaciones lineales.



La condición de Hawkins-Simon. outputs y precios. El teorema de Frobenius. Restricciones de no negatividad. El problema del valor propio no negativo. La raíz de Frobenius. Significado económico de la raíz de Frobenius. Series de Neumann. Matrices no descomponibles. Estabilidad relativa de la trayectoria de crecimiento equilibrado. [Nikaido, 1978].

### 3 Presentación asamblea departamental

#### Actividades

1. Análisis comparativo planes estudio Lic. Matemática argentinas.
2. Intercambio con actores institucionales y expertos.
3. Encuestas a graduados. Evaluación de fortalezas y debilidades del curriculum en tanto a contenidos y competencias.
4. Mapeo de las teorías matemáticas susceptibles de integrar el plan de estudios. Trazado de dependencias de estas teorías.

#### Análisis comparativo planes estudio

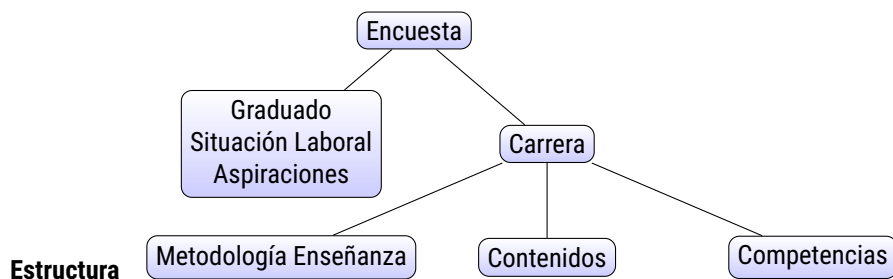
1. Se examinaron aspectos formales de los planes.
2. Se definieron unidades temáticas (alrededor de 60).
3. Se indagó en que carreras estaban presentes estas unidades.

**Conclusión** Debido a que en años reciente se constató un incremento de graduados de Lic en Matemática de la UNRC que continuaron estudios de posgrado en universidades y centros de investigación de Argentina y extranjeros: UBA, UNC, Universidad de Chile, se propone introducir la problemática de la articulación con estos programas de posgrado al momento de elaborar la reforma curricular.

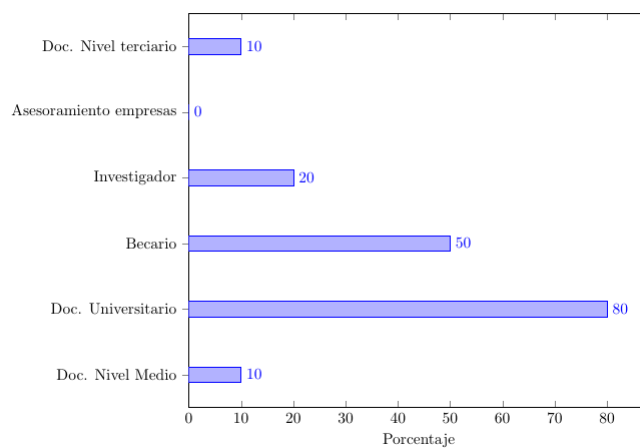
#### Consulta actores institucionales

1. Visita Dra. Mirta Iriondo (Decana FAMAF) .
2. Asamblea con docentes.
3. Reunión CC Prof. de Matemática y Dpto de Física.
4. Participación en el foro UMA-CUCEN.
5. Se procuró que las actividades se desarrollasen en un marco de **participación e integración**

## Encuesta a graduados

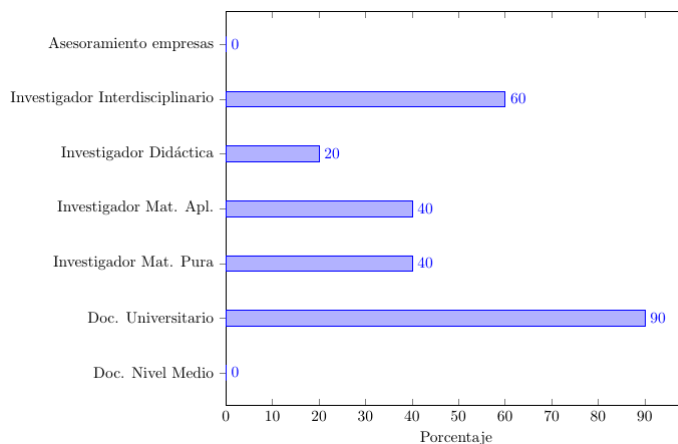


## Resultado encuesta a graduados (Persona)



## Ocupación

## Resultado encuesta a graduados (Persona)

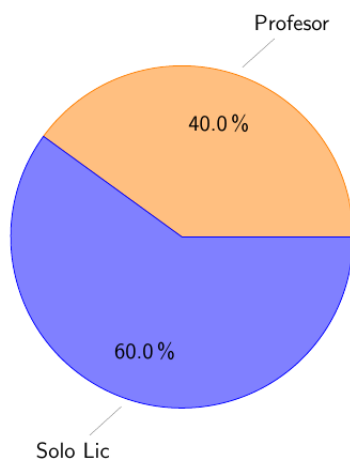


### Aspiración

Predilección por ocupaciones académicas!

Efectividad carrera para aspiraciones promedio: 7.6 (del 1 al 10)

### Resultado encuesta a graduados (Persona)

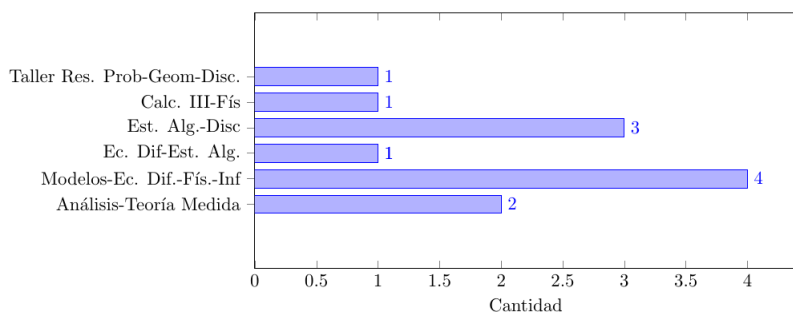


### Relación con el profesorado

Valoración positiva ciclo común promedio: 9

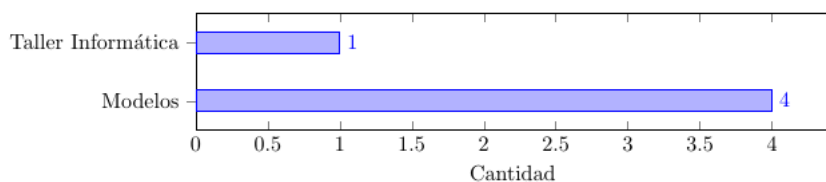
### Resultado encuesta a graduados (Enseñanza)

Relaciones entre asignaturas A veces:9, N/C: 1.



### Resultado encuesta a graduados (Enseñanza)

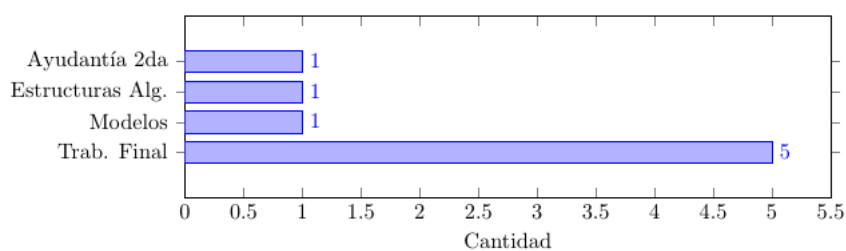
**Espacios Interdisciplinarios** Hay: 5, No hay: 4, N/C: 1.



Suficiencia de los espacios promedio: 3.5 (del 1 al 10)

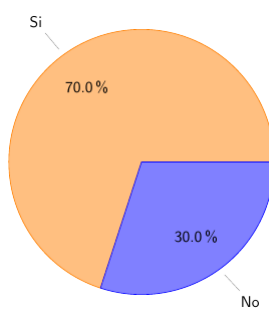
### Resultado encuesta a graduados (Enseñanza)

**Acercamiento campo profesional** Hay: 6, No hay: 3, N/C: 1.



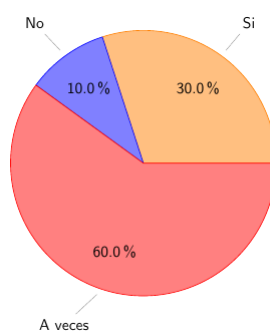
### Resultado encuesta a graduados (Enseñanza)

### Buena articulación Teoría-Práctica



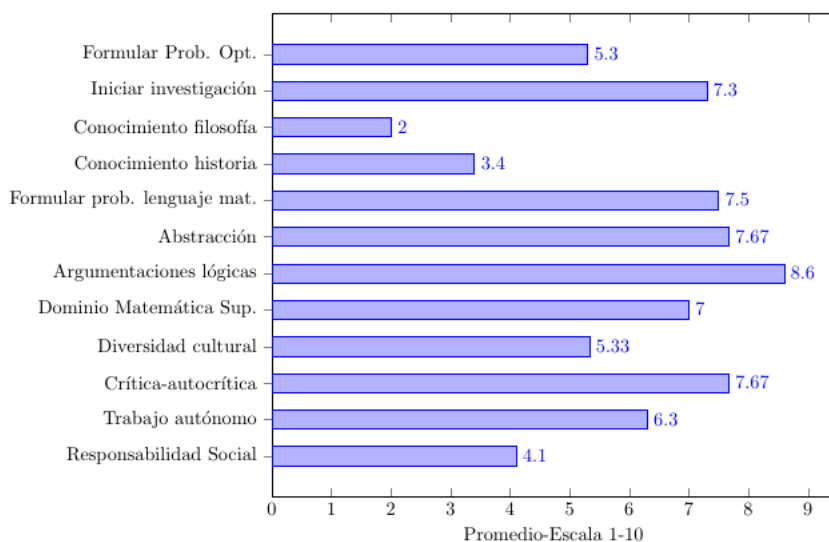
### Resultado encuesta a graduados (Enseñanza)

#### Utilidad para la formación de la metodología de evaluación



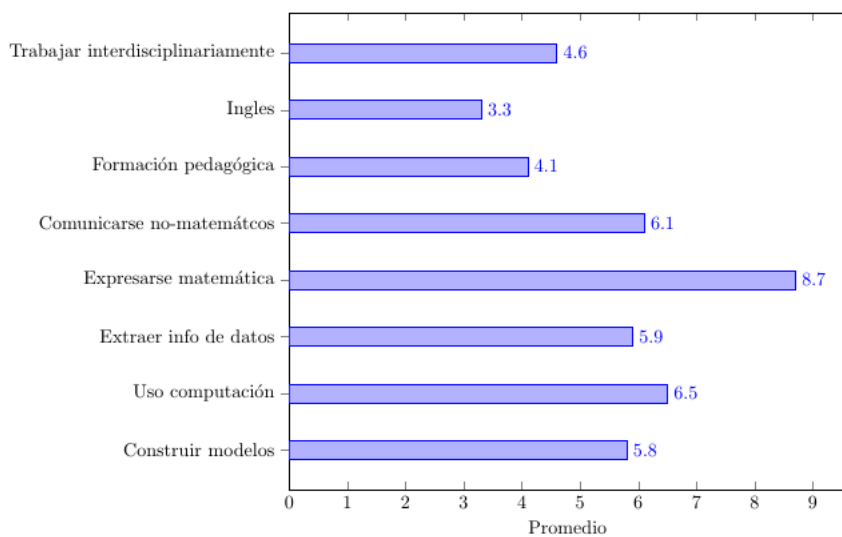
### Resultado encuesta a graduados (Competencias)





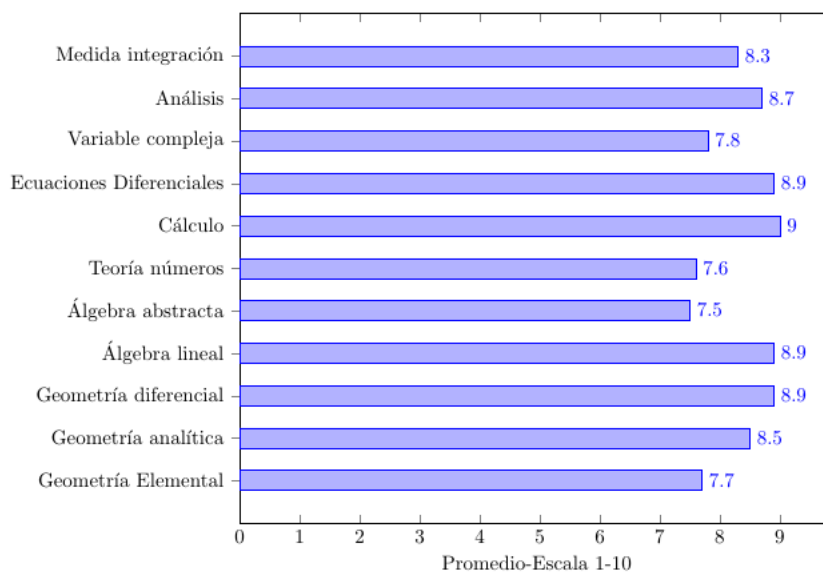
## Resultado encuesta a graduados (Competencias)

### Acercamiento campo profesional



## Resultado encuesta a graduados (Contenidos)

### Acercamiento campo profesional



## Resultado encuesta a graduados (Contenidos)

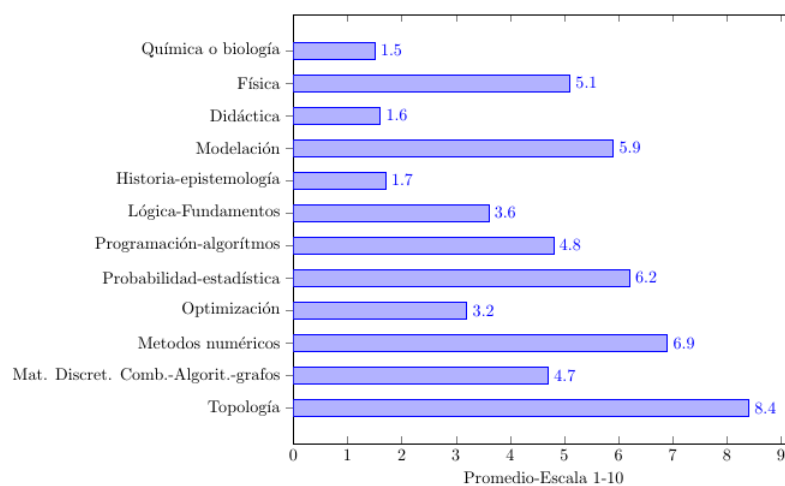
### Acercamiento campo profesional



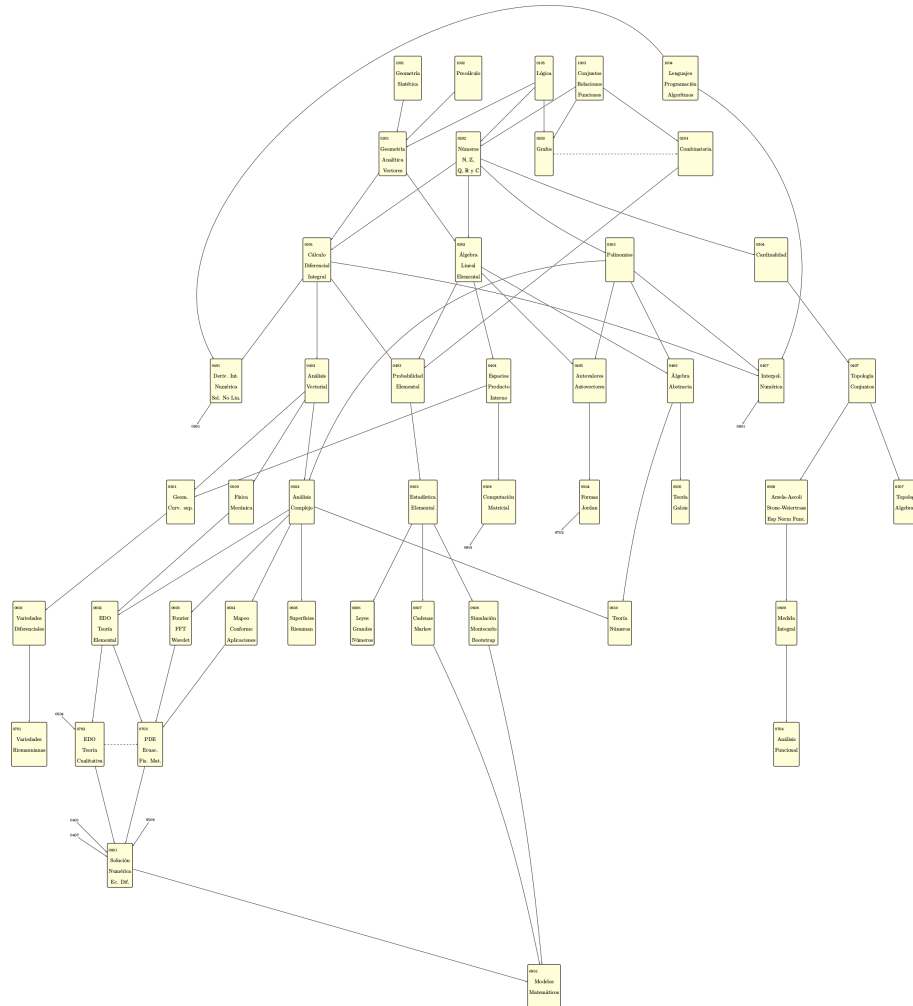
2021 – "AÑO DE HOMENAJE AL PREMIO NOBEL DE MEDICINA DR. CÉSAR MILSTEIN"

Universidad Nacional de Río Cuarto  
Facultad de Ciencias Exactas Físico-Químicas y Naturales

91

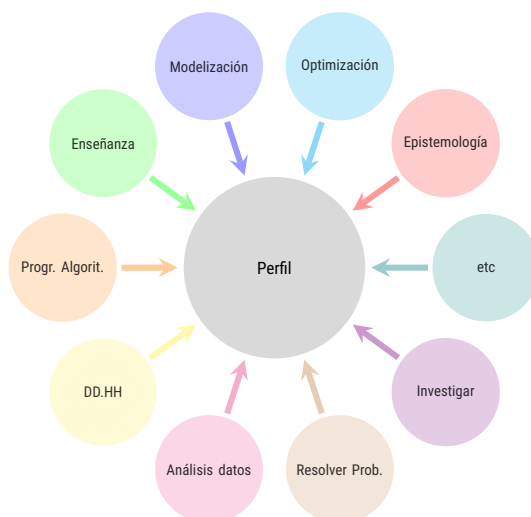


### Mapeo Teorías matemáticas



## Como seguir?

## Definir Perfil



## Bibliografía

[Agricola, 2008] Agricola, Ilka & Friedrich, T. (2008). *Elementary Geometry*. American Mathematical Soc.

**Comentarios.** Geometría elemental desde un punto de vista más avanzado. Hay mucho sobre grupos de simetría. Vienen demostrados algunos resultados de geometría sintética con geometría analítica (Thales e.g.)

**Otras reseñas.** Elementary geometry provides the foundation of modern geometry. For the most part, the standard introductions end at the formal Euclidean geometry of high school. Agricola and Friedrich revisit geometry, but from the higher viewpoint of university mathematics. Plane geometry is developed from its basic objects and their properties and then moves to conics and basic solids, including the Platonic solids and a proof of Euler's polytope formula. Particular care is taken to explain symmetry groups, including the description of ornaments and the classification of isometries by their number of fixed points. Complex numbers are introduced to provide an alternative, very elegant approach to plane geometry. The authors then treat spherical and hyperbolic geometries, with special emphasis on their basic geometric properties. This largely self-contained book provides a much deeper understanding of familiar topics, as well as an introduction to new topics that complete the picture of two-dimensional geometries. For undergraduate mathematics students the book will be an excellent introduction to an advanced point of view on geometry. For mathematics teachers it will be a valuable reference and a source book for topics for projects. The book contains over 100 figures and scores of exercises. It is suitable for a one-semester course in geometry for undergraduates, particularly for mathematics majors and future secondary school teachers.

[Akopyan, 2007] Akopyan, A. V. (2007). *Geometry of Conics*. American Mathematical Society.

**Comentarios.** Montones de propiedades geométricas de las cónicas.

**Otras reseñas.** The book is devoted to the properties of conics (plane curves of second degree) that can be formulated and proved using only elementary geometry. Starting with the well-known optical properties of conics, the authors move to less trivial results, both classical and contemporary. In particular, the chapter on projective properties of conics contains a detailed analysis of the polar correspondence, pencils of conics, and the Poncelet theorem. In the chapter on metric properties of conics the authors discuss, in particular, inscribed conics, normals to conics, and the Poncelet theorem for confoca.



- [Allen, 2007] Allen, L. J. S. (2007). *An Introduction to Mathematical Biology*. Pearson/Prentice Hall.
- [Allen, 2010] Allen, L. J. S. (2010). *An Introduction to Stochastic Processes With Applications to Biology*. CRC Press.
- [Allen, 2015] Allen, L. S. (2015). *Stochastic Population and Epidemic Models: Persistence and Extinction*. Springer International Publishing.
- [Allman and Rhodes, 2004] Allman, E. S. and Rhodes, J. A. (2004). *Mathematical Models in Biology: An Introduction*. Cambridge University Press.
- [Amy Shell-Gellasch, 2005] Amy Shell-Gellasch, D. J. (2005). *From Calculus to Computers: Using the Last 200 Years of Mathematics History in the Classroom*. Mathematical Association of America Notes. The Mathematical Association of America.
- [Anița et al., 2011] Anița, S., Arnăutu, V., and Capasso, V. (2011). *An Introduction to Optimal Control Problems in Life Sciences and Economics: From Mathematical Models to Numerical Simulation with MATLAB®*. Modeling and Simulation in Science, Engineering and Technology. Birkhäuser Boston.
- [Aref, 2010] Aref, M. N. & Wernick, W. (2010). *Problems and Solutions in Euclidean Geometry*. Courier Corporation.
- Comentarios.** Libro de problemas fundamentalmente sobre Geometría Sintética
- Otras reseñas.** Intended for a second course in Euclidean geometry, this volume is based on classical principles and can be used by students of mathematics as a supplementary text and by mechanical engineers as an aid to developing greater mathematical facility. It features 200 problems of increasing complexity with worked-out solutions, along with hints for additional problems. Each of the eight chapters covers a different aspect of Euclidean geometry: triangles and polygons; areas, squares and rectangles; circles and tangency; ratio and proportion; loci and transversals; geometry of lines and rays; geometry of the circle; and space geometry. The authors list relevant theorems and corollaries, and they state and prove many important propositions. More than 200 figures illustrate the text.
- [Arnold et al., 2007] Arnold, V., Khukhro, E., Kozlov, V., and Neishtadt, A. (2007). *Mathematical Aspects of Classical and Celestial Mechanics*. Encyclopaedia of Mathematical Sciences. Springer Berlin Heidelberg.
- [Arnold et al., 2013] Arnold, V., Vogtmann, K., and Weinstein, A. (2013). *Mathematical Methods of Classical Mechanics*. Graduate Texts in Mathematics. Springer New York.
- [Audin, 2002] Audin, M. (2002). *Geometry*. Springer.
- Comentarios.** Geometría basada en grupos de transformaciones, afín, métrica y proyectiva.



**Otras reseñas.** Geometry, this very ancient field of study of mathematics, frequently remains too little familiar to students. Michle Audin, professor at the University of Strasbourg, has written a book allowing them to remedy this situation and, starting from linear algebra, extend their knowledge of affine, Euclidean and projective geometry, conic sections and quadrics, curves and surfaces. It includes many nice theorems like the nine-point circle, Feuerbach's theorem, and so on. Everything is presented clearly and rigorously. Each property is proved, examples and exercises illustrate the course content perfectly. Precise hints for most of the exercises are provided at the end of the book. This very comprehensive text is addressed to students at upper undergraduate and Master's level to discover geometry and deepen their knowledge and understanding.

- [Banasiak, 2013] Banasiak, J. (2013). *Mathematical Modelling in One Dimension: An Introduction via Difference and Differential Equations*. Cambridge University Press.
- [Banerjee, 2014] Banerjee, S. (2014). *Mathematical Modeling: Models, Analysis and Applications*. CRC Press.
- [Barillot et al., 2012] Barillot, E., Calzone, L., Hupe, P., Vert, J.-P., and Zinovyev, A. (2012). *Computational Systems Biology of Cancer*. CRC Press.
- [Bellomo and Preziosi, 1994] Bellomo, N. and Preziosi, L. (1994). *Modelling Mathematical Methods and Scientific Computation*. Mathematical Modeling. Taylor & Francis.
- [Bellomo et al., 2012] Bellomo, N., Preziosi, L., and Romano, A. (2012). *Mechanics and Dynamical Systems With Mathematica®*. Springer Science & Business Media.
- [Bender, 2000] Bender, E. A. (2000). *An Introduction to Mathematical Modeling*. Courier Corporation.
- [Berele, 2001] Berele, Allan & Goldman, J. (2001). *Geometry: Theorems and Constructions*. Prentice Hall.

**Comentarios.** Geometría sintética. Trabaja área.

**Otras reseñas.** College Geometry offers readers a deep understanding of the basic results in plane geometry and how they are used. Its unique coverage helps readers master Euclidean geometry, in preparation for non-Euclidean geometry. Focus on plane Euclidean geometry, reviewing high school level geometry and coverage of more advanced topics equips readers with a thorough understanding of Euclidean geometry, needed in order to understand non-Euclidean geometry. Coverage of Spherical Geometry in preparation for introduction of non-Euclidean geometry. A strong emphasis on proofs is provided, presented in various levels of difficulty and phrased in the manner of present-day mathematicians, helping the reader to focus more on learning to do proofs by keeping the material less abstract. For readers pursuing a career in mathematics.

- [Betounes, 2009] Betounes, D. (2009). *Differential Equations: Theory and Applications*. Springer Science & Business Media.





[Blasius et al., 2007] Blasius, B., Kurths, J., and Stone, L. (2007). *Complex Population Dynamics: Nonlinear Modeling in Ecology, Epidemiology, and Genetics*. World Scientific.

[Bocco, 2010] Bocco, M. (2010). *Funciones elementales : para construir modelos matemáticos*. Ministerio de Educación de la Nación. Instituto Nacional de Educación Tecnológica.

[Bottema, 2008] Bottema, O. (2008). *Topics in Elementary Geometry*. Springer.

**Comentarios.** Teoremas que se salen de lo más básico de la geometría elemental.

**Otras reseñas.** Oene Bottema (1901–1992) may not be so well known abroad, but in his own country he is "the great geometer". He graduated from the University of Groningen in 1924 and obtained his doctor's degree from Leiden University in 1927. He spent his early years as a high school teacher and administrator. He published extensively, and as his ability became known, he was made professor at the Technical University of Delft in 1941, and later rector of that university (1951–1959). With his encyclopedic knowledge of 19th-century geometry and his training in 20th-century rigor, he was able to make many contributions to elementary geometry, even as that subject was eclipsed by the modern emphasis on abstract mathematical structures. He also had a fruitful collaboration with engineers and made substantial contributions to kinematics, culminating in the book *Theoretical Kinematics*, with Bernard Roth, in 1979. Throughout his life he was inspired by geometry and poetry, and favored elegant succinct proofs. This little book, first published in 1944, then in a second expanded edition in 1987, gives us a glimpse into his way of thinking. It is a series of vignettes, each crafted with elegance and economy. See, for example, his proof of the Pythagorean theorem (1. 2), which requires only one additional line to be drawn. And who can imagine a simpler proof of the nine-point circle (4. 1)? There is ample coverage of the modern geometry of the triangle: the Simson line, Morley's theorem, isogonal conjugates, the symmedian point, and so forth.

[Brannan, 2012] Brannan, D. A. (2012). *Geometry*. Cambridge University Press.

**Comentarios.** Geometría analítica, afín y proyectiva. Grupos de transformaciones. No tan avanzado. Un buen libro.

**Otras reseñas.** This richly illustrated and clearly written undergraduate textbook captures the excitement and beauty of geometry. The approach is that of Klein in his Erlangen programme: a geometry is a space together with a set of transformations of the space. The authors explore various geometries: affine, projective, inversive, hyperbolic and elliptic. In each case they carefully explain the key results and discuss the relationships between the geometries. New features in this second edition include concise end-of-chapter summaries to aid student revision, a list of further reading and a list of special symbols. The authors have also revised many of the end-of-chapter exercises to make them more challenging and to include some interesting new results. Full solutions to the 200 problems are included in the text, while complete solutions to all of the end-of-chapter exercises are available in a new Instructors' Manual, which can be downloaded from [www.cambridge.org/9781107647831](http://www.cambridge.org/9781107647831).



- [Brauer and Castillo-Chavez, 2013] Brauer, F. and Castillo-Chavez, C. (2013). *Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology*. Springer Science & Business Media.
- [Brauer et al., 2019] Brauer, F., Castillo-Chavez, C., and Feng, Z. (2019). *Mathematical Models in Epidemiology*. Springer Nature.
- [Braun et al., 2012] Braun, M., Coleman, C. S., and Drew, D. A. (2012). *Differential Equation Models*. Springer Science & Business Media.
- [Bressoud, 2007] Bressoud, D. (2007). *A radical approach to real analysis*. Classroom resource materials series. Mathematical Association of America, 2nd ed edition.
- [Bressoud, 2008] Bressoud, D. M. (2008). *A Radical Approach to Lebesgue's Theory of Integration*. Mathematical Association of America Textbooks. CUP.
- [Broemeling, 2017] Broemeling, L. D. (2017). *Bayesian Inference for Stochastic Processes*. CRC Press.
- [Cederberg, 1989] Cederberg, J. (1989). *A Course in Modern Geometries*. Springer.  
**Comentarios.** Énfasis en grupo de transformaciones.
- [Chen, 2016] Chen, E. (2016). *Euclidean Geometry in Mathematical Olympiads*. The Mathematical Association of America.  
**Comentarios.** Libro de problemas  
**Otras reseñas.** This is a challenging problem-solving book in Euclidean geometry, assuming nothing of the reader other than a good deal of courage. Topics covered included cyclic quadrilaterals, power of a point, homothety, triangle centers; along the way the reader will meet such classical gems as the nine-point circle, the Simson line, the symmedian and the mixtilinear incircle, as well as the theorems of Euler, Ceva, Menelaus, and Pascal. Another part is dedicated to the use of complex numbers and barycentric coordinates, granting the reader both a traditional and computational viewpoint of the material. The final part consists of some more advanced topics, such as inversion in the plane, the cross ratio and projective transformations, and the theory of the complete quadrilateral. The exposition is friendly and relaxed, and accompanied by over 300 beautifully drawn figures. The emphasis of this book is placed squarely on the problems. Each chapter contains carefully chosen worked examples, which explain not only the solutions to the problems but also describe in close detail how one would invent the solution to begin with. The text contains a selection of 300 practice problems of varying difficulty from contests around the world, with extensive hints and selected solutions. This book is especially suitable for students preparing for national or international mathematical olympiads, or for teachers looking for a text for an honor class.
- [Chorin and Marsden, 2000] Chorin, A. J. and Marsden, J. E. (2000). *A Mathematical Introduction to Fluid Mechanics*. Springer New York.



- [Coolidge, 1947] Coolidge, J. L. (1947). *A History of the Conic Sections and Quadric Surfaces*. Clarendon Press.
- [Coxeter, 1981] Coxeter, H. S. (1981). *Introduction to Geometry*. Birkhäuser Basel.  
**Comentarios.** Libro muy completo y avanzado fuente de consulta indispensable  
**Otras reseñas.** From the Publisher This classic work is now available in an unabridged paperback edition. The Second Edition retains all the characteristics that made the first edition so popular: brilliant exposition, the flexibility permitted by relatively self-contained chapters, and broad coverage ranging from topics in the Euclidean plane, to affine geometry, projective geometry, differential geometry, and topology. The Second Edition incorporates improvements in the text and in some proofs, takes note of the solution of the 4-color map problem, and provides answers to most of the exercises.
- [Coxeter, 1967] Coxeter, H. S. M. & Greitzer, S. L. (1967). *Geometry Revisited*. MAA.
- [David Bressoud, 2016] David Bressoud, Imène Ghedamsi, V. M.-L. G. T. a. (2016). *Teaching and Learning of Calculus*. ICME-13 Topical Surveys. Springer International Publishing, 1 edition.
- [Diekmann et al., 2012] Diekmann, O., Heesterbeek, H., and Britton, T. (2012). *Mathematical Tools for Understanding Infectious Disease Dynamics*. Princeton University Press.
- [Durrett, 2010] Durrett, R. (2010). *Probability: Theory and Examples*. Cambridge University Press.
- [Dym, 2004] Dym, C. (2004). *Principles of Mathematical Modeling*. Academic Press.
- [Eisen, 2013] Eisen, M. (2013). *Mathematical Models in Cell Biology and Cancer Chemotherapy*. Springer Science & Business Media.
- [Elaydi, 2013] Elaydi, S. N. (2013). *An Introduction to Difference Equations*. Springer Science & Business Media.
- [Ernst Hairer, 2008] Ernst Hairer, G. W. (2008). *Analysis by its history*. Undergraduate texts in mathematics. Readings in mathematics. Springer, 1st ed. 1996. 2nd printing edition.
- [Fenn, 2000] Fenn, R. (2000). *Geometry*. Springer.  
**Comentarios.** Parece un libro accesible. Cubre geometría sintética, analítica, proyectiva, números complejos  
**Otras reseñas.** Geometry is probably the most accessible branch of mathematics, and can provide an easy route to understanding some of the more complex ideas that mathematics can present. This book is intended to introduce readers to the major geometrical topics taught at undergraduate level, in a manner that is both accessible and rigorous. The author uses world measurement as a synonym for geometry - hence the importance of numbers, coordinates and their manipulation - and has included over 300 exercises,



with answers to most of them. The text includes such topics as:- Coordinates- Euclidean plane geometry- Complex numbers- Solid geometry- Conics and quadratic surfaces- Spherical geometry- Quaternions. It is suitable for all undergraduate geometry courses, but it is also a useful resource for advanced sixth formers, research mathematicians, and those taking courses in physics, introductory astronomy and other science subjects.

[Galdi, 2011] Galdi, G. P. (2011). *An Introduction to the Mathematical Theory of the Navier-Stokes Equations: Steady-State Problems*. Springer New York.

[Gershenfeld and Gershenfeld, 1999] Gershenfeld, N. A. and Gershenfeld, N. (1999). *The Nature of Mathematical Modeling*. Cambridge University Press.

[Gibson, 2003] Gibson, C. G. (2003). *Elementary Euclidean Geometry: An Introduction*. Cambridge University Press.

[Goldstein, 1987] Goldstein, H. (1987). *Mecánica clásica*. Reverté.

[Griebel et al., 1998] Griebel, M., Dornsheifer, T., and Neunhoffer, T. (1998). *Numerical Simulation in Fluid Dynamics: A Practical Introduction*. SIAM.

[Grimmett, 2004] Grimmett, G.; Stirzaker, D. (2004). *Probability and random processes*. Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics. Oxford University Press.

[Haberman, 1998] Haberman, R. (1998). *Mathematical Models: Mechanical Vibrations, Population Dynamics, and Traffic Flow*. SIAM.

[Hansen, 1998] Hansen, V. L. (1998). *Shadows of the Circle: Conic Sections, Optimal Figures and Non-Euclidean Geometry*. World Scientific.

**Otras reseñas.** The aim of this book is to throw light on various facets of geometry through development of four geometrical themes. The first theme is about the ellipse, the shape of the shadow cast by a circle. The next, a natural continuation of the first, is a study of all three types of conic sections, the ellipse, the parabola and the hyperbola. The third theme is about certain properties of geometrical figures related to the problem of finding the largest area that can be enclosed by a curve of given length. This problem is called the isoperimetric problem. In itself, this topic contains motivation for major parts of the curriculum in mathematics at college level and sets the stage for more advanced mathematical subjects such as functions of several variables and the calculus of variations. The emergence of non-Euclidean geometries in the beginning of the nineteenth century represents one of the dramatic episodes in the history of mathematics. In the last theme the non-Euclidean geometry in the Poincaré disc model of the hyperbolic plane is developed.

[Hartshorne, 2005] Hartshorne, R. (2005). *Geometry: Euclid and Beyond*. Springer.

**Otras reseñas.** In recent years, I have been teaching a junior-senior-level course on the classical geometries. This book has grown out of that teaching experience. I assume only high-school geometry and some abstract algebra. The course begins in Chapter 1



with a critical examination of Euclid's Elements. Students are expected to read concurrently Books I-IV of Euclid's text, which must be obtained separately. The remainder of the book is an exploration of questions that arise naturally from this reading, together with their modern answers. To shore up the foundations we use Hilbert's axioms. The Cartesian plane over a field provides an analytic model of the theory, and conversely, we see that one can introduce coordinates into an abstract geometry. The theory of area is analyzed by cutting figures into triangles. The algebra of field extensions provides a method for deciding which geometrical constructions are possible. The investigation of the parallel postulate leads to the various non-Euclidean geometries. And in the last chapter we provide what is missing from Euclid's treatment of the five Platonic solids in Book XIII of the Elements. For a one-semester course such as I teach, Chapters 1 and 2 form the core material, which takes six to eight weeks.

[Harvey, 2015] Harvey, M. (2015). *Geometry Illuminated: An Illustrated Introduction to Euclidean and Hyperbolic Plane Geometry*. The Mathematical Association of America.

**Otras reseñas.** Geometry Illuminated is an introduction to geometry in the plane, both Euclidean and hyperbolic. It is designed to be used in an undergraduate course on geometry, and as such, its target audience is undergraduate math majors. However, much of it should be readable by anyone who is comfortable with the language of mathematical proof. Throughout, the goal is to develop the material patiently. One of the more appealing aspects of geometry is that it is a very visual subject. This book hopes to take full advantage of that, with an extensive use of illustrations as guides. Geometry Illuminated is divided into four principal parts. Part 1 develops neutral geometry in the style of Hilbert, including a discussion of the construction of measure in that system, ultimately building up to the Saccheri-Legendre Theorem. Part 2 provides a glimpse of classical Euclidean geometry, with an emphasis on concurrence results, such as the nine-point circle. Part 3 studies transformations of the Euclidean plane, beginning with isometries and ending with inversion, with applications and a discussion of area in between. Part 4 is dedicated to the development of the Poincaré disk model, and the study of geometry within that model. While this material is traditional, Geometry Illuminated does bring together topics that are generally not found in a book at this level. Most notably, it explicitly computes parametric equations for the pseudosphere and its geodesics. It focuses less on the nature of axiomatic systems for geometry, but emphasizes rather the logical development of geometry within such a system. It also includes sections dealing with trilinear and barycentric coordinates, theorems that can be proved using inversion, and Euclidean and hyperbolic tilings.

[Heiliö et al., 2016] Heiliö, M., Lähivaara, T., Laitinen, E., Mantere, T., Merikoski, J., Raivio, K., Silvennoinen, R., Suutala, A., Tarvainen, T., Tiihonen, T., Tuomela, J., Turunen, E., and Vauhkonen, M. (2016). *Mathematical Modelling*. Springer.

[Holmes, 2009] Holmes, M. H. (2009). *Introduction to the Foundations of Applied Mathematics*. Springer Science & Business Media.



[Irgens, 2008] Irgens, F. (2008). *Continuum Mechanics*. Springer Berlin Heidelberg.

[Jennings, 2012] Jennings, G. A. (2012). *Modern Geometry With Applications*. Springer Science & Business Media.

**Comentarios.** Geometría analítica y proyectiva

**Otras reseñas.** This book is an introduction to the theory and applications of modern geometry roughly speaking, geometry that was developed after Euclid. It covers three major areas of non-Euclidean geometry and their applications: spherical geometry (used in navigation and astronomy), projective geometry (used in art), and spacetime geometry (used in the Special Theory of Relativity). In addition it treats some of the more useful topics from Euclidean geometry, focusing on the use of Euclidean motions, and includes a chapter on conics and the orbits of planets. My aim in writing this book was to balance theory with applications. It seems to me that students of geometry, especially prospective mathematics teachers, need to be aware of how geometry is used as well as how it is derived. Every topic in the book is motivated by an application and many additional applications are given in the exercises. This emphasis on applications is responsible for a somewhat nontraditional choice of topics: I left out hyperbolic geometry, a traditional topic with practically no applications that are intelligible to undergraduates, and replaced it with the spacetime geometry of Special Relativity, a thoroughly non-Euclidean geometry with striking implications for our own physical universe. The book contains enough material for a one semester course in geometry at the sophomore-to-senior level, as well as many exercises, mostly of a non routine nature (the instructor may want to supplement them with routine exercises of his/her own).

[Johnson, 2007] Johnson, R. A. (2007). *Advanced Euclidean Geometry*. Dover Publications.

**Comentarios.** Lo que indica su nombre.

**Otras reseñas.** For many years, this elementary treatise on advanced Euclidean geometry has been the standard textbook in this area of classical mathematics; no other book has covered the subject quite as well. It explores the geometry of the triangle and the circle, concentrating on extensions of Euclidean theory, and examining in detail many relatively recent theorems. Several hundred theorems and corollaries are formulated and proved completely; numerous others remain unproved, to be used by students as exercises. The author makes liberal use of circular inversion, the theory of pole and polar, and many other modern and powerful geometrical tools throughout the book. In particular, the method of directed angles offers not only a powerful method of proof but also furnishes the shortest and most elegant form of statement for several common theorems. This accessible text requires no more extensive preparation than high school geometry and trigonometry.

[Kuang, 1993] Kuang, Y. (1993). *Delay Differential Equations: With Applications in Population Dynamics*. Academic Press.

[Lemos, 2007] Lemos, N. (2007). *Mecânica Analítica*. LIVRARIA DA FÍSICA.



- [Lin and Segel, 100] Lin, C. C. and Segel, L. A. (100). *Mathematics Applied to Deterministic Problems in the Natural Sciences*. SIAM.
- [Martcheva, 2015] Martcheva, M. (2015). *An Introduction to Mathematical Epidemiology*. Springer.
- [Murray, 2011a] Murray, J. D. (2011a). *Mathematical Biology: I. An Introduction*. Springer Science & Business Media.
- [Murray, 2011b] Murray, J. D. (2011b). *Mathematical Biology II: Spatial Models and Biomedical Applications*. Springer Science & Business Media.
- [Nikaido, 1978] Nikaido, H. (1978). *Metodos matemáticos del Analisis Económico Moderno*. Vincens Vives.
- [Ogilvy, 1989] Ogilvy, C. S. (1989). *Excursions in Geometry*. Courier Corporation.  
**Otras reseñas.** Topics including harmonic division and Apollonian circles, inversive geometry, the hexlet, conic sections, projective geometry, the Golden Section and angle trisection are addressed in a way that brings out the true intellectual excitement inherent in each. Also included: some unsolved problems of modern geometry. Notes. References. 132 line illustrations.
- [Otto Toeplitz, 2007] Otto Toeplitz, D. B. (2007). *The calculus: A genetic approach*. University Of Chicago Press.
- [Pedoe, 2013] Pedoe, D. (2013). *Geometry: A Comprehensive Course*. Courier Corporation.  
**Otras reseñas.** A lucid and masterly survey. — Mathematics Gazette Professor Pedoe is widely known as a fine teacher and a fine geometer. His abilities in both areas are clearly evident in this self-contained, well-written, and lucid introduction to the scope and methods of elementary geometry. It covers the geometry usually included in undergraduate courses in mathematics, except for the theory of convex sets. Based on a course given by the author for several years at the University of Minnesota, the main purpose of the book is to increase geometrical, and therefore mathematical, understanding and to help students enjoy geometry. Among the topics discussed: the use of vectors and their products in work on Desargues' and Pappus' theorem and the nine-point circle; circles and coaxal systems; the representation of circles by points in three dimensions; mappings of the Euclidean plane, similitudes, isometries, mappings of the inversive plane, and Möbius transformations; projective geometry of the plane, space, and  $n$  dimensions; the projective generation of conics and quadrics; Möbius tetrahedra; the tetrahedral complex; the twisted cubic curve; the cubic surface; oriented circles; and introduction to algebraic geometry. In addition, three appendices deal with Euclidean definitions, postulates, and propositions; the Grassmann-Plücker coordinates of lines in  $S^3$ , and the group of circular transformations. Among the outstanding features of this book are its many worked examples and over 500 exercises to test geometrical understanding.





- [Polya, 1954] Polya, G. (1954). *Mathematics and plausible reasoning*, volume 1. Princeton.
- [Polya, 1968] Polya, G. (1968). *Mathematics and plausible reasoning*, volume 2. Princeton.
- [Polya, 1971] Polya, G. (1971). *How to solve it; a new aspect of mathematical method*. Princeton paperbacks, 246. Princeton University Press, 2d ed edition.

- [Posamentier, 2010] Posamentier, A. S. (2010). *Advanced Euclidean Geometry: Excursions for Secondary Teachers and Students With Geometer's Sketchpad V5 Set*. John Wiley & Sons Incorporated.

**Otras reseñas.** State curriculum standards are mandating more coverage of geometry, as are the curricula for pre-service mathematics education and in-service teaching. Yet many secondary teachers know just enough geometry to stay one chapter ahead of their students! What's more, most college-level geometry texts don't address their specific needs. Advanced Euclidean Geometry fills this void by providing a thorough review of the essentials of the high school geometry course and then expanding those concepts to advanced Euclidean geometry, to give teachers more confidence in guiding student explorations and questions. The text contains hundreds of illustrations created in The Geometer's Sketchpad Dynamic Geometry? software, and it is packaged with a CD-ROM (for Windows?/Macintosh? formats) containing over 100 interactive sketches using Sketchpad(TM) (assumes that the user has access to the program).

- [Prasolov, 2001] Prasolov, V. V. & Tikhomirov, V. M. (2001). *Geometry*. American Mathematical Soc.

**Otras reseñas.** This book provides a systematic introduction to various geometries, including Euclidean, affine, projective, spherical, and hyperbolic geometries. Also included is a chapter on infinite-dimensional generalizations of Euclidean and affine geometries. A uniform approach to different geometries, based on Klein's Erlangen Program is suggested, and similarities of various phenomena in all geometries are traced. An important notion of duality of geometric objects is highlighted throughout the book. The authors also include a detailed presentation of the theory of conics and quadrics, including the theory of conics for non-Euclidean geometries. The book contains many beautiful geometric facts and has plenty of problems, most of them with solutions, which nicely supplement the main text. With more than 150 figures illustrating the arguments, the book can be recommended as a textbook for undergraduate and graduate-level courses in geometry.

- [Tan and Hanin, 2008] Tan, W. Y. and Hanin, L. G. (2008). *Handbook of Cancer Models With Applications*. World Scientific.

- [Venema, 2013] Venema, G. A. (2013). *Exploring Advanced Euclidean Geometry With GeoGebra*. MAA.

**Comentarios.** Estudio de la axiomática

**Otras reseñas.** This book provides an inquiry-based introduction to advanced Euclidean geometry. It utilizes dynamic geometry software, specifically GeoGebra, to explore the





statements and proofs of many of the most interesting theorems in the subject. Topics covered include triangle centers, inscribed, circumscribed, and escribed circles, medial and orthic triangles, the nine-point circle, duality, and the theorems of Ceva and Menelaus, as well as numerous applications of those theorems. The final chapter explores constructions in the Poincaré disk model for hyperbolic geometry. The book can be used either as a computer laboratory manual to supplement an undergraduate course in geometry or as a stand-alone introduction to advanced topics in Euclidean geometry. The text consists almost entirely of exercises (with hints) that guide students as they discover the geometric relationships for themselves. First the ideas are explored at the computer and then those ideas are assembled into a proof of the result under investigation. The goals are for the reader to experience the joy of discovering geometric relationships, to develop a deeper understanding of geometry, and to encourage an appreciation for the beauty of Euclidean geometry.

[Vossler, 2000] Vossler, D. L. (2000). *Exploring Analytic Geometry With Mathematica*. Academic Press.

**Otras reseñas.** The study of two-dimensional analytic geometry has gone in and out of fashion several times over the past century, however this classic field of mathematics has once again become popular due to the growing power of personal computers and the availability of powerful mathematical software systems, such as Mathematica, that can provide an interactive environment for studying the field. By combining the power of Mathematica with an analytic geometry software system called Descarta2D, the author has succeeded in meshing an ancient field of study with modern computational tools, the result being a simple, yet powerful, approach to studying analytic geometry. Students, engineers and mathematicians alike who are interested in analytic geometry can use this book and software for the study, research or just plain enjoyment of analytic geometry. Mathematica provides an attractive environment for studying analytic geometry. Mathematica supports both numeric and symbolic computations meaning that geometry problems can be solved for special cases using numbers, as well as general cases producing formulas. Mathematica also has good facilities for producing graphical plots which are useful for visualizing the graphs of two-dimensional geometry. \* A classic study in analytic geometry, complete with in-line Mathematica dialogs illustrating every concept as it is introduced\* Excellent theoretical presentation\* Fully explained examples of all key concepts\* Interactive Mathematica notebooks for the entire book\* Provides a complete computer-based environment for study of analytic geometry\* All chapters and reference material are provided on CD-ROM in addition to being printed in the book\* Complete software system: Descarta2D\* A software system, including source code, for the underlying computer implementation, called Descarta2D is provided\* Part VII of the book is a listing of the (30) Mathematica files supporting Descarta2D; the source code is also supplied on CD-ROM\* Explorations\* More than 120 challenging problems in analytic geometry are posed; Complete solutions are provided both as interactive Mathematica notebooks on CD-ROM and as printed material in the book\* Mathematica and Descarta2D Hints expand the



reader's knowledge and understanding of Descarta2D and Mathematica\* Software developed with Mathematica 3.0 and is compatible with Mathematica 4.0\* Detailed reference manual\* Complete documentation for Descarta2D\* Fully integrated into the Mathematica Help Browser.

- [Wesseling, 2001] Wesseling, P. (2001). *Principles of Computational Fluid Dynamics*. Springer Science & Business Media.
- [Wilson et al., 2004] Wilson, D., Papadopoulos, J., and Whitt, F. (2004). *Bicycling Science*. The MIT Press. MIT Press.
- [Witelski and Bowen, 2015] Witelski, T. and Bowen, M. (2015). *Methods of Mathematical Modelling: Continuous Systems and Differential Equations*. Springer International Publishing.
- [Wodarz and Komarova, 2014] Wodarz, D. and Komarova, N. L. (2014). *Dynamics of Cancer: Mathematical Foundations of Oncology*. World Scientific.