Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тульский государственный университет»

Интернет-институт ТулГУ

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ЗА 1 СЕМЕСТР

по дисциплине

«**Физика**»

2 вариант

Выполнил:

студент группы ИБ262521-ф
Артемов Александр Евгеньевич

Проверил:

Ростовцев Роман Николаевич

Тула, 2025

1. Что представляет собой геометрическое место точек конца радиус – вектора $\vec{r}$, удовлетворяющего условию $\vec{r}\,\vec{a} = a^2/2$, где $\vec{a}$- постоянный вектор?

Решение.

Рассмотрим геометрическое место точек конца радиус-вектора $\vec{r}$, удовлетворяющего условию: $\vec{r}\cdot\vec{a} = \frac{a^2}{2}$, где $\vec{a}$ — постоянный вектор, а $a = |\vec{a}|$ — его длина.

Разделим обе части уравнения на a (длину вектора $\vec{a}$): $\vec{r}\cdot\frac{\vec{a}}{a} = \frac{a}{2}$.

Здесь $\frac{\vec{a}}{a}$ — единичный вектор в направлении $\vec{a}$. Обозначим его как $\vec{n}$. Тогда уравнение принимает вид: $\vec{r}\cdot\vec{n} = \frac{a}{2}$. Это уравнение описывает плоскость, перпендикулярную вектору $\vec{n}$ и находящуюся на расстоянии $\frac{a}{2}$ от начала координат в направлении $\vec{a}$.

Ответ: Геометрическое место точек конца радиус-вектора $\vec{r}$, удовлетворяющего условию $\vec{r}\cdot\vec{a} = \frac{a^2}{2}$, представляет собой плоскость, перпендикулярную вектору $\vec{a}$ и находящуюся на расстоянии $\frac{a}{2}$ от начала координат в направлении $\vec{a}$.

2. Ускорение материальной точки изменяется по закону $\vec{a}=kt^2\vec{e}_x-m\vec{e}_y$, где $k=3\,м/с^4$, $m=3\,м/с^2$. Найти, на каком расстоянии от начала координат она будет находиться в момент времени t = *1 с,* если $\vec{V}_0=0$ и $\vec{r}_0=0$ при t = *0.*

Решение:

Интегрируем ускорение по времени, чтобы найти скорость:

$\vec{V}(t)=\int\vec{a}\,dt=\int(kt^2\vec{e}_x-m\vec{e}_y)\,dt$

Разделим интеграл на компоненты по координатам:

$V_x(t)=\int kt^2dt=\frac{kt^3}{3}+C_1$, $V_y(t)=\int(-m)\,dt=-mt+C_2$.

Используем начальные условия $\vec{V}_0=0$ при t = *0:*

$V_x(0)=C_1=0$, $V_y(0)=C_2=0$, тогда $V_x(t)=\frac{kt^3}{3}$, а $V_y(t)=-mt$.

Скорость — это производная радиус-вектора по времени: $\vec{V}=\frac{d\vec{r}}{dt}$.

Интегрируем скорость по времени, чтобы найти радиус-вектор:

$\vec{r}(t)=\int\vec{V}\,dt=\int(\frac{kt^3}{3}\vec{e}_x-mt\vec{e}_y)\,dt$.

Разделим интеграл на компоненты по координатам:

$r_x(t)=\int\frac{kt^3}{3}dt=\frac{kt^4}{12}+C_3$, $r_y(t)=\int(-mt)\,dt=-\frac{mt^2}{2}+C_4$.

Используем начальные условия $\vec{r}_0=0$ при t = *0:*

$r_x(0)=C_3=0$, $r_y(0)=C_4=0$, тогда $r_x(t)=\frac{kt^4}{12}$, а $r_y(t)=-\frac{mt^2}{2}$.

Подставляем t = *1 с*:

$r_x(1)=\frac{k\cdot1^4}{12}=\frac{k}{12}$, $r_y(1)=-\frac{m\cdot1^2}{2}=-\frac{m}{2}$.

Подставляем $k=3\,м/с^4$, $m=3\,м/с^2$:

$r_x(1)=\frac{3}{12}=0{,}25\,м$, $r_y(1)=-\frac{3}{2}=-1{,}5\,м$.

Вычисляем расстояние по формуле $r=\sqrt{r_x{}^2+r_y{}^2}$:

$r=\sqrt{(0{,}25)^2+(-1{,}5)^2}=\sqrt{0{,}0625+2{,}25}=\sqrt{2{,}3125}\approx1{,}52\,м$.

Ответ: Материальная точка будет находиться на расстоянии приблизительно 1,52 м от начала координат в момент времени t = *1* с.

3. Материальная точка начинает двигаться в момент времени $t_0 = 0$ из начала координат со скоростью изменяющейся со временем по закону $\vec{v} = \vec{i}\ A + \vec{j}\ Bt + \vec{k}\ Ct^2$, где $A = 1\,м/с$, $B = 2\,м/с^2$, $C = 1{,}5\,м/с^3$. На каком расстоянии от начала координат окажется эта точка через $t = 2\ с$ после начала движения.

Решение:

Скорость — это производная радиус-вектора по времени: $\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}$.

Интегрируем скорость по времени, чтобы найти радиус-вектор:
$\vec{r}(t) = \int \vec{v}\,dt = \int (\vec{i}\ A + \vec{j}\ Bt + \vec{k}\ Ct^2)\,dt$.

Разделим интеграл на компоненты по координатам:

$r_x(t) = \int A\,dt = At + C_1$, $r_y(t) = \int Bt\,dt = \frac{Bt^2}{2} + C_2$, $r_z(t) = \int Ct^2\,dt = \frac{Ct^3}{3} + C_3$..

Используем начальные условия $\vec{r_0} = 0$ при $t = 0$:

$r_x(0) = C_1 = 0$, $r_y(0) = C_2 = 0$, $r_y(0) = C_3 = 0$, тогда $r_x(t) = At$, $r_y(t) = \frac{Bt^2}{2}$, $r_z(t) = \frac{Ct^3}{3}$.

Подставляем $t = 2\ c$:

$r_x(2) = A \cdot t = 1 \cdot 2 = 2\,м$, $r_y(t) = \frac{Bt^2}{2} = \frac{2 \cdot 2^2}{2} = 4\,м$, $r_z(t) = \frac{Ct^3}{3} = \frac{1{,}5 \cdot 2^3}{3} = \frac{12}{3} = 4\,м$.

Вычисляем расстояние от начала координат по формуле $r = \sqrt{r_x{}^2 + r_y{}^2 + r_z{}^2}$:
$r = \sqrt{2^2 + 4^2 + 4^2} = \sqrt{4 + 16 + 16} = \sqrt{36} = 6\,м$.

Ответ: Материальная точка окажется на расстоянии 6 м от начала координат в момент времени $t = 2$ с.

4. В момент $t_0=0$ частица массы m начинает двигаться под действием силы $\vec{F}=\vec{F_0}\cos\omega t$, где $\vec{F_0}$ и ω - постоянные. Сколько времени частица будет двигаться до первой остановки? Какой путь она пройдет за это время?

Решение:

Частица остановится, когда её скорость станет равной нулю: $\vec{v}(t)=0$. Чтобы найти скорость интегрируем ускорение по времени: $\vec{v}(t)=\int\vec{a}\,dt$.

По второму закону Ньютона $\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}=\frac{\vec{F_0}\cos\omega t}{m}$. Обозначим $\vec{a_0}=\frac{\vec{F_0}}{m}$, тогда $\vec{a}=\vec{a_0}\cos\omega t$. Подставим ускорение в интеграл $\vec{v}(t)=\int\vec{a}\,dt=\int\vec{a_0}\cos\omega t\,dt=\vec{a_0}\frac{\sin\omega t}{\omega}+\vec{C_1}$

Используем начальные условия $\vec{v}(0)=0$:

$\vec{v}(0)=\vec{a_0}\frac{\sin 0}{\omega}+\vec{C_1}=0 \Rightarrow \vec{C_1}=0$, тогда $\vec{v}(t)=\vec{a_0}\frac{\sin\omega t}{\omega}$.

При остановке частицы $\vec{v}(t)=0$, значит $\sin\omega t=0$, так как $\vec{F_0}$ и ω - постоянные. Первый корень уравнения $\sin\omega t=0$ (кроме $t=0$): $\omega t=\pi \Rightarrow t=\frac{\pi}{\omega}$. Значит, время до первой остановки $t_{ост}=\frac{\pi}{\omega}$.

Скорость — это производная радиус-вектора по времени: $\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}$. Интегрируем скорость по времени, чтобы найти радиус-вектор: $\vec{r}(t)=\int\vec{v}\,dt=\int\vec{a_0}\frac{\sin\omega t}{\omega}dt$. Тогда $\vec{r}(t)=-\vec{a_0}\frac{\cos\omega t}{\omega^2}+\vec{C_2}$. Используем начальные условия $\vec{r}(0)=0$:

$\vec{r}(0)=-\vec{a_0}\frac{\cos 0}{\omega^2}+\vec{C_2}=0 \Rightarrow \vec{C_2}=\vec{a_0}\frac{1}{\omega^2}$, тогда $\vec{r}(t)=-\vec{a_0}\frac{\cos\omega t}{\omega^2}+\vec{a_0}\frac{1}{\omega^2}=\frac{\vec{a_0}}{\omega^2}\cdot(1-\cos\omega t)$.

Подставим $t_{ост}=\frac{\pi}{\omega}$ и получим пройденный путь: $s=\vec{r}\left(\frac{\pi}{\omega}\right)=\frac{\vec{a_0}}{\omega^2}\cdot(1-\cos\pi)=\frac{2\vec{a_0}}{\omega^2}$.

Подставим $\vec{a_0}=\frac{\vec{F_0}}{m}$ в путь: $s=\frac{2\vec{a_0}}{\omega^2}=\frac{2F_0}{m\omega^2}$.

Ответ: время до первой остановки $t_{ост}=\frac{\pi}{\omega}$, пройденный путь за это время $s=\frac{2F_0}{m\omega^2}$.

5. Оценить отношение $n = \frac{V_M}{V}$ суммарного объема V_M молекул воздуха к объему V сосуда, в котором они находятся при нормальных условиях. Диаметр молекул воздуха *d* принять равным *d = 3,7 A*.

Решение:

Диаметр молекул воздуха $d = 3.7\,\text{Å} = 3.7 \times 10^{-10}\,м$. Нормальные условия - это давление $P = 1атм = 1.013 \times 10^5\ Па$, температура $T = 273\ K$. Молекулы воздуха можно считать сферами диаметром *d*.

Рассчитаем объем одной молекулы: $V_1 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{3,7\cdot 10^{-10}}{2}\right)^3 =$

$= \frac{4}{3}\pi\left(1,85\cdot 10^{-10}\right)^3 \approx \frac{4}{3}\pi\cdot 1,85\cdot 10^{-30} \approx 2,65\cdot 10^{-29}$ м^3.

Выразим количество молекул из уравнения состояния идеального газа:

$PV = NkT \;\Rightarrow\; N = \frac{PV}{kT}$, где $k = 1,38\cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана.

Подставим нормальные условия:

$N = \frac{PV}{kT} = \frac{1,013\cdot 10^5\cdot V}{1,38\cdot 10^{-23}\cdot 273} \approx \frac{1,013\cdot 10^5\cdot V}{3,77\cdot 10^{-21}} \approx 2,69\cdot 10^{25}\cdot V$

Рассчитаем суммарный объем молекул воздуха:

$V_M = N\cdot V_1 = 2,69\cdot 10^{25}\cdot V\cdot 2,65\cdot 10^{-29} \approx 7,13\cdot 10^{-4}\cdot V$.

Получим отношение $n = \frac{V_M}{V} = \frac{7,13\cdot 10^{-4}\cdot V}{V} = 7,13\cdot 10^{-4}$.

Ответ: Отношение $n = \frac{V_M}{V}$ суммарного объема V_M молекул воздуха к объему V сосуда при нормальных условиях равно $7,13\cdot 10^{-4}$.