

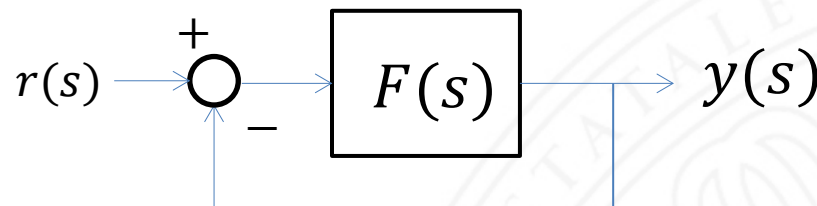


Sommario

- I margini di stabilità: il margine di fase e il margine di guadagno.
- Ricavare i margini di fase e di guadagno con MATLAB.



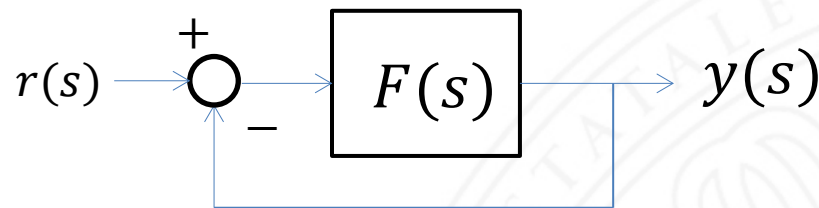
Margini di stabilità (1/2)



- E' fondamentale garantire il mantenimento della stabilità asintotica del sistema a controreazione anche in condizioni perturbate, a causa di possibili variazioni sulla $F(s)$ o incertezze sulla sua conoscenza. Si parla, in questo caso, di **stabilità robusta**.



Margini di stabilità (2/2)

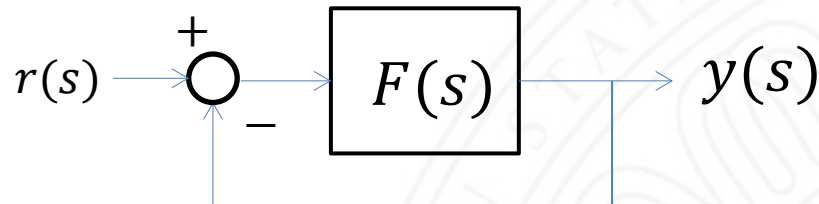


- Per valutare il grado di robustezza del sistema a fronte di variazioni del suo modello nominale, possiamo introdurre due indicatori di robustezza, chiamati margini di stabilità.
 - Margine di guadagno.
 - Margine di fase.



Margine di guadagno (1/2)

Dato il sistema a controreazione seguente:



Il margine di guadagno ci dice, sostanzialmente, di quanto si può aumentare il guadagno della funzione ad anello aperto $F(s)$ prima che il sistema a complessivo a controreazione diventi instabile.

Tanto più il margine di guadagno è grande, tanto più il sistema è robusto in termini di stabilità ad aumenti di guadagno nella funzione ad anello aperto $F(s)$.



Margine di guadagno (2/2)

Il margine di guadagno, in dB, è calcolabile nel modo seguente:

$$m_{G,dB} = -|F(j\omega_{\pi})|_{dB}$$

dove ω_{π} è quella pulsazione in corrispondenza della quale la fase della funzione di trasferimento ad anello aperto $F(s)$ calcolata in $j\omega$ è pari a -180° .

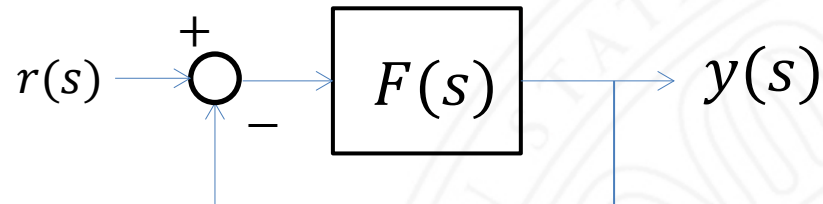
A partire dal valore in dB (stimabile dai diagrammi di Bode) possiamo calcolare il valore effettivo semplicemente attraverso la formula:

$$m_G = 10^{\frac{m_{G,dB}}{20}}$$



Margine di fase (1/2)

Dato il sistema a controreazione seguente:



Il margine di fase ci dice, sostanzialmente, di quanto può variare la fase della risposta armonica di $F(s)$ prima che il sistema complessivo a controreazione diventi instabile.

Anche in questo caso, tanto più il margine di fase è grande, tanto più il sistema è robusto in termini di stabilità a variazioni di fase nella funzione ad anello aperto $F(s)$.



Margine di fase (2/2)

Il margin di fase è calcolabile nel modo seguente:

$$m_{\varphi} = 180^{\circ} + \arg(F(j\omega_c))$$

Dove ω_c è la pulsazione in corrispondenza della quale il modulo della funzione di trasferimento ad anello aperto $F(s)$ calcolata in $j\omega$ è pari ad 1 (a 0 se analizziamo i moduli in Decibel – dB).

- ω_c è detta pulsazione di attraversamento o di cross-over.



Margini di stabilità in MATLAB (1/2)

Il comando `margin` applicato ad una funzione di trasferimento ad anello aperto $F(s)$ (rappresentata in MATLAB dal sistema `sys`) traccia i diagrammi di Bode e mette in evidenza i margini di stabilità.

```
margin(sys)
```

I valori dei margini e delle pulsazioni alle quali sono letti sono riportati sopra il diagramma dei moduli.



Margini di stabilità in MATLAB (2/2)

I valori del margin di guadagno (G_m) e della pulsazione (W_{cg}) alla quale viene calcolato ed i valori del margin di fase (P_m) e della pulsazione di attraversamento W_{cp} possono essere salvati in quattro corrispondenti variabili applicando il comando `margin` con la seguente sintassi:

```
[Gm, Pm, Wcg, Wcp]=margin(sys)
```



Esempio (1/2)

Tracciare i diagrammi di Bode e determinare il margine di fase e il margine di guadagno della seguente funzione di trasferimento:

$$F(s) = \frac{100}{(s + 1)^3}$$

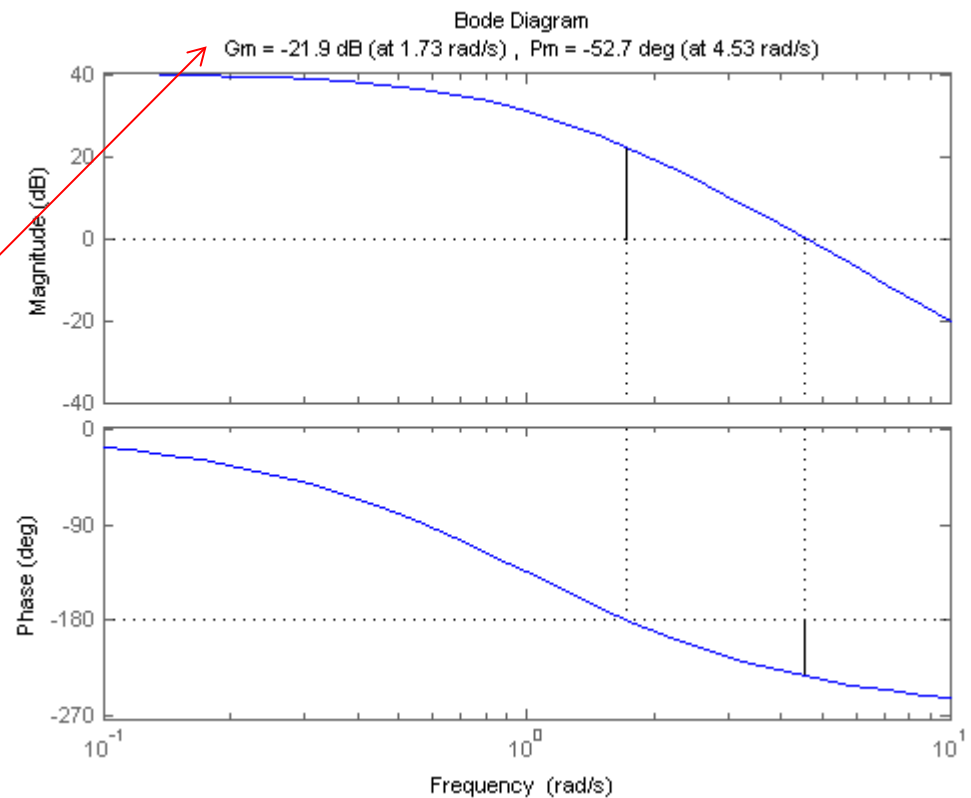


Esempio (2/2)

```
sys = tf(100, conv([1 2  
1],[1 1]));  
  
margin(sys)
```

I margini, presenti nella parte superiore del grafico, sono:

- Margine di guadagno, in dB, è pari a -21.9dB (alla pulsazione di 1.73rad/s).
- Margine di fase pari a -52.7° (alla pulsazione di 4.53rad/s).





Sessione di studio



Verifica

Ripassare la parte del corso riguardante i margini di stabilità.



Sessione di studio



Esercizi

- Ricavare com'è possibile passare da un valore in dB al valore originario.
- Nel caso in cui la funzione di trasferimento ad anello aperto sia caratterizzata da un polo nell'origine, che valore assumono il margine di guadagno e il margine di fase? Provare a calcolarli analiticamente (ovvero attraverso le due definizioni).



Sessione di studio



Esercitazione

Tracciare in MATLAB i diagrammi di Bode della seguente funzione di trasferimento, ricavando i valori del margine di guadagno e del margine di fase.

$$F(s) = \frac{s + 1}{s(s + 10)}$$