

בסיס

נבדוק שלושה מקרי בסיס שונים.

נניח ש- $len(lst) = 0$. אז בקריאה ראשונה של הפונקציה נקבל ש- $start = 0, end = 0$. מזה נובע שהפונקציה תיכנס לתנאי הראשון ותחזיר $False$.

כרגע נניח ש- $len(lst) = 1$ וש- num שייך ל- lst . בקריאה הראשונה של הפונקציה נקבל ש- $start = 0, end = 1$. כיוון ש- $start < end$ הפונקציה לא תיכנס לתנאי הראשון. אז נסמן $m = (start + end) // 2 = 0$. אם num שייך לרשימה ולרשימה יש רק איבר אחד, לא ייתכן ש- $num > lst[0]$ או ש- $num < lst[0]$, כלומר נקבל ש- $num = lst[0]$. לכן הפונקציה לא תיכנס לאף תנאי ונקבל $True$ בסוף.

כרגע נניח ש- $len(lst) = 1$ וש- num לא שייך ל- lst . בקריאה הראשונה של הפונקציה נקבל ש- $start = 0, end = 1$. כיוון ש- $start < end$ הפונקציה לא תיכנס לתנאי הראשון. אז נסמן $m_1 = (start + end) // 2 = 0$. אם num לא שייך לרשימה אז נקבל ש- $num \neq lst[0]$. מזה נובעים שני מקרים:

- אם $num > lst[0]$ הפונקציה תיכנס לתנאי השני ותחזור להתחלה ברקורסיה. בקריאה השנייה נקבל $start = m_1 + 1 = 1, end = 1$. כיוון ש- $start = end$ הפונקציה תיכנס לתנאי הראשון ונקבל $False$ בסוף.
- אם $num < lst[0]$ הפונקציה תיכנס לתנאי השלישי ותחזור להתחלה ברקורסיה. בקריאה השנייה נקבל $start = 0 = 1, end = -1$. כיוון ש- $start > end$ הפונקציה תיכנס לתנאי הראשון ונקבל $False$ בסוף.

הנחת האינדוקציה

נניח שהאלגוריתם נכון עבור רשימה באורך k , כלומר עבור lst כך ש- $len(lst) = k$.

צעד האינדוקציה

נוכיח עבור רשימה של אורך $k + 1$.

נפריד בין מקרים.

- נניח ש- num שייך לרשימה ונניח מקומו בדיוק באמצע. בקריאה הראשונה של הפונקציה נקבל ש- $start = 0, end = k + 1$. כיוון ש- $start < end$ הפונקציה לא תיכנס לתנאי הראשון. אז נסמן $m = (start + end) // 2 = (k + 1) // 2$. המספר מופיע בדיוק באמצע הרשימה, כלומר $num = lst[m]$. מהנחת האינדוקציה נקבל שהפונקציה לא תיכנס לאף תנאי ונקבל $True$ בסוף.

- נניח ש- num שייך לרשימה ונניח שהוא בחלק הימני שלה, כלומר המספר מופיע בימינו של אמצע הרשימה. בקריאה הראשונה של הפונקציה נקבל ש- $start = 0, end = k + 1$. כיוון ש- $start < end$ הפונקציה לא תיכנס לתנאי הראשון. אז נסמן $m_1 = (start + end) // 2 = (k + 1) // 2$. כיוון שהמספר מופיע בימינו של אמצע הרשימה נקבל ש- $num > lst[m_1]$. מהנחת האינדוקציה נקבל שהפונקציה תחזור להתחלה ברקורסיה מספר פעמים עד ש- $num = lst[m_1]$, אז בקריאה האחרונה הפונקציה לא תיכנס לאף תנאי ונקבל $True$ בסוף.

- נניח ש- num שייך לרשימה ונניח שהוא בחלק השמאלי שלה, כלומר המספר מופיע בשמאלו של אמצע הרשימה. בקריאה הראשונה של הפונקציה נקבל ש- $start = 0, end = k + 1$. כיוון ש- $start < end$ הפונקציה לא תיכנס לתנאי הראשון. אז נסמן $m_2 = (start + end) // 2 = (k + 1) // 2$. כיוון שהמספר מופיע בשמאלו של אמצע הרשימה נקבל ש- $num < lst[m_2]$. מהנחת האינדוקציה נקבל שהפונקציה תחזור להתחלה ברקורסיה מספר פעמים עד ש- $num = lst[m_2]$, אז בקריאה האחרונה הפונקציה לא תיכנס לאף תנאי ונקבל $True$ בסוף.