

TD 2 : résolution de systèmes linéaires

Exercice 1. Résoudre dans \mathbb{R} le système linéaire :

$$\begin{cases} -3x - 2y - z + 2t = -1 \\ 4y + z - t = 0 \\ z + t = 0 \\ 2t = -4. \end{cases}$$

Exercice 2. On considère le système échelonné :

$$\begin{cases} x - y + 4z + 2t - s = -1 \\ -z + 3t + 3s = 0 \\ 3t - 2s = 2. \end{cases}$$

1. Identifier les pivots, les inconnues principales et les inconnues secondaires.
2. Que vaut le rang de ce système ?
3. Décrire l'ensemble des solutions du système.

Exercice 3. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $2y - z + 3t = 1$ dont les inconnues sont x, y, z, t (il n'y a pas d'erreur dans l'énoncé).

Exercice 4. Résoudre dans \mathbb{R} les systèmes suivants par la méthode du pivot du Gauss.

1. $\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{2}{5}y = -1 \\ \frac{3}{5}x + \frac{1}{2}y = -\frac{1}{5}. \end{cases}$

2. $\begin{cases} x + 2y + 3z = 5 \\ 2x + 3y + z = 4 \\ 3x + y + 2z = 3. \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ x + y - 2z = -3 \\ 2x + y - 2z = -2. \end{cases}$

4. $\begin{cases} 2x - 3y - z = -2 \\ x + y - 3z = -1 \\ -x + 2y = 1. \end{cases}$

5. $\begin{cases} 2x + 6y - 4z = 1 \\ x + 3y - 2z = 4 \\ 2x + y - 3z = -7. \end{cases}$

6. $\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 4 \\ x - 2y + 3z = 2. \end{cases}$

7. $\begin{cases} x + 2y + 3z - 2t = 6 \\ 2x - y - 2z - 3t = 8 \\ 3x + 2y - z + 2t = 4 \\ 2x - 3y + 2z + t = -8. \end{cases}$

Exercice 5. Discuter l'existence et l'unicité des solutions dans \mathbb{R} des systèmes suivants, selon la valeur du paramètre $m \in \mathbb{R}$.

1. $\begin{cases} x - y + z = m \\ x + my - z = 1 \\ x - y - z = 1. \end{cases}$

2. $\begin{cases} mx + y + z = 1 \\ x + my + z = 1 \\ x + y + mz = 1. \end{cases}$

3. $\begin{cases} x + y + (2m - 1)z = 1 \\ mx + y + z = 1 \\ x + my + z = 3(m + 1). \end{cases}$