



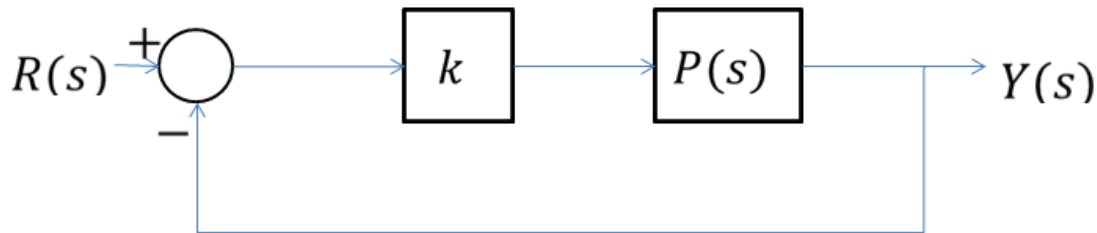
Sommario

- Richiami sul luogo delle radici.
- Funzioni MATLAB per il tracciamento del luogo delle radici, sia positivo che negativo.
- Esempio.



Il luogo delle radici (1/2)

- Dato il **sistema a controreazione** seguente:



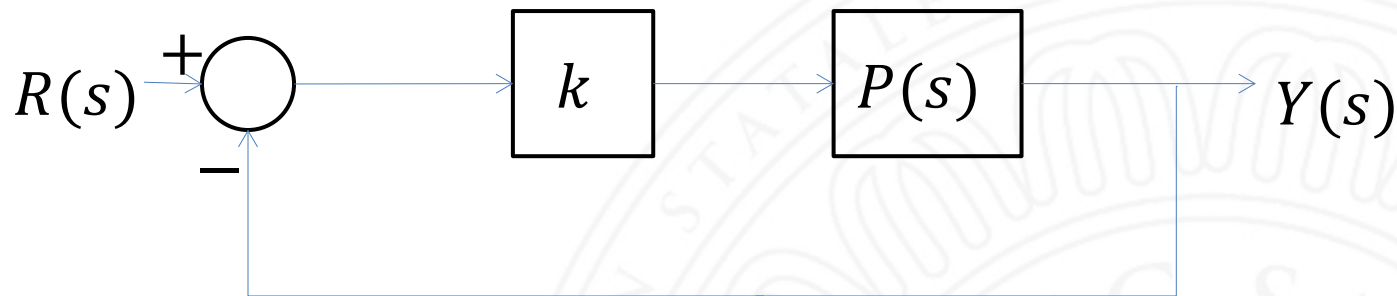
- La **relazione ingresso-uscita** a ciclo chiuso risulta essere:

$$Y(s) = \frac{kP(s)}{1+kP(s)} R(s) \text{ con } P(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{\prod_{i=1}^m (s-z_i)}{\prod_{i=1}^n (s-p_i)}$$

- I **poli della funzione** di trasferimento a ciclo chiuso si **calcolano** nel modo seguente:



Il luogo delle radici (2/2)



- Il luogo delle radici consiste nella rappresentazione grafica della locazione dei poli della funzione di trasferimento a ciclo chiuso nel piano complesso al variare del guadagno $k \in (-\infty, +\infty)$.
- E' possibile tracciare quindi un luogo positivo ($k > 0$) e un luogo negativo ($k < 0$)



Il luogo delle radici in MATLAB (1/3)

- Per tracciare il luogo delle radici, si utilizza in matlab la funzione rlocus.

$[r, k] = \text{rlocus}(\text{num}, \text{den})$: calcola e disegna il luogo delle radici di un sistema SISO ad anello aperto. Vengono passati come parametri i vettori relativi al numeratore e al denominatore della funzione di trasferimento ad anello aperto $P(s)$. La funzione restituisce il vettore k dei guadagni selezionati e i valori delle radici in corrispondenza di tali guadagni nel vettore r .



Il luogo delle radici in MATLAB (2/3)

$[r, k] = \text{rlocus}(sys)$: calcola e disegna il luogo delle radici di un sistema SISO ad anello aperto. Come parametro è possibile passare il sistema costruito ad esempio con la funzione MATLAB tf.

$[r, k] = \text{rlocus}(sys, k)$: calcola e disegna il luogo delle radici di un sistema SISO ad anello aperto. Come parametro è possibile passare il sistema costruito ad esempio con la funzione MATLAB tf e un vettore di guadagni k specificato dall'utente ed in corrispondenza dei quali valutare il luogo.



Il luogo delle radici in MATLAB (3/3)

`rlocus(sys1, 'r', sys2, 'y', sys3, 'g')`:
disegna il luogo delle radici di più sistemi SISO lineari in un
unico diagramma.

Per tracciare il luogo negativo, è sufficiente, ad esempio,
invocare `rlocus` nel modo seguente:

`rlocus(-num, den);`



Esempio (1/3)

Tracciare il luogo delle radici in MATLAB della seguente funzione di trasferimento:

$$P(s) = \frac{s + 1}{s(s + 2)(s + 4)^2}$$



Esempio (2/3)

% Definizione del numeratore e del denominatore
della funzione di trasferimento

num=[1 1];  **conv usata per moltiplicare polinomi**

den=**conv**(conv([1 0], [1 2]), conv([1 4], [1 4]));

% Tracciamento del luogo delle radici positivo

rlocus(num, den);

% Tracciamento del luogo delle radici negativo

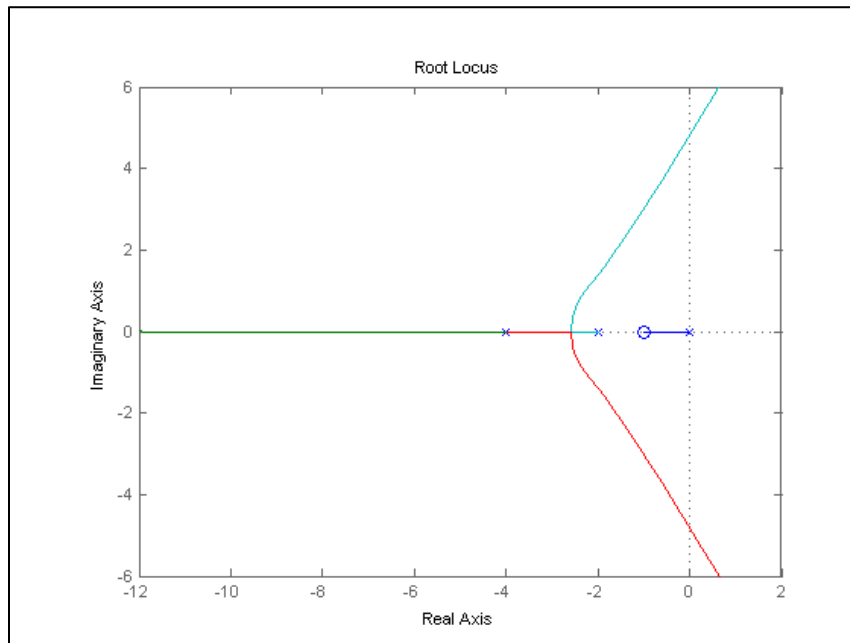
rlocus(-num, den);



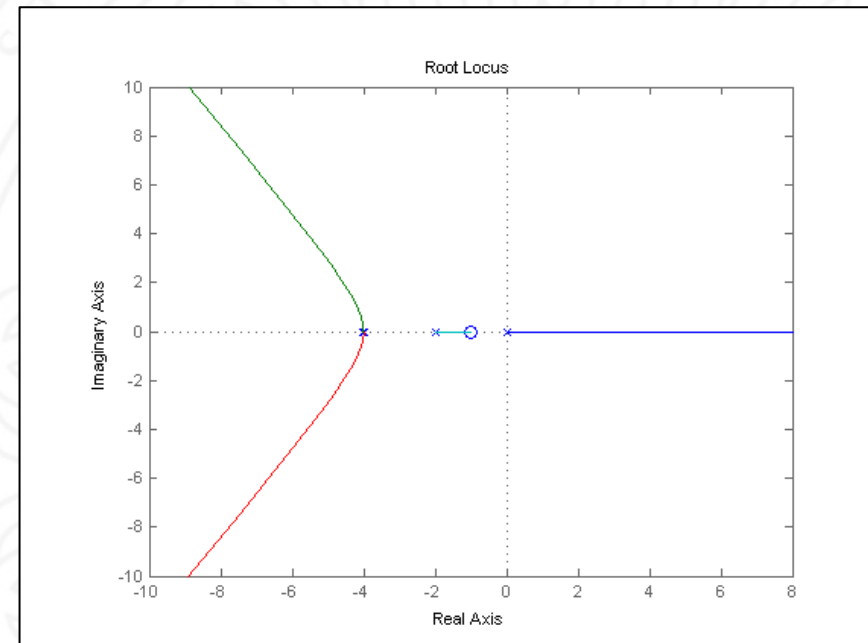
Esempio (3/3)

$$P(s) = \frac{s + 1}{s(s + 2)(s + 4)^2}$$

Luogo positivo



Luogo negativo





Sessione di studio



Verifica

Ripassare le lezioni riguardanti il luogo delle radici, mostrate nella prima parte del corso.



Sessione di studio



Verifica

Descrivere le funzioni per il tracciamento del luogo delle radici.



Sessione di studio



Esercitazione

Tracciare il luogo delle radici, in MATLAB, delle seguenti funzioni di trasferimento:

- $P(s) = \frac{1}{s-0.5}$
- $P(s) = \frac{s}{s^2+2s+1}$
- $P(s) = \frac{(s+1)(s-2)}{(s+3)^2(s-3)}$