

TD4 - Langage de type 2 et automates à pile

Objectifs

Ce travail dirigé a pour but d'étudier la bijection entre les langages algébriques et les automates à pile.

- Notions de langage algébrique
- Représentation d'un langage par une grammaire algébrique
- Construction d'automates à pile

Rappels et notations

Les termes *algébrique* et *hors-contexte* sont synonymes quand il s'agit de grammaire ou de langage. Une grammaire $G = \langle T, N, S, P \rangle$ est algébrique quand toutes les règles de P sont de la forme :

- $X \rightarrow a$ où $a \in T$ et $X \in N$
- $X \rightarrow Y$ où $Y \in (N \cup T)^*$ et $X \in N$

**Le mot vide, ε , peut également être noté λ (c'est notamment le cas en JFLAP).
 Z est le symbole que l'on met dans la pile à l'initialisation (symbole de fin de pile).**

Exercice 1. Langages algébriques et automates à piles

Pour chacun des langages ci-dessous :

1. Ecrire une grammaire produisant ce langage.
2. Montrer que ce langage est algébrique. Est-il régulier ?
3. Construire un automate à pile qui le reconnaît.

Question 1. $L_1 = \{a^*b\}$

Question 2. $L_2 = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$

Question 3. $L_3 = \{a^n b^p \mid (n, p) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{N} \text{ et } n > p\}$

Question 4. $L_4 = \{a^n b^p \mid (n, p) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \text{ et } n \neq p\}$

Question 5. $L_5 = \{a^n b^p c^n d^q \mid n, p, q \in \mathbb{N}\} \cup \{a^p b^n c^q d^n \mid n, p, q \in \mathbb{N}\}$

Question 6. $L_6 = \{a^n b^p c^q \mid n, p, q \in \mathbb{N} \text{ et } p \geq n + q\}$

Question 7. $L_7 = \{a^n b^p \mid n, p \in \mathbb{N} \text{ et } n \neq p + 2\}$

Question 8. $L_8 = \{a^n b^p \mid 0 \leq n \leq p \leq 2n\}$