

Algorithmique procédurale avancée

Examen - ING1 GI

10 mai 2022

Modalités

- Durée : 2 heures
- Vous devez rédiger votre copie à l'aide d'un **stylo à encre** exclusivement.
- Toutes vos affaires (sacs, vestes, trousse, etc.) doivent être placées à l'avant de la salle.
- Aucun document n'est autorisé.
- Aucune machine électronique ne doit se trouver sur vous ou à proximité, même éteinte.
- Aucun déplacement n'est autorisé.
- **Aucune question au professeur n'est autorisée.** Si vous pensez avoir détecté une erreur, continuez en expliquant les hypothèses que vous faites.
- Aucun échange, de quelque nature que ce soit, n'est possible.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- **Merci d'écrire très lisiblement votre numéro de groupe (GIn).**

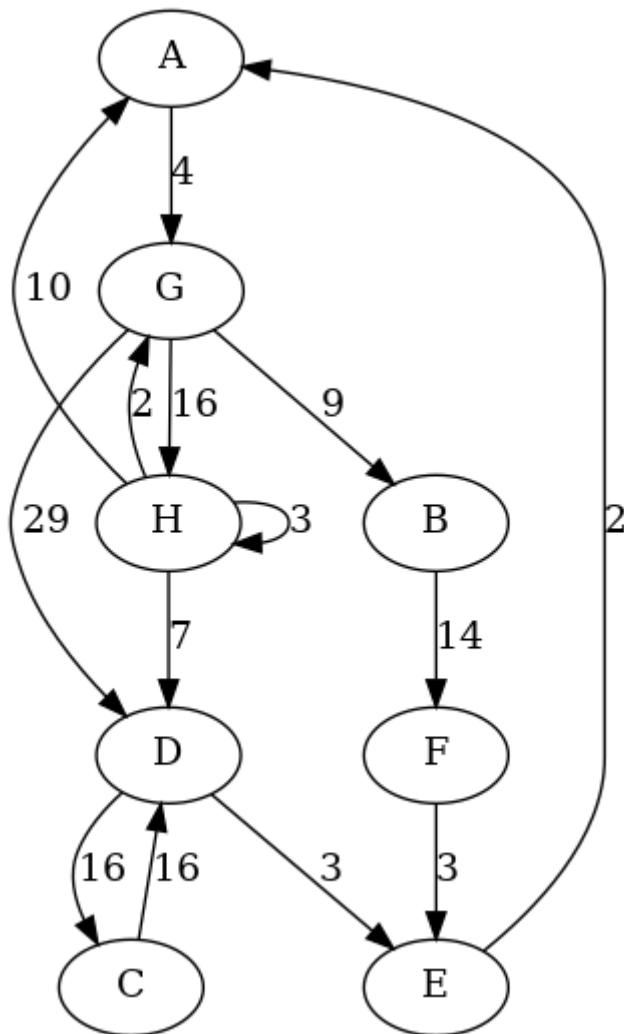
Rappel :

La procédure `erreur(msg : Chaine de caractère)` permet de quitter un programme en affichant le message `msg` à l'utilisateur.

Exercice 1 : Cours et application de cours (5 pts)

1. Combien d'arêtes y a-t-il au maximum dans un graphe simple ? (0,5 pt)
2. Donner la définition d'un graphe connexe. (0,5 pt)
3. Donner la définition (selon la théorie des graphes) d'un arbre. (0,5 pt)
4. Expliquer pourquoi l'algorithme de plus court chemin étudié en cours ne marche pas avec des poids négatifs. (1 pt)
5. Qu'est ce qu'un graphe eulérien ? Qu'est ce qu'un graphe hamiltonien ? (1 pt)
Dessiner un graphe d'au moins 5 sommets qui est eulérien mais pas hamiltonien. (0,5 pt)
Dessiner un graphe d'au moins 5 sommets qui est hamiltonien mais pas eulérien. (0,5 pt)
Dessiner un graphe d'au moins 5 sommets qui est hamiltonien et eulérien. (0,5 pt)

Exercice 2 : Plus courts chemins (5 pts)



1. Donner le tableau des longueurs des plus courts chemins à partir de A. (0,5 pt)
2. Quel algorithme permet de calculer les plus courts chemins à partir d'un sommet donné ? (0,5 pt)
3. Dérouler l'algorithme de la question précédente et donner toutes les étapes de l'application de cet algorithme à partir du sommet A. (1 pt)
4. Quel type de graphe particulier est obtenu par cet algorithme ? (0,5 pt)
5. Expliquer comment simplifier l'algorithme si tous les coûts sont maintenant à 1. (0,5 pt)
Écrire l'algorithme correspondant. (1,5 pts)
Quel est son nom ? (0,5 pt)

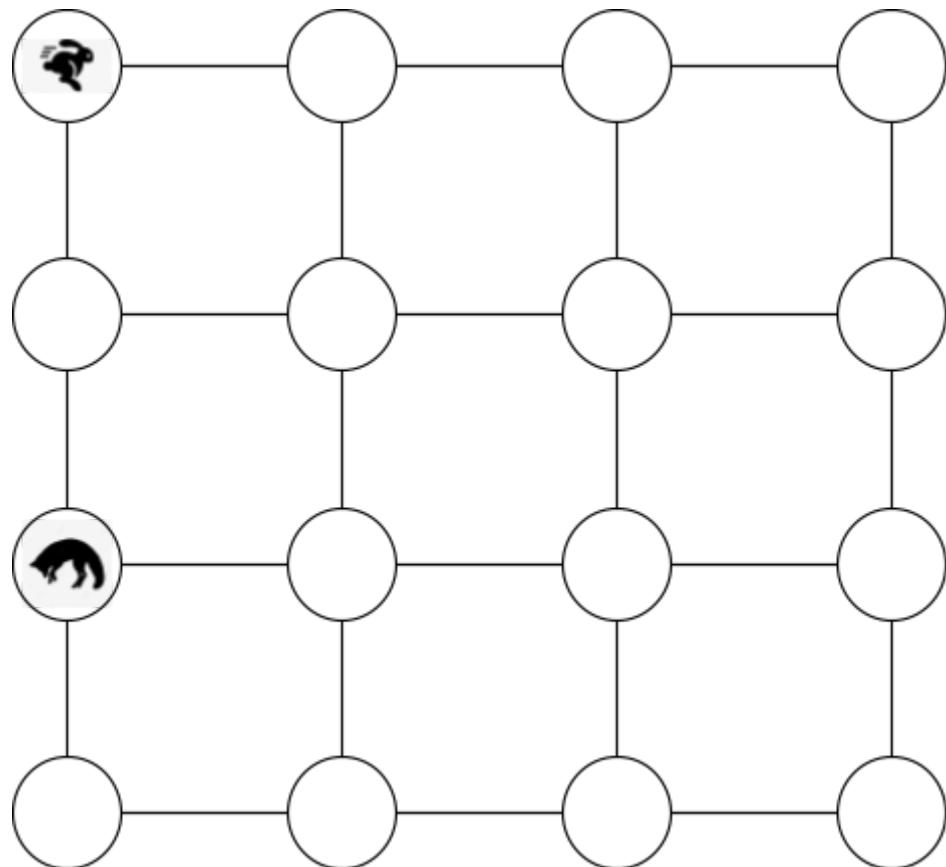
Exercice 3 : Composantes fortement connexes (3,5 pts)

1. Donner la définition d'une composante fortement connexe d'un graphe G. (0,5 pt)
2. Quel algorithme permet de trouver les composantes fortement connexes ? (0,5 pt)
3. Écrire cet algorithme. (2 pts)
4. Quelle est sa complexité ? (0,5 pt)

Exercice 4 : Renard et lapin (6,5 pts)

Dans ce problème, on modélise la poursuite d'un lapin par un renard.

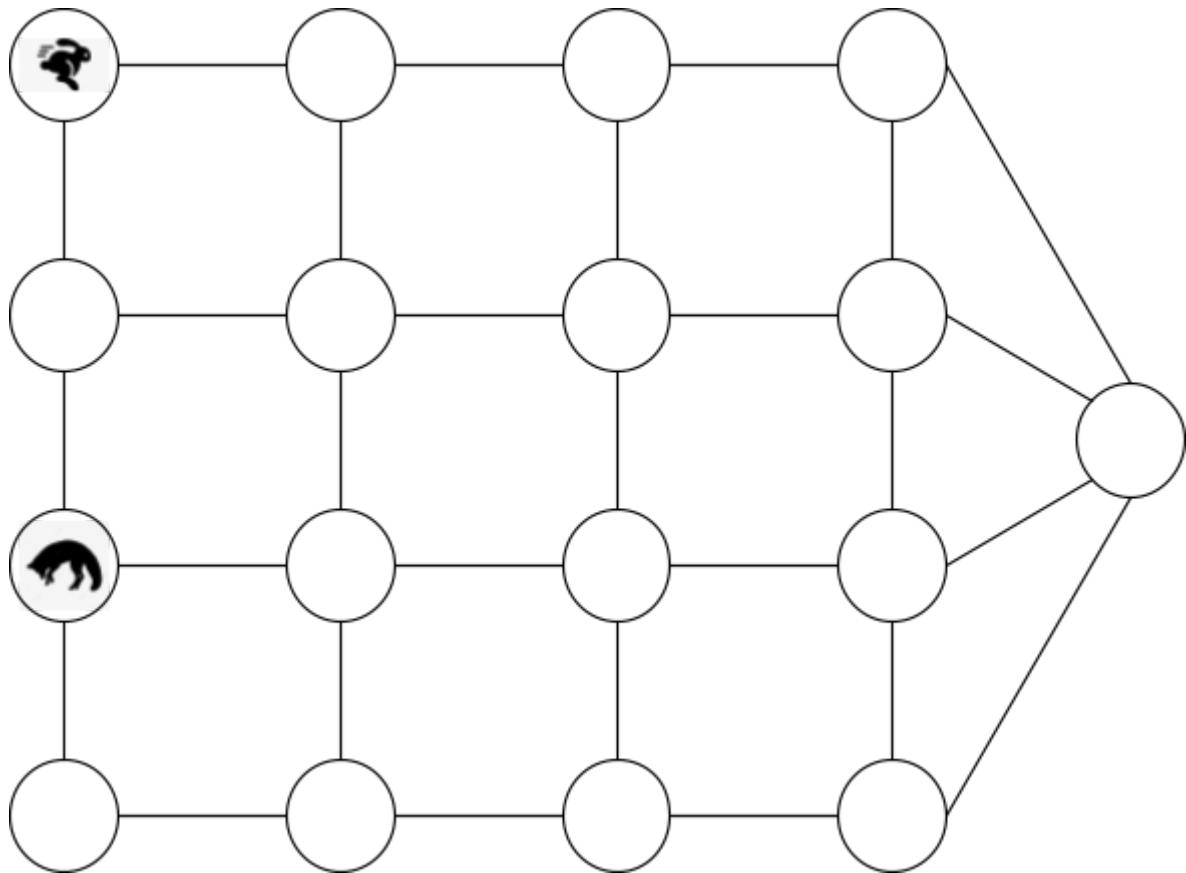
Dans une première partie, les deux animaux sont sur la grille 4*4 suivante :



Les règles du jeu sont les suivantes :

- Le renard et le lapin jouent alternativement. Le renard commence.
 - Le renard se déplace vers une case adjacente, puis le lapin fait de même.
 - Le renard gagne la partie s'il retrouve sur la même case que le lapin à n'importe quel moment.
 - Les positions de départ sont celles représentées sur la figure.
1. Donner la définition d'un graphe biparti. (0,5 pt)
 2. Expliquer pourquoi cette grille représente un graphe biparti. (0,5 pt)
 3. En utilisant la question précédente, montrer qu'il existe une stratégie gagnante pour le lapin, c'est-à-dire qu'il pourra toujours s'échapper. (1,5 pts)

Dans une deuxième partie, les deux animaux sont sur le graphe suivant :



4. Montrer que ce graphe n'est pas biparti. (0,5 pt)
5. Pourquoi l'ajout du nouveau sommet remet-il en question la stratégie du lapin de la première partie ? (1 pts)
6. Montrer qu'il existe maintenant une stratégie gagnante pour le renard ? (1,5 pts)
7. Quel est le plus petit nombre de déplacements que peut faire le renard pour garantir le gain de la partie ? (1 pt)