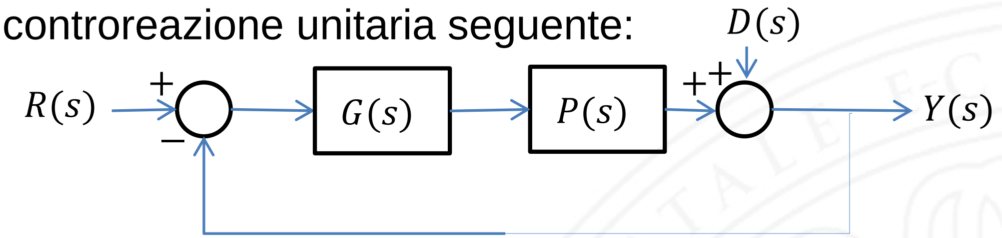
Sommario

- Esercitazione sull’utilizzo congiunto di reti anticipatrici e attenuatrici.

Esercizio (1/12)

Dato il sistema a controreazione unitaria seguente:



con funzione di trasferimento del processo $P(s)$ pari a:

$$P(s) = \frac{10}{(1+0.1s)(1+0.01s)}$$

e controllore $G(s)$ della forma

$$G(s) = \frac{K_G}{s^r} R(s)$$

con $R(s)$ prodotto di due o più funzioni compensatrici elementari a guadagno unitario (del tipo $R_{ant}(s) = \frac{1+\tau s}{1+\frac{\tau s}{m}}$ oppure $R_{att}(s) = \frac{1+\frac{\tau s}{m}}{1+\tau s}$. Specifiche:

1. L'errore a regime permanente $\tilde{E}(t) = 0$ per ingressi a gradino.
2. Il modulo dell'errore a regime permanente $|\tilde{E}(t)| \leq 0.01$ per ingressi a rampa unitaria ($R(t) = t$).
3. La risposta a regime permanente in corrispondenza di un disturbo a gradino sia nulla.
4. Il margine di fase sia maggiore di 55° e la pulsazione di attraversamento di circa 30 rad/s.

Esercizio (2/12)

Iniziamo col soddisfare le specifiche di regime permanente, ovvero le 1,2,3.

Specifica 1

Calcoliamo innanzitutto la funzione di trasferimento d'errore, ovvero $W_e(s) = \frac{E(s)}{R(s)}$ (pongo il disturbo pari a zero, poiché il sistema è lineare e vale la sovrapposizione degli effetti).

$$Y = FE$$
$$E = R - Y = R - FE$$
$$(1 + F)E = R$$
$$W_e(s) = \frac{1}{1 + F(s)} = \frac{D_G D_P}{N_G N_P + D_G D_P}$$

Affinché l'errore sia nullo per ingressi a gradino è necessario introdurre uno zero in $s = 0$ di molteplicità 1 nella $W_e(s)$. Introduco quindi un polo in $s = 0$ nella $G(s)$.

Esercizio (3/12)

Specifica 3

Calcoliamo la funzione di trasferimento disturbo-uscita, ovvero $W_d(s) = \frac{Y(s)}{D(s)}$

(ora pongo l'ingresso pari a zero, poiché il sistema è lineare e vale la sovrapposizione degli effetti).

$$Y = FE + D$$

$$E = -Y$$

$$(1+F)Y = D$$

$$W_d(s) = \frac{1}{1+F(s)} = \frac{D_G D_P}{N_G N_P + D_G D_P} = W_e(s)$$

Affinché il disturbo sia nullo per ingressi a gradino è necessario che la $W_d(s)$ abbia uno zero in $s = 0$ di molteplicità 1. Poiché tale zero è stato introdotto per soddisfare la specifica 1, la specifica 3 è già soddisfatta.

Esercizio (4/12)

Specifica 2

Il controllore $G(s)$ finora ottenuto è pari a: $G(s)=\frac{K_G}{s}R(s)$. Considerando soltanto la parte $\frac{K_G}{s}$ (il resto è un insieme di compensatrici a guadagno unitario che non vanno a influire sul comportamento a regime), il modulo dell'errore a regime in corrispondenza di ingressi a rampa unitaria è pari a:

$$W_e(s)=\frac{s(1+0.1s)(1+0.01s)}{10K_G+s(1+0.1s)(1+0.01s)}$$

$$\left|\tilde{E}(t)\right|_{r(t)=t}=\left|\frac{1}{s}W_e(s)\right|_{s=0}=\frac{1}{10K_G}\leq 0.01$$

Ciò implica che il guadagno debba essere $K_G\geq 10$. Poiché, analizzando il diagramma di Bode della slide successiva, se aumento il guadagno la fase diminuisce, mi conviene, per avere un margine di fase elevato, scegliere il guadagno più piccolo possibile $K_G=10$.

Esercizio (5/12)

Specifica 4

Tracciamo i diagrammi di Bode della funzione ad anello aperto finora ottenuta, ovvero:

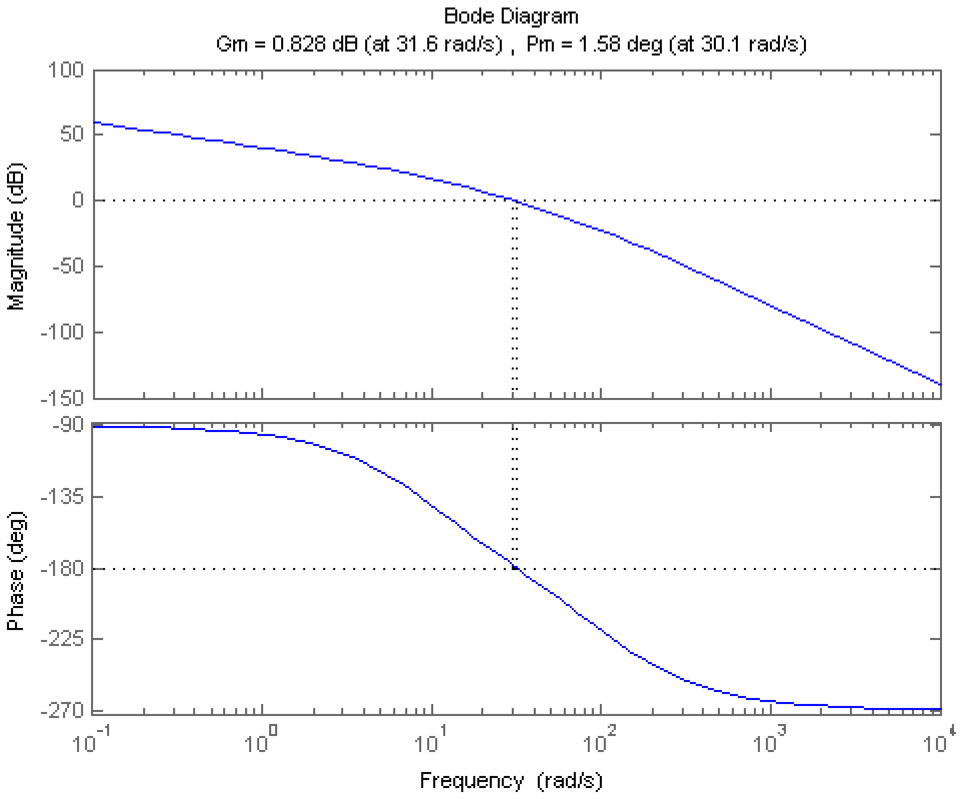
$$\frac{10}{s(1+0.1s)(1+0.01s)}$$

E valutiamo margine di fase e pulsazione di attraversamento (attraverso la funzione MATLAB `margin`).

$$m_\varphi = 1.58° < 55°$$

$$\omega_t \cong 30 rad/s$$

Dobbiamo inserire una o più compensatrici per rispettare la specifica 4, in particolare aumentare il margine di fase.



Esercizio (6/12)

Specifica 4 (cont.)

Poiché il margine di fase corrente è molto basso, è necessario introdurre una funzione ANTICIPATRICE che aumenti la fase in corrispondenza della pulsazione 30rad/s, di almeno $55° - 1.58° = 53.42°$.

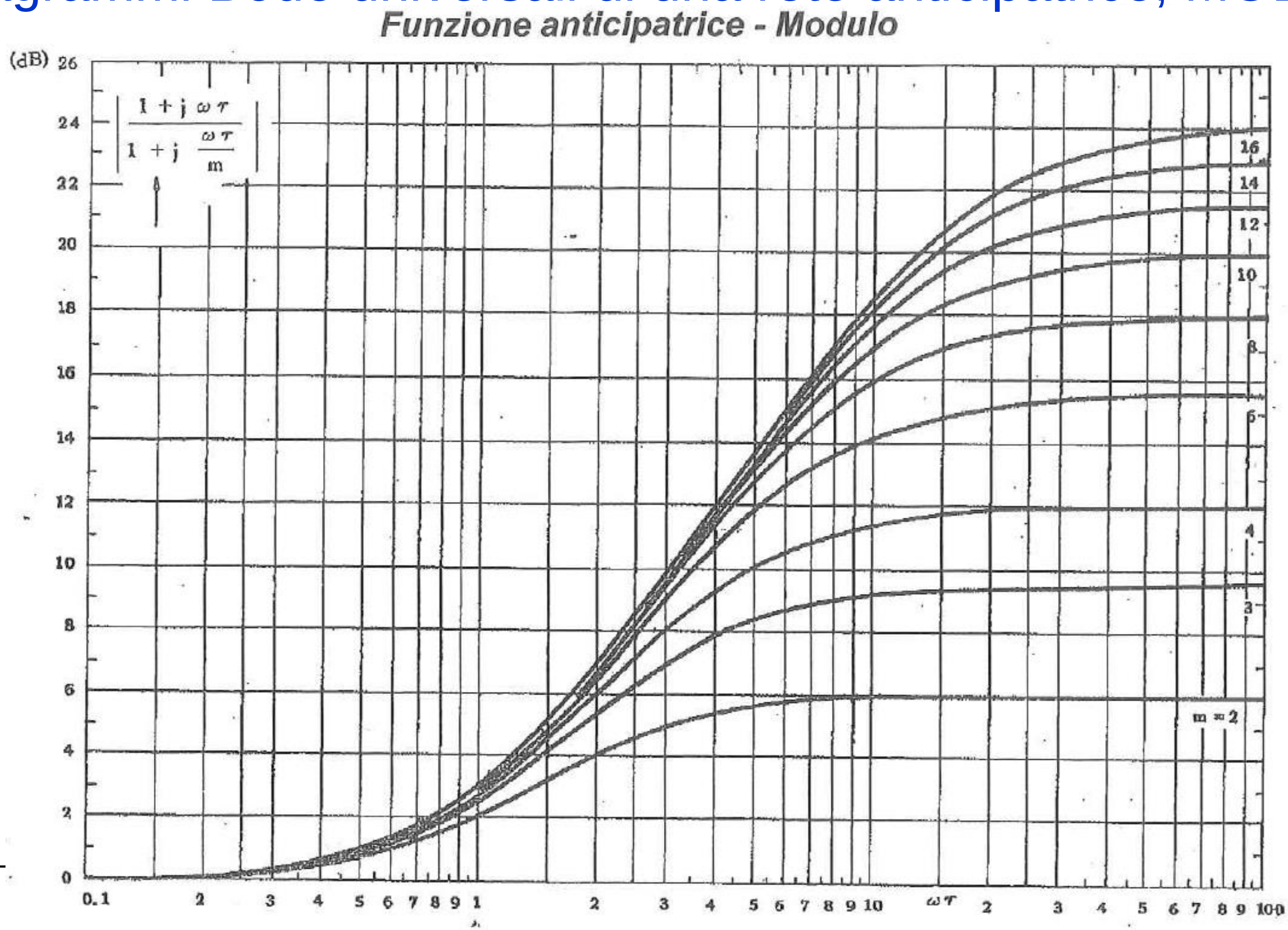
Come effetto, però, avrò un aumento di modulo che mi farà spostare in avanti la pulsazione di attraversamento. Poiché il guadagno è già stato fissato, dovrò introdurre una funzione ATTENUATRICE che mi diminuisca il modulo.

Inizio dalla funzione ANTICIPATRICE. Analizzando i diagrammi universali della fase (slide seguente), posso scegliere $m_{ant} = 12$ e $\omega\tau_{ant} = 3$. Scelgo di avere un <u>aumento di fase maggiore di quello richiesto (circa $57.5° > 53.42°$)</u> poiché so già che dovrò introdurre una funzione attenuatrice che mi ridurrà la fase di qualche grado. Centrando la funzione in $\omega_t = 30rad/s$ otteniamo:

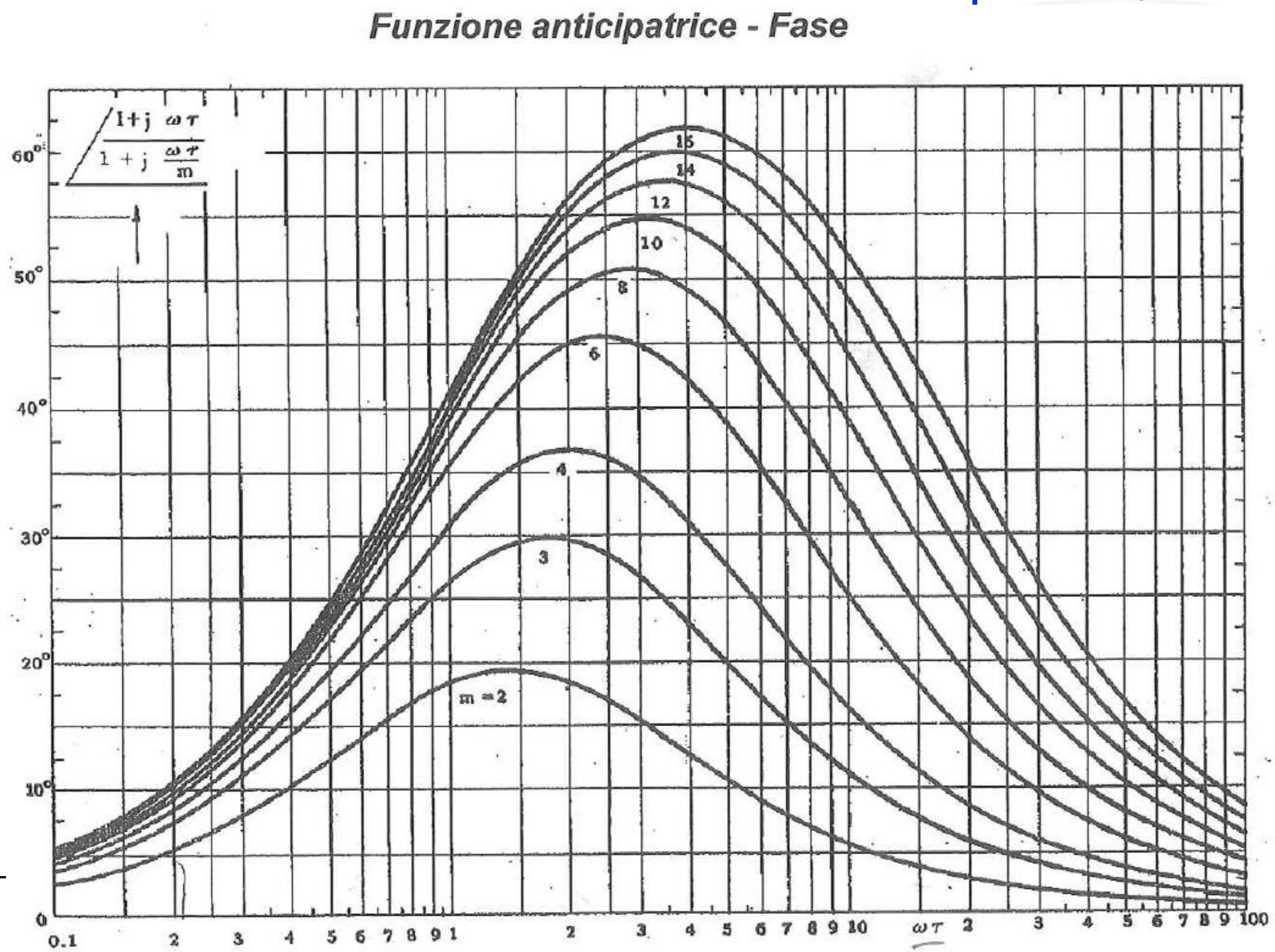
$$\tau_{ant} = \frac{3}{30} = 0.1s.$$

Analizzando i diagrammi universali del modulo, noto che ho un <u>aumento di modulo di circa 9dB</u>.

Diagrammi Bode universali di una rete anticipatrice, MODULO



Diagrammi Bode universali di una rete anticipatrice, FASE



Esercizio (7/12)

Specifica 4 (cont.)

Introduco ora la funzione ATTENUATRICE.

Devo ridurre il modulo di circa 9dB in corrispondenza della pulsazione $\omega_t = 30 rad/s$ ma non devo diminuire la fase di più di $57.5° - 53.42° = 4.08°$. I diagrammi universali della funzione attenuatrice sono speculari a quelli dell'anticipatrice, ovvero:

- Il modulo e la fase vanno considerati col segno negativo invece che positivo.

La scelta dei parametri va su:

- $m_{ant} = 3.$
- $\omega\tau_{ant} = 60.$

Ciò implica che: $\tau_{ant} = \frac{60}{30} = 2.$ Con tale scelta ho un'attenuazione di modulo pari a 9dB e una perdita di fase di circa $2° < 4.08°.$

Esercizio (8/12)

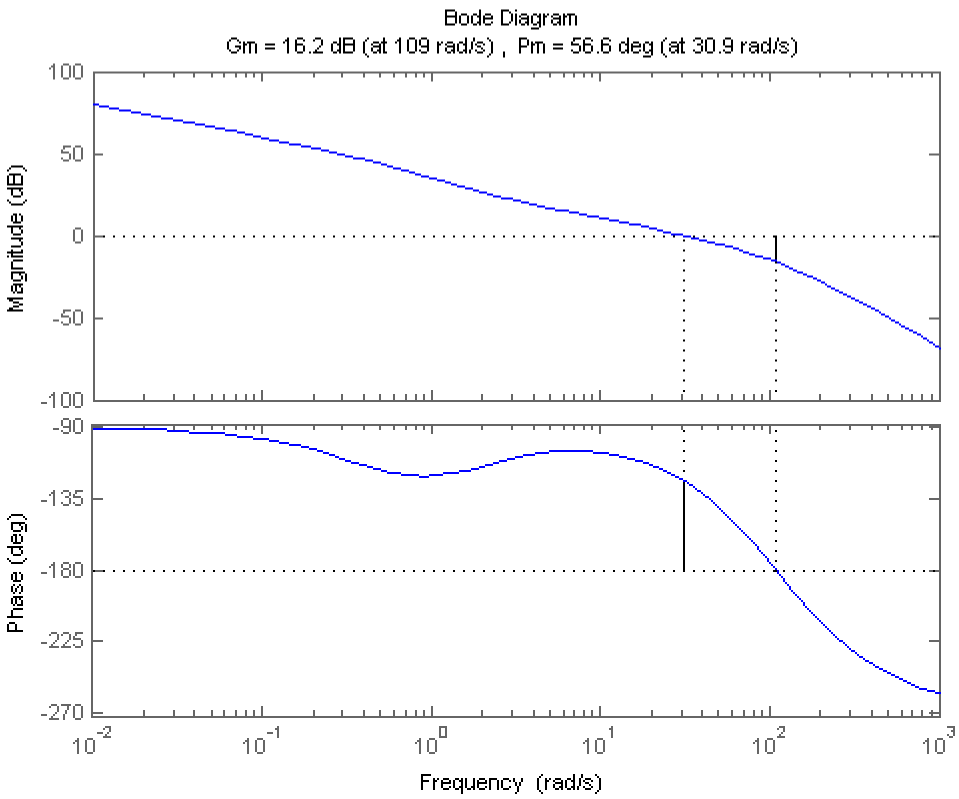
Valutiamo ora il margine di fase e la pulsazione di attraversamento ottenuta attraverso la funzione MATLAB `margin` applicata alla funzione complessiva:

$$F(s) = G(s)P(s) = \frac{10}{s} \cdot \frac{1 + 0.1s}{1 + \frac{1}{120}s} \cdot \frac{1 + \frac{2}{3}s}{1 + 2s} \cdot \frac{10}{(1 + 0.1s)(1 + 0.01s)}$$

Esercizio (9/12)

La pulsazione di attraversamento è di circa 30rad/s e il margine di fase è superiore a 55°, come da specifiche.

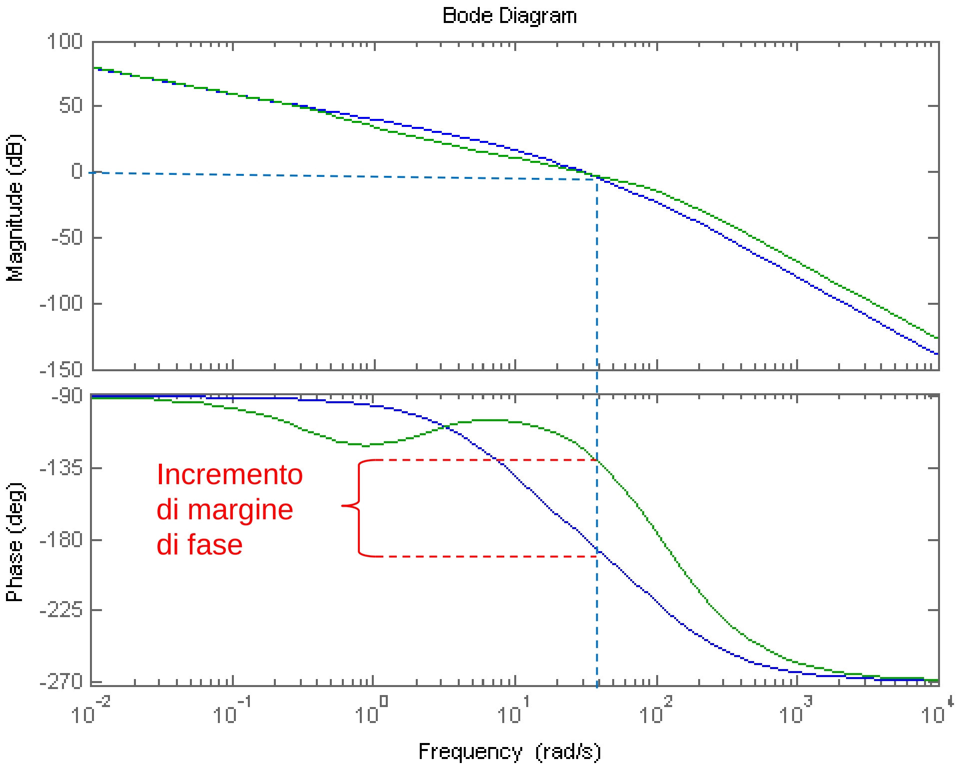
Nella prossima slide confrontiamo il diagramma di Bode senza le due funzioni compensatrici e con le due funzioni compensatrici.



Esercizio (10/12)

In questa slide mostriamo i due diagrammi di Bode, quello non compensato (in blu) e quello compensato (in verde).

Nella prossima slide mostriamo che andamento assume l'errore a regime permanente in corrispondenza di ingressi costanti e a rampa e la risposta a regime permanente ad un disturbo a gradino, per verificare che anche le specifiche di regime siano rispettate.



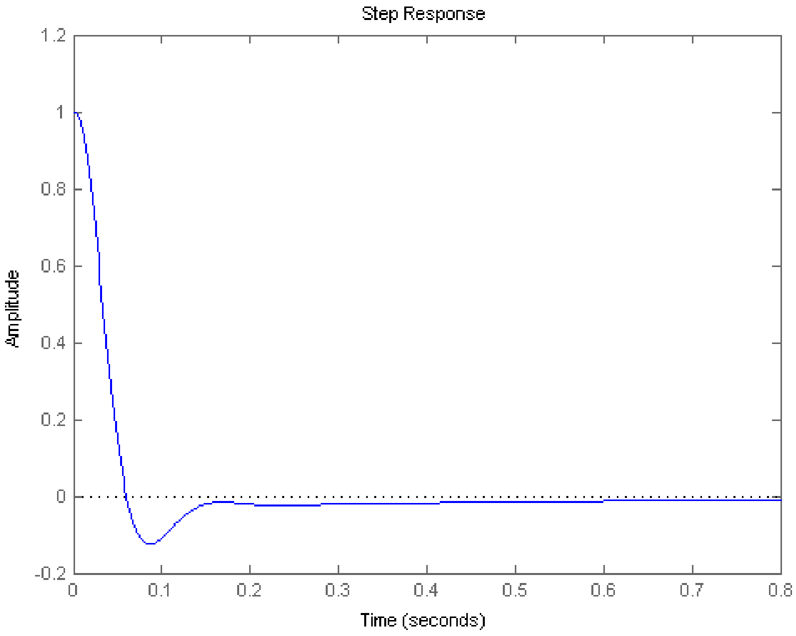
Esercizio (11/12)

Utilizziamo il codice MATLAB seguente.

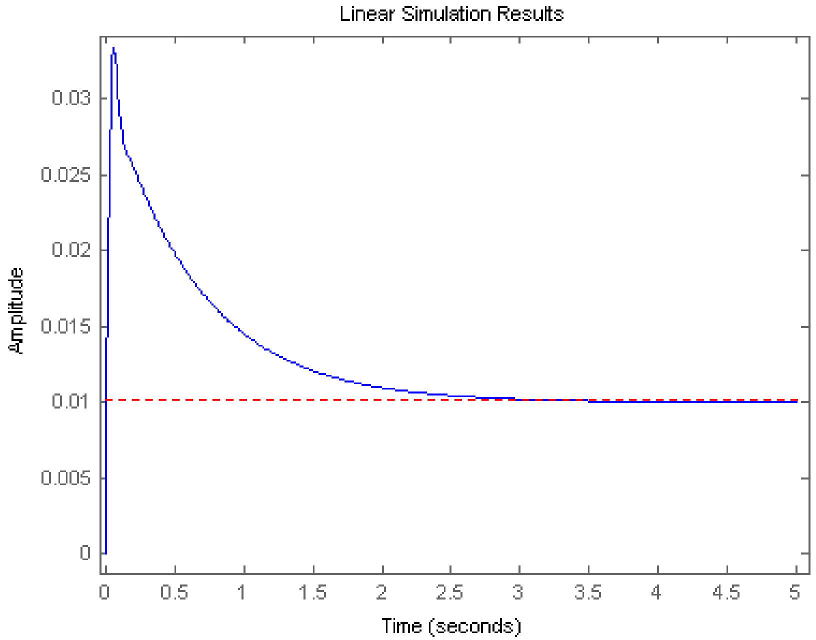
```
sys =tf(10,conv([0.1 1],[0.01 1]));
contr = tf(10*conv([0.1 1],[2/3 1]),conv(conv([1 0],[1/120 1]),[2 1]));
F_s=contr*sys;

% Errore a regime per ingressi a gradino
W_e = 1/(1 + F_s);
step(W_e);

% Errore a regime per ingressi a rampa unitaria
lsim(W_e,0:0.01:5, 0:0.01:5);

% Risposta a regime al disturbo per ingressi a gradino
W_d=W_e;
step(W_d);
```

Esercizio (12/12)

Errore/risposta al disturbo a regime per ingressi a gradino



Errore a regime per ingressi a rampa



Riferimenti

1. A. Isidori: "Sistemi di Controllo", Vol. 1 e 2, Siderea, 1993.
2. R.C. Dorf, R.H. Bishop: "Controlli Automatici", Prentice Hall, 2010.

Sessione di studio

Ripasso

Ripassare la parte del corso riguardante le specifiche di regime.

Sessione di studio

Ripasso

Ripassare la parte del corso riguardante la sintesi di controllori con specifiche di errore/risposta a regime permanente.

Sessione di studio

Esercizio

Disegnare in MATLAB i diagrammi universali della funzione attenuatrice.