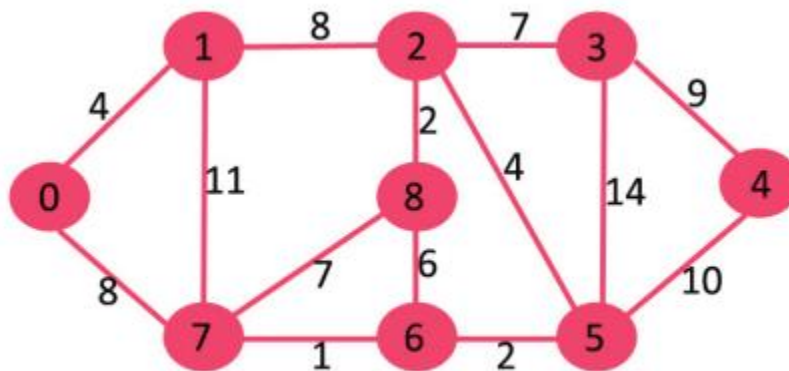


Arbre couvrant minimal , Tournées eulériennes Et Tournées hamiltoniennes

Exercice 1

Une entreprise de télécommunications est confrontée à un défi : elle doit relier un certain nombre de nœuds (représentant des commutateurs) dispersés sur un territoire donné, de manière à minimiser les coûts. On suppose que les nœuds et les distances entre eux sont donnés par la figure suivante :



. Figure 1 : Schéma des liens entre les commutateurs.

1. Exécutez le code Python de l'algorithme de Kruskal, tel qu'il est fourni dans le fichier `kruskal.py`, sur le graphe pondéré illustré à la Figure 1.
2. Donner la complexité de l'algorithme de Kruskal.

Exercice 2

1. Résoudre le problème des sept ponts de Königsberg.

Exercice 3

1. Trouver un cycle eulérien dans les graphes suivants :

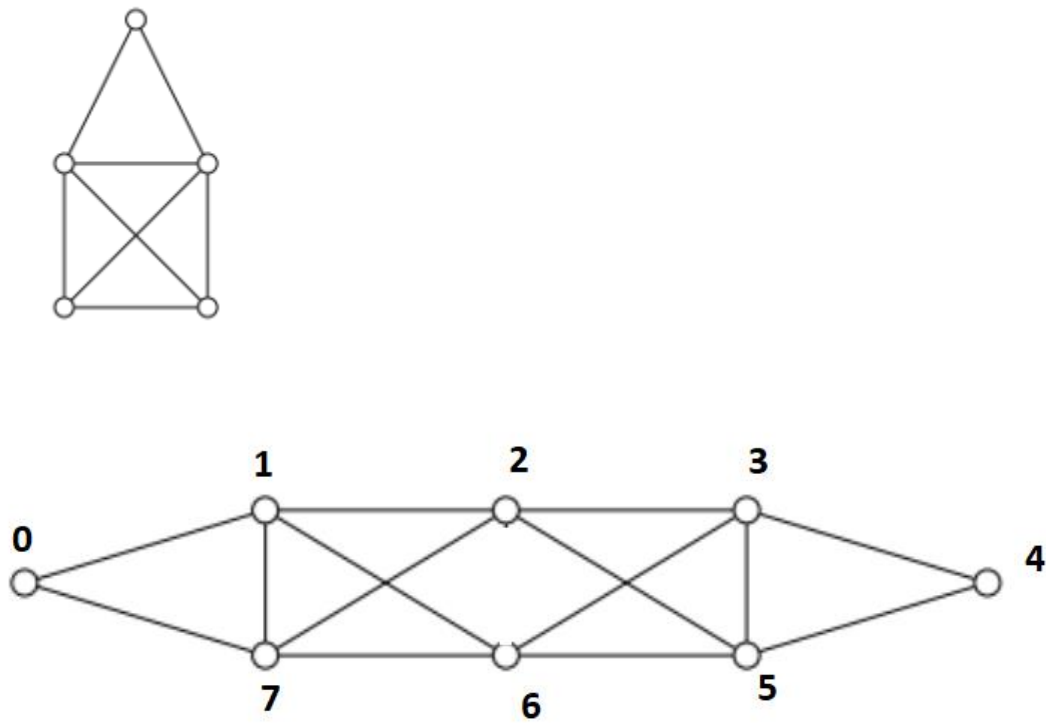
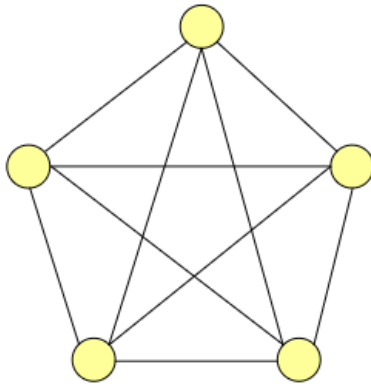


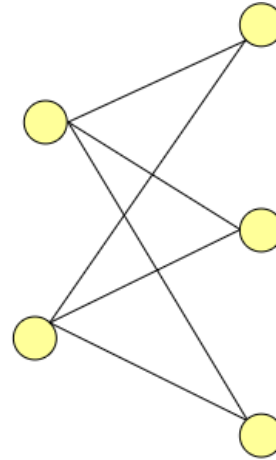
Figure 2 : Cycles eulériens.

Exercice 4

Pour chacun des graphes suivants, déterminez le nombre de cycles hamiltoniens. Enumérez 4 cycles hamiltoniens du graphe K_5 .



Graphe complet K_5
5-clique



Graphe biparti complet $K_{3,2}$

Figure 3 : Cycles hamiltoniens.

Exercice 5

Prenons en considération le graphe G , caractérisé par les sommets A , B , C et D , ainsi que les arêtes pondérées suivantes

- $AB : 1$
 - $AC : 5$
 - $AD : 800$
 - $BC : 2$
 - $BD : 2$
 - $CD : 6$
1. Calculer manuellement la meilleure tournée hamiltonienne.
 2. Appliquez l'algorithme glouton pour trouver une tournée hamiltonienne en partant du sommet A , ensuite du sommet D .
 3. Appliquez l'algorithme 1/2-approché pour trouver une tournée hamiltonienne.
 4. Comparer les résultats obtenus aux points 2 et 3.

Exercice 6

Considérer le graphe illustré dans la Figure 4, appliquez la condition nécessaire ainsi que la condition suffisante (vues en cours) concernant la caractérisation d'un graphe hamiltonien :

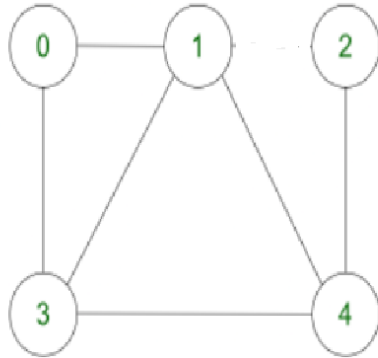


Figure 4 : Graphe non hamiltonien.

Exercice 7

Pour le graphe donné ci-dessous, veuillez indiquer le nombre de composantes connexes ainsi que le nombre de composantes fortement connexes.

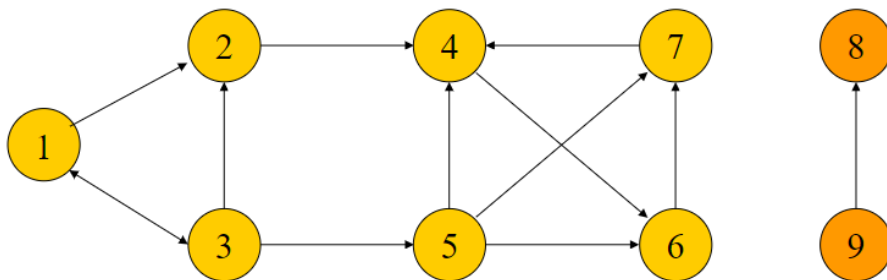


Figure 5 : Composantes connexes et fortement connexes.

Exercice 8

Soit le graphe G donné dans la figure 6.

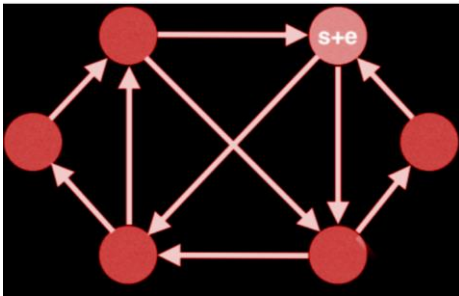


Figure 6 : Circuit eulérien.

1. Trouver un circuit eulérien de G.
2. Dites si les graphes présentés dans la Figure 7 contiennent des circuits hamiltoniens.

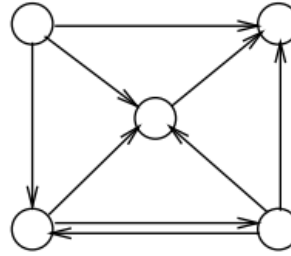
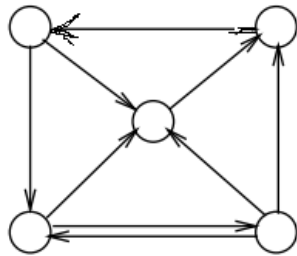


Figure 7 : Circuit(s) hamiltonien(s).