

### Вариант 3

1. Определить тип и решить дифференциальное уравнение:  $(x+4)dy - xydx = 0$ .

2. Определить тип и решить дифференциальное уравнение:  $(y + \sqrt{xy})dx = xdy$ .

3. Определить тип и решить дифференциальное уравнение:

$$\left(10xy - \frac{1}{\sin y}\right)dx + \left(5x^2 + \frac{x \cos y}{\sin^2 y} - y^2 \sin y^3\right)dy = 0.$$

4. Найти решение задачи Коши:  $8xy' - 12y = -(5x^2 + 3)y^3$ ,  $y(1) = \sqrt{2}$ .

5. Найти решение задачи Коши:

$$y''' + 3y'' + 2y' = 0, y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 2.$$

6. Запишите вид частного решения уравнения  $y'' + 2y' + y = f(x)$ , если

1)  $f(x) = \cos x$ ; 2)  $f(x) = e^{-x} \sin x$ ;

3)  $f(x) = e^{-x}(x-5)$ ; 4)  $f(x) = e^x$ ; 5)  $f(x) = x^2$ .

7. Найти общее решение уравнения:  $y'' - 10y' + 25y = e^{5x}$ .

8. Решить систему уравнений:  $\begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}$

9. Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n}$ .

10. Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n^2 + 5n + 8}{3n^2 - 2} \right)^n$ .

11. Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакочередующийся ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln n}$ .

12. Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}$ .

13. Разложить в ряд по степеням  $x$  функцию  $y = \sin x^2$ .

14. Разложить в ряд Фурье функцию, заданную на полупериоде  $[0; T]$  графиком, приведенном на рисунке, если даны значения  $A = 1; B = 1,5; C = 2,5; D = 3; T = 4$ , и функция **нечетная**. Построить графики первых трех гармонических приближений функции.

