

Exemple Algorithme CKY

Exercice 1 du TD05

1. Mettre la grammaire sous la forme normalisée de Chomsky.

$$P = \left\{ \begin{array}{l} C \rightarrow a \\ D \rightarrow b \\ S \rightarrow DA \\ S \rightarrow CB \\ A \rightarrow a \\ A \rightarrow CS \\ A \rightarrow DV \\ V \rightarrow AA \\ B \rightarrow b \\ B \rightarrow DS \\ B \rightarrow CW \\ W \rightarrow BB \end{array} \right.$$

2. Construire le Tableau triangulaire

6	P[1, 6]					
5	P[1, 5]	P[2, 6]				
4	P[1, 4]	P[2, 5]	P[3, 6]			
3	P[1, 3]	P[2, 4]	P[3, 5]	P[4, 6]		
2	P[1, 2]	P[2, 3]	P[3, 4]	P[4, 5]	P[5, 6]	
1	P[1, 1]	P[2, 2]	P[3, 3]	P[4, 4]	P[5, 5]	P[6, 6]
Input	a	a	b	b	a	b

Exemple de Tableau pour un mot de 6 lettres (le cas de l'exercice en question).

Dans la **ligne input** vous devez ajouter le mot à être reconnu.

Dans chaque case à partir de la ligne 1 nous devons ajouter des lettres qui font partie du côté gauche des règles de la grammaire.

- **Ligne 1**

Dans la **ligne 1** on va analyser les symboles 1 par 1 (mots de taille 1). Ça veut dire qu'on va ajouter la lettre correspondante (côté gauche) des règles définies via la grammaire pour chaque symbole (côté droite) de la ligne input.

Par exemple, les règles que génèrent le symbole **a** (côté droite) sont $C \rightarrow a$ et $A \rightarrow a$

Alors dans la case [1,1] nous ajoutons **(C, A)**.

Nous faisons pareil pour toutes les cases avec le symbole **a**.

Nous faisons pareil pour le symbole **b**.

6						
5						
4						
3						
2						
1	C, A	C, A	D, B	D, B	C, A	D, B
Input	a	a	b	b	a	b

- **Ligne 2**

Dans la **ligne 2** on va analyser les symboles du mot 2 par 2 (mots de taille 2). Nous allons faire le produit cartésien pour la lettre correspondante (côté gauche) des règles définies via la grammaire.

6						
5						
4						
3						
2	V	S	W	S	S	
1	C, A	C, A	D, B	D, B	C, A	D, B
Input	a	a	b	b	a	b

Par exemple, nous allons analyser le mot **aa**. Pour **a** qui est dans la case [1,1] nous avons **(C, A)**. Pareil pour **a** qu'est dans la case [2,2], nous avons **(C, A)**.

(C, A) * (C, A) = CC, CA, AC, AA

Nous allons analyser quelles sont les règles (côté gauche) qui génèrent les symboles **CC, CA, AC, AA** (côté droite).

CC pas de règle alors 0

CA pas de règle alors 0

AC pas de règle alors 0

AA est générée par la règle V.

Alors nous ajoutons **V** dans la case [1, 2].

Nous allons analyser le mot **ab**. Pour **a** nous avons **(C, A) case [2,2]** et pour **b** nous avons **(D, B) case [3,3]**

(C, A) * (D, B) = CD, CB, AD, AB

Nous allons analyser quelles sont les règles (côté gauche) qui génèrent les symboles **CD, CB, AD, AB** (côté droite).

CD pas de règle alors 0

CB est générée par la règle S

AD pas de règle alors 0

AB pas de règle alors 0

Alors nous ajoutons **S** dans la case [2, 3].

Et nous faisons le même processus jusqu'à la fin de cette ligne.

Si jamais pour un produit cartésien vous avez deux règles qui correspondent à un symbole ou un mot, vous allez avoir deux lettres dans une case. Comme dans la ligne 1. C'est pareil pour toutes les lignes.

- **Ligne 3**

Dans la **ligne 3** on va analyser les symboles du mot 3 par 3 (mots de taille 3).

6						
5						
4						
3	A	B	B	B		
2	V	S	W	S	S	
1	C, A	C, A	D, B	D, B	C, A	D, B
Input	a	a	b	b	a	b

Par exemple, nous allons analyser les trois premiers symboles, le mot **a a b**

Alors nous avons deux possibilités selon les propriétés : **a (a b) et (a a) b**

Pour a (a b) nous avons (C, A) (S)

Le symbole **a** est généré par (C, A) selon la ligne 1, et les symboles **(a b)** sont générés par (C, A) (D, B) qu'à la fin donne S selon la ligne 2.

PS : C'est le concept du tableau triangulaire. On regarde toujours le résultat de la diagonale.

Alors nous avons **(C, A) * (S) = CS et AS**

CS est générée par la règle A

AS pas de règle alors 0

Pour (a a) b nous avons (V) (D, B)

Les symboles **(a a)** sont générés par (C, A) (C, A) qu'à la fin donne V selon la ligne 2, et le symbole **b** est généré par D selon la ligne 1.

Alors nous avons **(V) * (D, B) = VD** et VB

VD pas de règle alors 0

VB pas de règle alors 0

Alors nous ajoutons **A** dans la case [1, 3].

Et nous faisons le même processus jusqu'à la fin de cette ligne.

- **Ligne 4**

Dans la **ligne 4** on va analyser les symboles du mot 4 par 4 (mots de taille 4).

6						
5						
4	S	S	W			
3	A	B	B	B		
2	V	S	W	S	S	
1	C, A	C, A	D, B	D, B	C, A	D, B
Input	a	a	b	b	a	b

Par exemple, nous allons analyser les quatre premiers symboles **a a b b**

Alors nous avons trois possibilités selon les propriétés : **a (a b b)** , **(a a) (b b)** , **(a a b) b**

Pour a (a b b) nous avons (C, A) (B)

Le symbole **a** est généré par (C, A) selon le ligne 1, et les symboles **(a b b)** sont générés par (C,A) (D,B) (D,B)

(C, A) * (D, B) donne S (ligne 2)

(D, B) * (D, B) donne W (ligne 2)

(S) * (W) donne B (ligne 3)

Alors nous avons **(C, A) * (B) = CB** et AB

CB est générée par la règle S

AB pas de règle alors 0

Vous devez faire pareil pour les autres possibilités (cas) et à la fin vous allez trouver que la lettre S.

Alors nous ajoutons **S** dans la case [1, 4].

Et nous faisons le même processus jusqu'à la fin de cette ligne.

- **Ligne 5**

Dans la **ligne 5** on va analyser les symboles du mot 5 par 5 (mots de taille 5).

6						
5	A	B				
4	S	S	W			
3	A	B	B	B		
2	V	S	W	S	S	
1	C, A	C, A	D, B	D, B	C, A	D, B
Input	a	a	b	b	a	b

Par exemple, nous allons analyser les cinq premiers symboles **a a b b a**

Alors nous avons quatre possibilités selon les propriétés : **a (a b b a)** , **(a a) (b b a)** , **(a a b) (b a)** , **(a a b b) a**

Pour a (a b b a) nous avons (C, A) (S)

Le symbole **a** est généré par (C, A) selon le ligne 1, et les symboles **(a b b a)** sont générés par (C,A) (D, B) (D, B) (C, A)

(C, A) (D, B) donne S
 (D, B) (D, B) donne W
 (D, B) (C, A) donne S

(S) (W) donne B
 (W) (S) donne B

(B) (B) donne S

Alors nous avons **(C, A) * (S) = CS** et **AS**.

CS est générée par la règle A
 AS pas de règle alors 0

Vous devez faire pareil pour les autres possibilités (cas) et à la fin vous allez trouver que la lettre A.

Alors nous ajoutons **A** dans la case [1, 5].

Et nous faisons le même processus jusqu'à la fin de cette ligne.

- **Ligne 6**

Dans la **ligne 6** on va analyser les symboles du mot 6 par 6 (mots de taille 6).

6	S					
5	A	B				
4	S	S	W			
3	A	B	B	B		
2	V	S	W	S	S	
1	C, A	C, A	D, B	D, B	C, A	D, B
Input	a	a	b	b	a	b

Refaire le processus comme expliqué avant et vous allez trouver que la lettre S.
Alors nous ajoutons **S** dans la case [1, 6].

Comme **l'axiome S** est dans la case [1, 6] nous pouvons dire que le mot est reconnu.

Si dans la case [1, 6] nous avons (S, A) (par exemple) le mot est reconnu aussi. L'objectif final est d'avoir minimum **l'axiome S**.