Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Интернет-институт ТулГУ

Кафедра ИБ

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ

по дисциплине

«Диагностика и надежность автоматизированных систем»

Вариант № 5

Выполнил:

студент группы ИБ262521-ф
Артемов Александр Евгеньевич

Проверил:

канд. техн. наук, доц.
Сафронова Марина Алексеевна

Тула, 2025

Лабораторная работа № 1.

Название работы: Надежность объекта.

Цель работы: Изучить основные показатели теории надежности систем.

Задание:

1. **Задача 1**. Дан объект с функцией надёжности $p(t)=0{,}2e^{-3t}+0{,}7e^{-t}$. Показать, что такого объекта не существует.
2. **Задача 3**. Даны два объекта с функциями надежности $p_1(t)=e^{-2t}$; $p_2(t)=0{,}2e^{-3t}+0{,}8e^{-t}$. У какого объекта больше средняя наработка?
3. **Задача 5**. Распределение наработки до отказа — равномерное в интервале (0, a). Найти функцию надёжности, функцию отказа, среднюю наработку до отказа, интенсивность, вероятность безотказной работы в течение средней наработки.
4. **Задача 11**. Решить задачу 10, если интенсивность отказов линейно возрастает: $\lambda(t)=\alpha t$. Задача 10. У объекта с постоянной интенсивностью отказов $P\{T \le 50\} = \alpha$. Найти $P\{100 \le T \le 200\}$.

Выполнение лабораторной работы.

Изучен лекционный материал по теме работы.

Решение задач по варианту.

Задача 1. Дан объект с функцией надёжности $p(t)=0{,}2e^{-3t}+0{,}7e^{-t}$. Показать, что такого объекта не существует.

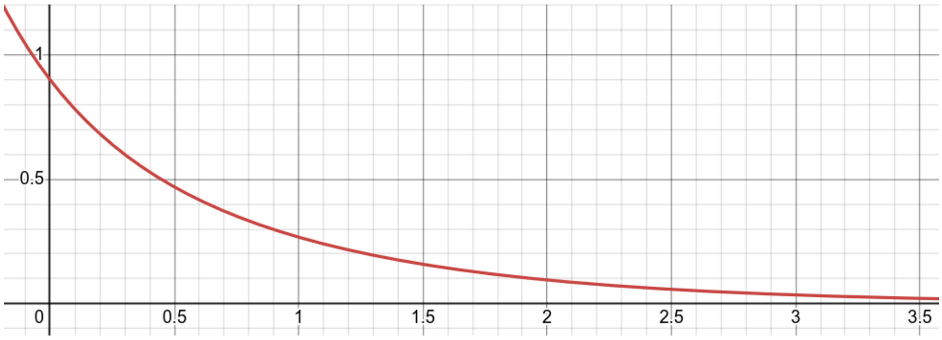
Решение:

Функция надежности должна обладать следующими свойствами:

- $p(t)$ - убывающая функция;
- $p(0)=1$, $\lim\limits_{t\to\infty} p(t)=0$;
- $\frac{d}{dt}(p(t))=-f(t)$.

Если какое-то из свойств функцией надёжности $p(t)=0{,}2e^{-3t}+0{,}7e^{-t}$ не выполняется, то и сам объект не существует. Проверим свойства функции надёжности.

1). Убывание функции. Посмотрим график функции:



Действительно, функция убывает от 0 до +∞.

2). Значение функции при *t = 0*. На графике функции видно, что функция в 0 не равна 1. Вычислим это значение:

$p(0) = 0{,}2e^{-3t}+0{,}7e^{-t} = 0{,}2e^{0}+0{,}7e^{0} = 0{,}2+0{,}7 = 0{,}9\neq 1$

Так как свойство функции надёжности $p(0)=1$ не выполняется, то объект с такой функцией надёжности не существует.

Ответ: свойство функции надёжности $p(0)=1$ не выполняется, объект с такой функцией надёжности не существует.

Задача 3. Даны два объекта с функциями надежности $p_1(t)=e^{-2t}$; $p_2(t)=0{,}2e^{-3t}+0{,}8e^{-t}$. У какого объекта больше средняя наработка?

Решение:

Средняя наработка вычисляется через функцию надежности объекта по следующей формуле: $\tau=\int\limits_0^\infty p(t)dt$. Вычислим среднюю наработку каждого объекта:

$$\tau_1=\int\limits_0^\infty p_1(t)dt=\int\limits_0^\infty e^{-2t}dt=-\frac{1}{2e^{2t}}\Bigg|_0^\infty=-\frac{1}{2e^{\infty}}-(-\frac{1}{2e^{0}})=-\frac{1}{\infty}-(-\frac{1}{2})=0+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}.$$

$$\tau_2=\int\limits_0^\infty p_2(t)dt=\int\limits_0^\infty (0{,}2e^{-3t}+0{,}8e^{-t})dt=0{,}2\int\limits_0^\infty e^{-3t}dt+0{,}8\int\limits_0^\infty e^{-t}dt=$$

$$=0{,}2\int\limits_0^\infty e^{-3t}dt+0{,}8\int\limits_0^\infty e^{-t}dt=-\frac{1}{15e^{3t}}\Bigg|_0^\infty+\left(-\frac{4}{5e^{t}}\Bigg|_0^\infty\right)=\frac{1}{15}+\frac{4}{5}=\frac{13}{15}\approx 0{,}87.$$

Так как $\tau_1<\tau_2$, значит, объект с функцией надежности $p_2(t)$ имеет большую среднюю наработку $\tau_2\approx 0{,}87$.

Ответ: объект с функцией надежности $p_2(t)$ имеет большую среднюю наработку $\tau_2\approx 0{,}87$.

Задача 5. Распределение наработки до отказа — равномерное в интервале (0, а). Найти функцию надёжности, функцию отказа, среднюю наработку до отказа, интенсивность, вероятность безотказной работы в течение средней наработки.

Решение:

Функция равномерного распределения на интервале *(a, b)* определяется формулой $F(x)=\begin{cases}0, & x<a\\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a\le x\le b.\\ 1 & x>b\end{cases}$

Функция отказа *q(t) = F(t)* имеет равномерное распределение на интервале (0, а) и, исходя из функции равномерного распределения, определяется как:

$$q(t)=F(t)=\begin{cases}0, & t=0\\ \dfrac{t}{a}, & 0<t<a.\\ 1 & t\geq a\end{cases}$$

Следовательно, на на интервале *(a, b)* функция отказа имеет вид $q(t)=\frac{t}{a}$.

Функция надежности *p(t)* определяется по формуле $p(t)=1-q(t)$, откуда $p(t)=1-q(t)=1-\frac{t}{a}$.

Средняя наработка до отказа вычисляется через функцию надежности объекта по следующей формуле: $\tau=\int\limits_0^a p(t)dt$, откуда $\tau=\int\limits_0^a\left(1-\frac{t}{a}\right)dt=\left(t-\frac{t^2}{2a}\right)\Bigg|_0^a=$
$=\left(a-\frac{a^2}{2a}\right)-0=a-\frac{a}{2}=\frac{a}{2}$.

Интенсивность отказов вычисляется как $\lambda(t)=\frac{f(t)}{p(t)}$, где $f(t)$ - плотность отказов и $f(t)=F'(t)=\frac{1}{a}$. Следовательно, $\lambda(t)=\frac{f(t)}{p(t)}=\frac{\frac{1}{a}}{1-\frac{t}{a}}=\frac{1}{a-t}$.

Вероятность безотказной работы в течение средней наработки вычисляется как функция надежности от значения средней наработки до отказа, то есть, в нашем случае, $p(\tau)=1-\frac{\tau}{a}=1-\frac{a}{2}\Big/a=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$.

Ответ: функция надежности $p(t)=1-\frac{t}{a}$; функция отказа $q(t)=\frac{t}{a}$; средняя наработка до отказа $\tau=\frac{a}{2}$; интенсивность отказов $\lambda(t)=\frac{1}{a-t}$; вероятность безотказной работы в течение средней наработки равна $\frac{1}{2}$.

Задача 11. Решить задачу 10, если интенсивность отказов линейно возрастает: $\lambda(t)=\alpha t$. Задача 10. У объекта с постоянной интенсивностью отказов $P\{T\leq 50\}=\alpha$. Найти $P\{100\leq T\leq 200\}$.

Решение:

С учетом условий задач 10 и 11 исходная задача имеет вид: у объекта интенсивность отказов линейно возрастает: $\lambda(t)=\alpha t$. Найти $P\{100\leq T\leq 200\}$.

Функция надёжности *p(t)* связана с интенсивностью отказов *λ(t)* как $p(t)=e^{-\int\limits_0^t\lambda(t)dt}$. Подставим $\lambda(t)=\alpha t$: $p(t)=e^{-\int\limits_0^t\alpha t\,dt}=e^{-\alpha\frac{t^2}{2}}$.

Функция распределения *F(t)* связана с функцией надёжности *p(t)* как $F(t)=1-p(t)=1-e^{-\alpha\frac{t^2}{2}}$.

Вероятность того, что время до отказа *T* лежит на интервале *[100, 200]*, вычисляется как разность значений функции распределения *F(t)* на концах интервала: $P\{100 \le T \le 200\} = F(200) - F(100)$. Подставим $F(t) = 1 - e^{-\alpha \frac{t^2}{2}}$:

$$P\{100 \le T \le 200\} = \left(1 - e^{-\alpha \frac{200^2}{2}}\right) - \left(1 - e^{-\alpha \frac{100^2}{2}}\right),$$

$$P\{100 \le T \le 200\} = e^{-\alpha \frac{100^2}{2}} - e^{-\alpha \frac{200^2}{2}},$$

$$P\{100 \le T \le 200\} = e^{-5000\alpha} - e^{-20000\alpha}.$$

Ответ: $P\{100 \le T \le 200\} = e^{-5000\alpha} - e^{-20000\alpha}$.

Лабораторная работа № 2.

Название работы: Резервирование системы.

Цель работы: Изучить основные показатели теории надежности систем и резервирование системы.

Задание:

5. **Задача 1**. Интенсивность отказов объекта $\lambda = 0{,}016$ (1/ч). Для повышения надёжности можно либо облегчить режим работы и снизить интенсивность вдвое, либо дублировать изделие горячим резервом без облегчения режима. Какой способ более целесообразен, если надёжность изделия оценивать средней наработки?
6. **Задача 3**. Система из двух элементов с постоянной интенсивностью отказов и средней наработкой каждого элемента τ имеет в резерве третий элемент. Методом графа состояний определить среднюю наработку системы для случая горячего и холодного резерва, а также различных способов соединения элементов в систему.
7. **Задача 5**. Имеется один основной элемент и один резервный с постоянной интенсивностью отказов λ. Есть два варианта резервирования:

а) пассивное резервирование;

б) активное резервирование с холодным резервом и переключателем с такой же интенсивностью отказов λ .

При каком резервировании будет выше надёжность?

Выполнение лабораторной работы.

Изучен лекционный материал по теме работы.

Решение задач по варианту.

Задача 1. Интенсивность отказов объекта $\lambda = 0{,}016$ (1/ч). Для повышения надёжности можно либо облегчить режим работы и снизить интенсивность вдвое, либо дублировать изделие горячим резервом без облегчения режима. Какой способ более целесообразен, если надёжность изделия оценивать средней наработки?

Решение:

Вычислим среднюю наработку до отказа τ для одного объекта с интенсивностью отказов λ: $\tau = {}^{1}\!/_{\lambda} = {}^{1}\!/_{0{,}016} = 62{,}5$ часов. При снижении интенсивность вдвое $\lambda_{НОВ} = {}^{\lambda}\!/_{2} = 0{,}008$ (1/ч). Тогда средняя наработка до отказа увеличится: $\tau_{НОВ} = {}^{1}\!/_{\lambda_{НОВ}} = {}^{1}\!/_{0{,}008} = 125$ часов.

При дублировании изделия горячим резервом без облегчения режима средняя наработка до отказа вычисляется по формуле $\tau_s^{(r)} = \frac{1}{\lambda}\sum_{i=1}^{k+1}\frac{1}{i}$, откуда $\tau_s^{(r)} = \frac{1}{\lambda}\left(1+\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2\lambda} = \frac{3}{2\cdot 0{,}016} = 93{,}75$ часов.

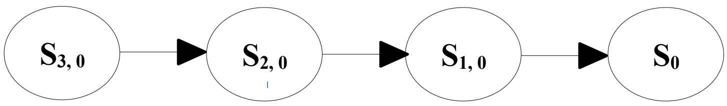
Снижение интенсивности отказов вдвое (облегчение режима работы) более целесообразно, так как оно обеспечивает большую среднюю наработку до отказа (125 часов) по сравнению с дублированием горячим резервом без облегчения режима (93,75 часов).

Ответ: снижение интенсивности отказов вдвое (облегчение режима работы) более целесообразно.

Задача 3. Система из двух элементов с постоянной интенсивностью отказов и средней наработкой каждого элемента τ имеет в резерве третий элемент. Методом графа состояний определить среднюю наработку системы для случая горячего и холодного резерва, а также различных способов соединения элементов в систему.

Решение:

<u>Граф состояний для системы с горячим резервом</u>:



Состояние $S_{3,0}$: Все три элемента работают.

Состояние $S_{2,0}$: Отказал один элемент, два элемента работают.

Состояние $S_{1,0}$: Отказали два элемента, один элемент работает.

Состояние S_0: Отказали все три элемента (система отказала).

Интенсивность перехода:

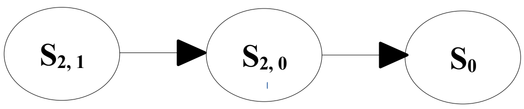
из $S_{3,0}$ в $S_{2,0}$: 3λ (может отказать любой из трёх элементов);

из $S_{2,0}$ в $S_{1,0}$: 2λ (может отказать любой из двух оставшихся элементов);

из $S_{1,0}$ в S_0: λ (отказывает последний элемент).

$\tau_{ГОР} = \left(\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{2\lambda}+\frac{1}{3\lambda}\right) = \frac{11}{6\lambda}$.

<u>Граф состояний для системы с холодным резервом</u>:



Состояние $S_{2,1}$: Два основных элемента работают, резервный элемент неактивен.

Состояние $S_{2,0}$: Отказал один основной элемент, резервный элемент активирован.

Состояние S_0: Отказали два элемента (основной и резервный), система отказала.

Интенсивность перехода:

из $S_{2,1}$ в $S_{2,0}$: 2λ (может отказать любой из двух основных элементов);

из $S_{2,0}$ в S_0: λ (отказывает резервный элемент).

$\tau_{ХОЛ} = \left(\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{2\lambda}\right) = \frac{3}{2\lambda}$.

При последовательном соединении система отказывает, если отказывает хотя бы один элемент, поэтому средняя наработка системы: $\tau_{ПОСЛ} = \left(\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{2\lambda}\right) = \frac{1}{3\lambda}$.

При параллельном соединении система отказывает, если отказывают все элементы, поэтому средняя наработка системы: $\tau_{ПАР} = \frac{11}{6\lambda}$ (для горячего резерва) или $\tau_{ПАР} = \frac{3}{2\lambda}$ (для холодного резерва).

Ответ: средняя наработка системы для случая горячего резерва $\tau_{ГОР} = \frac{11}{6\lambda}$; холодного резерва $\tau_{ХОЛ} = \frac{3}{2\lambda}$; при последовательном соединении $\tau_{ПОСЛ} = \frac{1}{3\lambda}$; при параллельном соединении $\tau_{ПАР} = \frac{11}{6\lambda}$ (для горячего резерва) или $\tau_{ПАР} = \frac{3}{2\lambda}$ (для холодного резерва).

Задача 5. Имеется один основной элемент и один резервный с постоянной интенсивностью отказов λ. Есть два варианта резервирования:

а) пассивное резервирование;

б) активное резервирование с холодным резервом и переключателем с такой же интенсивностью отказов λ .

При каком резервировании будет выше надёжность?

Решение:

Средняя наработка системы для случая пассивного резервирования $\tau_{ПАС} = \frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda} = \frac{2}{\lambda}$.

Средняя наработка системы для случая активного резервирования с холодным резервом и переключателем с такой же интенсивностью отказов $\tau_{АКТ} = \frac{1}{\lambda+\lambda}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda}$.

Пассивное резервирование обеспечивает большую среднюю наработку системы по сравнению с активным резервированием с переключателем, поэтому пассивное резервирование более надёжно в данном случае.

Ответ: Надёжность будет выше при пассивном резервировании, так как оно обеспечивает большую среднюю наработку системы по сравнению с активным резервированием с переключателем.

Лабораторная работа № 3.

Название работы: Восстанавливаемый объект.

Цель работы: Изучить основные показатели теории надежности систем и характеристики восстанавливаемого объекта.

Задание:

1. **Задача 1**. Пусть $K_Г = 0,95$, среднее время восстановления 5 часов. Вычислить вероятность безотказной работы в течение первых 2 часов.
2. **Задача 3**. Вероятность безотказной работы объекта в течение первых трёх часов равно 0,997. Среднее время восстановления 2,5 часов. Найти $K_П$.
3. **Задача 5**. Пусть известны значения $K_Г$ и $\tau = {}^1/_\lambda$. Можно ли определить функцию готовности $K_Г(t)$?

Выполнение лабораторной работы.

Изучен лекционный материал по теме работы.
Решение задач по варианту.

Задача 1. Пусть $K_Г = 0,95$, среднее время восстановления 5 часов. Вычислить вероятность безотказной работы в течение первых 2 часов.

Решение:

Коэффициент готовности $K_Г$ связан с интенсивностью отказов λ и интенсивностью восстановления μ как $K_Г = \frac{\mu}{\lambda+\mu}$. Среднее время восстановления τ_B связано с интенсивностью восстановления μ как $\tau_B = \frac{1}{\mu}$, откуда $\mu = \frac{1}{\tau_B} = \frac{1}{5} = 0,2$ 1/ч.

Выразим интенсивность отказов λ из формулы $K_Г = \frac{\mu}{\lambda+\mu}$ и вычислим, подставив имеемые значения: $\lambda = \frac{\mu}{K_Г} - \mu = \frac{0,2}{0,95} - 0,2 \approx 0,0105$.

Вычислим вероятность безотказной работы в течение первых 2 часов как $p(t) = e^{-\lambda t}$, откуда $p(2) = e^{-\lambda t} = e^{-0,0105 \cdot 2} = e^{-0,021} \approx 0.9792$.

Ответ: Вероятность безотказной работы в течение первых 2 часов составит $p(2) \approx 0.9792$.

Задача 3. Вероятность безотказной работы объекта в течение первых трёх часов равно 0,997. Среднее время восстановления 2,5 часов. Найти $K_П$.

Решение:

Вероятность безотказной работы вычисляется как $p(t)=e^{-\lambda t}$. Подставим исходные значения и получим уравнение $0{,}997=e^{-3\lambda}$. Решим его логарифмируя обе части: $\ln(0{,}997)=-3\lambda$. Выразим и вычислим интенсивность отказов λ: $\lambda=-\ln(0{,}997)/3\approx 0{,}001001503$ 1/ч.

Найдем интенсивность восстановления $\mu=\frac{1}{\tau_B}=\frac{1}{2{,}5}=0{,}4$ 1/ч.

Коэффициент простоя $K_П=\frac{\lambda}{\lambda+\mu}=\frac{0{,}001001503}{0{,}001001503+0{,}4}=\frac{0{,}001001503}{0{,}401001503}\approx 0{,}0025$.

Ответ: Коэффициент простоя $K_П\approx 0{,}0025$.

Задача 5. Пусть известны значения $K_Г$ и $\tau={}^{1}\!/_{\lambda}$. Можно ли определить функцию готовности $K_Г(t)$?

Решение:

Функция готовности определяется как $K_Г(t)=K_Г+\frac{\lambda}{\lambda+\mu}e^{-(\lambda+\mu)t}$.

Коэффициент готовности определяется как $K_Г=\frac{\mu}{\lambda+\mu}$, откуда $\mu=\frac{\lambda K_Г}{1-K_Г}$. Так же из условия известно, что $\tau={}^{1}\!/_{\lambda}$, откуда $\lambda={}^{1}\!/_{\tau}$. Подставим μ в формулу функции готовности: $K_Г(t)=K_Г+\frac{\lambda}{\lambda+\mu}e^{-(\lambda+\mu)t}=K_Г+\frac{\lambda}{\lambda+\frac{\lambda K_Г}{1-K_Г}}e^{-\left(\lambda+\frac{\lambda K_Г}{1-K_Г}\right)t}=$

$=K_Г+(1-K_Г)e^{-\left(\frac{\lambda}{1-K_Г}\right)t}$. Подставим $\lambda={}^{1}\!/_{\tau}$:

$$K_Г(t)=K_Г+(1-K_Г)e^{-\left(\frac{\lambda}{1-K_Г}\right)t}=K_Г+(1-K_Г)e^{-\left(\frac{t}{\tau\cdot(1-K_Г)}\right)}.$$

Ответ: При заданных значениях $K_Г$ и $\tau={}^{1}\!/_{\lambda}$ можно определить функцию готовности как $K_Г(t)=K_Г+(1-K_Г)e^{-\left(\frac{t}{\tau\cdot(1-K_Г)}\right)}$.

Лабораторная работа № 4.

Название работы: Восстанавливаемые системы.

Цель работы: Изучить основные показатели теории надежности систем и характеристики восстанавливаемых систем.

Задание:

1. **Задача 1**. Пусть в системе один основной элемент и один резервный. Резерв горячий, восстановление неограниченное. Построить граф состояний и записать уравнения переходного режима.
2. **Задача 3**. В системе один основной элемент и один запасной в холодном резерве. После отказа системы она не включается, пока оба отказавших элемента не будут восстановлены. Найти $K_Г$, если восстановление: а) неограниченное; б) ограниченное. Проверить при $\lambda = \mu$.
3. **Задача 5**. Элемент имеет холодный резерв. Определить среднюю наработку до первого отказа.

Выполнение лабораторной работы.

Изучен лекционный материал по теме работы.

Решение задач по варианту.

Задача 1. Пусть в системе один основной элемент и один резервный. Резерв горячий, восстановление неограниченное. Построить граф состояний и записать уравнения переходного режима.

Решение:

Опишем возможные состояния системы:

Состояние 0: Оба элемента исправны (работают основной и резервный);

Состояние 1: Один элемент отказал (работает либо основной, либо резервный);

Состояние 2: Оба элемента отказали (система неработоспособна).

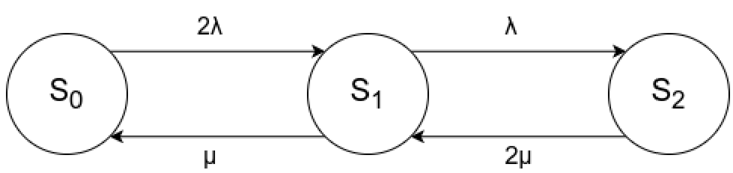
При этом интенсивности переходов:

2λ — из состояния 0 в состояние 1 (может отказать любой из двух работающих элементов);

λ — из состояния 1 в состояние 2 (отказ последнего работающего элемента);

μ — из состояния 2 в состояние 1 (восстановление одного элемента);

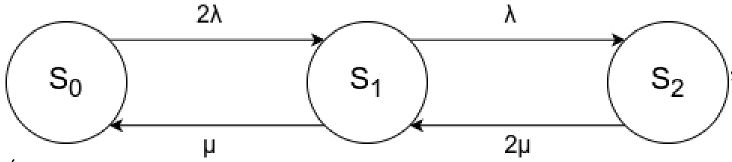
2μ — из состояния 1 в состояние 0 (восстановление одного из двух элементов).



Запишем уравнения переходного режима:

$$\begin{cases} \Pi'_0(t) = -2\lambda\Pi_0(t)+\mu\Pi_1(t) \\ \Pi'_1(t) = 2\lambda\Pi_0(t)-(\mu+\lambda)\Pi_1(t)+2\mu\Pi_2(t) \\ \Pi'_2(t) = \lambda\Pi_1(t)-2\mu\Pi_2(t) \end{cases}$$

Так же $\Pi_0(t)+\Pi_1(t)+\Pi_2(t) = 1$, $\Pi_0(0) = 1$, $\Pi_1(0) = 0$, $\Pi_2(0) = 0$.

Ответ: граф состояний 

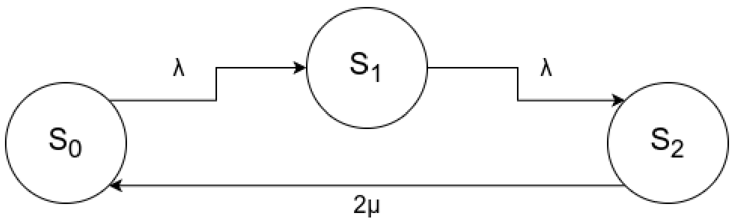
,

уравнения переходного режима $\begin{cases} \Pi'_0(t) = -2\lambda\Pi_0(t)+\mu\Pi_1(t) \\ \Pi'_1(t) = 2\lambda\Pi_0(t)-(\mu+\lambda)\Pi_1(t)+2\mu\Pi_2(t) \\ \Pi'_2(t) = \lambda\Pi_1(t)-2\mu\Pi_2(t) \end{cases}$.

Задача 3. В системе один основной элемент и один запасной в холодном резерве. После отказа системы она не включается, пока оба отказавших элемента не будут восстановлены. Найти $K_Г$, если восстановление: а) неограниченное; б) ограниченное. Проверить при $\lambda = \mu$.

Решение:

Рассмотрим случай неограниченного восстановления. Граф состояния:



Состояние 0: Оба элемента исправны (работает основной, резерв выключен);

Состояние 1: Основной отказал, резерв работает;

Состояние 2: Оба элемента отказали (система неработоспособна).

При этом интенсивности переходов:

λ — из состояния 0 в состояние 1 (отказ основного элемента);

λ — из состояния 1 в состояние 2 (отказ резервного элемента);

2μ — из состояния 2 в состояние 0 (восстановление одного из двух элементов).

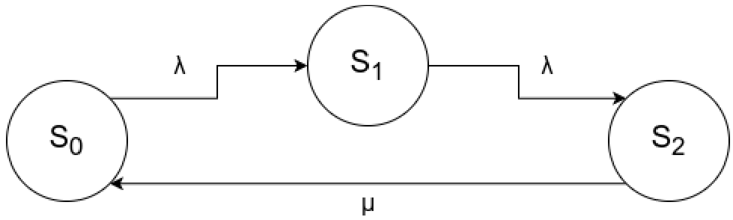
Запишем уравнения переходного режима:

$$\begin{cases} -\lambda\Pi_0+2\mu\Pi_1 = 0 \\ \lambda\Pi_0-\lambda\Pi_1 = 0 \\ \lambda\Pi_1-2\mu\Pi_2 = 0 \end{cases}$$

Из 2-го уравнения $\Pi_0 = \Pi_1$, из 3-го уравнения $\Pi_2 = \dfrac{\lambda}{2\mu}\Pi_1 = \dfrac{\lambda}{2\mu}\Pi_0$, а также уравнение нормировки $\Pi_0+\Pi_1+\Pi_2 = 1$, откуда $\Pi_0+\Pi_0+\dfrac{\lambda}{2\mu}\Pi_0 = 1$, где $\Pi_0 = \dfrac{2\mu}{4\mu+\lambda}$.

Коэффициент готовности равен сумме вероятностей нахождения системы в работоспособном состоянии, поэтому $K_Г = П_0 + П_1 = 2 \cdot П_0 = \frac{4\mu}{4\mu+\lambda}$. При $\mu = \lambda$ $K_Г = \frac{4\mu}{4\mu+\mu} = \frac{4}{5} = 0{,}8$.

Рассмотрим случай ограниченного восстановления. Граф состояния:



Состояние 0: Оба элемента исправны (работает основной, резерв выключен);

Состояние 1: Основной отказал, резерв работает;

Состояние 2: Оба элемента отказали (система неработоспособна, начато восстановление).

При этом интенсивности переходов:

λ — из состояния 0 в состояние 1 (отказ основного элемента);

λ — из состояния 1 в состояние 2 (отказ резервного элемента);

μ — из состояния 2 в состояние 0 (восстановление обоих элементов).

Запишем уравнения переходного режима:

$$\begin{cases} -\lambda П_0 + \mu П_1 = 0 \\ \lambda П_0 - \lambda П_1 = 0 \\ \lambda П_1 - \mu П_2 = 0 \end{cases}$$

Из 2-го уравнения $П_0 = П_1$, из 3-го уравнения $П_2 = \frac{\lambda}{\mu} П_1 = \frac{\lambda}{\mu} П_0$, а также уравнение нормировки $П_0 + П_1 + П_2 = 1$, откуда $П_0 + П_0 + \frac{\lambda}{\mu} П_0 = 1$, где $П_0 = \frac{\mu}{2\mu+\lambda}$.

Коэффициент готовности равен сумме вероятностей нахождения системы в работоспособном состоянии, поэтому $K_Г = П_0 + П_1 = 2 \cdot П_0 = \frac{2\mu}{2\mu+\lambda}$. При $\mu = \lambda$ $K_Г = \frac{2\mu}{2\mu+\mu} = \frac{2}{3} \approx 0{,}667$.

Ответ: неограниченное восстановление: $K_Г = \frac{4\mu}{4\mu+\lambda}$, при $\mu = \lambda$ $K_Г = 0{,}8$; ограниченное восстановление: $K_Г = \frac{2\mu}{2\mu+\lambda}$, при $\mu = \lambda$ $K_Г \approx 0{,}667$.

Задача 5. Элемент имеет холодный резерв. Определить среднюю наработку до первого отказа.

Решение:

Пусть интенсивность отказов основного элемента равна λ, а резервного элемента после активации такая же. Тогда средняя наработка до отказа как основного элемента, так и резерва равна $\frac{1}{\lambda}$. Значит, средняя наработка до отказа сумме наработок элемента и его резерва, то есть $\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda}=\frac{2}{\lambda}$.

Ответ: средняя наработка до первого отказа равна $\frac{2}{\lambda}$.