

# Théorie des Langages

## Examen - ING1 GI

13 janvier 2023

### Modalités

- Durée : 1h30
- Vous devez rédiger votre copie à l'aide d'un **stylo à encre** exclusivement.
- Toutes vos affaires (sacs, vestes, trousse, etc.) doivent être placées à l'avant de la salle.
- Aucun document n'est autorisé.
- Aucune machine électronique ne doit se trouver sur vous ou à proximité, même éteinte.
- Aucun déplacement n'est autorisé.
- **Aucune question au professeur n'est autorisée.** Si vous pensez avoir détecté une erreur, continuez en expliquant les hypothèses que vous faites.
- Aucun échange, de quelque nature que ce soit, n'est possible.
- Le barème est donné à titre indicatif.

### Exercice 1 : Langages réguliers (7 pts)

Soit le langage  $L_1$  des mots sur l'alphabet  $A = \{a, b, c\}$  tels que le  $c$  ne peut être placé qu'après un  $b$ , et qu'il n'y a jamais plusieurs  $c$  consécutifs.

Exemples de mots acceptés :  $\epsilon$ ,  $aaa$ ,  $bb$ ,  $abbab$ ,  $abcba$ ,  $bcabc$

Exemples de mots refusés :  $acb$ ,  $abcc$ ,  $c$

1. Donner la grammaire de ce langage.
2. Montrer par dérivation que  $abcba$  est un mot du langage.
3. Construire un automate déterministe d'état fini qui reconnaît les mots du langage.
4. Donner la mise en équation de l'automate et résoudre ce système. En déduire l'expression régulière de ce langage.

### Exercice 2 : Langages algébriques (7,5 pts)

Soit le langage  $L_2 = \{a^n b^m c^p \mid n, m \in \mathbb{N} \text{ et } n+m=p > 0\}$  sur l'alphabet  $A=\{a, b, c\}$ .

1. Lister tous les mots de  $L_2$  dont la taille est inférieure ou égale à 4.
2. Construire un automate à pile qui reconnaît les mots du langage  $L_2$ .
3. Écrire une grammaire qui reconnaît ce langage.
4. Appliquer l'algorithme CKY pour vérifier l'appartenance du mot  $aabccc$  à ce langage.

### Exercice 3 : Langages récursivement énumérables (5,5 pts)

1. Écrire une machine de Turing pour le langage  $L_3 = \{2^n 3^{2n} 4^{3n} \mid n \geq 1\}$  sur l'alphabet  $A=\{2,3,4\}$ .