МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Тульский государственный университет»

Интернет-институт

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

по дисциплине

«Математика»

Семестр 1

Вариант 3

Выполнил: студент гр. ИБ262521-ф

Артемов Александр Евгеньевич

Проверил: д.ф.-м.н., проф. Христич Д.В.

Тула 2022

1. Для определителя $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 8 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 0 & 4 \\ 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ найти алгебраическое дополнение элемента a_{14} .

Решение:

Алгебраическое дополнение элемента a_{14} - это определитель, получаемый вычеркиванием 1-ой строки и 4-го столбца:

$$A = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 5 & -3 & 7 \\ 3 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

Считаем определитель методом треугольников:

detA = $3 \cdot (-3) \cdot 0 + (-2) \cdot 7 \cdot 3 + 5 \cdot 2 \cdot 0 - 0 \cdot (-3) \cdot 3 - (-2) \cdot 5 \cdot 0 - 3 \cdot 2 \cdot 7 = -84$

Ответ: -84.

2. Найти матрицы $[AB]$, $[BA]$, $[A^{-1}]$, если $[A]=\begin{bmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 8 & 4 & -1 \end{bmatrix}$, $[B]=\begin{bmatrix} 3 & 5 & 5 \\ 7 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & 0 \end{bmatrix}$.

Решение:

$$[AB]=\begin{bmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 8 & 4 & -1 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} 3 & 5 & 5 \\ 7 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 5\cdot3+1\cdot7-2\cdot1 & 5\cdot5+1\cdot1-2\cdot6 & 5\cdot5+1\cdot2-2\cdot0 \\ 1\cdot3+3\cdot7-1\cdot1 & 1\cdot5+3\cdot1-1\cdot6 & 1\cdot5+3\cdot2-1\cdot0 \\ 3\cdot3+4\cdot7-1\cdot1 & 8\cdot5+4\cdot1-1\cdot6 & 8\cdot5+4\cdot2-1\cdot0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 20 & 14 & 27 \\ 23 & 2 & 11 \\ 51 & 38 & 48 \end{bmatrix}$$

$$[BA]=\begin{bmatrix} 3 & 5 & 5 \\ 7 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & 0 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 8 & 4 & -1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 3\cdot5+5\cdot1+5\cdot8 & 3\cdot1+5\cdot3+5\cdot4 & 3\cdot(-2)+5\cdot(-1)+5\cdot(-1) \\ 7\cdot5+1\cdot1+2\cdot8 & 7\cdot1+1\cdot3+2\cdot4 & 7\cdot(-2)+1\cdot(-1)+2\cdot(-1) \\ 1\cdot5+6\cdot1+0\cdot8 & 1\cdot1+6\cdot3+0\cdot4 & 1\cdot(-2)+6\cdot(-1)+0\cdot(-1) \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 60 & 38 & -16 \\ 52 & 18 & -17 \\ 17 & 19 & -8 \end{bmatrix}$$

$$[A^{-1}]=\frac{[A^V]^T}{detA}$$

$$detA=5\cdot3\cdot(-1)+1\cdot(-1)\cdot8+1\cdot4\cdot(-2)-(-2)\cdot3\cdot8-(-1)\cdot1\cdot1-5\cdot4\cdot(-1)=-15-8-8+48+1+20=38$$

A^V — матрица, где $a_{ij}=(-1)^{i+j}\cdot M^i_j$

$$M_{11}=(-1)^{1+1}\cdot(3\cdot(-1)-4\cdot(-1))=1$$

$$M_{12}=(-1)^{1+2}\cdot(1\cdot(-1)-8\cdot(-1))=-7$$

$$M_{13}=(-1)^{1+3}\cdot(1\cdot4-3\cdot8)=-20$$

$$M_{21}=(-1)^{2+1}\cdot(1\cdot(-1)-(-2)\cdot4)=-7$$

$$M_{22}=(-1)^{2+2}\cdot(5\cdot(-1)-8\cdot(-2))=11$$

$$M_{23}=(-1)^{2+3}\cdot(5\cdot4-1\cdot8)=-12$$

$$M_{31}=(-1)^{3+1}\cdot(1\cdot(-1)-(-2)\cdot3)=5$$

$$M_{32}=(-1)^{3+2}\cdot(5\cdot(-1)-1\cdot(-2))=3$$

$$M_{33}=(-1)^{3+3}\cdot(5\cdot3-1\cdot1)=14$$

$$A^V=\begin{bmatrix} 1 & -7 & -20 \\ -7 & 11 & -12 \\ 5 & 3 & 14 \end{bmatrix} \quad [A^V]^T=\begin{bmatrix} 1 & -7 & 5 \\ -7 & 11 & 3 \\ -20 & -12 & 14 \end{bmatrix}$$

$$[A^{-1}]=\begin{bmatrix} 1 & -7 & 5 \\ -7 & 11 & 3 \\ -20 & -12 & 14 \end{bmatrix}\cdot1/38=\begin{bmatrix} 1/38 & -7/38 & 5/38 \\ -7/38 & 11/38 & 3/38 \\ -10/19 & -6/19 & 7/19 \end{bmatrix}$$

Ответ: $[AB]=\begin{bmatrix} 20 & 14 & 27 \\ 23 & 2 & 11 \\ 51 & 38 & 48 \end{bmatrix}$, $[BA]=\begin{bmatrix} 60 & 38 & -16 \\ 52 & 18 & -17 \\ 17 & 19 & -8 \end{bmatrix}$, $[A^{-1}]=\begin{bmatrix} 1/38 & -7/38 & 5/38 \\ -7/38 & 11/38 & 3/38 \\ -10/19 & -6/19 & 7/19 \end{bmatrix}$

3. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить ее по правилу Крамера

$$\begin{cases} 4x_1+x_2+4x_3=19 \\ 2x_1-x_2+2x_3=11 \\ x_1+x_2+2x_3=8 \end{cases}$$

Решение:

Ранг матрицы — количество ненулевых строк матрицы после преобразований.

СЛАУ совместна, если ранг матрицы коэффициентов уравнений равен рангу расширенной матрицы RgA = RgA*.

Выполним преобразования над расширенной матрицей: $\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 1 & 4 & 19 \\ 2 & -1 & 2 & 11 \\ 1 & 1 & 2 & 8 \end{array}\right)$

Разделим 1-ую строку на 4: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0{,}25 & 1 & 4{,}75 \\ 2 & -1 & 2 & 11 \\ 1 & 1 & 2 & 8 \end{array}\right)$

Вычтем из 2-ой строки 1-ую умноженную на 2, а из 3-ей вычтем 1-ую: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0{,}25 & 1 & 4{,}75 \\ 0 & -1{,}5 & 0 & 1{,}5 \\ 0 & 0{,}75 & 1 & 3{,}25 \end{array}\right)$

Разделим 2-ую строку на -1,5: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0{,}25 & 1 & 4{,}75 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0{,}75 & 1 & 3{,}25 \end{array}\right)$

Вычтем из 3-ей строки 2-ую умноженную на 0,75: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0{,}25 & 1 & 4{,}75 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array}\right)$

Видно, что ненулевых строк в матрице коэффициентов и расширенной матрице нет, значит, их ранги равны, соответственно СЛАУ совместна и имеет решения.

Метод Крамера: $x_i=\frac{\Delta_i}{\Delta}$, где Δ_i - определить, в котором *i*-ый столбец заменяется на вектор свободных элементов, Δ - определитель матрицы коэффициентов.

$$\Delta=\begin{vmatrix} 4 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}=4\cdot((-1)\cdot 2-2\cdot 1)-1\cdot(2\cdot 2-2\cdot 1)+4\cdot(2\cdot 1-(-1)\cdot 1)=-16-2+12=-6$$

$$\Delta_1=\begin{vmatrix} 19 & 1 & 4 \\ 11 & -1 & 2 \\ 8 & 1 & 2 \end{vmatrix}=19\cdot((-1)\cdot 2-2\cdot 1)-1\cdot(11\cdot 2-2\cdot 8)+4\cdot(11\cdot 1-(-1)\cdot 8)=-76-6+76=-6$$

$$\Delta_2=\begin{vmatrix} 4 & 19 & 4 \\ 2 & 11 & 2 \\ 1 & 8 & 2 \end{vmatrix}=4\cdot(11\cdot 2-2\cdot 8)-19\cdot(2\cdot 2-2\cdot 1)+4\cdot(2\cdot 8-11\cdot 1)=24-38+20=6$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 19 \\ 2 & -1 & 11 \\ 1 & 1 & 8 \end{vmatrix} = 4\cdot((-1)\cdot 8 - 11\cdot 1) - 1\cdot(2\cdot 8 - 11\cdot 1) + 19\cdot(2\cdot 1 - (-1)\cdot 1) = -76 - 5 + 57 = -24$$

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-6}{-6} = 1 \quad , \quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{6}{-6} = -1 \quad , \quad x_3 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-24}{-6} = 4$$

Ответ: СЛАУ совместна, $x_1 = 1$, $x_2 = -1$, $x_3 = 4$ **.**

4. Доказать, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис, и найти координаты вектора $\vec{d}$ в этом базисе: $\vec{a}=\{6,1,3\}$, $\vec{b}=\{-3,2,1\}$, $\vec{c}=\{-1,-3,4\}$, $\vec{d}=\{15,6,-17\}$.

Решение:

Если векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис, то $\begin{vmatrix} 6 & 1 & -3 \\ -3 & 2 & 1 \\ -1 & -3 & 4 \end{vmatrix} \neq 0$

$$\begin{vmatrix} 6 & 1 & -3 \\ -3 & 2 & 1 \\ -1 & -3 & 4 \end{vmatrix} = 6\cdot(2\cdot4-1\cdot(-3))-1\cdot((-3)\cdot4-1\cdot(-1))+(-3)\cdot((-3)\cdot(-3)-2\cdot(-1))=66+11-33=44$$

$44\neq0$, значит, векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис, а $\vec{d}=\lambda_1\cdot\vec{a}+\lambda_2\cdot\vec{b}+\lambda_3\cdot\vec{c}$, откуда

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}\cdot\lambda_1+\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}\cdot\lambda_2+\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}\cdot\lambda_3=\begin{pmatrix} 15 \\ 6 \\ -17 \end{pmatrix}$$

Составим систему уравнений, решив которую получим координаты вектора $\vec{d}$ в базисе векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$:

$$\begin{cases} 6\lambda_1-3\lambda_2-\lambda_3=15 \\ \lambda_1+2\lambda_2-3\lambda_3=6 \\ -3\lambda_1+\lambda_2+4\lambda_3=-17 \end{cases}$$

Составим расширенную матрицу для решения по методу Гаусса: $\left(\begin{array}{ccc|c} 6 & -3 & -1 & 15 \\ 1 & 2 & -3 & 6 \\ -3 & 1 & 4 & -17 \end{array}\right)$

Поменяем 2-ую и 3-ью строки местами: $\left(\begin{array}{ccc|c} 6 & -3 & -1 & 15 \\ -3 & 1 & 4 & -17 \\ 1 & 2 & -3 & 6 \end{array}\right)$

Прибавим к 3-ей строке 2-ую строку умноженную на 1/3: $\left(\begin{array}{ccc|c} 6 & -3 & -1 & 15 \\ -3 & 1 & 4 & -17 \\ 0 & 7/3 & -5/3 & 1/3 \end{array}\right)$

Прибавим к 2-ой строке 1-ую строку умноженную на 1/2: $\left(\begin{array}{ccc|c} 6 & -3 & -1 & 15 \\ 0 & -1/2 & 7/2 & -19/2 \\ 0 & 7/3 & -5/3 & 1/3 \end{array}\right)$

Прибавим к 3-ей строке 2-ую строку умноженную на 14/3: $\left(\begin{array}{ccc|c} 6 & -3 & -1 & 15 \\ 0 & -1/2 & 7/2 & -19/2 \\ 0 & 0 & 44/3 & -44 \end{array}\right)$

Разделим 1-ую строку на 6, 2-ую на -1/2, 3-ью на 44/3: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/6 & 5/2 \\ 0 & 1 & -7 & 19 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{array}\right)$, откуда

$\lambda_3=-3$, $\lambda_2=19+7\cdot(-3)=-2$, $\lambda_3=5/2+1/2\cdot(-2)+1/6\cdot(-3)=1$

Ответ: $\vec{d}=\{1,-2,-3\}$

5. Вершины пирамиды находятся в точках A(−4,−7,−3), B(−4,−5,7), C(2,−3,3), D(3,2,1). Найти объем пирамиды и длину высоты, опущенной из вершины A.

Решение:

$$V_{ABCD}=\frac{1}{3}\cdot S_{BCD}\cdot h$$

Найдем $S_{BCD}=\frac{1}{2}\cdot|\vec{BC}\times\vec{BD}|$, где

$$\vec{BC}=\{2+4,-3+5,3-7\}=\{6,2,-4\} \quad , \quad \vec{BD}=\{3+4,2+5,1-7\}=\{7,7,-6\}$$

$$\vec{BC}\times\vec{BD}=\begin{vmatrix} i & j & k \\ 6 & 2 & -4 \\ 7 & 7 & -6 \end{vmatrix}=i\cdot(2\cdot(-6)-7\cdot(-4))-j\cdot(6\cdot(-6)-7\cdot(-4))+k\cdot(6\cdot7-7\cdot2)=16i+8j+28k =$$

$$= \{16,8,28\}$$

$$S_{BCD}=\frac{\sqrt{16^2+8^2+28^2}}{2}=\sqrt{\frac{1104}{2}}=\sqrt{\frac{16\cdot69}{2}}=2\sqrt{69} \quad .$$

Пусть точки B, C, D образуют плоскость, тогда расстояние от точки A до данной плоскости — высота из вершины A пирамиды ABCD. Найдем уравнение плоскости:

$$\begin{vmatrix} x+4 & y+5 & z-7 \\ 2+4 & -3+5 & 3-7 \\ 3+4 & 2+5 & 1-7 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} x+4 & y+5 & z-7 \\ 6 & 2 & -4 \\ 7 & 7 & -6 \end{vmatrix}=16(x+4)+8(y+5)+28(z-7)-92=16x+8y+28z-92$$

Расстояние от точки до плоскости: $h=\frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

$$h=\frac{|16\cdot(-4)+8\cdot(-7)+28\cdot(-3)-92|}{\sqrt{16^2+8^2+28^2}}=\frac{|-64-56-84-92|}{4\sqrt{69}}=\frac{296}{4\sqrt{69}}=\frac{74}{\sqrt{69}}$$

$$V_{ABCD}=\frac{1}{3}\cdot2\sqrt{69}\cdot\frac{74}{\sqrt{69}}=\frac{143}{3}$$

Ответ: $V_{ABCD}=\frac{143}{3}$, $h=\frac{74}{\sqrt{69}}$

6. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости, проходящей через точки M_1, M_2, M_3, если $M_1(2,-4,-3), M_2(5,-6,0), M_3(-1,3,-3), M_0(2,-10,8)$.

Решение:

Найдем уравнение плоскости, проходящей через точки M_1, M_2, M_3:

$$\begin{vmatrix} x-2 & y+4 & z+3 \\ 5-2 & -6+4 & 0+3 \\ -1-2 & 3+4 & -3+3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x-2 & y+4 & z+3 \\ 3 & -2 & 3 \\ -3 & 7 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= (x-2)(-2\cdot 0-3\cdot 7)-(y+4)(3\cdot 0-3\cdot(-3))+(z+3)(3\cdot 7-(-2)\cdot(-3))=-21x-9y+15z+51$$

Расстояние от точки до плоскости: $h=\dfrac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

$$h=\frac{|-21\cdot 2-9\cdot(-10)+15\cdot 8-51|}{\sqrt{(-21)^2+(-9)^2+15^2}}=\frac{|-42+90+120+51|}{\sqrt{441+81+225}}=\frac{219}{\sqrt{747}}=\frac{219}{3\sqrt{83}}$$

Ответ: $\dfrac{219}{3\sqrt{83}}$.

7. Написать канонические уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x-3y+z+6=0 \\ x-3y-2z+3=0 \end{cases}$$

Решение:

Получим нормали плоскостей: $\vec{n}_1(2,-3,1)$ $\vec{n}_2(1,-3,-2)$

Найдем направляющий вектор прямой:

$$\vec{S}=\vec{n}_1\times\vec{n}_2=\begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -3 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{vmatrix}=i(6+3)-j(-4-1)+k(-6+3)=\{9,5,-3\}$$

Найдем точку M_0 , лежащую на искомой прямой:

пусть z = 0, тогда $\begin{cases} 2x-3y+6=0 \\ x-3y+3=0 \end{cases}$. Вычтем из 1-го 2-ое уравнение, тогда $\begin{cases} y=0 \\ x=-3 \end{cases}$.

Значит, M_0 имеет координаты $\{-3,0,0\}$.

Получаем каноническое уравнение прямой:

$$\frac{x+3}{9}=\frac{y}{5}=\frac{z}{-3}$$

Ответ: $\frac{x+3}{9}=\frac{y}{5}=\frac{z}{-3}$

8. Найти точку пересечения прямой, заданной каноническими уравнениями, и плоскости:

$$\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z+3}{2} \quad , \quad 3x+4y+7z-16=0$$

Решение:

Запишем уравнение прямой параметрически:

$$\begin{cases} x=3+2t \\ y=-1+3t \\ z=-3+2t \end{cases}$$

Подставим *x, y, z* в уравнение плоскости:

$$3(3+2t)+4(-1+3t)+7(-3+2t)-16=0$$

$$9+6t-4+12t-21+14t-16=0$$

$$32t-32=0 \quad \text{откуда} \quad t=1$$

Подставим полученный параметр t в параметрические уравнения и получим координаты точки пересечения прямой и плоскости: $\{3+2\cdot1,-1+3\cdot1,-3+2\cdot1\}=\{5,2,-1\}$

Ответ: $\{5,2,-1\}$.

9. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 3}\frac{6+x-x^2}{x^3-27}$

Решение:

$$\lim\limits_{x\to 3}\frac{6+x-x^2}{x^3-27}=\lim\limits_{x\to 3}\frac{-(x^2-x-6)}{x^3-27}=\lim\limits_{x\to 3}\frac{-(x-3)(x+2)}{(x-3)(x^2+3x+9)}=\lim\limits_{x\to 3}\frac{-(x+2)}{(x^2+3x+9)}=-\frac{5}{27}$$

Ответ: $-\frac{5}{27}$

10. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x^4-3x^2+7}{x^4+2x^3+1}$

Решение:

$$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x^4-3x^2+7}{x^4+2x^3+1}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5-\frac{3}{x^2}+\frac{7}{x^4}}{1+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^4}}=\frac{5}{1}=5$$

Ответ: 5

11. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to -3}\frac{\sqrt{x+10}-\sqrt{4-x}}{2x^2-x-21}$

Решение:

$$\lim\limits_{x\to -3}\frac{\sqrt{x+10}-\sqrt{4-x}}{2x^2-x-21}=\lim\limits_{x\to -3}\frac{\sqrt{x+10}-\sqrt{4-x}}{2x^2-x-21}\cdot\frac{\sqrt{x+10}+\sqrt{4-x}}{\sqrt{x+10}+\sqrt{4-x}}=\lim\limits_{x\to -3}\frac{(x+10)-(4-x)}{(x+3)(2x-7)(\sqrt{x+10}+\sqrt{4-x})}\quad=$$

$$=\lim\limits_{x\to -3}\frac{(x+10)-(4-x)}{(x+3)(2x-7)(\sqrt{x+10}+\sqrt{4-x})}=\lim\limits_{x\to -3}\frac{2(x+3)}{(x+3)(2x-7)(\sqrt{x+10}+\sqrt{4-x})}\quad=$$

$$=\lim\limits_{x\to -3}\frac{2}{(2x-7)(\sqrt{x+10}+\sqrt{4-x})}=\frac{2}{-13\cdot 2\sqrt{7}}=-\frac{\sqrt{7}}{91}$$

Ответ: $-\frac{\sqrt{7}}{91}$

12. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-1}{x^3+27x}$

Решение:

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{3x}-1}{x^3+27x}=\lim_{x\to 0}\left(\frac{e^{3x}-1}{x^3+27x}\right)'=\lim_{x\to 0}\frac{3e^{3x}}{3x^2+27}=\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$$

Ответ: $\dfrac{1}{9}$

13. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x}{2x+1}\right)^{-4x}$

Решение:

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x}{2x+1}\right)^{-4x}=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1-1}{2x+1}\right)^{-4x}=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{-1}{2x+1}\right)^{\frac{2x+1}{-1}\cdot\frac{-1}{2x+1}\cdot(-4x)}=\lim_{x\to\infty}e^{\frac{4x}{2x+1}}=e^2$$

Ответ: e^2

14. Составить уравнение нормали к данной кривой в точке с абсциссой x_0 :

$$y = x - x^3 \quad , \quad x_0 = -1$$

Решение:

Общее уравнение нормали к кривой: $y_H = f(x_0) - \frac{1}{f'(x_0)} \cdot (x - x_0)$

Производная заданной функции: $y' = 1 - 3x^2$

$$y_H = -1 - (-1)^3 - \frac{1}{1 - 3(-1)^2} \cdot (x+1) = \frac{x+1}{2}$$

Ответ: $y_H = \frac{x+1}{2}$

15. Найти дифференциал функции в точке с абсциссой x_0 :

$$y = \sqrt{1+2x} - \ln|x+\sqrt{1+2x}| \quad , \quad x_0=1$$

Решение:

$$y' = \frac{2}{2\sqrt{1+2x}} - \frac{(x+\sqrt{1+2x})(1+\frac{2}{2\sqrt{1+2x}})}{|x+\sqrt{1+2x}|\cdot|x+\sqrt{1+2x}|} = \frac{1}{\sqrt{1+2x}} - \frac{(x+\sqrt{1+2x})(1+\frac{1}{\sqrt{1+2x}})}{|x+\sqrt{1+2x}|^2}$$

При $x_0=1$

$$y' = \frac{1}{\sqrt{1+2}} - \frac{(1+\sqrt{1+2})(1+\frac{1}{\sqrt{1+2}})}{|1+\sqrt{1+2}|^2} = \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{(1+\sqrt{3})(1+\frac{1}{\sqrt{3}})}{|1+\sqrt{3}|^2} = \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1+\frac{1}{\sqrt{3}}+\sqrt{3}+1}{1+2\sqrt{3}+3} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{3}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}}{4+2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{\frac{4+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}}{4+2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}} = 0$$

Ответ: 0