Увод в анализа и прогнозирането на времеви редове

Дефиниция

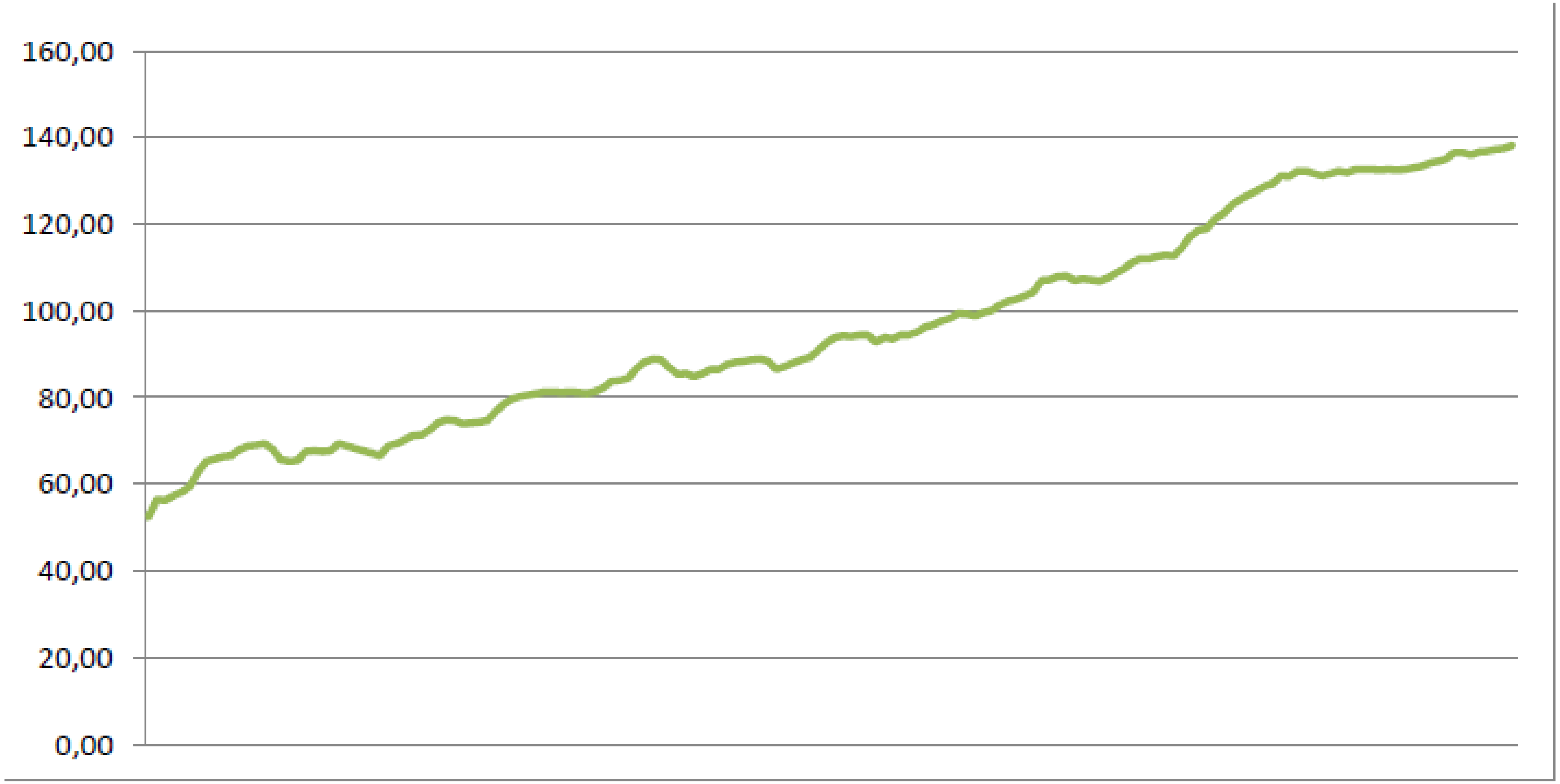
- Времевият ред представлява множество от наблюдения Yt, всяко от които е записано в специфичен момент от времето t
- При дискретните времеви редове множеството t се състои от цели числа и наблюденията са направени през фиксиран времеви интервал
- За икономическите времеви редове най-често интервалът е ден, месец, тримесечие или година
- Когато дадена величина се записва непрекъснато за определен интервал имаме непрекъснат времеви ред
- В настоящия курс ще разглеждаме дискретни времеви редове

Примери

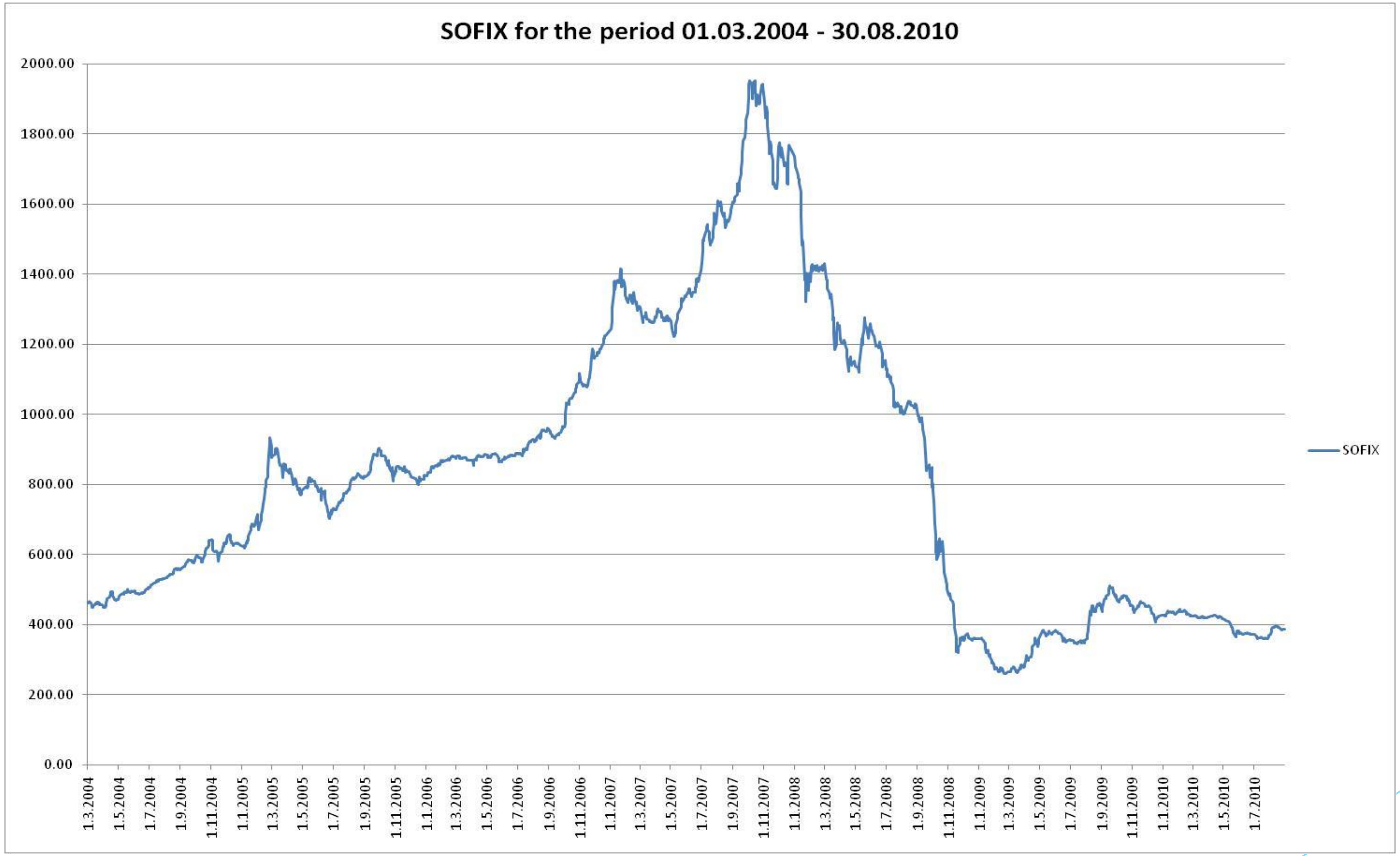
- Пример 1 – Населението на САЩ
- Пример 2 – Индекс на потребителските цени в България
- Пример 3 – индекса SOFIX
- Example 4 – Лоши и преструктурирани потребителски кредити в България

Населението на САЩ (в мил.)

Индекс на потребителските цени в България

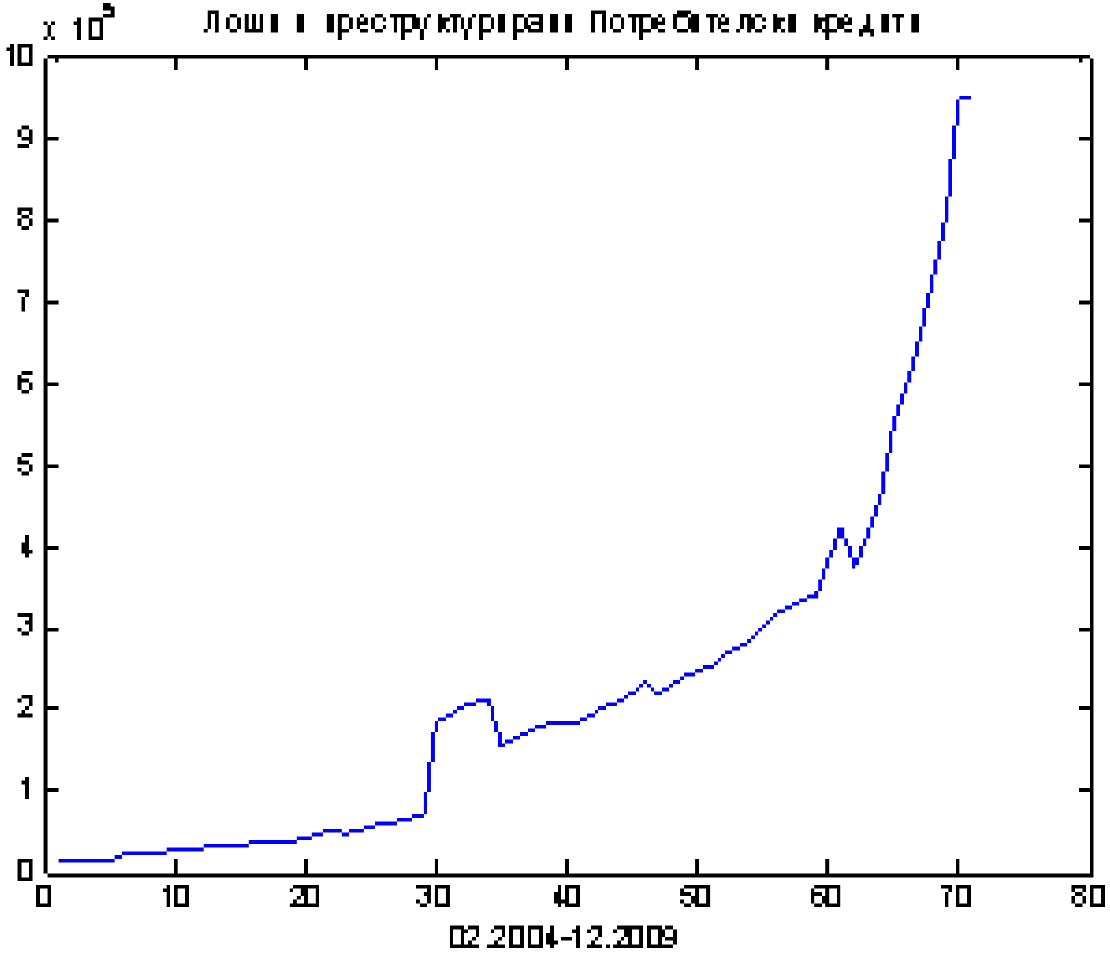


SOFIX



SOFIX for the period 01.03.2004 - 30.08.2010
2000.00
1800.00
1600.00
1400.00
1200.00
1000.00
800.00
600.00
400.00
200.00
0.00
1.3.2004
1.5.2004
1.7.2004
1.9.2004
1.11.2004
1.1.2005
1.3.2005
1.5.2005
1.7.2005
1.9.2005
1.11.2005
1.1.2006
1.3.2006
1.5.2006
1.7.2006
1.9.2006
1.11.2006
1.1.2007
1.3.2007
1.5.2007
1.7.2007
1.9.2007
1.11.2007
1.1.2008
1.3.2008
1.5.2008
1.7.2008
1.9.2008
1.11.2008
1.1.2009
1.3.2009
1.5.2009
1.7.2009
1.9.2009
1.11.2009
1.1.2010
1.3.2010
1.5.2010
1.7.2010
SOFIX

Лоши и преструктурирани потребителски кредити в България



Общ подход при моделирането на времеви редове

- Направете диаграма на времевия ред и определете основните ѝ особености:
  - Наличие на тенденция (тренд)
  - Наличие на сезонна съставка
  - Наличие на резки промени в поведението
  - Наличие на отличаващи се наблюдения (Outliers)

Общ подход при моделирането на времеви редове

- Тренда и сезонната съставка се филтрират с цел получаване на стационарен времеви ред
- Понякога е удачно да се извърши предварителна трансформация на данните
- Примерно, ако флуктуациите в данните нарастват приблизително линейно, то преобразувания посредством логаритмичната функция времеви ред $\{\ln X1, \ldots, \ln Xn\}$ ще има значително по-равномерни флуктуации
- Такова преобразуване се прилага често при финансовите времеви редове

Общ подход при моделирането на времеви редове

- Съществуват два основни подхода за премахване на тренда и сезонната компонента
- Първият подход е да се оценят и след това да се извадят от оригиналния времеви ред
- При втория подход се изчисляват и моделират първите разлики, т.е. вместо оригиналния ред $\{Xt\}$ се разглежда времевия ред $\{Yt : Xt - Xt{-}d\}$, където d е положително цяло число.

Общ подход при моделирането на времеви редове

- Избират се модели за оценяване от голямо първоначално множество от "кандидати"
- Проверява се адекватността на оценените модели да обясняват задоволително особеностите на времевия ред
- Конструират се прогнози за трансформираните данни, след което се прилагат обратни трансформации за да се получат прогнози за оригиналните времеви редове

Изглаждане и екстраполиране на времеви редове – емпирични подходи

- Пълзящо средно
- Експоненциално изглаждане

Компоненти на времевите редове

- Удачно е да разглеждаме даден времеви ред като съставен от няколко различни компонента, които се наслагват един върху друг
- Най-често различаваме:
  - Дългосрочна тенденция (тренд) T_t
  - Циклична съставка C_t
  - Сезонна съставка S_t
  - Случайна съставка I_t

Компоненти на времевите редове

- Комбинирането на тези компоненти може да е посредством:
- Събиране $Y_t = T_t + C_t + S_t + I_t$
- Умножение $Y_t = T_t * C_t * S_t * I_t$
- Комбинация от събиране и умножение, например $Y_t = (T_t + C_t) * S_t + I_t$

Компоненти на времевите редове

- T_t,C_t и S_t са детерминистични, т.е. подлежат на екстраполиране (прогнозиране)
- I_t е случайна компонента със средна стойност нула
- T_t и C_t най-често не могат да се отделят и се разглеждат съвместно

Изглаждане на времеви редове

- В най-простия случай липсват тренд, циклична съставка и сезонност, като детерминистичната компонента е сведена до нивото (L_t) на времевия ред:

  $$Y_t=L_t+I_t$$

- Процесът на премахване на случайната съставка от данните се нарича “изглаждане”

Пързящо средно

$$L_t = \frac{1}{n}(Y_t + Y_{t-1} + Y_{t-2} + \cdots + Y_{t-n+1})$$

$$\hat{Y}_t(h) = L_t, \; h = 1,2,3,\ldots$$

Експоненциално изглаждане

$$L_t = \alpha Y_t + \alpha(1-\alpha)Y_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 Y_{t-2} + \cdots, \quad \alpha \in (0,1)$$

$$L_t = \alpha Y_t + (1-\alpha)L_{t-1}, \quad \alpha \in (0,1)$$

$$L_1 = Y_1$$

$$\hat{Y}_t(h) = L_t$$

Функция на Матлаб “expsm.m”

```
function e=expsm(a,X)
%Calculates forecasting error  for one step forecast
n=length(X);
L=zeros(n,1);
Xf=zeros(n,1);
L(1)=X(1);
for i=2:n,
    L(i)=a*X(i)+(1-a)*L(i-1);
end
e=mean((X(2:n)-L(1:n-1)).^2);
t=[1:n]';
plot(t,X,t(2:n),L(1:n-1),'m*')
```

Холт-Уинтърс с адитивен тренд

$$L_t = \alpha Y_t + (1-\alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \quad 0 < \alpha < 1$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1} \quad 0 < \beta < 1$$

$$L_2 = Y_2, \quad T_2 = Y_2 - Y_1$$

$$\hat{Y}_t(h) = L_t + hT_t$$

$$e_{t+h} = \hat{Y}_t(h) - Y_{t+h}$$

Функция “holt.m”

```
function [e,L,T]=holt(a,X)
n=length(X); L=zeros(n,1); T=zeros(n,1); Xf=zeros(n,1);

L(2)=X(2);
T(2)=X(2)-X(1);
for i=3:n,
    L(i)=a(1)*X(i)+(1-a(1))*(L(i-1)+T(i-1));
    T(i)=a(2)*(L(i)-L(i-1))+(1-a(2))*T(i-1);
end
for i=3:n
    Xf(i)=L(i-1)+T(i-1);
end
e=mean((X(3:n)-Xf(3:n)).^2);
t=[1:n]';
plot(t,X,t(3:n),Xf(3:n),'m*')
```

Други модели с локален тренд

$$L_t = \alpha Y_t + (1-\alpha)(L_{t-1}T_{t-1}) \quad 0 < \alpha < 1$$

$$T_t = \frac{\beta L_t}{L_{t-1}} + (1-\beta)T_{t-1} \quad 0 < \beta < 1$$

$$L_2 = Y_2, \quad T_2 = 1$$

$$\hat{Y}_t(h) = L_t T_t^h$$

Други модели с локален тренд

$$L_t = \alpha Y_t + (1-\alpha)(L_{t-1} + \phi T_{t-1}) \quad 0 < \alpha < 1, 0 < \phi \leq 1$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta)\phi T_{t-1} \quad 0 < \beta < 1$$

$$\hat{Y}_t(h) = L_t + \sum_{i=1}^{h} \phi^i T_t$$

Холт-Уинтърс със сезонност

$$L_t = \alpha(Y_t - F_{t-s}) + (1-\alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \quad 0 < \alpha < 1$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1} \quad 0 < \beta < 1$$

$$F_t = \gamma(Y_t - L_t) + (1-\gamma)F_{t-s}$$

$$\hat{Y}_t(h) = L_t + hT_t + F_{t+h-s} \quad h = 1,2,\ldots,s$$

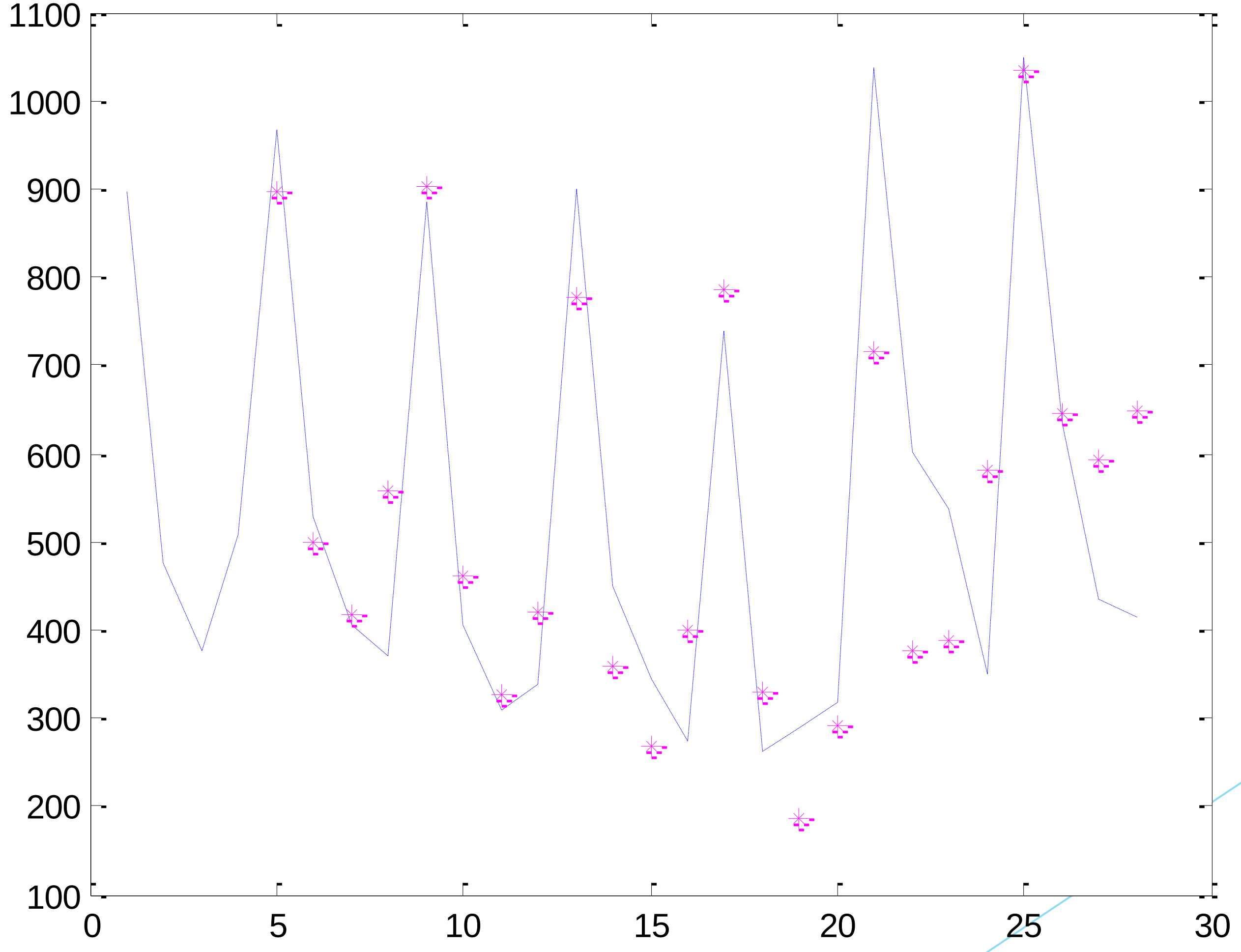
Холт-Уинтърс със сезонност

$$L_4 = \frac{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4}{4}$$

$$T_4 = 0$$

$$F_i = Y_i - L_4, \quad i = 1,2,3,4$$

Пример за Холт-Уинтърс със сезонност



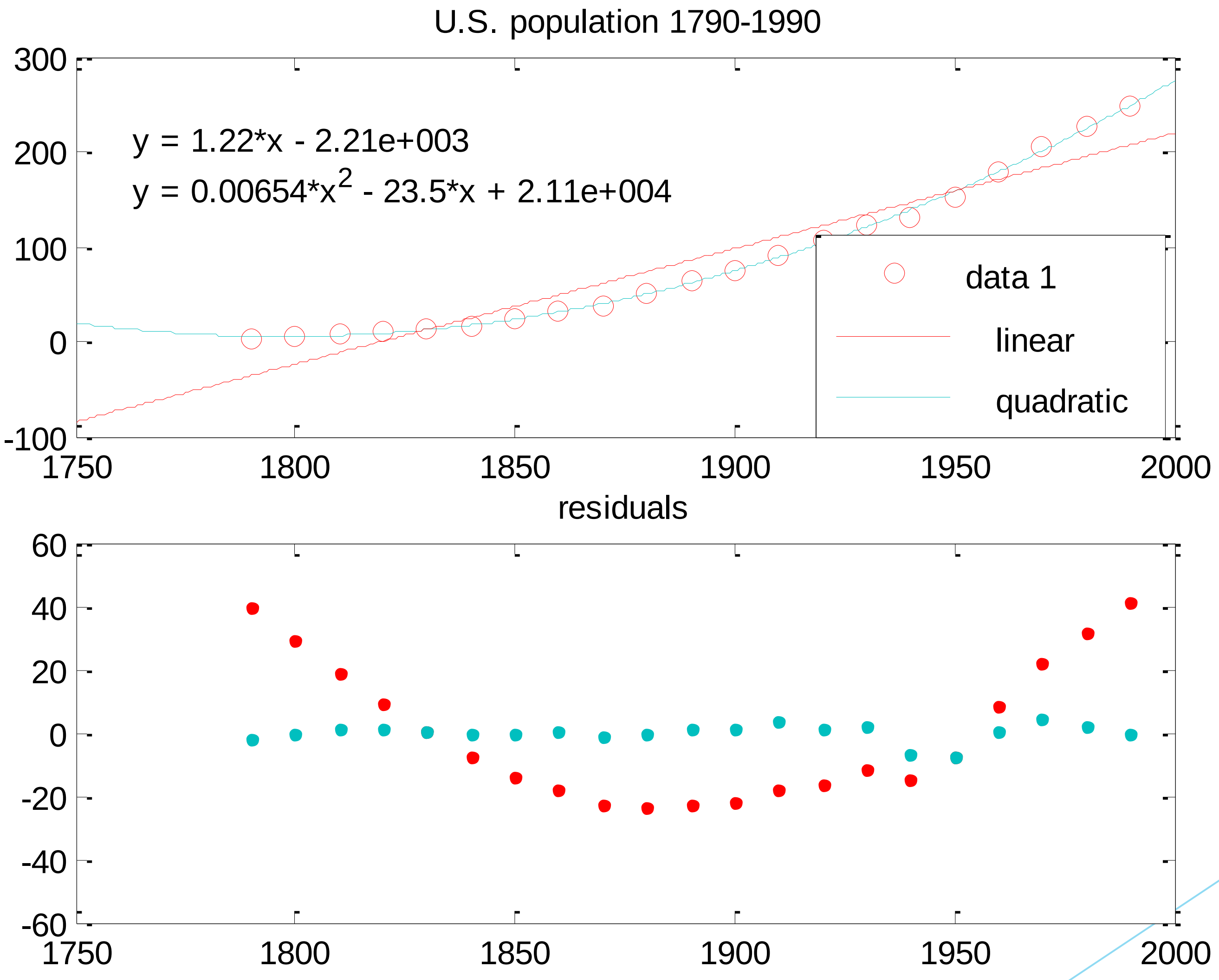
Моделиране на тренда

$$T_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \cdots + \beta_n t^n$$

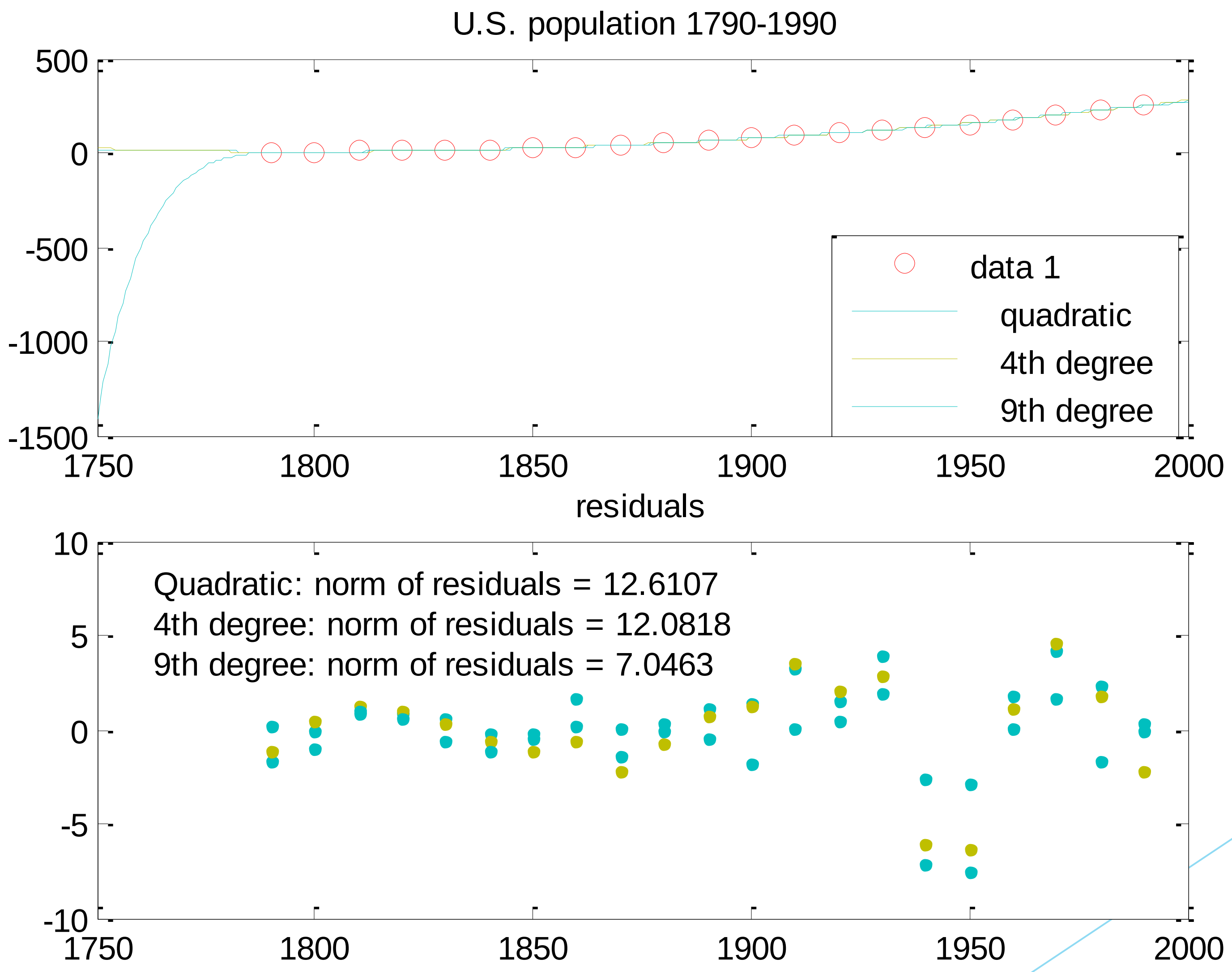
$$Y_t = T_t + I_t$$

$$\hat{Y}_t(h) = T_{t+h}$$

Моделиране на тренда



Моделиране на тренда



Пример 3: Индикатори в техническия анализ

- Индикаторът е математическа формула (статистика), която се изчислява от исторически данни за цената/обема
- **Следващите тренда** (lagging) индикатори са подходящи при наличие на дълги трендове
- При тях се губят “ранните” възможности за сметка на намаления риск

Пример за следващ индикатор-MACD

- Пълзящо средно събиране-раздалечаване (Moving Average Convergence Divergence - MACD) е един от най-често използваните следващи индикатори
- При него се изчислява разликата между две пълзящи средни с ширина 12 дни и 26 дни

Пример за следващ индикатор- MACD

- Индикаторът осцилира около нулата
- Когато MACD е положителен, това е знак за “бичи” пазар, защото последните очаквания за цените (12-дневни средни) са по-високи от предишните нагласи (26-дневни средни)
- При отрицателни стойности на MACD имаме “мечи” пазар

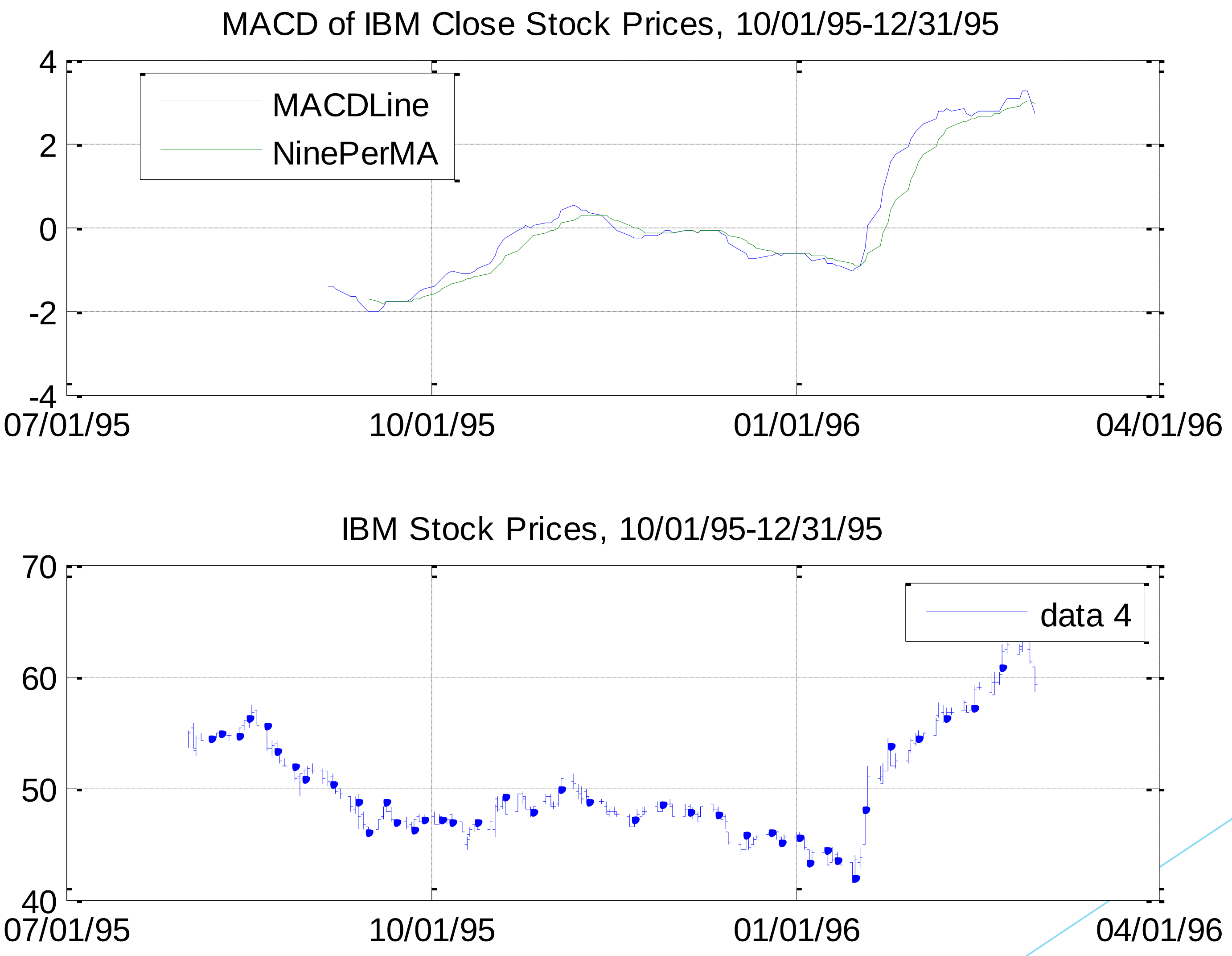
MACD

- Обикновено се изчислява и 9-дневно пълзящо средно от MACD, което се разглежда като “сигнална линия”
- Тази линия “предвижда” сближаването на двете пълзящи средни (т.е. MACD се доближава до нула)

MACD

- Сигнал за купуване имаме когато MACD пресича отдолу-нагоре сигналната линия
- Сигнал за продажба имаме при падане на MACD под сигналната линия

MACD


MACD of IBM Close Stock Prices, 10/01/95-12/31/95
MACDLine
NinePerMA
4
2
0
-2
-4
07/01/95
10/01/95
01/01/96
04/01/96
IBM Stock Prices, 10/01/95-12/31/95
data 4
70
60
50
40
07/01/95
10/01/95
01/01/96
04/01/96