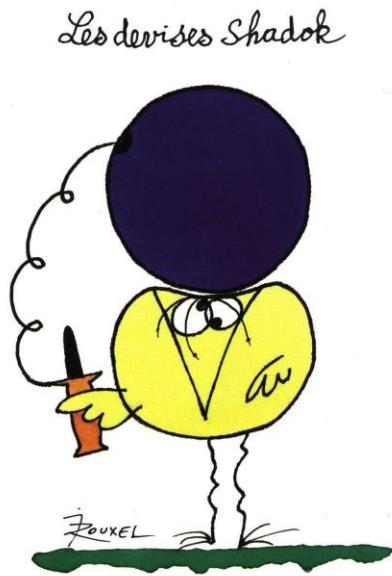


## Examen de Théorie des Langages

### Modalités

- Durée : **1h 30 minutes**
- Toutes vos affaires (sacs, vestes, trousse, etc.) doivent être placées à l'avant de la salle.
- Aucun document n'est autorisé.
- Aucune machine électronique ne doit se trouver sur vous ou à proximité, même éteinte.
- Aucun déplacement n'est autorisé.
- Aucune question au professeur n'est autorisé. Si vous pensez avoir détecté une erreur d'énoncé, expliquez les hypothèses que vous êtes amené à prendre pour continuer.
- Aucun échange, de quelque nature que ce soit, n'est autorisé.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- **La clarté et la précision de la rédaction seront prises en compte dans l'évaluation.**



EN ESSAYANT CONTINUELLEMENT  
ON FINIT PAR RÉUSSIR. DONC:  
PLUS ÇA RATE, PLUS ON A  
DE CHANCES QUÈ ÇA MARCHE.

### Rappels et notations

Une anagramme d'un mot  $w$  est un mot obtenu par une permutation des lettres de  $w$ . Par exemple, Pascal Obispo est une anagramme de Pablo Picasso (et réciproquement).

## **Exercice 1. Langages réguliers (7 points)**

Soit le langage  $L = a^*b + ac$  sur l'alphabet  $A = \{a, b, c\}$ .

**Question 1.** Lister tous les mots de  $L$  dont la taille est inférieure ou égale à 3.

**Question 2.** Construire un automate fini non déterministe qui reconnaît les mots du langage  $L$ .

**Question 3.** Donner la mise en équation de l'automate et résoudre ce système.

**Question 4.** Effectuer la méthode des quotients gauches sur le langage obtenu et conclure.

## **Exercice 2. Langages algébriques (7 points)**

Soit le langage  $L = a^n b^* c^n$  sur l'alphabet  $A = \{a, b, c\}$ .

$$L = \{a^n \ w \ c^n / n \in \mathbb{N} \text{ et } w \in b^*\} = \{a^n \ b^p \ c^n / n \in \mathbb{N} \text{ et } p \in \mathbb{N}\}$$

**Question 1.** Lister tous les mots de  $L$  dont la taille est inférieure ou égale à 3.

**Question 2.** Construire un automate à pile qui reconnaît les mots du langage  $L$ .

**Question 3.** Écrire une grammaire sous forme normale de Chomsky qui reconnaît ce langage.

**Question 4.** Appliquer l'algorithme CKY pour vérifier l'appartenance du mot  $aabcc$  à ce langage.

## **Exercice 3. Langages récursivement énumérables (6 points)**

Soit le langage  $L$  des mots  $w = m_1 Q m_2$  sur l'alphabet  $A = \{0, 1\}$  tels que  $m_1$  est une anagramme de  $m_2$ .

$$L = \{m_1 Q m_2 / m_1 \in A^*, m_2 \in A^* \text{ et } m_1 \text{ est une anagramme de } m_2\}$$

**Question 1.** Construire une machine de Turing qui reconnaît les mots du langage  $L$ .

**Question 2.** Écrire une grammaire de type 0 qui reconnaît ce langage.

**Question 3.** Donner une condition pour que votre grammaire soit de type 1 ?

## **Exercice 4. Bonus**

Quelle anagramme de “logarithme” est issue du célèbre mathématicien Al-Khwârizmî ?