Optimisation linéaire

Romain Dujol, Jean-Paul Forest

CY Tech – ING1-IN

2022 – 2023

Méthode géométrique

Commençons par un exemple...

Résolution par méthode géométrique

Commençons par un exemple...

Le problème du brasseur

Formulation du problème

Un brasseur produit deux types de bière, de la bière blonde et de la bière brune :

- un tonneau de bière blonde nécessite 2,5 kg de maïs, 125 g de houblon et 17,5 kg de malt ;
- un tonneau de bière brune nécessite 7,5 kg de maïs, 125 g de houblon et 10 kg de malt.

L'approvisionnement du brasseur est limité : 240 kg de maïs, 5 kg de houblon et 595 kg de malt.
Le brasseur cherche à répartir sa production de manière à obtenir un bénéfice maximal sachant qu'il réalise 39 € de bénéfice par tonneau de bière blonde et 69 € par tonneau de bière brune.

(On fait l'hypothèse que tout tonneau produit est vendu.)

Choix des variables

Objectif

Déterminer le plus petit ensemble de variables permettant de décrire l'ensemble du problème :

- production de bière blonde et brune ;
- consommation de maïs, houblon et malt ;
- bénéfice généré par la production.

Deux variables suffisent :

Choix des variables

Objectif

Déterminer le plus petit ensemble de variables permettant de décrire l'ensemble du problème :

- production de bière blonde et brune ;
- consommation de maïs, houblon et malt ;
- bénéfice généré par la production.

Deux variables suffisent :

- le nombre x_1 de tonneaux de bière blonde produits ;

Choix des variables

Objectif

Déterminer le plus petit ensemble de variables permettant de décrire l'ensemble du problème :

- production de bière blonde et brune ;
- consommation de maïs, houblon et malt ;
- bénéfice généré par la production.

Deux variables suffisent :

- le nombre x_1 de tonneaux de bière blonde produits ;
- le nombre x_2 de tonneaux de bière brune produits.

Choix des variables

Objectif

Déterminer le plus petit ensemble de variables permettant de décrire l'ensemble du problème :

- production de bière blonde et brune ;
- consommation de maïs, houblon et malt ;
- bénéfice généré par la production.

Deux variables suffisent :

- le nombre x_1 de tonneaux de bière blonde produits ;
- le nombre x_2 de tonneaux de bière brune produits.

En effet, leur seule connaissance permet d'évaluer :

Choix des variables

Objectif

Déterminer le plus petit ensemble de variables permettant de décrire l'ensemble du problème :

- production de bière blonde et brune ;
- consommation de maïs, houblon et malt ;
- bénéfice généré par la production.

Deux variables suffisent :

- le nombre x_1 de tonneaux de bière blonde produits ;
- le nombre x_2 de tonneaux de bière brune produits.

En effet, leur seule connaissance permet d'évaluer :

- le bénéfice obtenu (en euros) : $39x_1 + 69x_2$

Choix des variables

Objectif

Déterminer le plus petit ensemble de variables permettant de décrire l'ensemble du problème :

- production de bière blonde et brune ;
- consommation de maïs, houblon et malt ;
- bénéfice généré par la production.

Deux variables suffisent :

- le nombre x_1 de tonneaux de bière blonde produits ;
- le nombre x_2 de tonneaux de bière brune produits.

En effet, leur seule connaissance permet d'évaluer :

- le bénéfice obtenu (en euros) : $39x_1 + 69x_2$
- les quantités de matières premières utilisées (en kg) :

Choix des variables

Objectif

Déterminer le plus petit ensemble de variables permettant de décrire l'ensemble du problème :

- production de bière blonde et brune ;
- consommation de maïs, houblon et malt ;
- bénéfice généré par la production.

Deux variables suffisent :

- le nombre x_1 de tonneaux de bière blonde produits ;
- le nombre x_2 de tonneaux de bière brune produits.

En effet, leur seule connaissance permet d'évaluer :

- le bénéfice obtenu (en euros) : $39x_1 + 69x_2$
- les quantités de matières premières utilisées (en kg) :
  - maïs : $2{,}5x_1 + 7{,}5x_2$;

Choix des variables

Objectif

Déterminer le plus petit ensemble de variables permettant de décrire l'ensemble du problème :

- production de bière blonde et brune ;
- consommation de maïs, houblon et malt ;
- bénéfice généré par la production.

Deux variables suffisent :

- le nombre x_1 de tonneaux de bière blonde produits ;
- le nombre x_2 de tonneaux de bière brune produits.

En effet, leur seule connaissance permet d'évaluer :

- le bénéfice obtenu (en euros) : $39x_1 + 69x_2$
- les quantités de matières premières utilisées (en kg) :
  - maïs : $2{,}5x_1 + 7{,}5x_2$;
  - houblon : $0{,}125x_1 + 0{,}125x_2$;

Choix des variables

Objectif

Déterminer le plus petit ensemble de variables permettant de décrire l'ensemble du problème :

- production de bière blonde et brune ;
- consommation de maïs, houblon et malt ;
- bénéfice généré par la production.

Deux variables suffisent :

- le nombre x_1 de tonneaux de bière blonde produits ;
- le nombre x_2 de tonneaux de bière brune produits.

En effet, leur seule connaissance permet d'évaluer :

- le bénéfice obtenu (en euros) : $39x_1 + 69x_2$
- les quantités de matières premières utilisées (en kg) :
  - maïs : $2{,}5x_1 + 7{,}5x_2$;
  - houblon : $0{,}125x_1 + 0{,}125x_2$;
  - malt : $17{,}5x_1 + 10x_2$.

Écriture mathématique du problème

Contraintes

Écriture mathématique du problème

Contraintes

- Limite de stock sur le maïs : $2{,}5x_1 + 7{,}5x_2 \leq 240$.

Écriture mathématique du problème

Contraintes

- Limite de stock sur le maïs : $2{,}5x_1 + 7{,}5x_2 \leq 240$.
- Limite de stock sur le houblon : $0{,}125x_1 + 0{,}125x_2 \leq 5$.

Écriture mathématique du problème

Contraintes

- Limite de stock sur le maïs : $2{,}5x_1 + 7{,}5x_2 \leq 240$.
- Limite de stock sur le houblon : $0{,}125x_1 + 0{,}125x_2 \leq 5$.
- Limite de stock sur le malt : $17{,}5x_1 + 10x_2 \leq 595$.

Écriture mathématique du problème

Contraintes

- Limite de stock sur le maïs : $2{,}5x_1 + 7{,}5x_2 \leq 240$.
- Limite de stock sur le houblon : $0{,}125x_1 + 0{,}125x_2 \leq 5$.
- Limite de stock sur le malt : $17{,}5x_1 + 10x_2 \leq 595$.
- Quantités produites positives : $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$.

Écriture mathématique du problème

Contraintes

- Limite de stock sur le maïs : $2{,}5x_1 + 7{,}5x_2 \leq 240$.
- Limite de stock sur le houblon : $0{,}125x_1 + 0{,}125x_2 \leq 5$.
- Limite de stock sur le malt : $17{,}5x_1 + 10x_2 \leq 595$.
- Quantités produites positives : $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$.

Critère

Maximiser le bénéfice, i.e. la quantité $39x_1 + 69x_2$.

Écriture mathématique du problème

Contraintes

- Limite de stock sur le maïs : $2{,}5x_1 + 7{,}5x_2 \leq 240$.
- Limite de stock sur le houblon : $0{,}125x_1 + 0{,}125x_2 \leq 5$.
- Limite de stock sur le malt : $17{,}5x_1 + 10x_2 \leq 595$.
- Quantités produites positives : $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$.

Critère

Maximiser le bénéfice, i.e. la quantité $39x_1 + 69x_2$.

Formulation complète

$$(P)\left\{\begin{array}{lrrl} \max & (39x_1 + & 69x_2) & \\ & 2{,}5x_1 + & 7{,}5x_2 & \leq 240 \\ & 0{,}125x_1 + & 0{,}125x_2 & \leq 5 \\ & 17{,}5x_1 + & 10x_2 & \leq 595 \\ & x_1\,, & x_2 & \geq 0 \end{array}\right.$$

Quelles sont les propriétés d’un tel problème ?

$$
(P)\begin{cases}
\max & (39x_1 + 69x_2) \\
 & 2{,}5x_1 + 7{,}5x_2 \leq 240 \\
 & 0{,}125x_1 + 0{,}125x_2 \leq 5 \\
 & 17{,}5x_1 + 10x_2 \leq 595 \\
 & x_1\,, \qquad x_2 \geq 0
\end{cases}
$$

- Membres de gauche des contraintes linéaires
  [*Abus de langage* : contraintes linéaires]

Quelles sont les propriétés d'un tel problème ?

$$(P)\begin{cases} \max & (39x_1 + 69x_2) \\ & 2{,}5x_1 + 7{,}5x_2 \leq 240 \\ & 0{,}125x_1 + 0{,}125x_2 \leq 5 \\ & 17{,}5x_1 + 10x_2 \leq 595 \\ & x_1, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

- Membres de gauche des contraintes linéaires
  [*Abus de langage :* contraintes linéaires]
- Fonction à maximiser (ou minimiser) linéaire

Quelles sont les propriétés d'un tel problème ?

$$
(P)\begin{cases}
\max & (39x_1 + 69x_2)\\
& 2{,}5x_1 + 7{,}5x_2 \leq 240\\
& 0{,}125x_1 + 0{,}125x_2 \leq 5\\
& 17{,}5x_1 + 10x_2 \leq 595\\
& x_1, \quad x_2 \geq 0
\end{cases}
$$

- Membres de gauche des contraintes linéaires
  [*Abus de langage :* contraintes linéaires]
- Fonction à maximiser (ou minimiser) linéaire

$\Rightarrow$ *Problème d'optimisation linéaire*
$\Rightarrow$ Programmation linéaire (*Linear progamming*)

Problème d'optimisation linéaire

Définition (Problème d'optimisation linéaire)

Un **problème d'optimisation linéaire** est un problème dont le critère et les contraintes sont linéaires.

Définition (Problème sous forme canonique)

Un problème (P) d'optimisation linéaire est sous **forme canonique** si et seulement si on peut l'écrire

$$(P)\begin{cases}\max\limits_{x} & (c|x) \\ & Ax \leq b, x \geq 0\end{cases}$$

avec

Définition (Problème d'optimisation linéaire)

Un **problème d'optimisation linéaire** est un problème dont le critère et les contraintes sont linéaires.

Définition (Problème sous forme canonique)

Un problème (P) d'optimisation linéaire est sous **forme canonique** si et seulement si on peut l'écrire

$$(P)\begin{cases}\max\limits_{x} & (c|x)\\ & Ax \leq b, x \geq 0\end{cases}$$

avec

- A matrice des coefficients des contraintes

Problème d'optimisation linéaire

Définition (Problème d'optimisation linéaire)

Un **problème d'optimisation linéaire** est un problème dont le critère <u>et</u> les contraintes sont linéaires.

Définition (Problème sous forme canonique)

Un problème (P) d'optimisation linéaire est sous **forme canonique** si et seulement si on peut l'écrire

$$(P)\begin{cases}\max\limits_{x} & (c\,|\,x)\\ & Ax \leq b, x \geq 0\end{cases}$$

avec

- A matrice des coefficients des contraintes
- b vecteur des seconds membres des contraintes

Problème d'optimisation linéaire

Définition (Problème d'optimisation linéaire)

Un **problème d'optimisation linéaire** est un problème dont le critère et les contraintes sont linéaires.

Définition (Problème sous forme canonique)

Un problème (P) d'optimisation linéaire est sous **forme canonique** si et seulement si on peut l'écrire

$$(P)\begin{cases}\max\limits_{x} & (c|x) \\ & Ax \leq b, x \geq 0\end{cases}$$

avec

- A matrice des coefficients des contraintes
- b vecteur des seconds membres des contraintes
- c vecteur des coefficients du critère

Problème d'optimisation linéaire

Définition (Problème d'optimisation linéaire)

Un **problème d'optimisation linéaire** est un problème dont le critère et les contraintes sont linéaires.

Définition (Problème sous forme canonique)

Un problème (P) d'optimisation linéaire est sous **forme canonique** si et seulement si on peut l'écrire

$$(P)\begin{cases}\max\limits_{x} & (c|x) \\ & Ax \leq b, x \geq 0\end{cases}$$

avec

- A matrice des coefficients des contraintes
- b vecteur des seconds membres des contraintes
- c vecteur des coefficients du critère
- x vecteur des inconnues appelées *variables de décision*

Problème d'optimisation linéaire

Problème du brasseur

$$(P)\begin{cases} \max & (39x_1 + 69x_2) \\ & 2{,}5x_1 + 7{,}5x_2 \leq 240 \\ & 0{,}125x_1 + 0{,}125x_2 \leq 5 \\ & 17{,}5x_1 + 10x_2 \leq 595 \\ & x_1\,, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

On a $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ et (P) est sous forme canonique :

Problème du brasseur

$$(P)\begin{cases} \max & (39x_1 + 69x_2) \\ & 2{,}5x_1 + 7{,}5x_2 \leq 240 \\ & 0{,}125x_1 + 0{,}125x_2 \leq 5 \\ & 17{,}5x_1 + 10x_2 \leq 595 \\ & x_1,\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

On a $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ et (P) est sous forme canonique :

$$A = \begin{pmatrix} 2{,}5 & 7{,}5 \\ 0{,}125 & 0{,}125 \\ 17{,}5 & 10 \end{pmatrix} \qquad ,$$

Problème du brasseur

$$(P)\begin{cases}\max & (39x_1 + 69x_2)\\ & 2{,}5x_1 + 7{,}5x_2 \leq \color{red}{240}\\ & 0{,}125x_1 + 0{,}125x_2 \leq \color{red}{5}\\ & 17{,}5x_1 + 10x_2 \leq \color{red}{595}\\ & x_1, \quad x_2 \geq 0\end{cases}$$

On a $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ et (P) est sous forme canonique :

$$A = \begin{pmatrix} 2{,}5 & 7{,}5 \\ 0{,}125 & 0{,}125 \\ 17{,}5 & 10 \end{pmatrix} \quad , \quad b = \begin{pmatrix} \color{red}{240} \\ \color{red}{5} \\ \color{red}{595} \end{pmatrix}$$

Problème du brasseur

$$(P)\begin{cases} \max & (39x_1 + 69x_2) \\ & 2{,}5x_1 + 7{,}5x_2 \leq 240 \\ & 0{,}125x_1 + 0{,}125x_2 \leq 5 \\ & 17{,}5x_1 + 10x_2 \leq 595 \\ & x_1, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

On a $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ et (P) est sous forme canonique :

$$A = \begin{pmatrix} 2{,}5 & 7{,}5 \\ 0{,}125 & 0{,}125 \\ 17{,}5 & 10 \end{pmatrix} \quad , \quad b = \begin{pmatrix} 240 \\ 5 \\ 595 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad c = \begin{pmatrix} 39 \\ 69 \end{pmatrix}$$

Analogie avec les systèmes d'équations linéaires

Système linéaire	$\{x \in \mathbb{R}^n, Ax = b\}$	$\{x \in \mathbb{R}^n, Ax \leq b\}$
Sur-déterminé	$\varnothing$	$\varnothing$
Régulier	un élément	borné
Sous-déterminé	non borné	non borné

Problème d'optimisation linéaire

Analogie avec les systèmes d'équations linéaires

Système linéaire	$\{x \in \mathbb{R}^n, Ax = b\}$	$\{x \in \mathbb{R}^n, Ax \leq b\}$
Sur-déterminé	$\varnothing$	$\varnothing$
Régulier	un élément	borné
Sous-déterminé	non borné	non borné

Dénombrement des optima

Optima / Domaine	$\varnothing$	Borné
$\varnothing$	$\checkmark$	$--$
Borné	$\times$	$\checkmark$
Non borné	$\checkmark / \times$	$\checkmark / \times$

Réduction à la forme canonique

Problème d'optimisation linéaire

Réduction à la forme canonique

- Minimisation

$$\min \quad (c|x) \iff -\max \quad (-c|x)$$

Réduction à la forme canonique

- Minimisation

$$\min \quad (c|x) \iff -\max \quad (-c|x)$$

- Inégalité

$$\alpha_1 x_1 + \cdots + \alpha_n x_n \geq \beta \iff -\alpha_1 x_1 - \cdots - \alpha_n x_n \leq -\beta$$

Problème d'optimisation linéaire

Réduction à la forme canonique

- Minimisation

$$\min \quad (c\,|\,x) \iff -\max \quad (-c\,|\,x)$$

- Inégalité

$$\alpha_1 x_1 + \cdots + \alpha_n x_n \geq \beta \iff -\alpha_1 x_1 - \cdots - \alpha_n x_n \leq -\beta$$

- Égalité

$$\alpha_1 x_1 + \cdots + \alpha_n x_n = \beta \iff \begin{cases} \alpha_1 x_1 + \cdots + \alpha_n x_n \leq \beta \\ -\alpha_1 x_1 - \cdots - \alpha_n x_n \leq -\beta \end{cases}$$

Problème d'optimisation linéaire

Réduction à la forme canonique

- Minimisation

$$\min \quad (c|x) \iff -\max \quad (-c|x)$$

- Inégalité

$$\alpha_1 x_1 + \cdots + \alpha_n x_n \geq \beta \iff -\alpha_1 x_1 - \cdots - \alpha_n x_n \leq -\beta$$

- Égalité

$$\alpha_1 x_1 + \cdots + \alpha_n x_n = \beta \iff \begin{cases} \alpha_1 x_1 + \cdots + \alpha_n x_n \leq \beta \\ -\alpha_1 x_1 - \cdots - \alpha_n x_n \leq -\beta \end{cases}$$

- Variable sans contrainte de signe

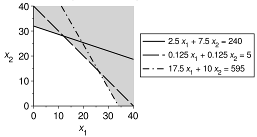
$$x_i \in \mathbb{R} \iff \begin{cases} x_i^+ = \max(x_i, 0) \geq 0 \\ x_i^- = -\min(x_i, 0) \geq 0 \end{cases} \text{et } x_i = x_i^+ - x_i^-$$

Résolution par méthode géométrique

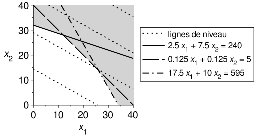
Méthode de résolution graphique (dite « géométrique »)

Description

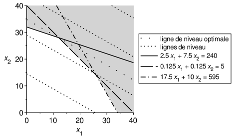
1. Représentation selon (x_1, x_2) du domaine des contraintes C



2. Tracé des lignes « iso-bénéfice » $\mathscr{L}_b$



3. Détermination du point optimal (x_1^*, x_2^*)



Représentation du domaine des contraintes C

Expression du domaine C

$$C = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, 2{,}5x_1 + 7{,}5x_2 \leq 240,$$
$$0{,}125x_1 + 0{,}125x_2 \leq 5, 17{,}5x_1 + 10x_2 \leq 595\}$$

Tracé du domaine

Représentation du domaine des contraintes C

Expression du domaine C

$$C = \{(x_1,x_2) \in \mathbb{R}^2, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, 2{,}5x_1 + 7{,}5x_2 \leq 240, \\ 0{,}125x_1 + 0{,}125x_2 \leq 5, 17{,}5x_1 + 10x_2 \leq 595\}$$

Tracé du domaine

- $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$

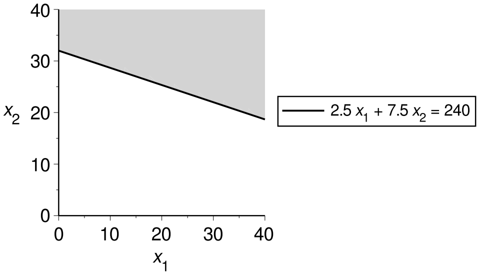
Zones grisées $\equiv$ *en dehors des contraintes*

Représentation du domaine des contraintes C

Expression du domaine C

$$C = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2,\, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, 2{,}5x_1 + 7{,}5x_2 \leq 240,$$
$$0{,}125x_1 + 0{,}125x_2 \leq 5, 17{,}5x_1 + 10x_2 \leq 595\}$$

Tracé du domaine



- $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$
- $2{,}5x_1 + 7{,}5x_2 \leq 240$

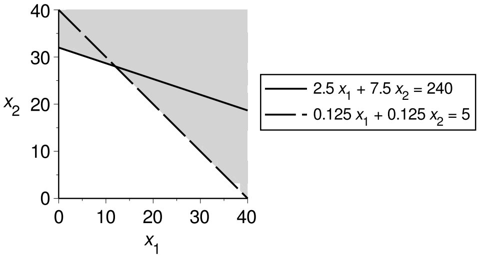
Zones grisées $\equiv$ *en dehors des contraintes*

Représentation du domaine des contraintes C

Expression du domaine C

$$C = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2,\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, 2{,}5x_1 + 7{,}5x_2 \leq 240,\\ 0{,}125x_1 + 0{,}125x_2 \leq 5, 17{,}5x_1 + 10x_2 \leq 595\}$$

Tracé du domaine



- $x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$
- $2{,}5x_1 + 7{,}5x_2 \leq 240$
- $0{,}125x_1 + 0{,}125x_2 \leq 5$

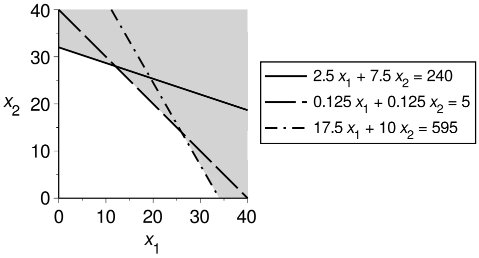
Zones grisées $\equiv$ en dehors des contraintes

Représentation du domaine des contraintes C

Expression du domaine C

$$C = \{(x_1,x_2) \in \mathbb{R}^2, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, 2{,}5x_1 + 7{,}5x_2 \leq 240,$$
$$0{,}125x_1 + 0{,}125x_2 \leq 5, 17{,}5x_1 + 10x_2 \leq 595\}$$

Tracé du domaine



- $x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$
- $2{,}5x_1 + 7{,}5x_2 \leq 240$
- $0{,}125x_1 + 0{,}125x_2 \leq 5$
- $17{,}5x_1 + 10x_2 \leq 595$

Zones grisées $\equiv$ en dehors des contraintes

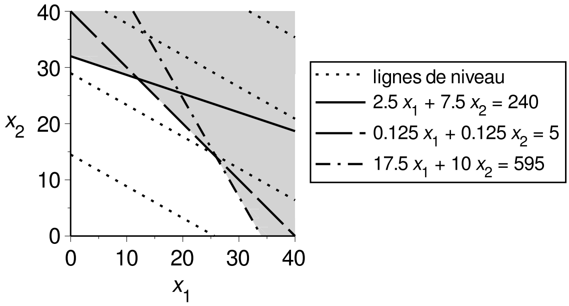
Tracé des lignes « iso-bénéfice » $\mathscr{L}_b$

Ligne de niveau

Pour $b \in \mathbb{R}$, l'ensemble $\mathscr{L}_b$ des valeurs (x_1, x_2) qui donnent un bénéfice de b euros est la droite d'équation $39x_1 + 69x_2 = b$.
C'est la **ligne de niveau** b.

Toutes les lignes de niveau sont parallèles entre elles.

Tracé de $\mathscr{L}_b$ pour $b \in \{1000, 2000, 3000, 4000\}$



Détermination du point optimal (x_1^*, x_2^*)

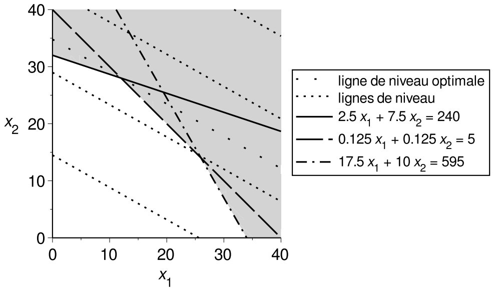
Idée

Chercher la valeur la plus grande valeur possible b^* du bénéfice pour laquelle $\mathscr{L}_{b^*}$ admet <u>au moins</u> un point dans C, ie.

$$b^* = \max\{b \in \mathbb{R}, \mathscr{L}_b \cap C \neq \emptyset\}$$

Intérêt

- En pratique, $\mathscr{L}_{b^*}$ ne contient qu'un point dans C : c'est le point (x_1^*, x_2^*) cherché.
- La valeur b^* correspond au bénéfice maximal.



Détermination du point optimal (x_1^*, x_2^*)

Caractérisation graphique

Le point (x_1^*, x_2^*) cherché est à l'intersection des droites d'équation $2{,}5x_1 + 7{,}5x_2 = 240$ et $0{,}125x_1 + 0{,}125x_2 = 5$.

Calcul final

Donc (x_1^*, x_2^*) est solution du système linéaire

$$\begin{cases} 2{,}5x_1^* + 7{,}5x_2^* = 240 \\ 0{,}125x_1^* + 0{,}125x_2^* = 5 \end{cases} \iff \begin{cases} x_1^* + 3x_2^* = 96 \\ x_1^* + x_2^* = 40 \end{cases} \iff \begin{cases} x_1^* = 12 \\ x_2^* = 28 \end{cases}$$

qui correspond à $b^* = 39x_1^* + 69x_2^* = 2400$.

Analyse de la méthode géométrique

Avantages

- Chaque contrainte est facile à représenter :

Analyse de la méthode géométrique

Avantages

- Chaque contrainte est facile à représenter :
  - on trace la droite limite ;

Analyse de la méthode géométrique

Avantages

- Chaque contrainte est facile à représenter :
  - on trace la droite limite ;
  - on choisit le demi-espace correspondant.

Analyse de la méthode géométrique

Avantages

- Chaque contrainte est facile à représenter :
  - on trace la droite limite ;
  - on choisit le demi-espace correspondant.
- Les lignes de niveau sont des droites parallèles.

Analyse de la méthode géométrique

Avantages

- Chaque contrainte est facile à représenter :
  - on trace la droite limite ;
  - on choisit le demi-espace correspondant.
- Les lignes de niveau sont des droites parallèles.
  - la ligne $\mathscr{L}_0$ passe par $(0,0)$;

Analyse de la méthode géométrique

Avantages

- Chaque contrainte est facile à représenter :
  - on trace la droite limite ;
  - on choisit le demi-espace correspondant.
- Les lignes de niveau sont des droites parallèles.
  - la ligne $\mathscr{L}_0$ passe par $(0,0)$;
  - deux lignes suffisent pour déterminer le sens de parcours.

Analyse de la méthode géométrique

Avantages

- Chaque contrainte est facile à représenter :
  - on trace la droite limite ;
  - on choisit le demi-espace correspondant.
- Les lignes de niveau sont des droites parallèles.
  - la ligne $\mathscr{L}_0$ passe par $(0,0)$;
  - deux lignes suffisent pour déterminer le sens de parcours.

$\Rightarrow$ Simplicité de mise en œuvre : pas besoin de machine !

Analyse de la méthode géométrique

Avantages

- Chaque contrainte est facile à représenter :
  - on trace la droite limite ;
  - on choisit le demi-espace correspondant.
- Les lignes de niveau sont des droites parallèles.
  - la ligne $\mathscr{L}_0$ passe par $(0,0)$;
  - deux lignes suffisent pour déterminer le sens de parcours.

$\Rightarrow$ Simplicité de mise en œuvre : pas besoin de machine !

Inconvénients

La représentation n'est pertinente que sur le plan (voire l'espace)

$\Rightarrow$ Deux (voire trois) variables au plus !

Analyse de la méthode géométrique

Avantages

- Chaque contrainte est facile à représenter :
  - on trace la droite limite ;
  - on choisit le demi-espace correspondant.
- Les lignes de niveau sont des droites parallèles.
  - la ligne $\mathscr{L}_0$ passe par $(0,0)$;
  - deux lignes suffisent pour déterminer le sens de parcours.

$\Rightarrow$ Simplicité de mise en œuvre : pas besoin de machine !

Inconvénients

La représentation n'est pertinente que sur le plan (voire l'espace)

$\Rightarrow$ Deux (voire trois) variables au plus !

Que faire pour les dimensions supérieures ?

Analyse de la méthode géométrique

Avantages

- Chaque contrainte est facile à représenter :
  - on trace la droite limite ;
  - on choisit le demi-espace correspondant.
- Les lignes de niveau sont des droites parallèles.
  - la ligne $\mathscr{L}_0$ passe par $(0,0)$;
  - deux lignes suffisent pour déterminer le sens de parcours.

$\Rightarrow$ Simplicité de mise en œuvre : pas besoin de machine !

Inconvénients

La représentation n'est pertinente que sur le plan (voire l'espace)

$\Rightarrow$ Deux (voire trois) variables au plus !

Que faire pour les dimensions supérieures ?

Méthode des tableaux