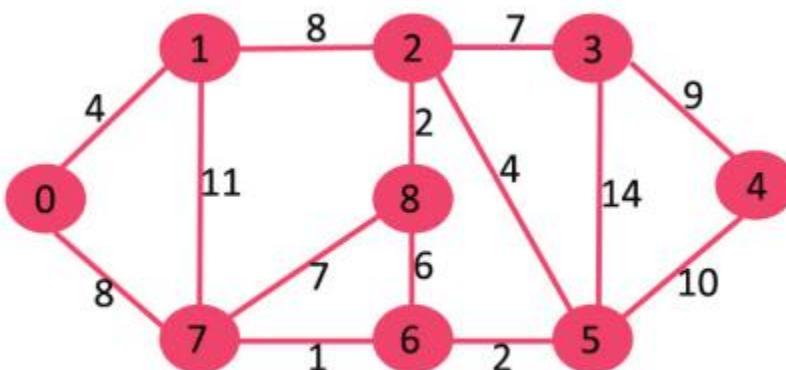


## Arbre couvrant minimal , Tournées eulériennes Et Tournées hamiltoniennes

### **Exercice 1**

Une entreprise de télécommunications est confrontée à un défi : elle doit relier un certain nombre de nœuds (représentant des commutateurs) dispersés sur un territoire donné, de manière à minimiser les coûts. On suppose que les nœuds et les distances entre eux sont donnés par la figure suivante :



. Figure 1 : Schéma des liens entre les commutateurs.

1. Exécutez le code Python de l'algorithme de Kruskal, tel qu'il est fourni dans le fichier `kruskal.py`, sur le graphe pondéré illustré à la Figure 1.
2. Donner la complexité de l'algorithme de Kruskal.

### **Exercice 2**

1. Résoudre le problème des sept ponts de Königsberg.

### Exercice 3

1. Trouver un cycle eulérien dans les graphes suivants :

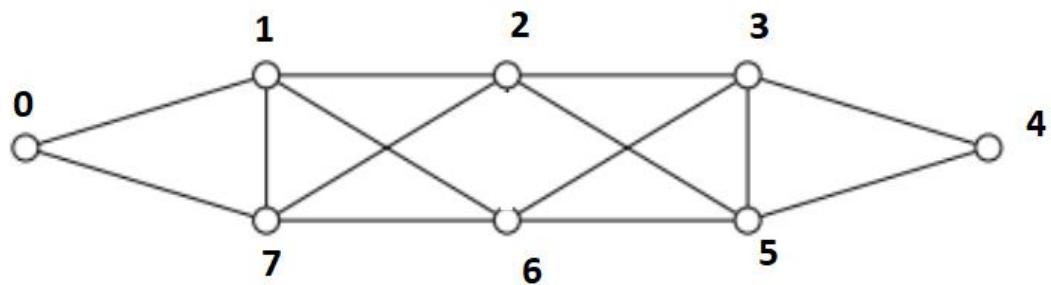
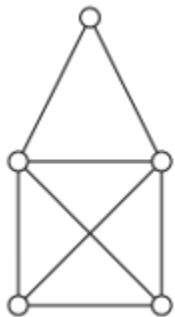
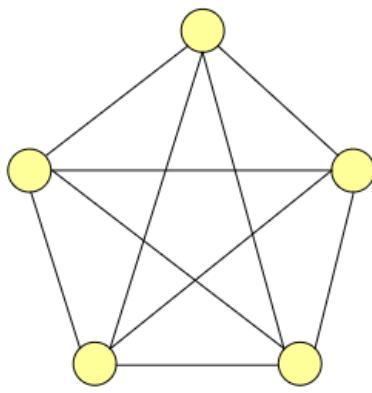


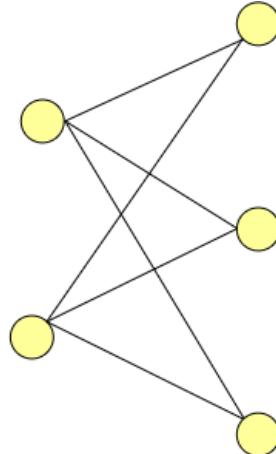
Figure 2 : Cycles eulériens.

#### Exercice 4

Pour chacun des graphes suivants, déterminez le nombre de cycles hamiltoniens. Enumérez 4 cycles hamiltoniens du graphe  $K_5$ .



Graphe complet  $K_5$   
**5-clique**



Graphe biparti complet  $K_{3,2}$

Figure 3 : Cycles hamiltoniens.

#### Exercice 5

Prenons en considération le graphe G, caractérisé par les sommets A, B, C et D, ainsi que les arêtes pondérées suivantes

- AB : 1
- AC : 5
- AD : 800
- BC : 2
- BD : 2
- CD : 6

1. Calculer manuellement la meilleure tournée hamiltonienne.
2. Appliquez l'algorithme glouton pour trouver une tournée hamiltonienne en partant du sommet A, ensuite du sommet D.
3. Appliquez l'algorithme 1/2-approché pour trouver une tournée hamiltonienne.
4. Comparer les résultats obtenus aux points 2 et 3.

### Exercice 6

Considérer le graphe illustré dans la Figure 4, appliquez la condition nécessaire ainsi que la condition suffisante (vues en cours) concernant la caractérisation d'un graphe hamiltonien :

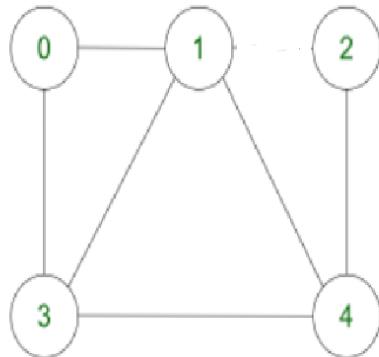


Figure 4 : Graphe non hamiltonien.

### Exercice 7

Pour le graphe donné ci-dessous, veuillez indiquer le nombre de composantes connexes ainsi que le nombre de composantes fortement connexes.

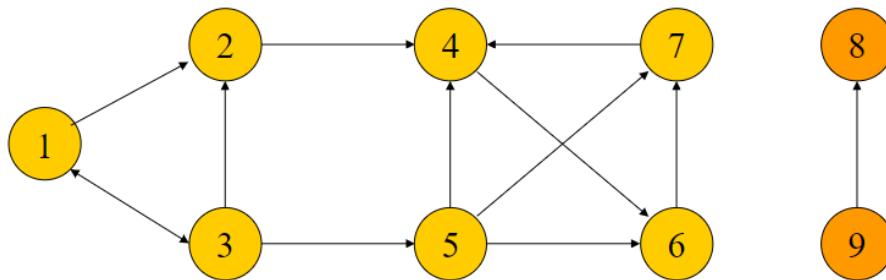
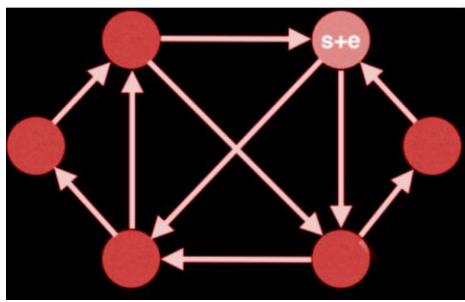


Figure 5 : Composantes connexes et fortement connexes.

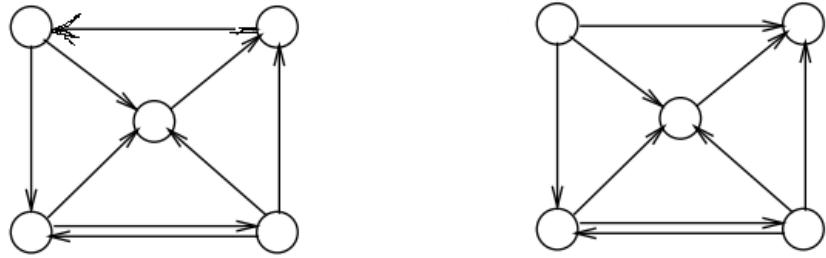
### Exercice 8

Soit le graphe G donné dans la figure 6.



*Figure 6 : Circuit eulérien.*

1. Trouver un circuit eulérien de  $G$ .
2. Dites si les graphes présentés dans la Figure 7 contiennent des circuits hamiltoniens.



*Figure 7 : Circuit(s) hamiltonien(s).*