



Cycle ingénieur 1^{ère} année

Examen

A. Abichou, A. Bourhattas, L. Cesbron, R. Dujol, A. Hajej

Matière : **Optimisation linéaire**

Date : **Mardi 9 mai 2023**

Appareils électroniques et documents interdits

Durée : **2 heures**

Nombre de pages : **2**

Si vous êtes amené à repérer ce qui peut vous sembler être une erreur d'énoncé, vous la signalerez sur votre copie et devrez poursuivre votre composition en expliquant les raisons des initiatives que vous êtes amené à prendre.

Les étudiants du parcours Mathématiques Appliquées doivent traiter les questions **a à f**.
Les étudiants du parcours Informatique doivent traiter les questions **a à e ainsi que la question g**.

◇◇

Exercice. On considère le problème d'optimisation linéaire (P)
$$\begin{cases} \min & 4x_1 + 5x_2 \\ & x_1 + 4x_2 \geq 5 \\ & 3x_1 + 2x_2 \geq 7 \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{N} \end{cases}$$

On note également (\bar{P}) le problème relaxé de (P) .

- Mettre (P) sous forme canonique.
- Résoudre (\bar{P}) par méthode géométrique sur la feuille de papier millimétré jointe.
- Résoudre le problème dual (\bar{D}) de (\bar{P}) .
 - En déduire par dualité et complémentarité un optimum de (\bar{P}) .
- Sans passer par le problème dual, résoudre (\bar{P}) en utilisant la méthode des tableaux, avec la méthode des deux phases si nécessaire.
- Résoudre (P) par la méthode des coupes.
- [ING1 Mathématiques Appliquées uniquement]**

À l'aide de la méthode « primale-duale », résoudre le problème (P')
$$\begin{cases} \min & 4x_1 + 5x_2 \\ & x_1 + 4x_2 \geq 5 \\ & 3x_1 + 2x_2 \geq 7 \\ & -2x_1 + 4x_2 \leq -1 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

g. [ING1 Informatique uniquement]

La figure 1 page suivante donne l'arborescence obtenue par séparation et évaluation (*branch and bound*) de la forme canonique de (P) avec les règles :

- *choix du problème à traiter* : règle de la plus grande valeur ;
- *choix de la variable de séparation* : règle de la plus grande distance à un entier.

- Sous ces hypothèses, rajouter les contraintes manquantes dans l'arborescence.
- Proposer un ordre de traitement correct des nœuds de l'arborescence par la méthode de séparation et évaluation avec ces règles et trouver un optimum de (\bar{P}) .

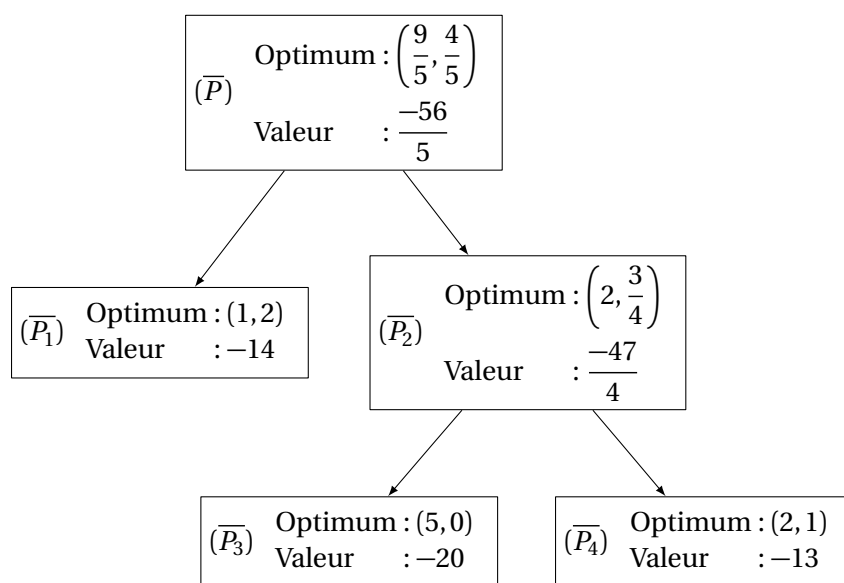


FIGURE 1 – Arbre obtenu par séparation et évaluation