Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Интернет-институт ТулГУ

Кафедра ИБ

ОТЧЕТ ПО ПРАКТИЧЕСКИМ РАБОТАМ

по дисциплине

«Диагностика и надежность автоматизированных систем»

Выполнил:

студент группы ИБ262521-ф
Артемов Александр Евгеньевич

Проверил:

канд. техн. наук, доц.
Сафронова Марина Алексеевна

Тула, 2025

Практическая работа № 1.

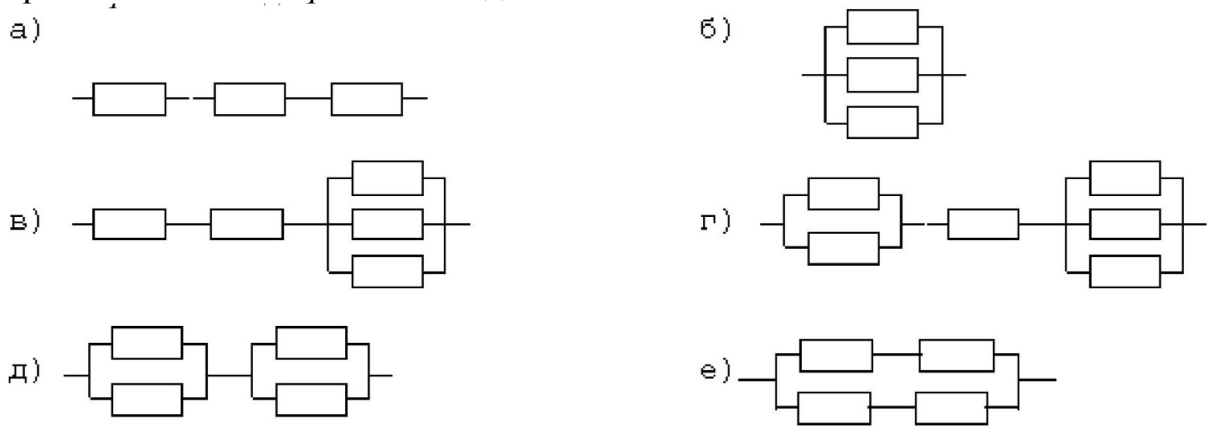
Название работы: Последовательно-параллельные соединения.

Цель работы: Изучить основные показатели теории надежности систем и последовательно-параллельные соединения.

Выполнение практической работы.

Изучен лекционный материал по теме работы.
Решение задач по варианту.

Задача 1. Пусть все элементы имеют одинаковую надёжность p и вероятность отказа q. Найти надёжность системы:



Решение:

а). 3 элемента соединены последовательно:

$$p_s(t) = \prod_{i=1}^{n} p_i(t) = p^3.$$

б). 3 элемента соединены параллельно:

$$p_s(t) = 1 - q_s(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} q_i(t) = 1 - q^3.$$

в). последовательно-параллельное соединение. Разобьем на систему на 2 подсистемы: S1 - 2 последовательных элемента; S2 - 3 параллельных. Подсистемы соединены последовательно:

$p_{s1}(t) = p^2$, $p_{s2}(t) = 1 - q^3$, $p_s(t) = p^2 \cdot (1 - q^3)$.

г). последовательно-параллельное соединение. Разобьем на систему на 3 подсистемы: S1 - 2 параллельных элемента; S2 — одиночный элемент; S3 - 3 параллельных. Подсистемы соединены последовательно:

$p_{s1}(t) = 1 - q^2$, $p_{s2}(t) = p$, $p_{s3}(t) = 1 - q^3$, $p_s(t) = p \cdot (1 - q^2) \cdot (1 - q^3)$.

д). последовательно-параллельное соединение. Разобьем на систему на 2 подсистемы: S1 - 2 параллельных элемента; S1 - так же 2 параллельных элемента. Подсистемы соединены последовательно:

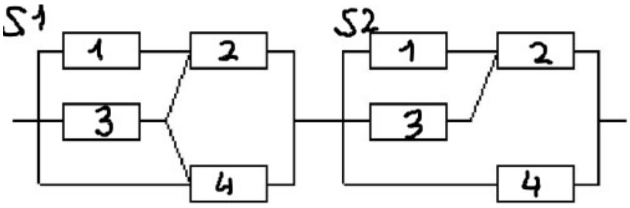
$p_{s1}(t) = 1 - q^2$, $p_{s2}(t) = 1 - q^2$, $p_s(t) = (1 - q^2) \cdot (1 - q^2) = (1 - q^2)^2$.

е). последовательно-параллельное соединение. Разобьем на систему на 2 подсистемы: S1 - 2 последовательных элемента; S1 - так же 2 последовательных элемента. Подсистемы соединены параллельно:

$p_{s1}(t) = p^2$, $p_{s2}(t) = p^2$, $p_s(t) = (1-(1-p^2))\cdot(1-(1-p^2)) = (1-(1-p^2))^2$.

Ответ: а). $p_s(t) = p^3$; б). $p_s(t) = 1-q^3$; в). $p_s(t) = p^2\cdot(1-q^3)$; г). $p_s(t) = p\cdot(1-q^2)\cdot(1-q^3)$; д). $p_s(t) = (1-q^2)^2$; е). $p_s(t) = (1-(1-p^2))^2$.

Задача 2. Все элементы системы имеют одинаковую надёжность. Найти надёжность системы.



Решение:

Разобьем на систему на 2 последовательных подсистемы: S1 и S2. Рассмотрим S1, обозначим элементы как 1, 2, 3 и 4 слева направо сверху вниз, и все возможные состояния этой подсистемы:

Число отказавших элементов	Работоспособные состояния	Вероятность состояния
0	1, 2, 3, 4	p^4
1	1, 2, 3 1, 2, 4 1, 3, 4 2, 3, 4	p^3q
2	1, 2 3, 4 1, 4 2, 3	p^2q^2
3	4	pq^3

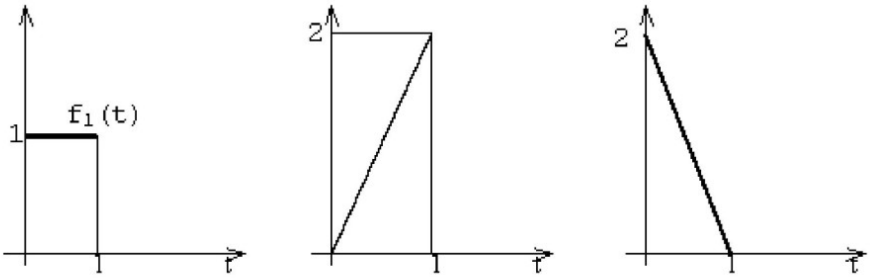
Надежность подсистемы S1 $p_{s1}(t) = p^4 + 4p^3q + 4p^2q^2 + pq^3$. Зная только надежность подсистемы получим $p_{s1}(t) = p^4 + 4p^3(1-p) + 4p^2(1-p)^2 + p(1-p)^3 =$
$= -p^3 + p^2 + p$.

Рассмотрим S2: Выделим подсистему параллельных элементов 1 и 3 — ее надежность составит $p_{s2(13)}(t) = 1 - q^2 = 1 - (1-p)^2 = 2p - p^2$. Выделим подсистему из подсистемы элементов 1 и 3 и элемента 2, соединенных последовательно. Надежность этой подсистемы составит $p_{s2(13,2)}(t) = p \cdot (2p - p^2) = 2p^2 - p^3$. Далее запараллелим ее с элементом 4: $p_{s2}(t) = 1 - (1 - (2p^2 - p^3))(1-p) = p^4 - 3p^3 + 2p^2 + p$.

Соответственно, надежность системы составит:
$p_S = (-p^3 + p^2 + p) \cdot (p^4 - 3p^3 + 2p^2 + p)$.

Ответ: надежность системы составит $p_S = (-p^3 + p^2 + p) \cdot (p^4 - 3p^3 + 2p^2 + p)$.

Задача 3. Система состоит из трёх последовательно соединённых элементов, имеющих частоты отказов:



Найти функцию надёжности системы, интенсивность, среднюю наработку.

Решение:

Частоты отказов элементов:

$\lambda_1(t) = 1$, $\lambda_2(t) = 2t$, $\lambda_3(t) = 2-2t$.

Тогда надежность элементов составит:

$p_1(t) = e^{-\int_0^t d\tau} = e^{-t}$, $p_2(t) = e^{-\int_0^t 2\tau d\tau} = e^{-t^2}$, $p_2(t) = e^{-\int_0^t (2-2\tau)d\tau} = e^{-2t+t^2}$.

Функция надежности системы для последовательного соединения:

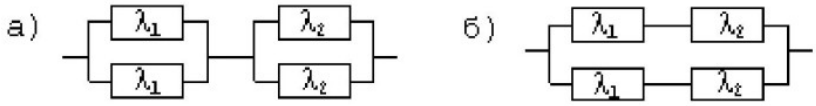
$p_S = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 = e^{-t} \cdot e^{-t^2} \cdot e^{-2t+t^2} = e^{-3t}$.

Интенсивность отказов системы $\lambda(t) = -\frac{d}{dt}(\ln p_S(t)) = -\frac{d}{dt}(-3t) = 3$ 1/ед. времени.

Средняя наработка до отказа $\tau = \int_0^\infty p_s(t)dt$, но при t > 1 частоты отказов не определены, поэтому $\tau = \int_0^1 p_s(t)dt = \int_0^1 e^{-3t}dt = -\frac{1}{3e^{3t}}\Big|_0^1 = -\frac{1}{3e^3} + \frac{1}{3} \approx 0{,}3167$ ед. времени.

Ответ: функция надежности $p_S = e^{-3t}$; интенсивность отказов $\lambda(t) = 3$ 1/ед. времени; средняя наработка до отказа $\tau \approx 0{,}3167$ ед. времени.

Задача 4. Найти функцию надёжности, среднюю наработку и определить (приблизительно) надёжность за 100 часов работы.



Решение:

а) Надежность элементов либо $p(t)=e^{-\lambda_1 t}$, либо $p(t)=e^{-\lambda_2 t}$, откуда функция надежности

$$p_S(t)=(1-(1-e^{-\lambda_1 t})^2)(1-(1-e^{-\lambda_2 t})^2)=(2e^{-\lambda_1 t}-e^{-2\lambda_1 t})(2e^{-\lambda_2 t}-e^{-2\lambda_2 t}).$$

Средняя наработка до отказа

$$\tau=\int_0^\infty p_s(t)dt=\int_0^\infty (2e^{-\lambda_1 t}-e^{-2\lambda_1 t})(2e^{-\lambda_2 t}-e^{-2\lambda_2 t})dt=$$

$$=\int_0^\infty (4e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}-2e^{-(\lambda_1+2\lambda_2)t}-2e^{-(2\lambda_1+\lambda_2)t}+e^{-(2\lambda_1+2\lambda_2)t})dt$$

Зная табличный определенный интеграл $\int_0^\infty e^{-at}dt=\frac{1}{a}$ получим

$$\tau=\frac{4}{\lambda_1+\lambda_2}-\frac{2}{\lambda_1+2\lambda_2}-\frac{2}{2\lambda_1+\lambda_2}+\frac{1}{2\lambda_1+2\lambda_2}.$$

Надежность за 100 часов работы $p_S(100)=(2e^{-100\lambda_1}-e^{-200\lambda_1})(2e^{-100\lambda_2}-e^{-200\lambda_2})$.

б) Надежность элементов либо $p(t)=e^{-\lambda_1 t}$, либо $p(t)=e^{-\lambda_2 t}$, поэтому надежность последовательной части системы $p(t)=e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}$, откуда функция надежности

$$p_S(t)=1-(1-e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t})(1-e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t})=1-(1-e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t})^2=2e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}-e^{-2(\lambda_1+\lambda_2)t}.$$

Средняя наработка до отказа

$$\tau=\int_0^\infty p_s(t)dt=\int_0^\infty (2e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}-e^{-2(\lambda_1+\lambda_2)t})dt$$

Зная табличный определенный интеграл $\int_0^\infty e^{-at}dt=\frac{1}{a}$ получим

$$\tau=\frac{2}{\lambda_1+\lambda_2}-\frac{1}{2(\lambda_1+\lambda_2)}=\frac{3}{2(\lambda_1+\lambda_2)}.$$

Надежность за 100 часов работы $p_S(100)=2e^{-100(\lambda_1+\lambda_2)}-e^{-200(\lambda_1+\lambda_2)}$.

Ответ:

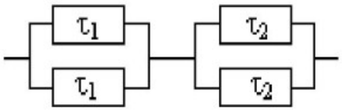
а) $p_S(t)=(2e^{-\lambda_1 t}-e^{-2\lambda_1 t})(2e^{-\lambda_2 t}-e^{-2\lambda_2 t})$,

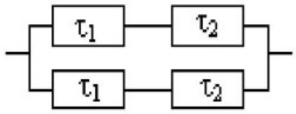
$\tau=\frac{4}{\lambda_1+\lambda_2}-\frac{2}{\lambda_1+2\lambda_2}-\frac{2}{2\lambda_1+\lambda_2}+\frac{1}{2\lambda_1+2\lambda_2}$

$p_S(100)=(2e^{-100\lambda_1}-e^{-200\lambda_1})(2e^{-100\lambda_2}-e^{-200\lambda_2})$;

б) $p_S(t)=2e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}-e^{-2(\lambda_1+\lambda_2)t}$, $\tau=\frac{3}{2(\lambda_1+\lambda_2)}$, $p_S(100)=2e^{-100(\lambda_1+\lambda_2)}-e^{-200(\lambda_1+\lambda_2)}$.

Задача 5. Средние наработки элементов с постоянной интенсивностью показаны на схемах. Найти средние наработки системы.

а) 

б) 

Решение:

а) Интенсивность отказов элементов $\lambda_1 = \dfrac{1}{\tau_1}$ и $\lambda_2 = \dfrac{1}{\tau_2}$. Из предыдущей задачи средняя наработка системы до отказа по данной схеме $\tau = \dfrac{4}{\lambda_1+\lambda_2} - \dfrac{2}{\lambda_1+2\lambda_2} - \dfrac{2}{2\lambda_1+\lambda_2} + \dfrac{1}{2\lambda_1+2\lambda_2}$. Подставим $\lambda_1 = \dfrac{1}{\tau_1}$ и $\lambda_2 = \dfrac{1}{\tau_2}$:

$$\tau = \frac{4}{\frac{1}{\tau_1}+\frac{1}{\tau_2}} - \frac{2}{\frac{1}{\tau_1}+\frac{2}{\tau_2}} - \frac{2}{\frac{2}{\tau_1}+\frac{1}{\tau_2}} + \frac{1}{\frac{2}{\tau_1}+\frac{2}{\tau_2}} = \frac{4\tau_1\tau_2}{\tau_1+\tau_2} - \frac{2\tau_1\tau_2}{\tau_1+2\tau_2} - \frac{2\tau_1\tau_2}{2\tau_1+\tau_2} + \frac{\tau_1\tau_2}{2\tau_1+2\tau_2}.$$

б) Интенсивность отказов элементов $\lambda_1 = \dfrac{1}{\tau_1}$ и $\lambda_2 = \dfrac{1}{\tau_2}$. Из предыдущей задачи средняя наработка системы до отказа по данной схеме $\tau = \dfrac{3}{2(\lambda_1+\lambda_2)}$. Подставим $\lambda_1 = \dfrac{1}{\tau_1}$ и $\lambda_2 = \dfrac{1}{\tau_2}$: $\tau = \dfrac{3}{\frac{2}{\tau_1}+\frac{2}{\tau_2}} = \dfrac{3\tau_1\tau_2}{2\tau_1+2\tau_2}$.

Ответ:

а) $\tau = \dfrac{4\tau_1\tau_2}{\tau_1+\tau_2} - \dfrac{2\tau_1\tau_2}{\tau_1+2\tau_2} - \dfrac{2\tau_1\tau_2}{2\tau_1+\tau_2} + \dfrac{\tau_1\tau_2}{2\tau_1+2\tau_2}$;

б) $\tau = \dfrac{3\tau_1\tau_2}{2\tau_1+2\tau_2}$.

Задача 6. В системе есть n элементов с одинаковой функцией надежности *p(t)* и *f(t), λ(t), q(t)*, которые соединены

а) последовательно; б) параллельно.

Найти частоту и интенсивность отказов системы.

Решение:

а) Функция надежности системы $p_S(t) = p(t)^n$. Функция отказов системы $q_S(t) = 1 - p_S(t)^n$. Тогда частота отказов

$$f_S(t) = q'_S(t) = \frac{d}{dt}(1 - p(t)^n) = -n \cdot p(t)^{n-1} \cdot p'(t).$$

Но $f(t) = -p'(t)$ по определению, поэтому $f_S(t) = n \cdot p(t)^{n-1} \cdot f(t)$.

Интенсивность отказов $\lambda_S(t) = \dfrac{f_S(t)}{p_S(t)} = \dfrac{n \cdot p(t)^{n-1} \cdot f(t)}{p(t)^n} = n \cdot \dfrac{f(t)}{p(t)} = n \cdot \lambda(t)$.

а) Функция надежности системы $p_S(t) = 1 - (1 - p(t))^n$. Функция отказов системы $q_S(t) = (1 - p(t))^n$. Тогда частота отказов

$$f_S(t) = q'_S(t) = \frac{d}{dt}((1 - p(t))^n) = -n \cdot (1 - p(t))^{n-1} \cdot p'(t).$$

Но $f(t) = -p'(t)$ по определению, поэтому $f_S(t) = n \cdot (1 - p(t))^{n-1} \cdot f(t)$.

Интенсивность отказов $\lambda_S(t) = \dfrac{f_S(t)}{p_S(t)} = \dfrac{n \cdot (1 - p(t))^{n-1} \cdot f(t)}{1 - (1 - p(t))^n}$.

Ответ:

а) $f_S(t) = n \cdot p(t)^{n-1} \cdot f(t)$, $\lambda_S(t) = n \cdot \lambda(t)$;

б) $f_S(t) = n \cdot (1 - p(t))^{n-1} \cdot f(t)$, $\lambda_S(t) = \dfrac{n \cdot (1 - p(t))^{n-1} \cdot f(t)}{1 - (1 - p(t))^n}$.

Практическая работа № 2.

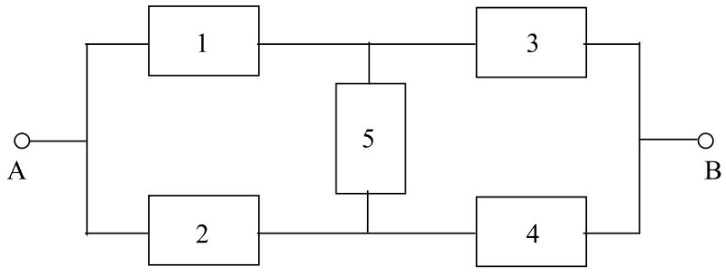
Название работы: Сложные системы.

Цель работы: Изучить основные показатели теории надежности систем и сложные системы.

Выполнение практической работы.

Изучен лекционный материал по теме работы.
Решение задач по варианту.

Задача 1. В мостиковой схеме все элементы имеют одинаковую постоянную интенсивность отказов λ. Найти среднюю наработку системы.



Решение:

Если все элементы имеют одинаковую постоянную интенсивность отказов λ, то предположим, что они имеют одинаковую функцию надежности $p(t) = e^{-\lambda t}$.

Из пункта 2 темы 4 лекций берем рассчитанную функцию надежности для мостиковой схемы из 5 элементов: $p_S = p^5 + 5p^4 q + 8p^3 q^2 + 2p^2 q^3$.

Подставляем $q = 1 - p$: $p_S = p^5 + 5p^4(1-p) + 8p^3(1-p)^2 + 2p^2(1-p)^3$.

Раскрываем скобки $p_S = 2p^5 - 5p^4 + 2p^3 + 2p^2$.

Подставляем $p(t) = e^{-\lambda t}$: $p(t)_S = 2e^{-5\lambda t} - 5e^{-4\lambda t} + 2e^{-3\lambda t} + 2e^{-2\lambda t}$.

Вычисляем среднюю наработку до отказа

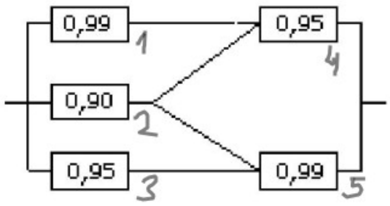
$$\tau = \int_0^\infty p_s(t)dt = \int_0^\infty (2e^{-5\lambda t} - 5e^{-4\lambda t} + 2e^{-3\lambda t} + 2e^{-2\lambda t})dt$$

Зная табличный определенный интеграл $\int_0^\infty e^{-at}dt = \frac{1}{a}$ получим

$$\tau = \frac{2}{5\lambda} - \frac{5}{4\lambda} + \frac{2}{3\lambda} + \frac{1}{\lambda} = \frac{49}{60\lambda}.$$

Ответ: $\tau = \frac{49}{60\lambda}$.

Задача 2. Найти надёжность системы.



Решение:

Рассмотрим схему, обозначим элементы как 1, 2, 3, 4 и 5, и все возможные работоспособные состояния этой системы:

Число отказавших элементов	Работоспособные состояния	Вероятность состояния
0	1, 2, 3, 4, 5	$p_1 p_2 p_3 p_4 p_5$
1	1, 2, 3, 4 1, 2, 3, 5 1, 2, 4, 5 1, 3, 4, 5 2, 3, 4, 5	$p_1 p_2 p_3 p_4 q_5$ $p_1 p_2 p_3 q_4 p_5$ $p_1 p_2 q_3 p_4 p_5$ $p_1 q_2 p_3 p_4 p_5$ $q_1 p_2 p_3 p_4 p_5$
2	1, 2, 4 1, 2, 5 1, 3, 4 1, 3, 5 1, 4, 5 2, 3, 4 2, 3, 5 2, 4, 5 3, 4, 5	$p_1 p_2 q_3 p_4 q_5$ $p_1 p_2 q_3 q_4 p_5$ $p_1 q_2 p_3 p_4 q_5$ $p_1 q_2 p_3 q_4 p_5$ $p_1 q_2 q_3 p_4 p_5$ $q_1 p_2 p_3 p_4 q_5$ $q_1 p_2 p_3 q_4 p_5$ $q_1 p_2 q_3 p_4 p_5$ $q_1 q_2 p_3 p_4 p_5$
3	1, 4 2, 4 2, 5 3, 5	$p_1 q_2 q_3 p_4 q_5$ $q_1 p_2 q_3 p_4 q_5$ $q_1 p_2 q_3 q_4 p_5$ $q_1 q_2 p_3 q_4 p_5$

Найдем вероятности отказа элементов:

$q_1 = 1 - p_1 = 1 - 0{,}99 = 0{,}01;$

$q_2 = 1 - p_2 = 1 - 0{,}90 = 0{,}1;$

$q_3 = 1 - p_3 = 1 - 0{,}95 = 0{,}05;$

$q_4 = 1 - p_4 = 1 - 0{,}95 = 0{,}05;$

$q_5 = 1 - p_5 = 1 - 0{,}99 = 0{,}01.$

Надежность системы $p_S = p_{S0} + p_{S1} + p_{S2} + p_{S3}$, где:

$p_{S0} = p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 = 0{,}99 \cdot 0{,}90 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}99 \approx 0{,}7961.$

$p_{S1} = p_1 p_2 p_3 p_4 q_5 + p_1 p_2 p_3 q_4 p_5 + p_1 p_2 q_3 p_4 p_5 + p_1 q_2 p_3 p_4 p_5 + q_1 p_2 p_3 p_4 p_5 =$ $0{,}99 \times 0{,}90 \times 0{,}95 \times 0{,}95 \times 0{,}01 + 0{,}99 \times 0{,}90 \times 0{,}95 \times 0{,}05 \times 0{,}99 + 0{,}99 \times 0{,}90 \times \times 0{,}05 \times 0{,}95 \times 0{,}99 + 0{,}99 \times 0{,}1 \times 0{,}95 \times 0{,}95 \times 0{,}99 + 0{,}01 \times 0{,}90 \times 0{,}95 \times 0{,}95 \times 0{,}99 \approx 0{,}008 + 0{,}0419 + 0{,}0419 + 0{,}0885 + 0{,}008 = 0{,}1883.$

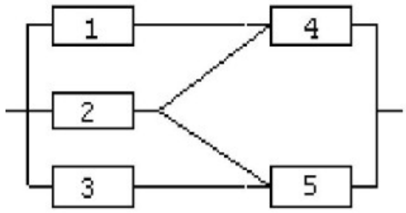
p_{S2} = $p_1 p_2 q_3 p_4 q_5 + p_1 p_2 q_3 q_4 p_5 + p_1 q_2 p_3 p_4 q_5 + p_1 q_2 p_3 q_4 p_5 + p_1 q_2 q_3 p_4 p_5 + q_1 p_2 p_3 p_4 q_5 + q_1 p_2 p_3 q_4 p_5 + q_1 p_2 q_3 p_4 p_5 + q_1 q_2 p_3 p_4 p_5$ = *0,99 × 0,90 × 0,95 × 0,95 × 0,01 + 0,99 × 0,90 × 0,05 × 0,05 × 0,99 + 0,99 × 0,1 × 0,95 × 0,95 × 0,01 + 0,99 × 0,1 × 0,95 × 0,05 × 0,99 + 0,99 × 0,1 × 0,05 × 0,95 × 0,99 + 0,01 × 0,9 × 0,95 × 0,05 × 0,01 + 0,01 × 0,9 × 0,95 × 0,05 × 0,99 + 0,01 × 0,9 × 0,05 × 0,95 × 0,99 + 0,01 × 0,1 × 0,95 × 0,95 × 0,99 ≈ 0,0004 + 0,0022 + 0,0009 + 0,0047 + 0,0047 + 0,0 + 0,0004 + 0,0004 + 0,0009 = 0,0146.*

p_{S2} = $p_1 q_2 q_3 p_4 q_5 + q_1 p_2 q_3 p_4 q_5 + q_1 p_2 q_3 q_4 p_5 + q_1 q_2 p_3 q_4 p_5$ = *0,99 × 0,1 × 0,05 × 0,95 × 0,01 + 0,01 × 0,9 × 0,05 × 0,95 × 0,01 + 0,01 × 0,9 × 0,05 × 0,05 × 0,99 + 0,01 × 0,1 × 0,95 × 0,05 × 0,99 ≈ 0,00005 + 0,0 + 0,00002 + 0,00005 = 0,00012.*

$p_S = p_{S0} + p_{S1} + p_{S2} + p_{S3}$ = *0,7961 + 0,1883 + 0,0146 + 0,00012 = 0,99912.*

Ответ: надежность системы *0,99912* (или *99,912*%).

Задача 3. Дана система со структурной схемой.



Все элементы имеют одинаковую надёжность p. Рассчитать надёжность системы и проверить расчёты при $p = 0,5$:

а) методом перебора состояний.

б) методом выделения особого элемента.

в) методом путей и сечений.

г) считая, что все элементы имеют постоянную интенсивность λ, найти среднюю наработку.

д) Построить структурную функцию надёжности.

Решение:

а) Метод перебора состояний.

Т.к. надежность элементов одинакова, то и вероятность отказа $q = 1 - p = 1 - 0,5 = 0,5$, т.е. $p = q$.

Рассмотрим все возможные работоспособные состояния этой системы:

Число отказавших элементов	Работоспособные состояния	Вероятность состояния
0	1, 2, 3, 4, 5	p^5
1	1, 2, 3, 4 1, 2, 3, 5 1, 2, 4, 5 1, 3, 4, 5 2, 3, 4, 5	$5p^4q$
2	1, 2, 4 1, 2, 5 1, 3, 4 1, 3, 5 1, 4, 5 2, 3, 4 2, 3, 5 2, 4, 5 3, 4, 5	$9p^3q^2$
3	1, 4 2, 4 2, 5 3, 5	$4p^2q^3$

Общая надежность системы $p_S = p^5 + 5p^4q + 9p^3q^2 + 4p^2q^3$.

Подставим p и q:

$p_S = 0{,}5^5 + 5 \cdot 0{,}5^4 \cdot 0{,}5 + 9 \cdot 0{,}5^3 \cdot 0{,}5^2 + 4 \cdot 0{,}5^2 \cdot 0{,}5^3 = 0{,}5^5 \cdot (1+5+9+4) = 0{,}5^5 \cdot 19 =$
$= 0{,}59375.$

б) Метод выделения особого элемента.

Выделим на схеме элемент 5 как особый с надежностью $p_0 = q_0 = 0{,}5$.

Надежность системы тогда будем определять как $p_S = p_0 \cdot p_{S1} + q_0 \cdot p_{S2}$, где p_{S1} - надежности схемы после замыкания особого элемента, а p_{S2} - после обрыва.

После замыкания схема будет представлять соединенные параллельно элементы 1, 2 и 3. Элемент 4 исключается из схемы, так как замыкается.

$p_{S1} = 1 - (1-p)^3 = 0{,}875.$

После обрыва схема будет представлять соединенные параллельно элементы 1 и 2, которые далее соединены с элементом 4. Элемент 3 исключается из схемы, так как происходит его обрыв с выходом системы.

$p_{S2} = (1 - (1-p)^2) \cdot p = 0{,}125.$

$p_S = 0{,}5 \cdot 0{,}875 + 0{,}5 \cdot 0{,}125 = 0{,}5.$

в) Метод путей и сечений.

Определим минимальные пути: $\{1{,}4\}$, $\{2{,}4\}$, $\{2{,}5\}$, $\{3{,}5\}$.

Надежность сечения как последовательного соединения равна p^2.

Надежность параллельного соединения всех путей равна $1-(1-p^2)^4$

Оценка надежности системы сверху $p_S = 1 - (1 - 0{,}5^2)^4 = 0{,}6836.$

Определим минимальные сечения: $\{4,\ 5\}$, $\{1{,}2{,}3\}$, $\{1{,}2{,}5\}$, $\{2{,}3{,}4\}$.

Надежность сечения как параллельного соединения из 3 элементов равна $1-(1-p)^3$, из 2 элементов $1-(1-p)^2$.

Надежность последовательного соединения всех сечений равна $(1-(1-p)^3)^3 \cdot (1-(1-p)^2)$

Оценка надежности системы снизу

$p_S = (1-(1-0{,}5)^3)^3 \cdot (1-(1-0{,}5)^2) = 0{,}5024.$

г) Считая, что все элементы имеют постоянную интенсивность λ, найти среднюю наработку.

$p_S = p^5 + 5p^4 q + 9p^3 q^2 + 4p^2 q^3 = p^5 + 5p^4(1-p) + 9p^3(1-p)^2 + 4p^2(1-p)^3 =$
$= p^5 - p^4 - 3p^3 + 4p^2 = e^{-5\lambda t} - e^{-4\lambda t} - 3e^{-3\lambda t} + 4e^{-2\lambda t}.$

Средняя наработка до отказа

$\tau = \int_0^\infty p_s(t)\,dt = \int_0^\infty (e^{-5\lambda t} - e^{-4\lambda t} - 3e^{-3\lambda t} + 4e^{-2\lambda t})\,dt$

Зная табличный определенный интеграл $\int_0^\infty e^{-at}\,dt = \frac{1}{a}$ получим

$\tau = \frac{1}{5\lambda} - \frac{1}{4\lambda} - \frac{3}{3\lambda} + \frac{4}{2\lambda} = \frac{19}{20\lambda}$ ед. времени.

д) Структурная функция надёжности.

В соответствии с определенными минимальными путями системы структурная функция надёжности имеет вид:

$\varphi(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = x_1 x_4 \vee x_2 x_4 \vee x_2 x_5 \vee x_3 x_5.$

Ответ:

а) p_S = 0,59375;

б) p_S = 0,5;

в) метод путей p_S = 0,6836; метод сечений p_S = 0,5024;

г) $\tau = \frac{19}{20\lambda}$ ед. времени;

г) $\varphi(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = x_1 x_4 \vee x_2 x_4 \vee x_2 x_5 \vee x_3 x_5.$

Задача 5. Найти функцию надёжности

а) структуры типа «n-1 из n»;

б) структуры типа «2 из n».

Решение:

Функция надежности структуры «k из n» определяется по формуле $p_S(t) = \sum_{i=k}^{n} C_n^i (p(t))^i (1-p(t))^{n-i}$.

а) Структура типа «n-1 из n».

Если работают все n элементов, то $p_S(t) = p(t)^n$.

Если работают n-1 элементов из n, то:

$C_n^{n-1} = \frac{n!}{(n-1)!\cdot 1!} = n$ и

$$p_S(t) = \sum_{i=n-1}^{n} C_n^{n-1} (p(t))^{n-1} (1-p(t))^1 = p(t)^n + n\cdot p(t)^{n-1}\cdot(1-p(t)).$$

б) Структура типа «2 из n».

Согласно формуле функции надежности структуры «k из n», надежность структуры типа «2 из n» определяется как:

$$p_S(t) = \sum_{k=2}^{n} C_n^k (p(t))^k (1-p(t))^{n-k}.$$

Ответ: а) $p_S(t) = p(t)^n + n\cdot p(t)^{n-1}\cdot(1-p(t))$; б) $p_S(t) = \sum_{k=2}^{n} C_n^k (p(t))^k (1-p(t))^{n-k}$.