

## TD4 - Langage de type 2 et automates à pile

### Objectifs

Ce travail dirigé a pour but d'étudier la bijection entre les langages algébriques et les automates à pile.

- Notions de langage algébrique
- Représentation d'un langage par une grammaire algébrique
- Construction d'automates à pile

### Rappels et notations

Les termes *algébrique* et *hors-contexte* sont synonymes quand il s'agit de grammaire ou de langage. Une grammaire  $G = \langle T, N, S, P \rangle$  est algébrique quand toutes les règles de  $P$  sont de la forme :

- $X \rightarrow a$  où  $a \in T$  et  $X \in N$
- $X \rightarrow Y$  où  $Y \in (N \cup T)^*$  et  $X \in N$

**Le mot vide,  $\varepsilon$ , peut également être noté  $\lambda$  (c'est notamment le cas en JFLAP).  $Z$  est le symbole que l'on met dans la pile à l'initialisation (symbole de fin de pile).**

### Exercice 1. Langages algébriques et automates à piles

Pour chacun des langages ci-dessous :

1. Ecrire une grammaire produisant ce langage.
2. Montrer que ce langage est algébrique. Est-il régulier ?
3. Construire un automate à pile qui le reconnaît.

**Question 1.**  $L_1 = \{a^*b\}$

**Question 2.**  $L_2 = \{a^n b^n / n \in \mathbb{N}\}$

**Question 3.**  $L_3 = \{a^n b^p / (n, p) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \text{ et } n > p\}$

**Question 4.**  $L_4 = \{a^n b^p / (n, p) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \text{ et } n \neq p\}$

**Question 5.**  $L_5 = \{a^n b^p c^n d^q / n, p, q \in \mathbb{N}\} \cup \{a^p b^n c^q d^n / n, p, q \in \mathbb{N}\}$

**Question 6.**  $L_6 = \{a^n b^p c^q / n, p, q \in \mathbb{N} \text{ et } p \geq n + q\}$

**Question 7.**  $L_7 = \{a^n b^p / n, p \in \mathbb{N} \text{ et } n \neq p + 2\}$

**Question 8.**  $L_8 = \{a^n b^p / 0 \leq n \leq p \leq 2n\}$