



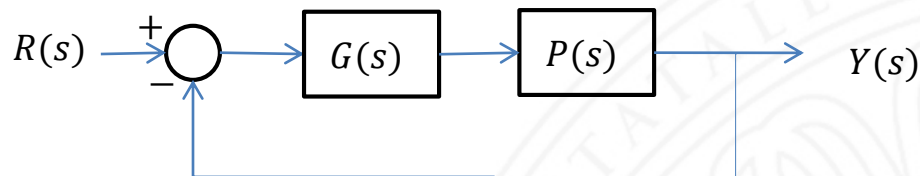
Sommario

- Esercitazione sull'utilizzo di una rete anticipatrice.



Esercizio (1/9)

Dato il sistema a controreazione unitaria seguente:



con funzione di trasferimento del processo $P(s)$ pari a:

$$P(s) = \frac{1}{s(s-1)}$$

e controllore $G(s)$ della forma

$$G(s) = K \frac{1 + \tau s}{1 + \tau \frac{s}{10}}$$

Si determino K e τ affinché:

1. La pulsazione di attraversamento ω_t di $F(s) = G(s)P(s)$ sia la stessa di $P(s)$.
2. Il sistema complessivo sia asintoticamente stabile con margine di fase m_ϕ maggiore possibile.

Si verifichi infine la stabilità asintotica attraverso il criterio di Nyquist.



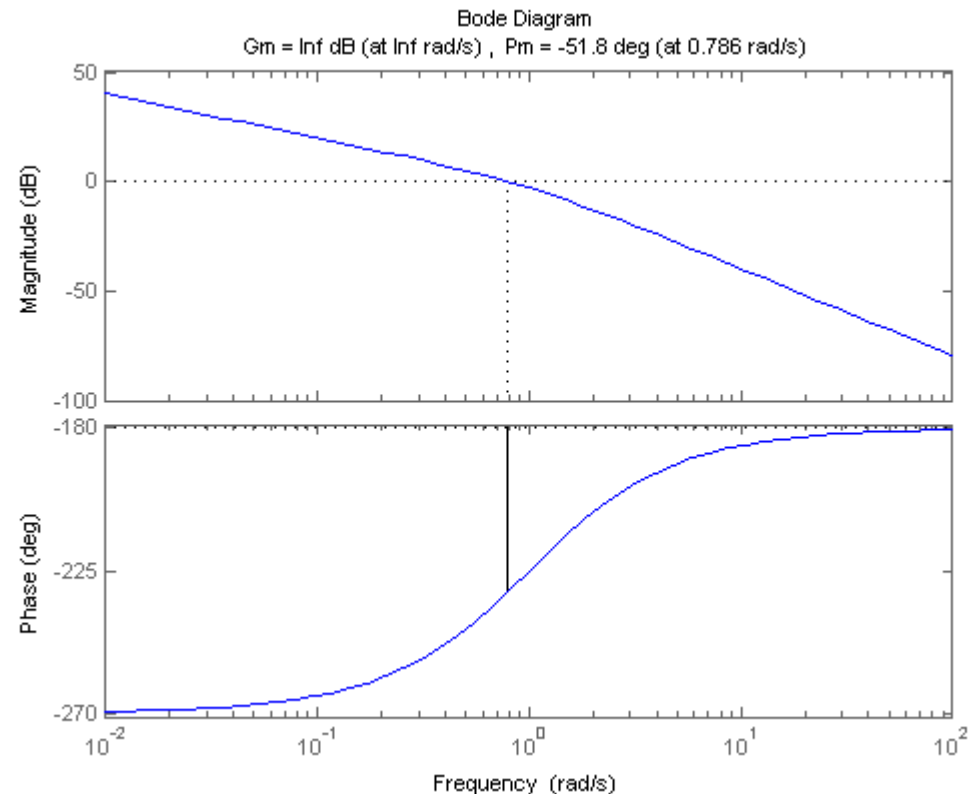
Esercizio (2/9)

Tracciamo i diagrammi di Bode di $P(s)$ (funzione non compensata) per valutare innanzitutto a quanto ammontano margine di fase e pulsazione di attraversamento attraverso l'invocazione della funzione MATLAB `margin`.

Il diagramma di Bode è visualizzato a lato.

Notiamo che:

- Il margine di fase è di $-51,8^\circ$.
- La pulsazione di attraversamento è $0,786 \text{ rad/s}$.





Esercizio (3/9)

Notiamo che il margine di fase è addirittura negativo. Sappiamo che margini di fasi negativi possono comportare l'instabilità del sistema complessivo. E' semplice verificare, infatti, che, senza alcun compensatore, il polinomio caratteristico del sistema a controreazione risulta essere: $p(s) = s^2 - s + 1$ che ha entrambe le radici a parte reale positiva (utilizzare ad esempio la funzione MATLAB `roots`).

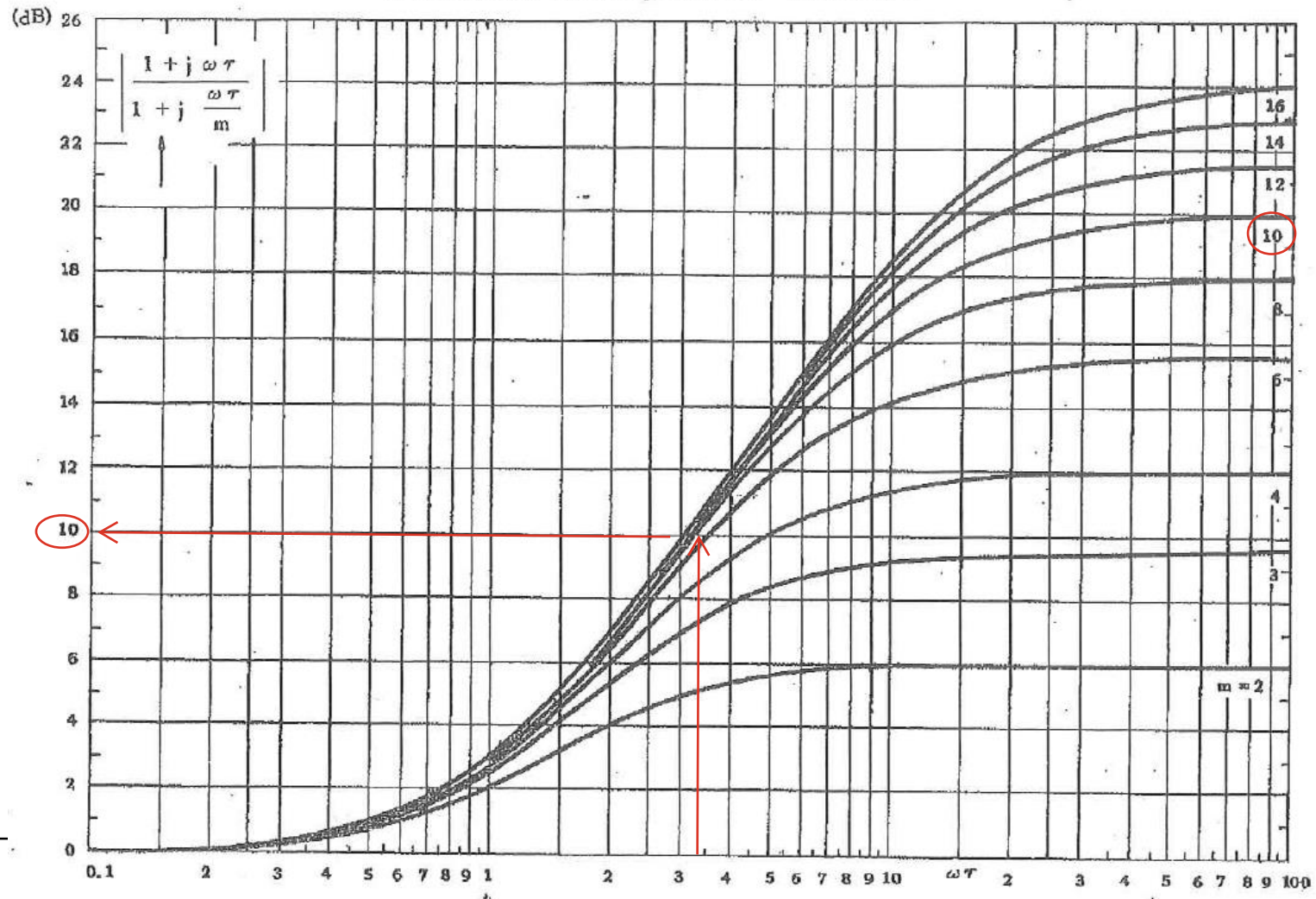
Come da specifiche, l'obiettivo è massimizzare il margine di fase lasciando inalterata la pulsazione a $\omega_t = 0.786 \text{ rad/s}$.

Per fare ciò è utile analizzare il diagramma universale dell'anticipatrice mostrato nelle due slide seguenti. Tale diagramma è molto simile a quello mostrato nella lezione precedente. L'unica differenza è che non tiene in considerazione il parametro K e sull'asse delle ascisse è presente il prodotto $\omega\tau$ (prodotto tra la pulsazione e la costante di tempo τ del compensatore).



Diagrammi Bode universali di una rete anticipatrice, MODULO

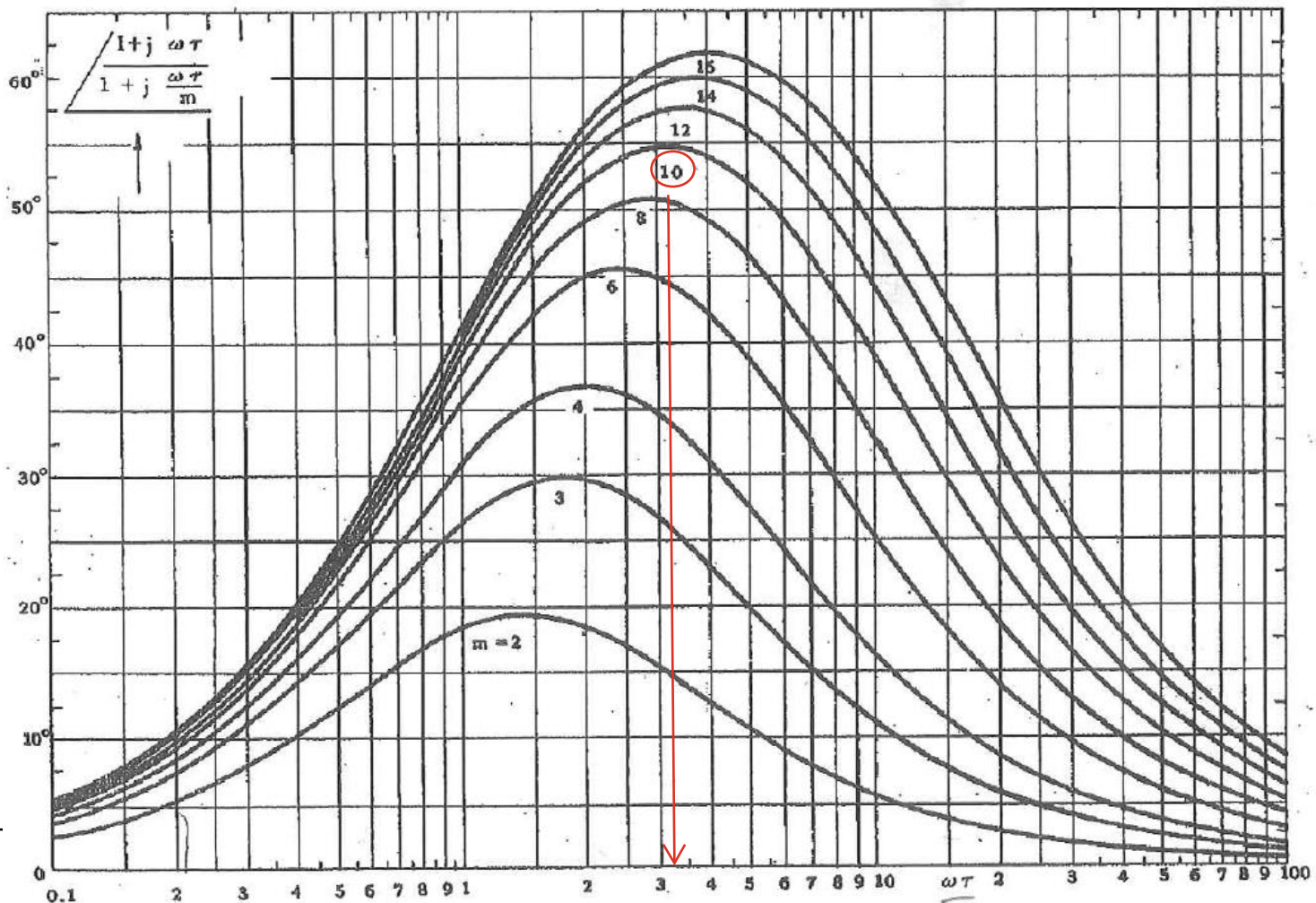
Funzione anticipatrice - Modulo





Diagrammi Bode universali di una rete anticipatrice, FASE

Funzione anticipatrice - Fase





Esercizio (4/9)

Analizzando il diagramma universale della rete anticipatrice della FASE (slide precedente) per $m = 10$ (parametro fissato da specifiche), notiamo che il picco di incremento di fase si ottiene per un valore di ascissa $\omega\tau \cong 3.2$.

Imponendo che il picco avvenga nella pulsazione di attraversamento $\omega_t = 0.786 \text{ rad/s}$ (rimane, quindi, invariata), otteniamo il valore di τ richiesto:

$$\tau \cong \frac{3.2}{0.786} \cong 4.071 \text{ s}$$

Dal diagramma universale della rete anticipatrice del MODULO (slide n° 5), notiamo che abbiamo come effetto collaterale un aumento di modulo che farebbe spostare la pulsazione di attraversamento ω_t dal valore di 0.786 rad/s .

- Tale incremento di modulo è pari a circa 10 dB .



Esercizio (5/9)

Compensiamo tale incremento utilizzando il parametro K del compensatore.

- Imponiamo quindi un valore di K in decibel pari a $-10dB$ che compensi i $+10dB$ di incremento di modulo.
- Ciò si traduce in un parametro K (non in decibel) pari a:

$$20 \log_{10} K = -10 \Rightarrow K = 10^{-\frac{10}{20}} \cong 0.3162.$$

Il compensatore $G(s)$ ottenuto è pari quindi a:

$$G(s) = 0.3162 \frac{1 + 4.071s}{1 + 0.4071s}$$

Nelle prossime slide tracciamo i diagrammi di Bode della funzione compensata, analizzando il margine di fase ottenuto e verificando che la pulsazione di attraversamento rimanga la stessa.

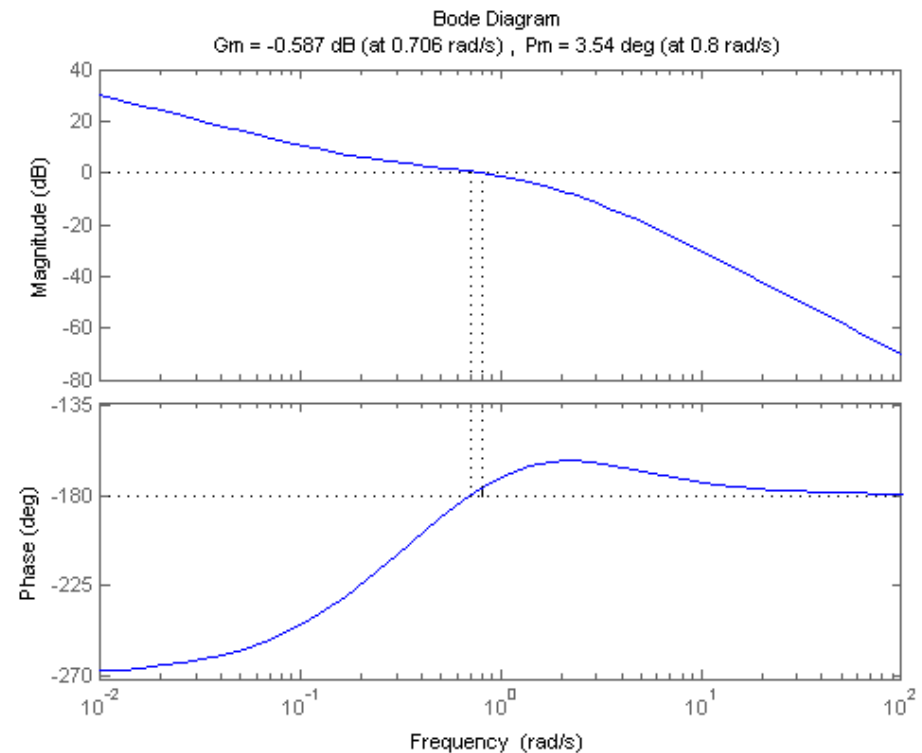
Inoltre tracciamo i diagrammi di Nyquist (sia in assenza di compensatore che con il compensatore) e verifichiamo la stabilità asintotica del sistema complessivo.



Esercizio (6/9)

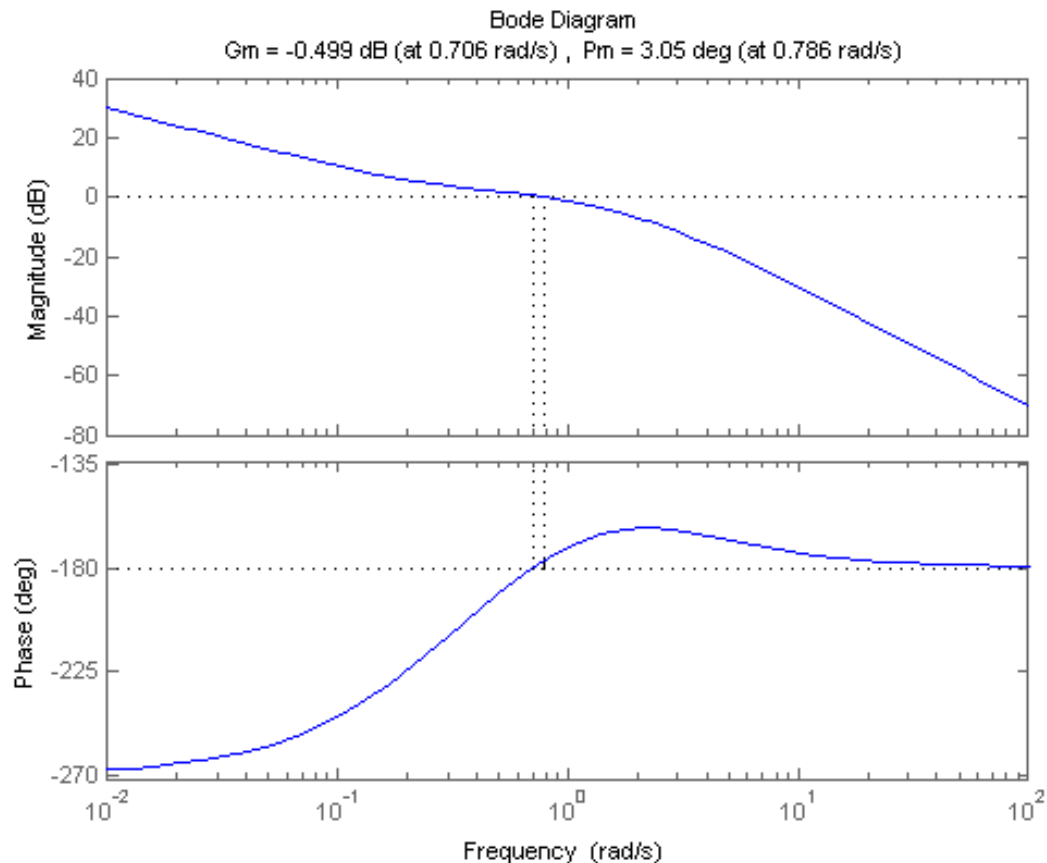
Il nuovo margine di fase è pari a 3.54° .

La pulsazione di attraversamento è circa pari alla precedente (0.8 rad/s). Non è esattamente uguale a 0.786 rad/s poiché il valore di incremento di modulo $+10 \text{ dB}$ non è preciso se ottenuto soltanto per ispezione del diagramma universale. Attraverso MATLAB è però possibile fare un tuning migliore del parametro K , ottenendo il valore ottimale $K = 0.313$. In corrispondenza di tale valore, il margine di fase risulta pari a 3.05° . La prossima slide mostra il diagramma di Bode finale.





Esercizio (7/9)

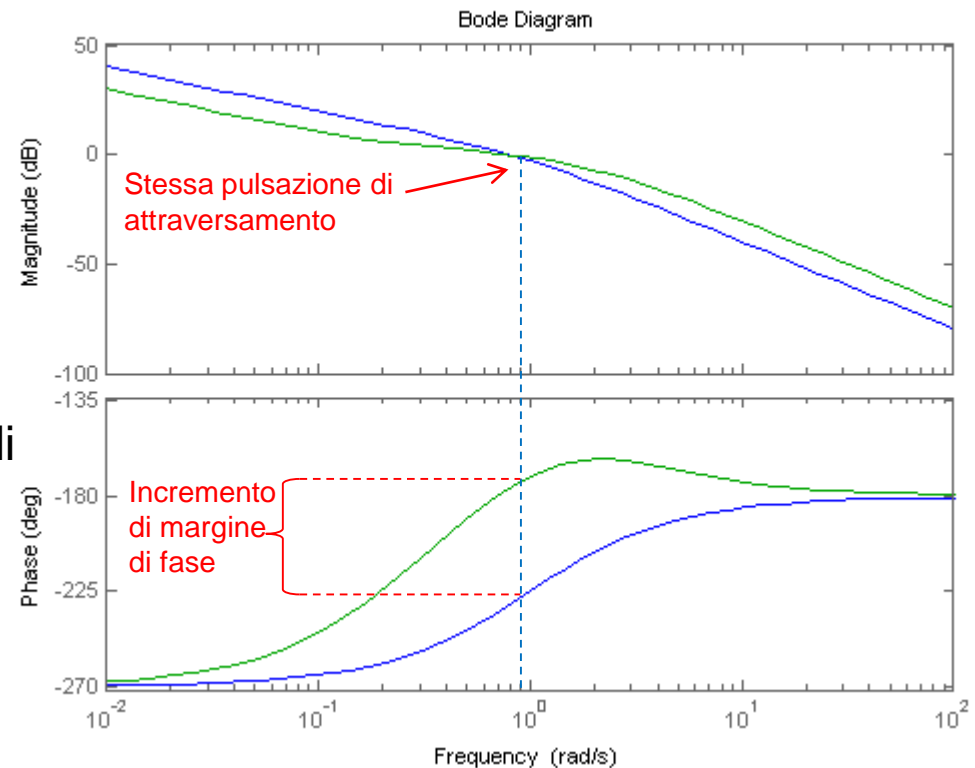




Esercizio (8/9)

In questa slide mostriamo i due diagrammi di Bode, quello non compensato (in blu) e quello compensato (in verde).

Notiamo che la pulsazione di attraversamento rimane la stessa ma abbiamo il vantaggio di avere un grande incremento di margine di fase (incremento pari a $3.05^\circ - (-51.8^\circ) = 54.85^\circ$).

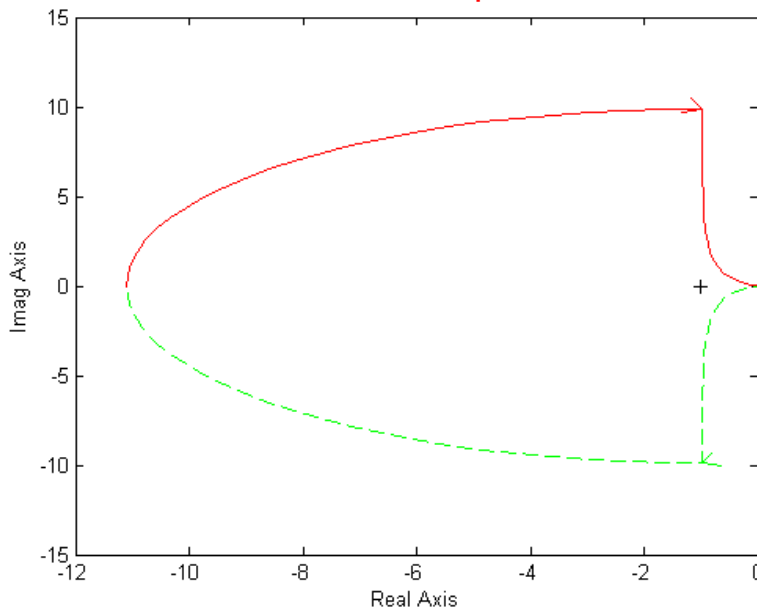




Esercizio (9/9)

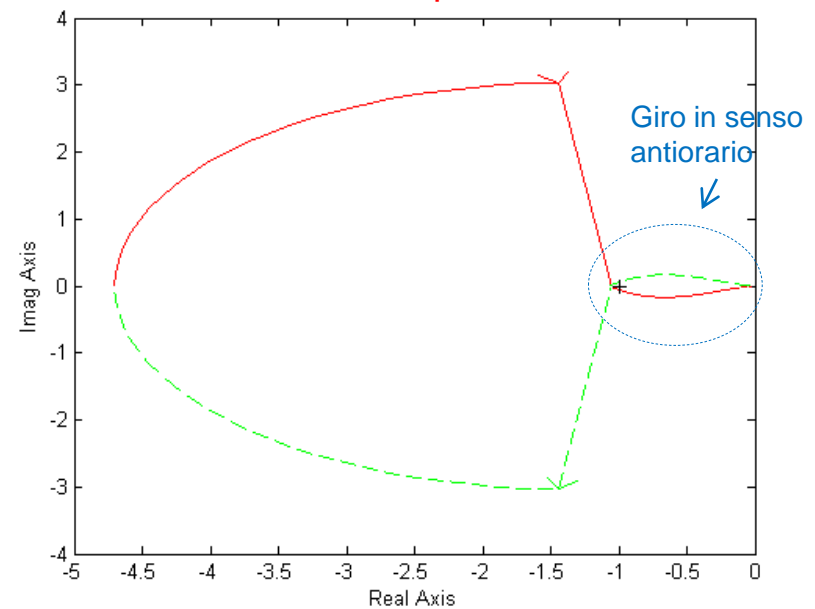
In questa slide mostriamo i due diagrammi di Nyquist del sistema non compensato e del sistema compensato (usando la funzione `nyquist1`). Per avere una maggiore precisione di tracciamento del diagramma (poiché il margine di fase è positivo ma basso), passiamo in input alla funzione `nyquist1` il vettore delle pulsazioni w con una precisione dello 0.0001. Ad esempio nel modo seguente `nyquist1(sys,0.7:0.0001:10)`.

Sistema non compensato



1 giro in senso orario intorno al punto $(-1,0) \rightarrow$ sistema complessivo instabile

Sistema compensato



Ora il diagramma compie un giro in senso ANTIORARIO \rightarrow sistema stabile asintoticamente



Riferimenti

1. A. Isidori: "Sistemi di Controllo", Vol. 1 e 2, Siderea, 1993.
2. R.C. Dorf, R.H. Bishop: "Controlli Automatici", Prentice Hall, 2010.



Sessione di studio



Ripasso

Ripassare i concetti di margine di fase e pulsazione di attraversamento.



Sessione di studio



Esercizio

Tracciare, nello stesso grafico, i diagrammi di Bode della seguente funzione di trasferimento:

$$P(s) = \frac{1 + 0,1 \cdot s}{1 + \frac{0.01}{m} \cdot s}$$

al variare del parametro $m \in \{1,2,3,5,10\}$. Utilizzare la funzione `bode` di MATLAB.

Quale valore di m è più indicato per avere un maggior incremento di fase in corrispondenza della pulsazione 10rad/s ? Quanto incremento di modulo avrei?



Sessione di studio



Esercizio

Disegnare in MATLAB i diagrammi universali della funzione anticipatrice, come mostrati nella lezione (anche con meno valori di m rispetto ai diagrammi della lezione).