

Algorithmique procédurale avancée

Examen - ING1 GI

6 juin 2018

“Il n'y a qu'une façon d'échouer, c'est d'abandonner avant d'avoir réussi !” – Olivier Lockert

Modalités

- Durée : 2 heures
- Vous devez rédiger votre copie à l'aide d'un **stylo à encre** exclusivement.
- Toutes vos affaires (sacs, vestes, trousse, etc.) doivent être placées à l'avant de la salle.
- Aucun document autorisé.
- Aucune machine électronique ne doit se trouver sur vous ou à proximité, même éteinte.
- Aucun déplacement n'est autorisé.
- Aucune question au professeur n'est autorisé.
- Aucun échange, de quelque nature que ce soit, n'est possible.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Rappel :

La procédure `erreur(msg : Chaîne de caractère)` permet de quitter un programme en affichant le message `msg` à l'utilisateur.

Exercice 1 : Petits problèmes autour de graphes (5 pts = 1+1+1+2)

1. Donner la définition d'un graphe eulérien et d'un graphe hamiltonien.
2. Donner un exemple de graphe comportant au moins six sommets tel que :
 - a. il est hamiltonien mais pas eulérien ;
 - b. il est eulérien mais pas hamiltonien.
3. Un groupe de 9 personnes doit participer à deux réunions. A la première réunion, ils sont tous assis autour d'une table ronde. Comme l'entente est totale, pour la seconde réunion, chacun des participants, non seulement ne veut pas se retrouver à côté de l'un ou l'autre de ses voisins de la première réunion, mais ne veut pas non plus qu'ils soient assis à la même table. Combien de tables au minimum seront alors nécessaires ? Justifier.
4. Soit un problème du Voyageur du Commerce (PVC) Géographique (c'est-à-dire, un PVC qui vérifie l'inégalité triangulaire). Expliquer avec un exemple les étapes de l'algorithme $\frac{1}{2}$ -approché vu en cours.

Exercice 2 : Opération mathématique (4 pts = 2+2)

On considère le type suivant :

Struture **Terme**

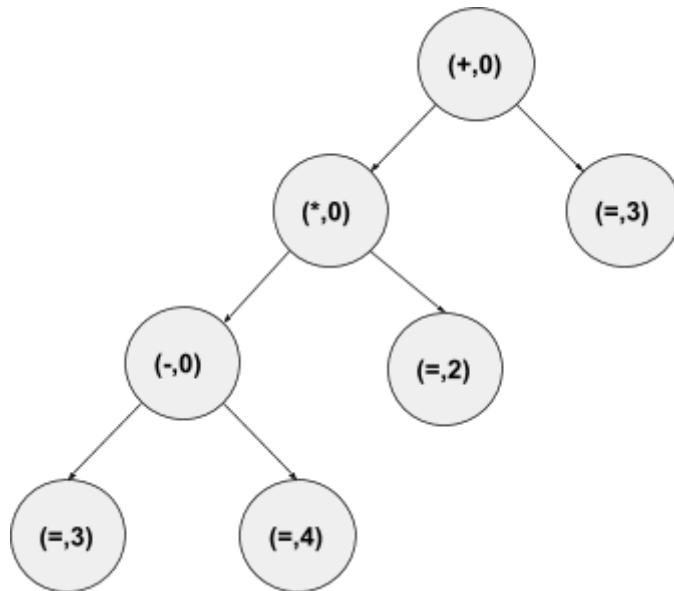
```
    typeTerme : Caractere  
    valeur : Reel
```

Fin Structure

Le champ *typeTerme* ne prendra que les valeurs ‘+’, ‘-’, ‘/’, ‘*’ et ‘=’ .

On stocke une expression numérique dans un arbre binaire d'élément de type *Terme*. Chaque nœud interne contient un opérateur binaire et son fils à gauche et son fils à droite sont respectivement l'expression à gauche de l'opérande et l'expression à droite de l'expression.

Exemple : l'expression $(3-4)*2+3$ s'écrit sous forme d'arbre comme suit :



La *notation polonaise* permet d'écrire de façon non ambiguë les formules arithmétiques sans utiliser de parenthèses. Le principe est que les opérateurs précèdent toujours leurs opérandes qui peuvent être eux-mêmes des nombres ou des expressions non triviales.

Exemples :

$1+2$ s'écrit en notation polonaise $+ 1 2$

$(3-4)*2+3$ défini par l'arbre précédent s'écrit $+ * - 3 4 2 3$

1. Ecrire la procédure **afficherNotationPolonaise** (*a*: ArbreBinaire de *Terme*) qui permet d'afficher en notation polonaise l'expression mathématique définie dans l'arbre binaire.
2. Ecrire la fonction **eval** (*a*: ArbreBinaire de *Terme*) : Réel qui permet d'évaluer l'expression mathématique définie dans l'arbre binaire.

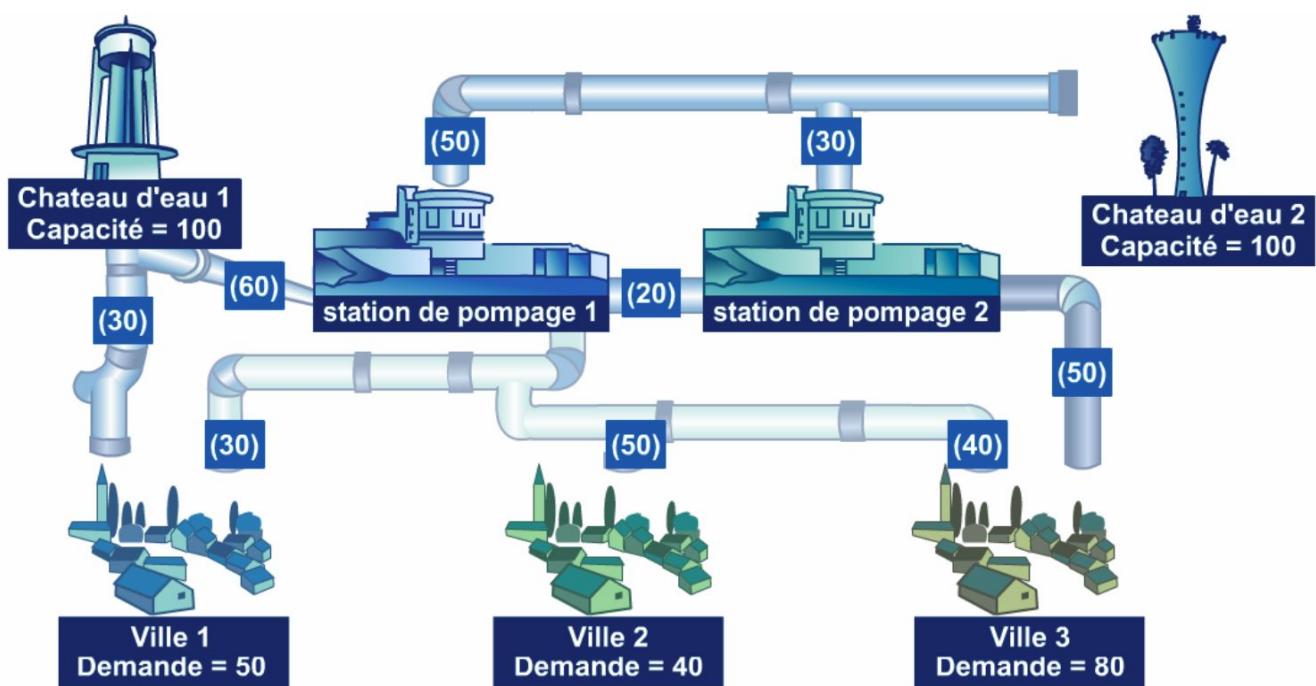
Exercice 3 : Approvisionnement d'eau - adapté d'AUNEGe (6 pts = 1+1+2+2)

Deux châteaux d'eau alimentent 3 villes à travers un réseau de canalisations au sein duquel se trouvent également des stations de pompage.

Les châteaux d'eau ont une capacité limitée qui s'élève pour chacun d'eux à 100 000 m³. Les villes ont exprimé une demande qui est au minimum de 50 000 pour la ville 1, 40 000 pour la 2 et 80 000 pour la ville 3 en m³.

Les canalisations entre les châteaux d'eau et les villes ont des débits limités. Par exemple, pour la canalisation reliant le château 1 à la ville 1, le débit maximum est de 30 alors que celui de la canalisation reliant la station de pompage 1 à la ville 2 est de 50 en milliers de m³. Ces valeurs figurent sur le graphique entre parenthèses le long des canalisations.

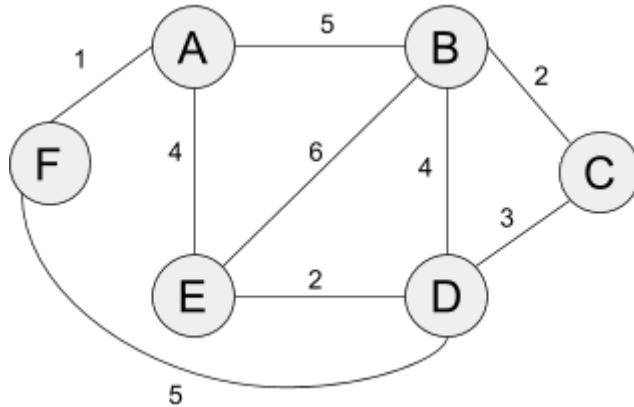
Le problème est de déterminer s'il est possible de satisfaire à travers ce réseau la demande des 3 villes et comment.



1. Quel algorithme peut-on utiliser pour répondre au problème ? Justifier.
2. Modéliser le problème avec un graphe. Justifier.
3. Faire tourner l'algorithme de la question 1 sur le graphe de la question 2, de façon détaillée, afin de pouvoir répondre au problème posé.
4. Ecrire l'algorithme qui permet de tester l'existence d'un chemin entre la source (S) et le puits (P).

Exercice 4 : Câbler un réseau (5 pts = 1.5+2.5+1)

Un réseau comporte des machines A, B, C, D, E et F qui doivent pouvoir communiquer entre elles. Les liaisons envisagées sont représentées par le graphe suivant (les arêtes sont étiquetées par la distance entre les machines):



1. Comment câbler le réseau à moindre coût ? Quel est le nom de l'algorithme à appliquer ? Justifier.
2. Écrire l'algorithme.
3. Quelle est la complexité de votre algorithme ?