Sommario

- Esempi di sintesi di controllori attraverso ispezione del luogo delle radici.

Esempio 1 (1/4)

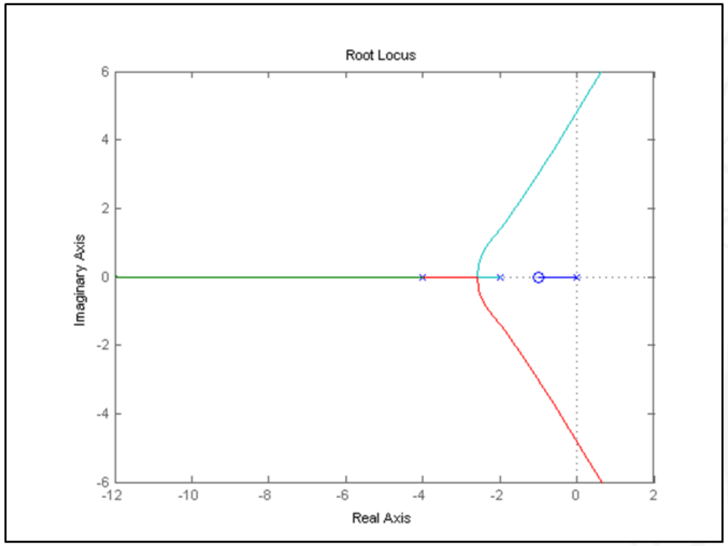
Determinare se esistono valori del parametro k affinché il sistema a controreazione unitaria negativa con funzione di trasferimento ad anello aperto seguente:

$$P(s) = \frac{s+1}{s(s+2)(s+4)^2}$$

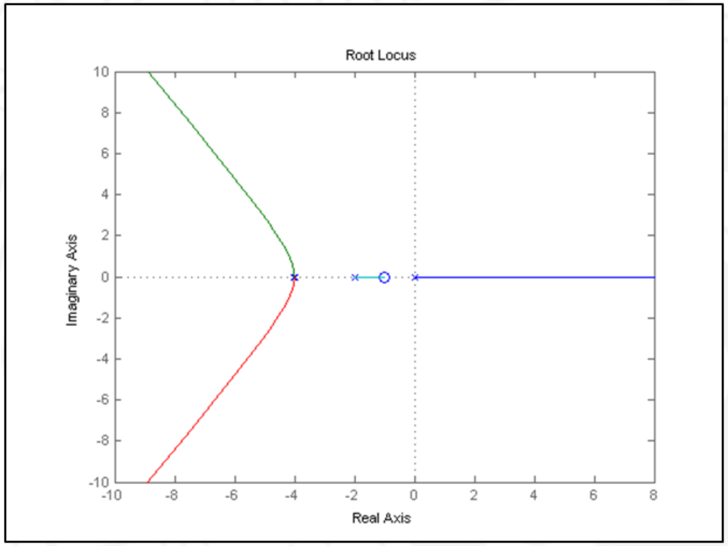
Esempio 1 (2/4)

$$P(s) = \frac{s+1}{s(s+2)(s+4)^2}$$

Luogo positivo



Luogo negativo



Esempio 1 (3/4)

Il luogo delle radici si legge:

- Dagli asintoti o dagli zeri verso i poli per $k \in (-\infty, 0)$ (nel luogo negativo).
  - $k = -\infty$ in un asintoto o in uno zero (disegnato con un cerchio) fino a raggiungere il valore $k = 0$ in un polo (disegnato con una $\times$).

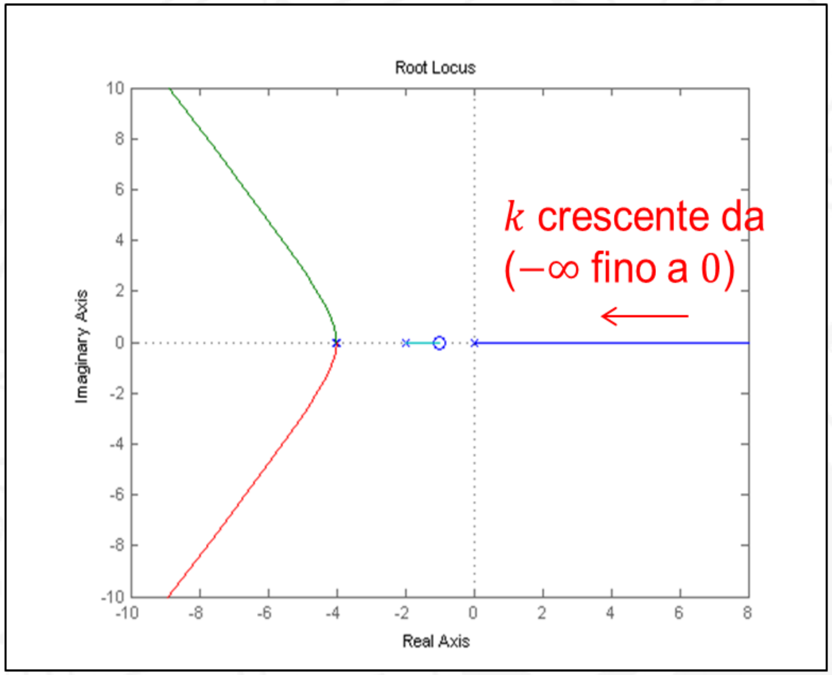
Esempio 1 (3/4)

Il **luogo negativo** si legge dagli asintoti o dagli zeri verso i poli.

Analizzando tale luogo, notiamo come non esiste alcun valore $k < 0$ tale per cui tutte le radici del denominatore della funzione di trasferimento ad anello chiuso siano a parte reale negativa.

Infatti, per $k \in (-\infty, 0)$, esiste una radice che rimane nel semipiano destro.

Luogo negativo



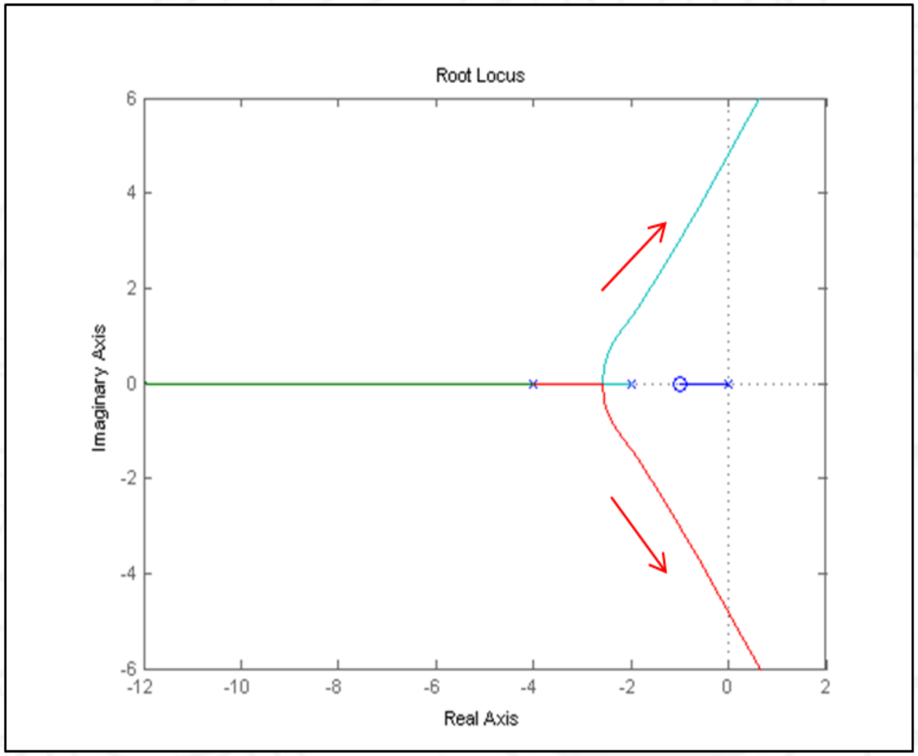
Esempio 1 (4/4)

Il **luogo positivo** si legge dai poli verso gli zeri o verso gli asintoti.

Analizzando il luogo positivo, notiamo come per $k > 0$ i poli assumono tutti parte reale negativa, purché tale parametro non sia troppo elevato.

Per un valore di k troppo elevato, infatti, vediamo i due rami (celeste e rosso obliqui) tornare nel semipiano destro.

Luogo positivo



Esempio 2 (1/5)

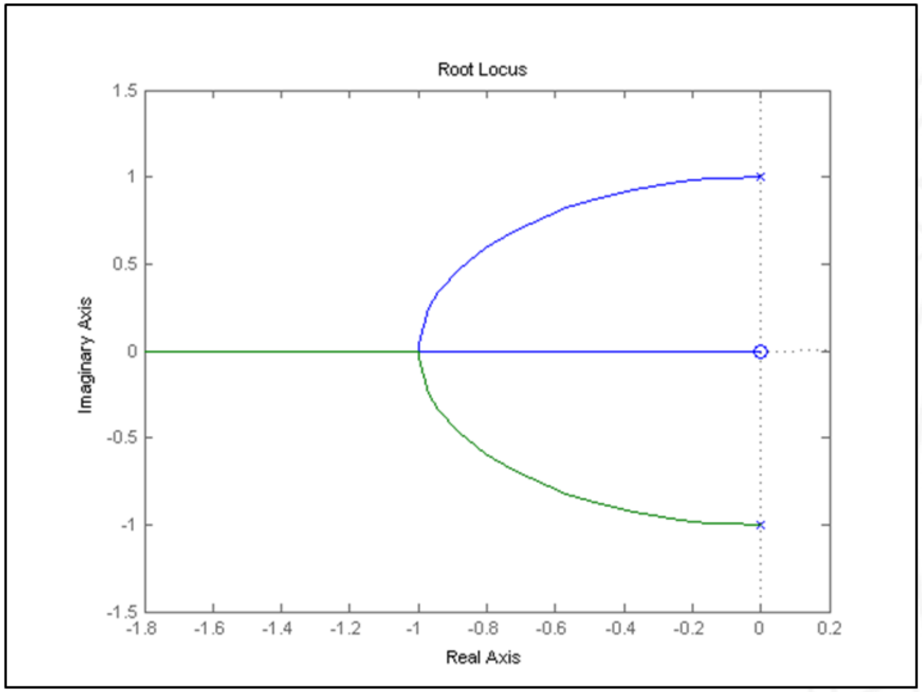
Determinare se esistono valori del parametro k affinché il sistema a controreazione unitaria negativa con funzione di trasferimento ad anello aperto seguente:

$$P(s) = \frac{s}{s^2 + 1}$$

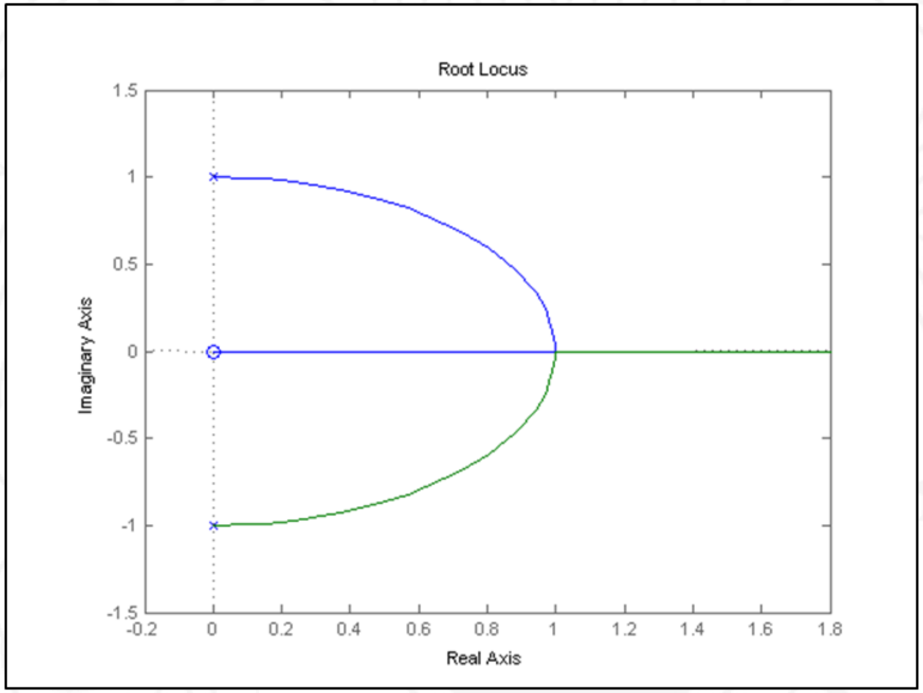
Esempio 2 (2/5)

$$P(s) = \frac{s}{s^2 + 1}$$

Luogo positivo



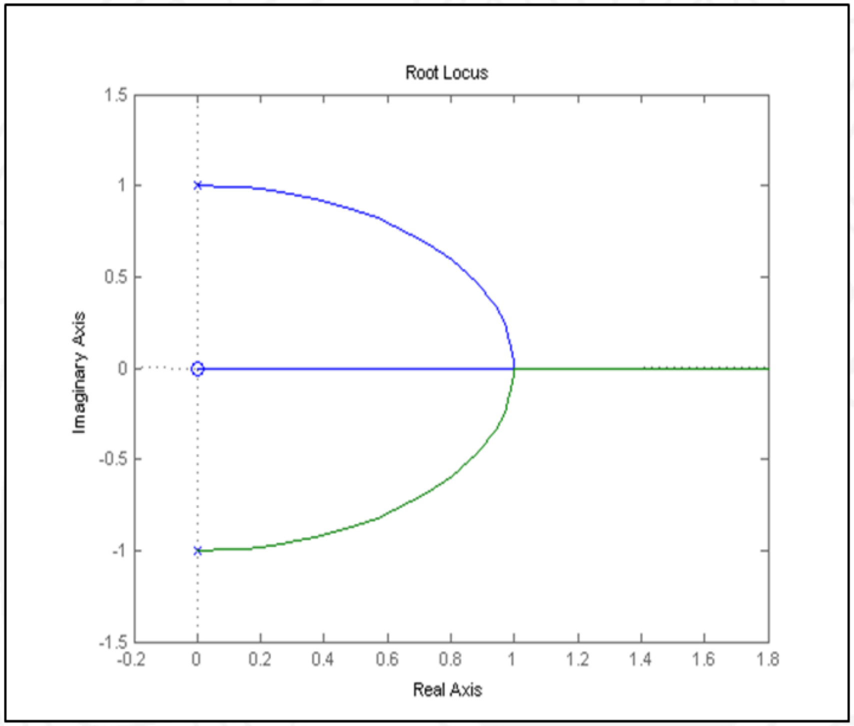
Luogo negativo



Esempio 2 (3/5)

Analizzando il luogo negativo, notiamo come per qualsiasi valore $k < 0$ i poli del sistema ad anello chiuso siano tutti nel semipiano destro.

Luogo negativo



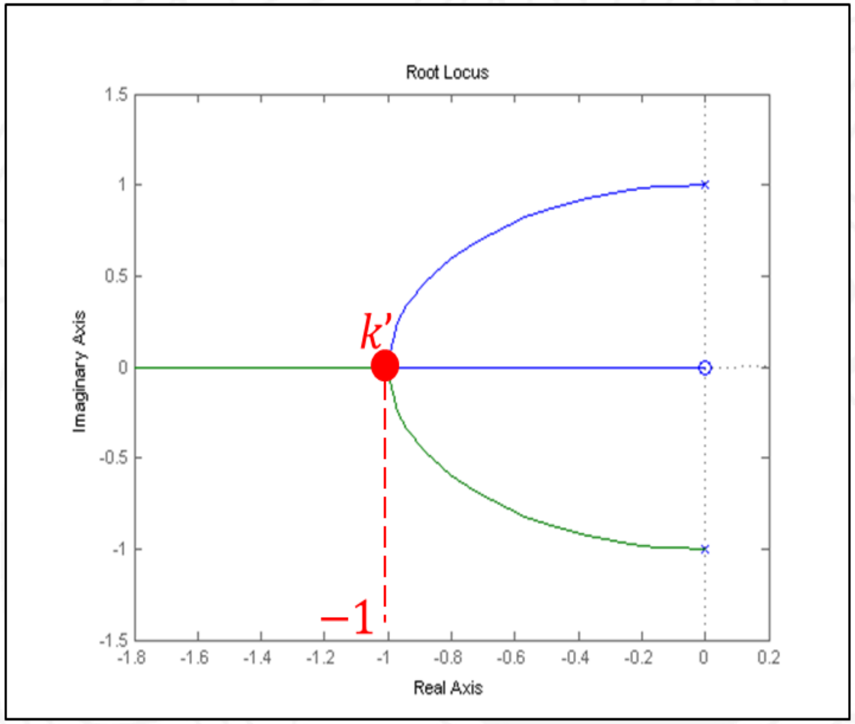
Esempio 2 (4/5)

Analizzando il luogo positivo, notiamo come per ogni $k > 0$ i poli risiedano nel semipiano sinistro. Il sistema complessivo sarà stabile asintoticamente, quindi, per ogni $k > 0$.

Affinché i poli del sistema complessivo siano tutti reali, però, occorre che k sia <u>abbastanza elevato</u>, così da spingere i poli a spostarsi sull'asse reale.

Tale parametro deve essere almeno

Luogo positivo



Esempio 2 (5/5)

Possiamo calcolare il valore k' imponendo che entrambi i poli della funzione di trasf. ad anello chiuso valgano -1, ovvero:

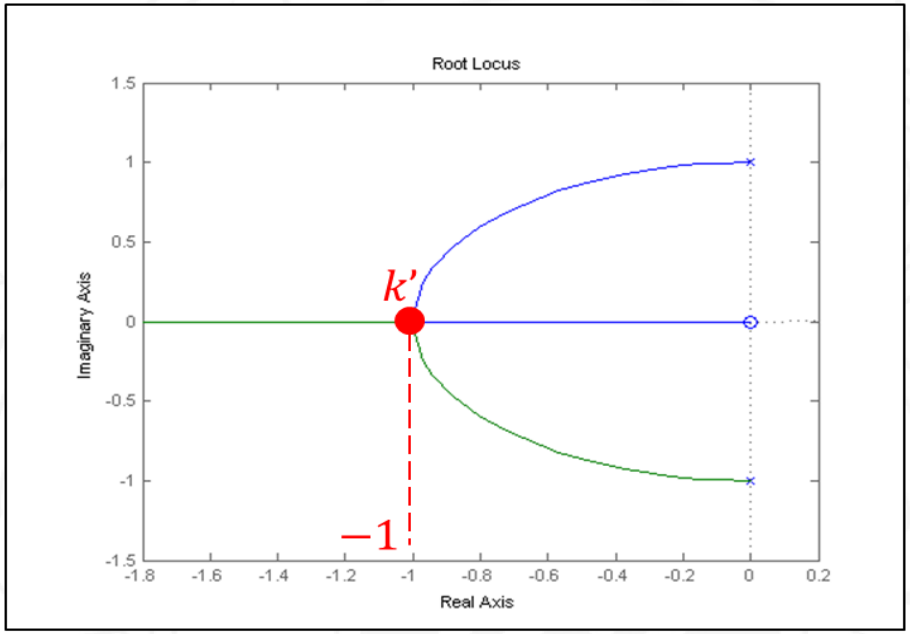
$$D(s) + k'N(s)\Big|_{s=-1} = 0$$

$$s^2 + 1 + k's\Big|_{s=-1} = 0$$

$$1 + 1 - k' = 0$$

$$k' = 2$$

Luogo positivo



Quindi, per $k' \geq 2$, tutti i poli della funzione di trasferimento ad anello chiuso sono reali e negativi. E' interessante notare, inoltre, che per $k \to \infty$ un polo tende ad assumere il valore $s = 0$ (origine degli assi).

Sessione di studio

Verifica

Ripassare il concetto e le condizioni di stabilità asintotica dei sistemi dinamici lineari a tempo continuo.

Sessione di studio

Esercitazione

Determinare, attraverso il disegno del luogo delle radici in MATLAB, se esiste un valore del parametro k affinché i sistemi a controreazione unitaria negativa caratterizzati dalle funzioni di trasferimento ad anello aperto seguenti siano asintoticamente stabili:

- $P(s) = \frac{1}{s-1}$
- $P(s) = \frac{1}{s^2+1}$

Sessione di studio

Esercitazione

Determinare, attraverso il disegno del luogo delle radici in MATLAB, se esistono valori del parametro k affinché i sistemi a controreazione unitaria negativa caratterizzati dalle seguenti funzioni di trasferimento ad anello aperto abbiano tutti i poli reali e minori di -2:

- $P(s) = \frac{s}{s^2+1}$
- $P(s) = \frac{s}{s^2+9}$