

## 4. Поверхностные интегралы

### 4.4. Одно- и двухсторонние поверхности

Свойства поверхностных интегралов второго рода аналогичны свойствам криволинейных интегралов второго рода. Кроме того, интегралы вида (5') зависят от направления нормали к поверхности  $S$ .

Различают одно- и двухсторонние поверхности. Пусть на поверхности  $S$  выбран замкнутый контур, проходящий через точку  $M_0$  и не пересекающий границы поверхности (если она имеется). При обходе произвольной точки  $M$  поверхности по этому контуру в случае гладкой поверхности направление нормали к поверхности непрерывно меняется.

Если после обхода контура мы вернёмся в точку  $M_0$  с первоначальным направлением нормали, то поверхность является двухсторонней, а если с противоположным – то односторонней. Примерами двухсторонних поверхностей являются плоскость, цилиндрическая или сферическая поверхности. Примеры односторонних поверхностей – лента Мёбиуса, бутылка Клейна. В дальнейшем будем рассматривать только двухсторонние поверхности.

Для двусторонних поверхностей различают две стороны, для которых норма-ли к поверхности в точке  $M$  имеют противоположные направления:  $\vec{N}^+$  для стороны  $S^+$  и  $\vec{N}^-$  для стороны  $S^-$ .

Тогда интегралы (5'), взятые по различным сторонам одной и той же поверхности, отличаются друг от друга знаком:

$$\iint_{S^+} (P \cos \alpha + Q \cos \beta + R \cos \gamma) d\sigma = - \iint_{S^-} (P \cos \alpha + Q \cos \beta + R \cos \gamma) d\sigma .$$

◀ Вопросы преподавателю

Перейти на...

8. Теория вероятностей и математическая статистика ►

