METODE PERAMALAN DERET WAKTU

Pertemuan ke-1

Yenni Angraini, M.Si dan Akbar Rizki, M.Si

OUTLINE

1. Pokok Bahasan
2. Pendahuluan

OUTLINE

1. Pokok Bahasan

2. Pendahuluan

1. Pokok Bahasan

Pokok Bahasan

- Pengertian, ruang lingkup, dan karakteristik data deret waktu serta overview berbagai metode peramalan
- Metode pemulusan rataan bergerak sederhana dan rataan bergerak ganda
- Metode pemulusan eksponensial sederhana dan eksponensial ganda
- Metode pemulusan Winter aditif dan multiplikatif
- Model regresi untuk data deret waktu
- Model regresi dengan peubah lag

UJIAN TENGAH SEMESTER (UTS)

- Konsep Dasar Pemodelan Data Deret Waktu
- Model Deret Waktu Stasioner
- Model Deret Waktu Tidak Stasioner
- Identifikasian Model ARIMA
- Pendugaan Parameter Model, Diagnostik dan Peramalan
- Presentasi Tugas (PENILAIAN UAS)

1. Pokok Bahasan

Pustaka yang digunakan

1. Montgomery, D.C., et.al. 2008. Forecasting Time Series Analysis 2nd. John Wiley
2. Cryer, J.D. and Chan, K.S. 2008. Time Series Analysis with Application in R. Springer
3. Abraham, B and Ledolter, J. 2005. Statistical Methods for Forecasting, John Wiley
4. Hyndman, R.J and Athanasopoulos, G. 2013. Forecasting: principles and practice

OUTLINE

1. Pokok Bahasan

2. Pendahuluan

2. Pendahuluan

Why we need study time series analysis?

Manusia hidup dalam ruang dan waktu sehingga tidak bisa dipisahkan dengan data deret waktu.

2. Pendahuluan

DEFINISI DATA DERET WAKTU

" Data yang diamati berdasarkan urutan waktu dengan rentang yang sama (jam, hari, minggu, bulan, tahun, dsb)"

Misalnya: data harian covid-19 di Indonesia, data nilai tukar rupiah harian, dsb.

2. Pendahuluan

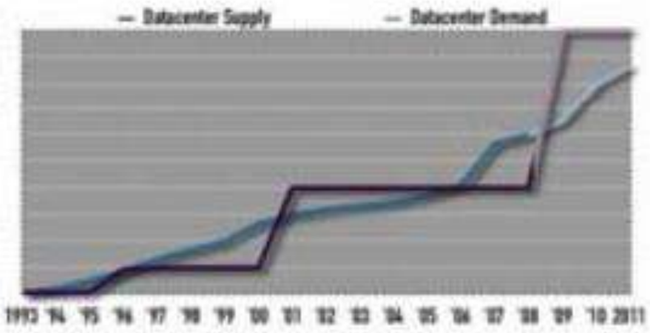
BIDANG KESEHATAN

2. Pendahuluan

BIDANG EKONOMI

Data keuangan

Data Stok Barang

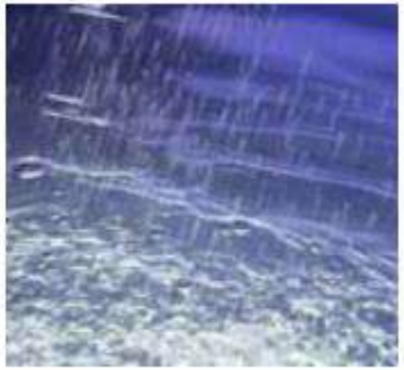


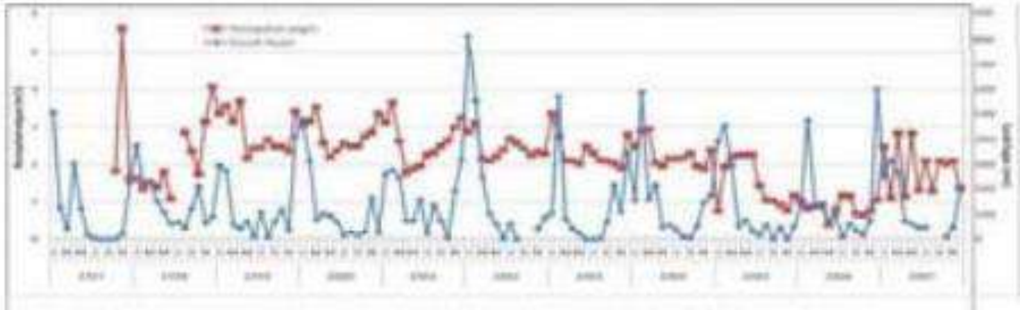
Data supply demand

Data daya tukar nilai uang

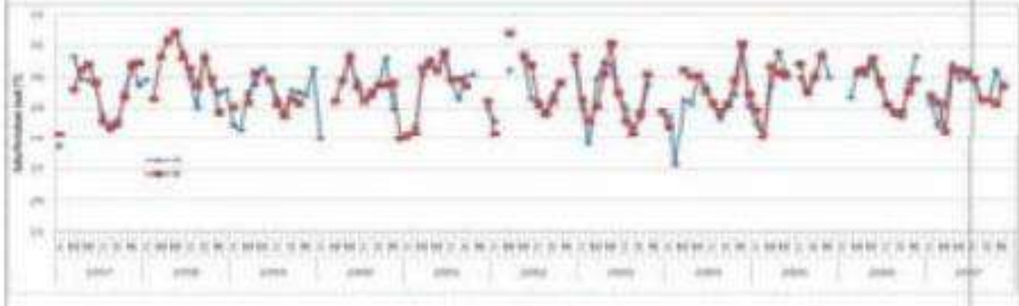
2. Pendahuluan

BIDANG KLIMATOLOGI





Gambar 3. Curah hujan dan kecepatan angin di Teluk Jakarta berdasarkan data stasiun BMG Tanjung Priok



Gambar 4. Variasi temporal suhu permukaan laut dari sensor AVHRR di Teluk Jakarta wilayah A dan B

2. Pendahuluan

Kapan data didekati dengan metode deret waktu?

Kalau diduga kuat bahwa keragaman dalam data ada **faktor waktu yang dominan** (faktor-faktor lain yang mempengaruhi, juga dipengaruhi waktu)

2. Pendahuluan

DATA DERET WAKTU

Data deret waktu secara teoritis ditulis sebagai:

$$x_t = b_1 z_1(t) + b_2 z_2(t) \ldots + b_k z_k(t) + \varepsilon$$

dimana

b_k = Parameter ke - k

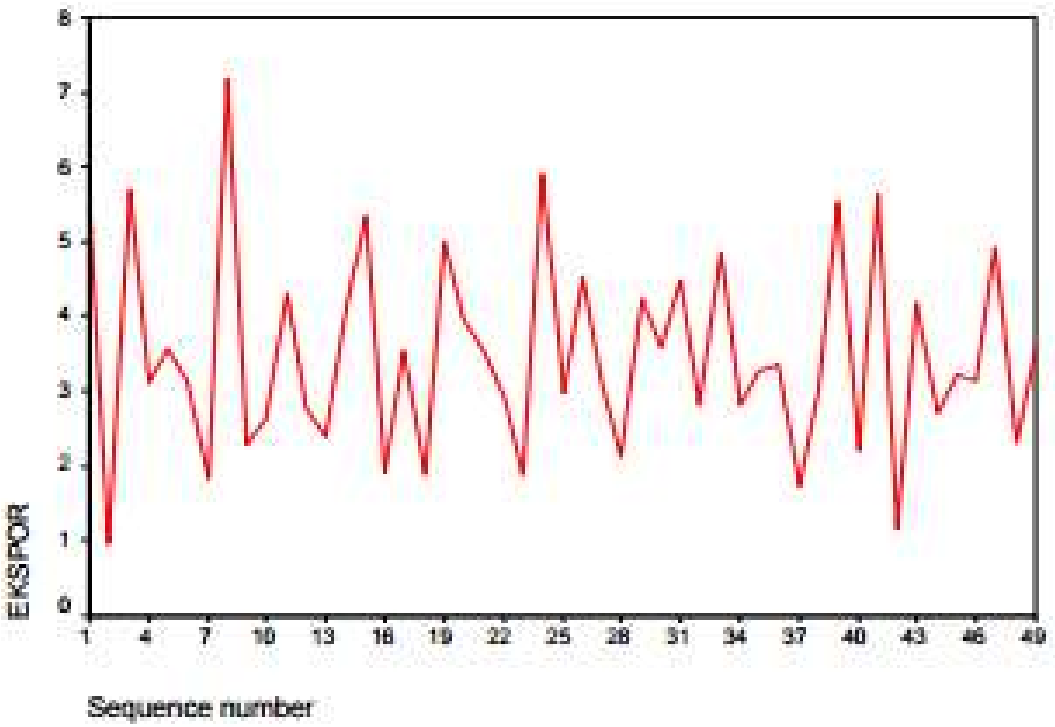
$z_k(t)$ = Fungsi Matematik ke - k pada t

ε_k = Komponen Acak ke - k

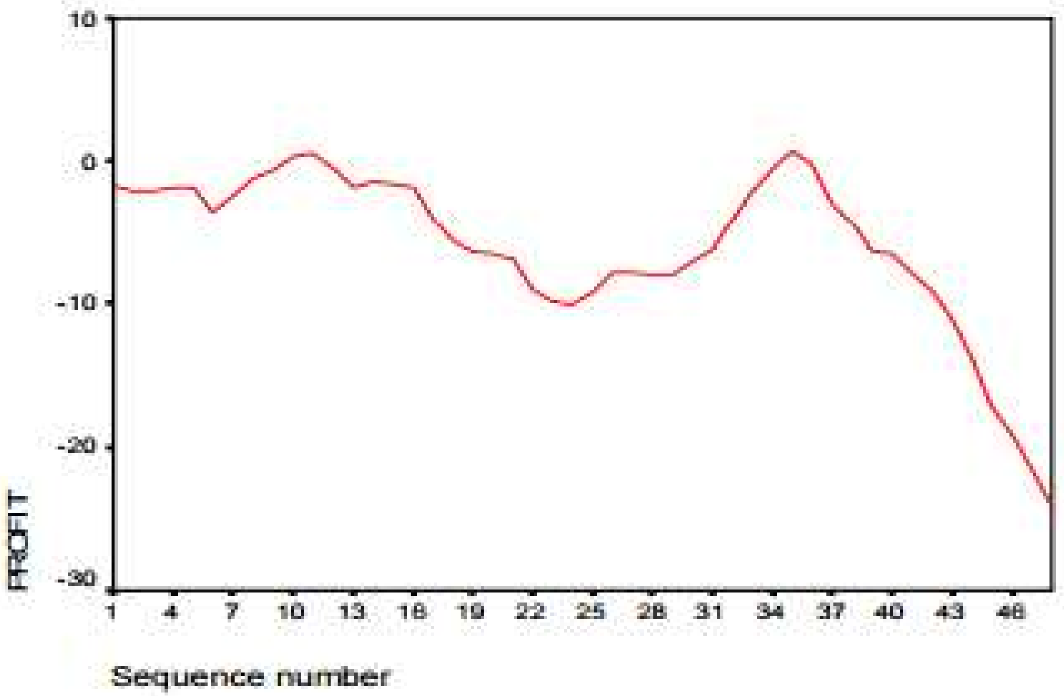
2. Pendahuluan

KARAKTERISTIK DATA DERET WAKTU

- Secara garis besar, data DW dibedakan menjadi dua, yaitu stasioner dan tidak stasioner
- Dikatakan stasioner apabila data DW memiliki nilai tengah (rataan) dan ragam (fluktuasi) yang konstan dari waktu ke waktu



Contoh data DW Statsioner



Contoh data DW tidak Statsioner

2. Pendahuluan

POLA DATA DERET WAKTU

Secara garis besar pola data time series adalah:

- Pola Data Horizontal

  →Terjadi bila data berfluktuasi di sekitar rata-rata yang konstan.

  Contoh: Data penjualan yang konstan

- Pola Data Musiman

  →Terjadi bilamana suatu deret dipengaruhi oleh faktor musiman (misalnya kuartal tahun tertentu, bulanan, atau hari-hari pada minggu tertentu)

  Contoh: Data produksi tanaman

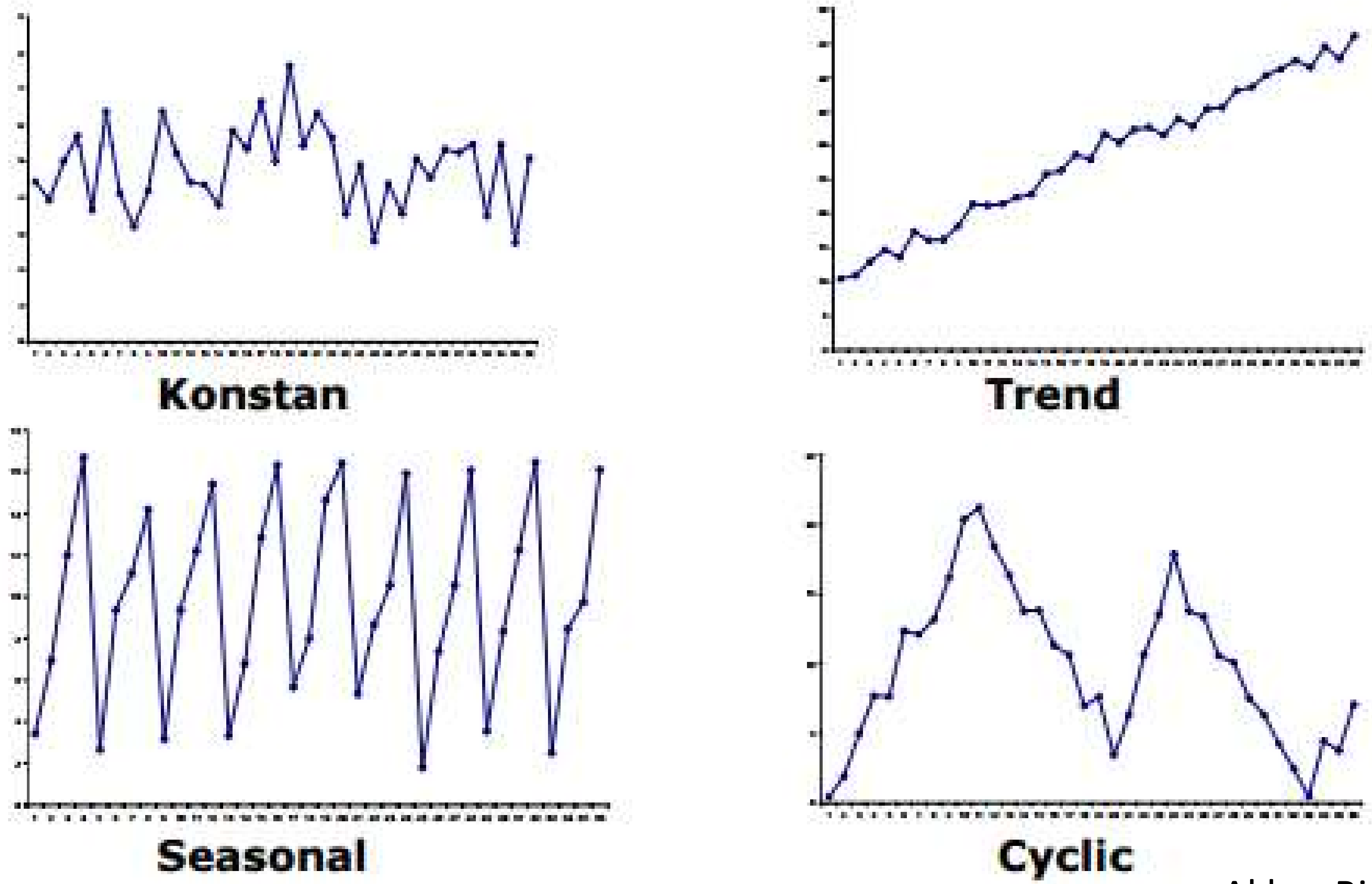
2. Pendahuluan

POLA DATA DERET WAKTU

- Pola Data Siklis
  →Terjadi bila data dipengaruhi oleh fluktuasi ekonomi jangka panjang seperti yang berhubungan dengan siklus bisnis.
  Contoh: Penjualan mobil
- Pola Data Trend
  →Terjadi bilamana kenaikan atau penurunan sekuler jangka panjang dalam data
  Contoh: GNP
- Pola Gabungan antara beberapa pola yang telah disebutkan diatas

2. Pendahuluan

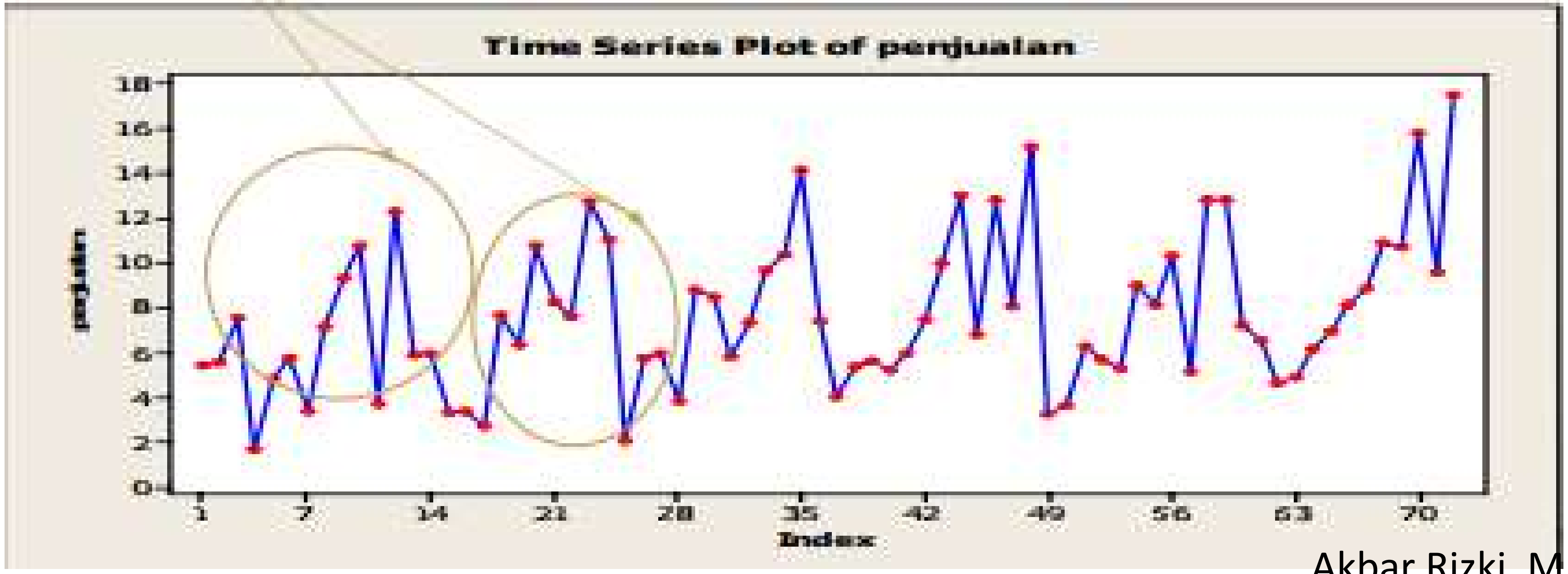
POLA DATA DERET WAKTU



2. Pendahuluan

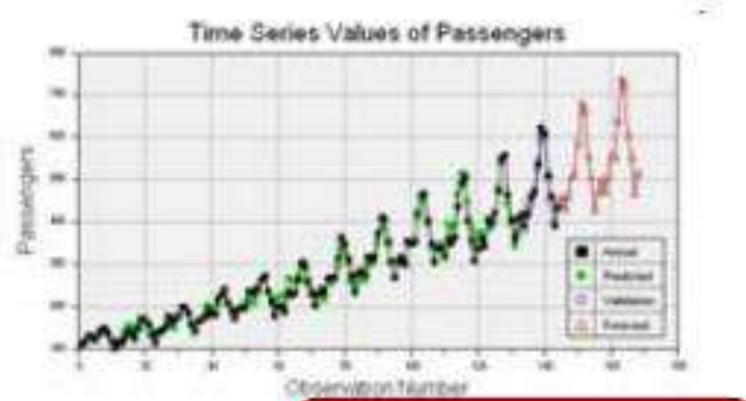
PLOT DATA DERET WAKTU

Time Series plot sangat penting untuk melihat pola data deret waktu yang akan kita analisa lebih lanjut.
Dibawah ini adalah contoh data deret waktu penjualan yang memiliki **pola musiman**.

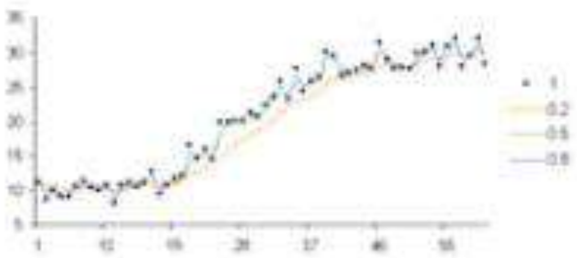


2. Pendahuluan

RUANG LINGKUP ANALISIS DATA DERET WAKTU



Pemulusan



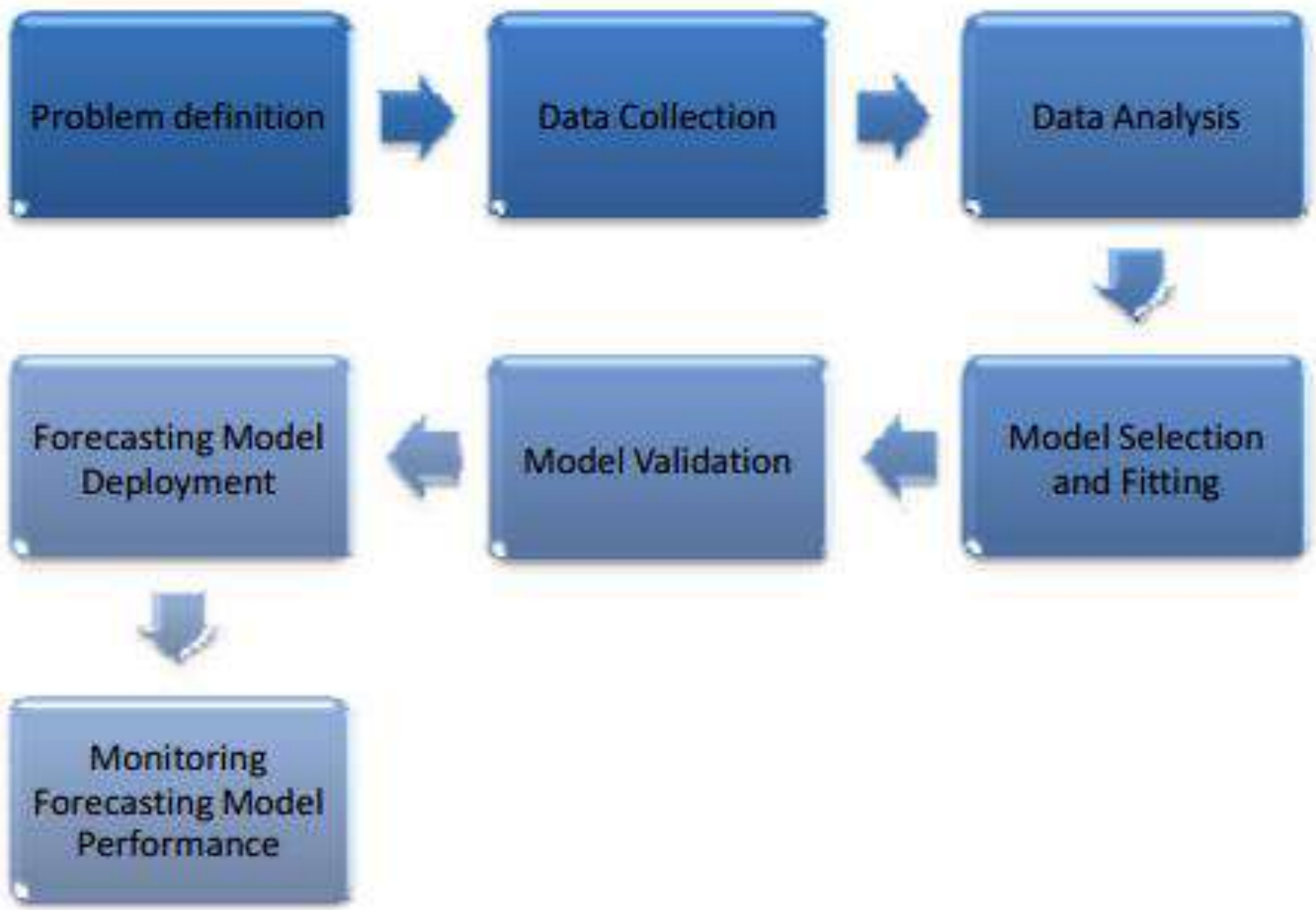
Peramalan

$$X_t = c + \varepsilon_t + \sum_{i=1}^{p} \varphi_i X_{t-i} + \sum_{i=1}^{q} \theta_i \varepsilon_{t-i}$$

Pemodelan

2. Pendahuluan

PROSES PERAMALAN



2. Pendahuluan

METODE DALAM ANALISIS DERET WAKTU

- **ARIMA** (Autoregressive Integrated Moving Average) pada dasarnya menggunakan fungsi deret waktu, metode ini memerlukan pendekatan model identifikasi serta penaksiran awal dari paramaternya.

  Sebagai contoh: peramalan nilai tukar mata uang asing, pergerakan nilai IHSG.
- **Regresi** menggunakan dummy variabel dalam formulasi formulasi matematisnya. Sebagai contoh: kemampuan dalam meramal sales suatu produk berdasarkan harganya.
- **Bayesian** merupakan metode yang menggunakan state space berdasarkan model dinamis linear (dynamical (dynamical linear model). Sebagai contoh: menentukan diagnosa suatu penyakit berdasarkan data-data gejala (hipertensi atau sakit jantung), mengenali warna berdasarkan fitur indeks warna RGB, mendeteksi warna kulit (skin detection) berdasarkan fitur warna chrominant.
- **Metode smoothing** dipakai untuk mengurangi mengurangi ketidakteraturan data yang bersifat musiman dengan cara membuat keseimbangan rata-rata dari data masa lampau.

2. Pendahuluan

METODE PERAMALAN KUANTITATIF

- **Metode Pemulusan (Smoothing)**
  - ✓Rata-rata bergerak tunggal (single moving average) – utk data stasioner
  - ✓Rata-rata bergerak ganda (double moving average) – utk data berpola trend
  - ✓Pemulusan exponensial tunggal (single exponential smoothing) – utk data stasioner
  - ✓Pemulusan Pemulusan exponensial exponensial ganda (double exponential exponential smoothing smoothing) – utk data berpola trend
  - ✓Pemulusan Metode Winter – utk data yang ada faktor musiman
- **Metode Pemodelan Box Jenkins (ARIMA)**

MATODE PERAMALAN KUALITATIF

“qualitative forecasting techniques relied on human judgments and intuition more than manipulation of past historical data,” atau metode yang hanya didasarkan kepada penilaian dan intuisi, bukan kepada pengolahan data historis.

2. Pendahuluan

ACCURACY MEASURES

Beberapa ukuran yang dapat dipakai untuk penilaian seberapa baik metode mengepas data:

- Mean Absolute Deviation (MAD)

$$MAD = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} |X_t - \hat{X}_t|$$

- Mean Squared Deviation (MSD)

$$MSD = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} (X_t - \hat{X}_t)^2$$

- Mean Absolute Percentage Error (MAPE)

$$MAPE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} \left|\frac{X_t - \hat{X}_t}{X_t}\right| \times 100\%$$

- AIC (Akaike information criterion)
- BIC (Bayesian information criterion)

IPB University
Bogor Indonesia

TERIMAKASIH

METODE PEMULUSAN RATAAN BERGERAK SEDERHANA (RBS) & RATAAN BERGERAK GANDA (RBG)

Topik ke-2

Akbar Rizki, M.Si

OUTLINE

1. Sekilas Tentang Pemulusan
2. Rataan Bergerak Sederhana
3. Rataan Bergerak Ganda
4. Ilustrasi dengan R

OUTLINE

1. Sekilas Tentang Pemulusan

2. Rataan Bergerak Sederhana

3. Rataan Bergerak Ganda

4. Ilustrasi dengan R

1. SEKILAS TENTANG PEMULUSAN

- Prinsip dasar: pengenalan pola data dengan menghaluskan variasi lokal.
- Prinsip penghalusan umumnya berupa rata-rata.
- Beberapa metode penghalusan hanya cocok untuk pola data tertentu.

Metode yang akan dibahas:

- Single Moving Average
- Double Moving Average
- Single Exponential Smoothing
- Double Exponential Smoothing
- Metode Winter untuk musiman aditif
- Metode Winter untuk musiman multiplikatif

1. SEKILAS TENTANG PEMULUSAN

PERBEDAAN ANTARA NILAI RAMALAN (FORECAST VALUE) DAN NILAI DUGAAN (FITTED VALUE)

Generally, we will need to distinguish between a **forecast** or **predicted value** of y_t that was made at some previous time period, say, $t - \tau$, and a **fitted value** of y_t that has resulted from estimating the parameters in a time series model to historical data. Note that τ is the forecast lead time. The forecast made at time period $t - \tau$ is denoted by $\hat{y}_t(t - \tau)$. There is a lot of interest in the **lead – 1** forecast, which is the forecast of the observation in period t, y_t, made one period prior, $\hat{y}_t(t - 1)$. We will denote the fitted value of y_t by $\hat{y}_t$.

forecast value

fitted value

1. SEKILAS TENTANG PEMULUSAN

PERBEDAAN ANTARA FORECAST ERROR DAN RESIDUAL

We will also be interested in analyzing **forecast errors**. The forecast error that results from a forecast of y_t that was made at time period $t-\tau$ is the **lead** $-\tau$ **forecast error**

$$e_t(\tau) = y_t - \hat{y}_t(t-\tau)$$

For example, the lead $-$ 1 forecast error is

$$\boxed{e_t(1) = y_t - \hat{y}_t(t-1)}$$

OUTLINE

1. Sekilas Tentang Pemulusan

2. Rataan Bergerak Sederhana

3. Rataan Bergerak Ganda

4. Ilustrasi dengan R

2. RATAAN BERGERAK SEDERHANA (RBS)

- Ide: data pada suatu periode dipengaruhi oleh data beberapa periode sebelumnya
- Cocok untuk pola data konstan/stasioner
- Prinsip dasar:
  - ➢ Data *smoothing* pada periode ke-t merupakan rata-rata dari m buah data dari data periode ke-t hingga ke-(t-m+1) ➔ $$S_t = \frac{1}{m}\sum_{i=t-m+1}^{t} X_i$$
  - ➢ Data *smoothing* pada periode ke-t berperan sebagai nilai *forecasting* pada periode ke-t+1

$$F_t = S_{t-1} \text{ dan } F_{n,h} = S_n$$

- $Var(S_t) < Var\ (X_t)$

2. RATAAN BERGERAK SEDERHANA (RBS)

Bulan (t)	Data (X_t)
1	5
2	7
3	6
4	4
5	5
6	6
7	8
8	7
9	8
10	7

CONTOH:

Berikut data profit bulanan (dalam milyar) suatu perusahaan di bidang ekspor impor selama 10 bulan terakhir.

a. Tentukan data termuluskan melalui teknik rataan bergerak sederhana dengan rentang m=3. kemudian buat time series plot nya bersama dengan data asal

b. Tentukan ramalan besarnya profit pada setiap satu waktu ke depan. Berapa ramalan profit pada bulan ke-11 dan ke-12

2. RATAAN BERGERAK SEDERHANA (RBS)

a. Tentukan data termuluskan melalui teknik rataan bergerak sederhana dengan rentang m=3. kemudian buat time series plot nya bersama dengan data asal.

Bulan (*t*)	Data (X_t)	*Smoothing* (S_t)
1	5	-
2	7	-
3	6	6
4	4	5.6
5	5	5
6	6	5
7	8	6.3
8	7	7
9	8	7.6
10	7	7.3

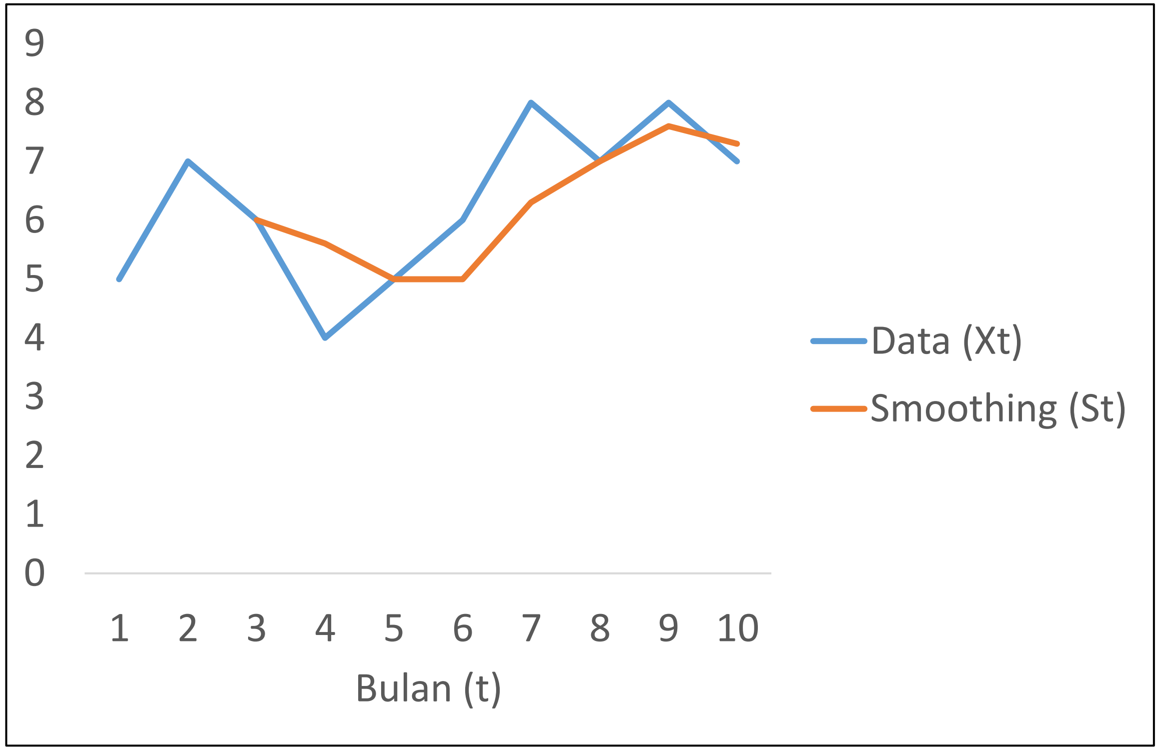
$$S_t = \frac{1}{m} \sum_{i=t-m+1}^{t} X_i$$

$$S_3 = \frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3) = \frac{1}{3}(5 + 7 + 6) = 6$$

$$S_4 = \frac{1}{3}(X_2 + X_3 + X_4) = \frac{1}{3}(7 + 6 + 4) = 5.6$$

2. RATAAN BERGERAK SEDERHANA (RBS)

a. Tentukan data termuluskan melalui teknik rataan bergerak sederhana dengan rentang m=3. kemudian buat time series plot nya bersama dengan data asal.



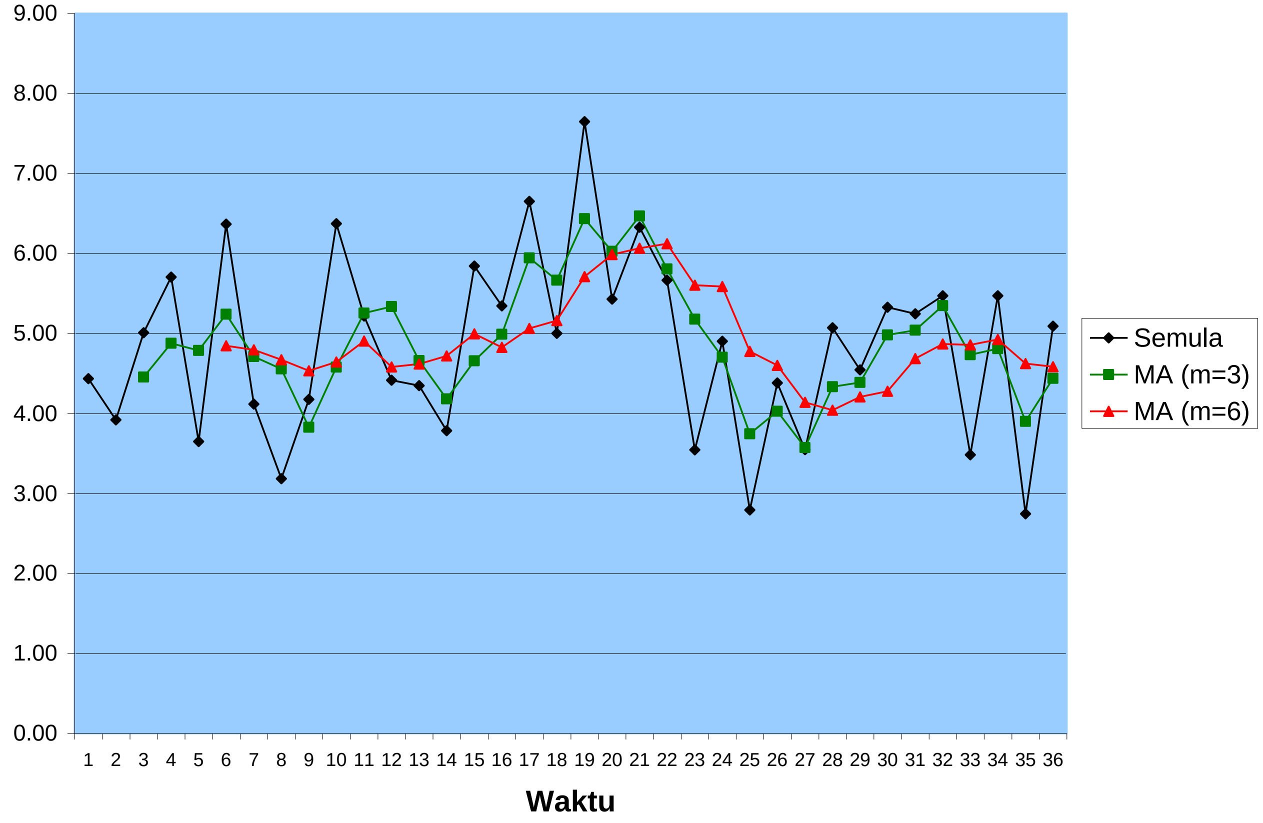
2. RATAAN BERGERAK SEDERHANA (RBS)

Periode (t)	Data (X_t)	*Smoothing* (S_t)	*Forecasting* (F_t)
1	5	-	-
2	7	-	-
3	6	6	-
4	4	5.6	6
5	5	5	5.6
6	6	5	5
7	8	6.3	5
8	7	7	6.3
9	8	7.6	7
10	7	7.3	7.6
11			7.3
12			7.3

b. Tentukan ramalan besarnya profit pada setiap satu waktu ke depan. Berapa ramalan profit pada bulan ke-11 dan ke-12

2. RATAAN BERGERAK SEDERHANA (RBS)

PENGARUH PEMILIHAN NILAI m



MA dengan *m* yang lebih besar menghasilkan pola data yang lebih halus.

OUTLINE

1. Sekilas Tentang Pemulusan
2. Rataan Bergerak Sederhana
3. Rataan Bergerak Ganda
4. Ilustrasi dengan R

3. RATAAN BERGERAK GANDA (RBG)

- Mirip dengan *single moving average*
- Cocok untuk data yang berpola tren
- Proses penghalusan dengan rata-rata dilakukan dua kali
  - Tahap I:

$$S_{1,t} = \frac{1}{m}\sum_{i=t-m+1}^{t} X_i$$

  - Tahap II:

$$S_{2,t} = \frac{1}{m}\sum_{i=t-m+1}^{t} S_{1,i}$$

3. RATAAN BERGERAK GANDA (RBG)

- Forecasting dilakukan dengan formula

$$F_{2,t,t+h} = A_t + B_t(h)$$

dengan

$$A_t = 2S_{1,t} - S_{2,t}$$

$$B_t = \frac{2}{m-1}\left(S_{1,t} - S_{2,t}\right)$$

3. RATAAN BERGERAK GANDA (RBG)

CONTOH:

Berikut data omset bulanan (dalam milyar) suatu perusahaan selama 9 bulan terakhir.

a. Tentukan data termuluskan melalui teknik rataan bergerak berganda dengan rentang m=3. kemudian buat time series plot nya bersama dengan data asal

b. Tentukan ramalan besarnya omset pada setiap satu waktu ke depan. Berapa ramalan omset pada bulan ke-10, ke-11, dan ke-12

t	X_t
1	12.50
2	11.80
3	12.85
4	13.95
5	13.30
6	13.95
7	15.00
8	16.20
9	16.10

3. RATAAN BERGERAK GANDA (RBG)

a. Tentukan data termuluskan melalui teknik rataan bergerak berganda dengan rentang m=3. kemudian buat time series plot nya bersama dengan data asal

t	X_t	$S_{1,t}$	$S_{2,t}$
1	12.50		
2	11.80		
3	12.85	12.38	
4	13.95	12.87	
5	13.30	13.37	12.87
6	13.95	13.73	13.32
7	15.00	14.08	13.73
8	16.20	15.05	14.29
9	16.10	15.77	14.97

$$S_{1,t} = \frac{1}{m}\sum_{i=t-m+1}^{t} X_i$$

$$S_{1,3} = \frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3) = \frac{1}{3}(12.5 + 11.8 + 12.85) = 12.38$$

$$S_{1,4} = \frac{1}{3}(X_2 + X_3 + X_4) = \frac{1}{3}(11.8 + 12.85 + 13.95) = 12.87$$

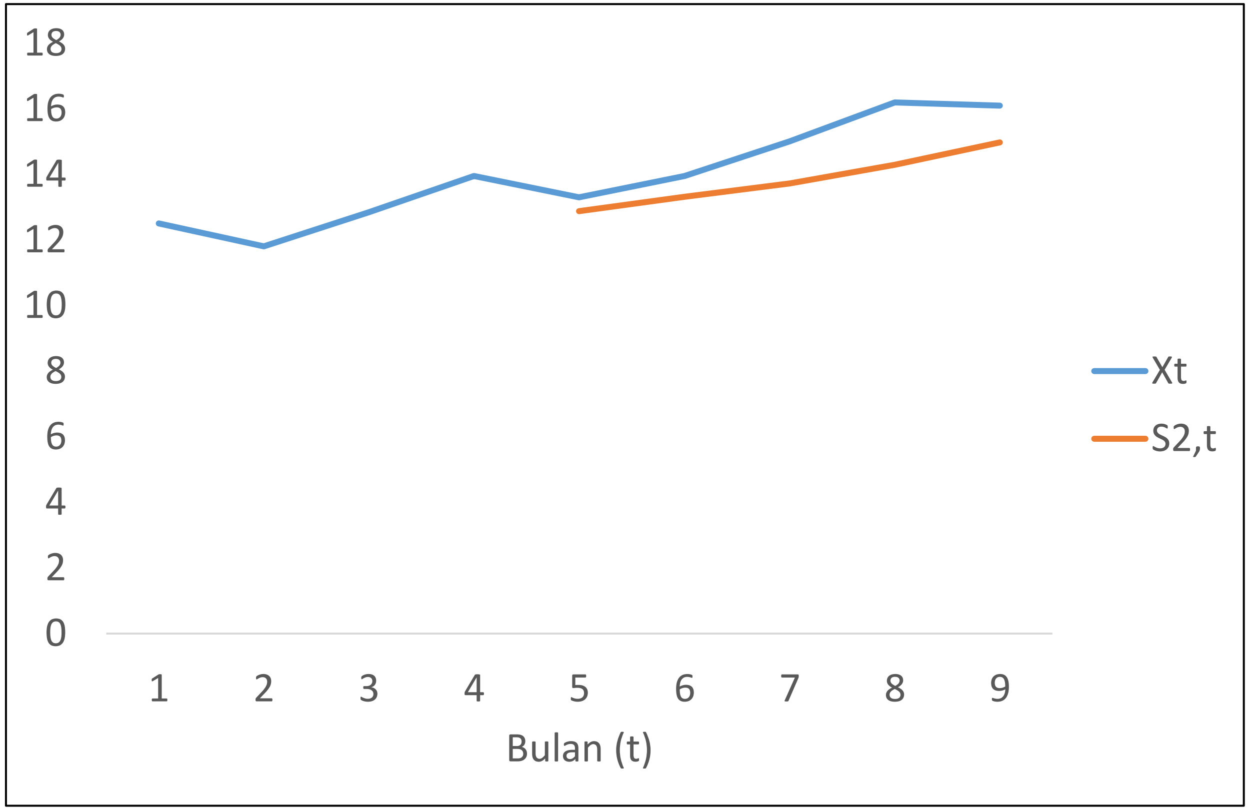
$$S_{2,t} = \frac{1}{m}\sum_{i=t-m+1}^{t} S_{1,i}$$

$$S_{2,5} = \frac{1}{3}\left(S_{1,3} + S_{1,4} + S_{1,5}\right) = \frac{1}{3}(12.38 + 12.87 + 13.37)$$
$$= 12.87$$

$$S_{2,6} = \frac{1}{3}\left(S_{1,4} + S_{1,5} + S_{1,6}\right) = \frac{1}{3}(12.87 + 13,37 + 13.73)$$
$$= 13.32$$

3. RATAAN BERGERAK GANDA (RBG)

a. Tentukan data termuluskan melalui teknik rataan bergerak berganda dengan rentang m=3. kemudian buat time series plot nya bersama dengan data asal



3. RATAAN BERGERAK GANDA (RBG)

t	X_t	$S_{1,t}$	$S_{2,t}$	A_t	B_t	$F_{2,t}$
1	12.50					
2	11.80					
3	12.85	12.38				
4	13.95	12.87				
5	13.30	13.37	12.87	13.87	0.50	
6	13.95	13.73	13.32	14.14	0.41	14.37
7	15.00	14.08	13.73	14.43	0.35	14.55
8	16.20	15.05	14.29	15.81	0.76	14.78
9	16.10	15.77	14.97	16.57	0.80	16.57
10						17.37
11						18.17
12						18.97

$$A_t = 2S_{1,t} - S_{2,t}$$

$A_5 = 2S_{1,5} - S_{2,5} = 2(13.37) - 12.87$
=13.87

$$B_t = \frac{2}{m-1}\left(S_{1,t} - S_{2,t}\right)$$

$B_5 = \frac{2}{3-1}(S_{1,5} - S_{2,5})$
$= \frac{2}{2}(13.37 - 12.87)$=0.5

$$F_{2,t,t+h} = A_t + B_t(h)$$

$F_{2,9,12} = A_9 + B_9(3) = 16.57 + 0.8(3)$
=18.97

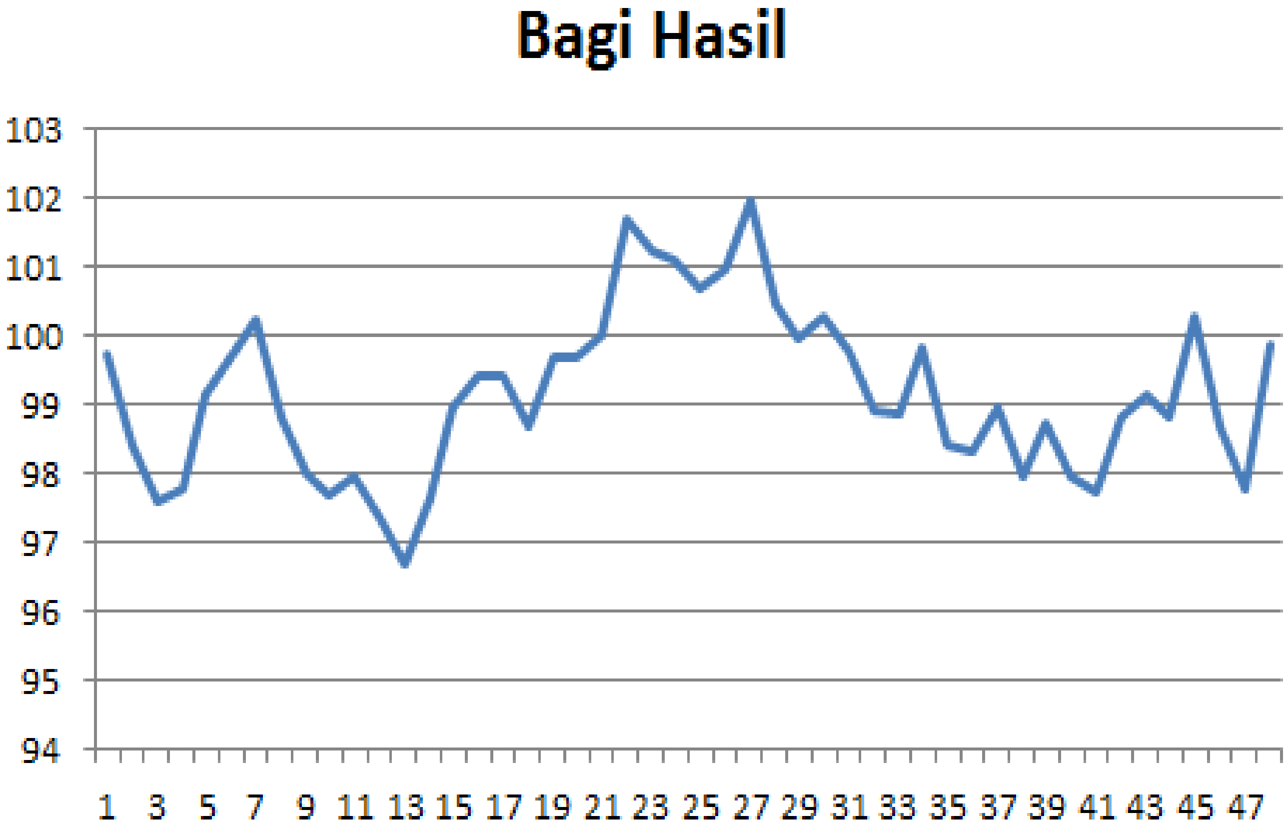
OUTLINE

1. Sekilas Tentang Pemulusan
2. Rataan Bergerak Sederhana
3. Rataan Bergerak Ganda
4. Ilustrasi dengan R

4. ILUSTRASI DENGAN R

Sebagai ilustrasi, tersedia data bagi hasil suatu bank syariah per bulan (**File excel Moving Average.csv**). Data ini dicatat setiap tanggal 1 di masing-masing bulan. Periodenya dari Januari 1989 hingga Desember 1992, sehingga terdapat 48 pengamat

Data Contoh: SMA



4. ILUSTRASI DENGAN R

SMA dengan R

Sintaks R

```
library("forecast")
library("TTR")
library("graphics")
Data1<-read.csv("D:/campus/work/Bahan Mandiri/Moving Average.csv",
header=TRUE)
#membentuk objek time  series
Data1.ts<-ts(Data1)
#melakukan Single Moving  Average dengan n=3
Data1.sma<-SMA(Data1.ts,  n=3)
ramal.sma<-c(NA,Data1.sma)
Data<-cbind (bagihasil_aktual=c (Data1.ts,NA),pemulusan=c
(Data1.sma,NA),ramal.sma)
```

Output R

	bagihasil_aktual	pemulusan	ramal.sma
[1,]	99.72244	NA	NA
[2,]	98.38826	NA	NA
[3,]	97.57348	98.56139	NA
[4,]	97.75673	97.90616	98.56139
[5,]	99.12783	98.15268	97.90616
[6,]	99.65564	98.84673	98.15268
[7,]	100.21011	99.66453	98.84673
[8,]	98.79006	99.55194	99.66453
[9,]	97.99188	98.99735	99.55194
[10,]	97.68087	98.15427	98.99735
[11,]	97.93829	97.87034	98.15427
[12,]	97.37835	97.66583	97.87034
[13,]	96.68437	97.33367	97.66583
[14,]	97.62021	97.22764	97.33367
[15,]	98.92994	97.74484	97.22764
.			
.			
[44,]	98.81002	98.91963	98.56444
[45,]	100.26684	99.40174	98.91963
[46,]	98.68675	99.25453	99.40174
[47,]	97.75455	98.90271	99.25453
[48,]	99.84867	98.76332	98.90271
[49,]	NA	NA	98.76332

ty

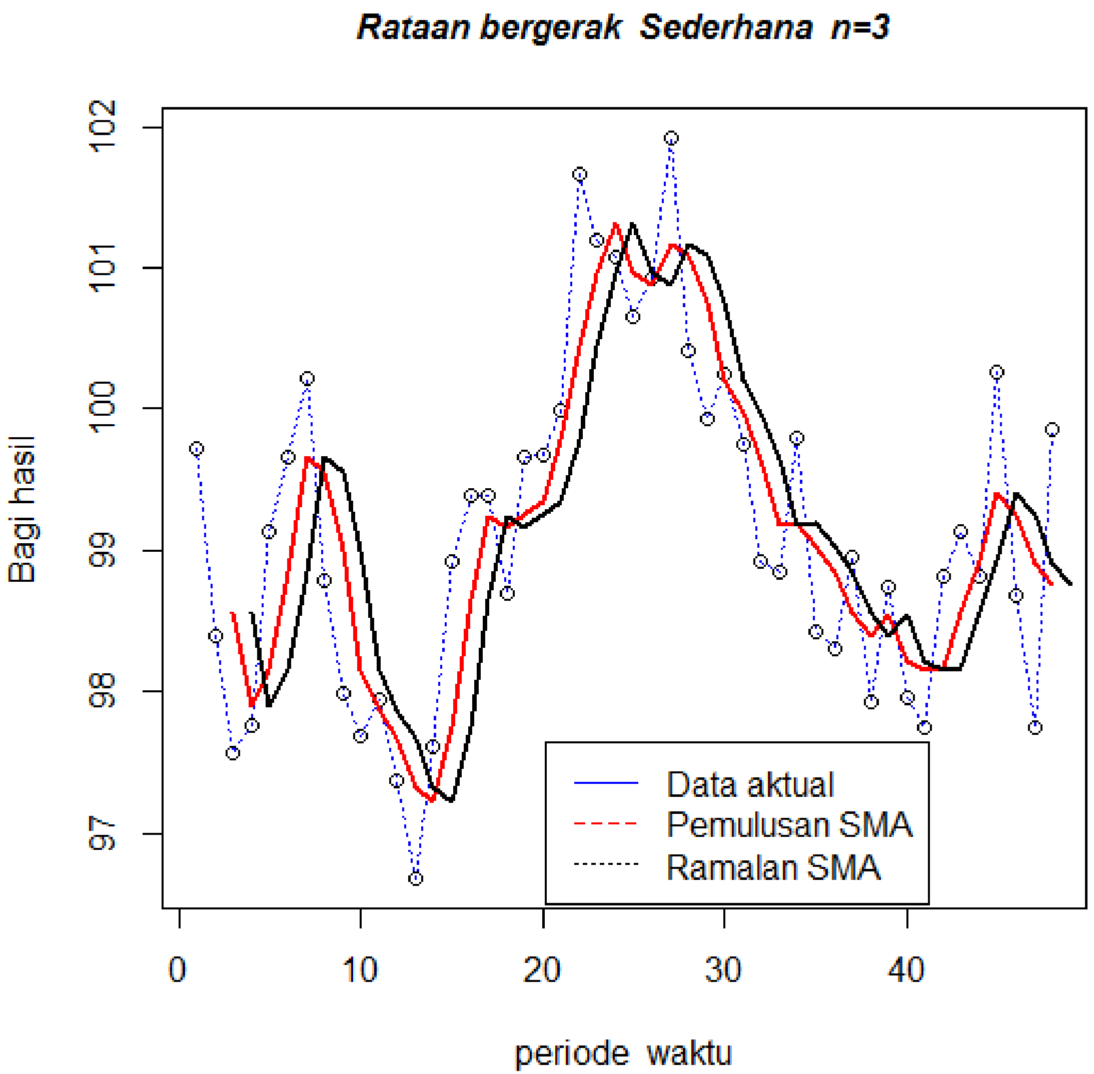
4. ILUSTRASI DENGAN R

SMA dengan R

Sintaks R

```
#membuat plot
ts.plot (Data1.ts,xlab="periode  waktu",ylab="Bagi hasil",
col="blue",lty=3)
points(Data1.ts)
lines (Data1.sma,col="red",lwd=2)
lines (ramal.sma,col="black",lwd= 2)
title("Rataan bergerak  Sederhana  n=3",cex.main=1,font.main=4
,col.main="black")
legend(locator(1),legend=c ("Data aktual","Pemulusan
SMA","Ramalan SMA"),lty=1:3,col=c ("blue","red","black"))
```

Output R



rsity

4. ILUSTRASI DENGAN R

Mencari nilai keakuratan

Mean Absolute Percentage Error (MAPE):

$$MAPE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|\frac{x_t - \hat{x}_t}{x_t}\right| x100\%$$

Sintaks R

```
#menghitung nilai keakuratan
error<-Data1.ts-ramal.sma[1:length(Data1.ts)]
MAPE<-
mean(abs((error[4:length(Data1.ts)]/ramal.sma[4:length(Data1.ts)])*100))
```

Output R

```
> MAPE
[1] 0.82229
```

4. ILUSTRASI DENGAN R

DMA dengan R

Sintaks R

```
bagihasil.dma<-SMA(Data1.sma,n=3)
At<-2*Data1.sma-bagihasil.dma
Bt<-Data1.sma-bagihasil.dma
pemulusan.dma<-At+Bt
ramal.dma<-c(NA,pemulusan.dma)
Data.dma<-
cbind(bagihasil_aktual=c(Data1.ts,NA),pemulusan
.dma=c(pemulusan.dma,NA),ramal.dma)
```

Output R

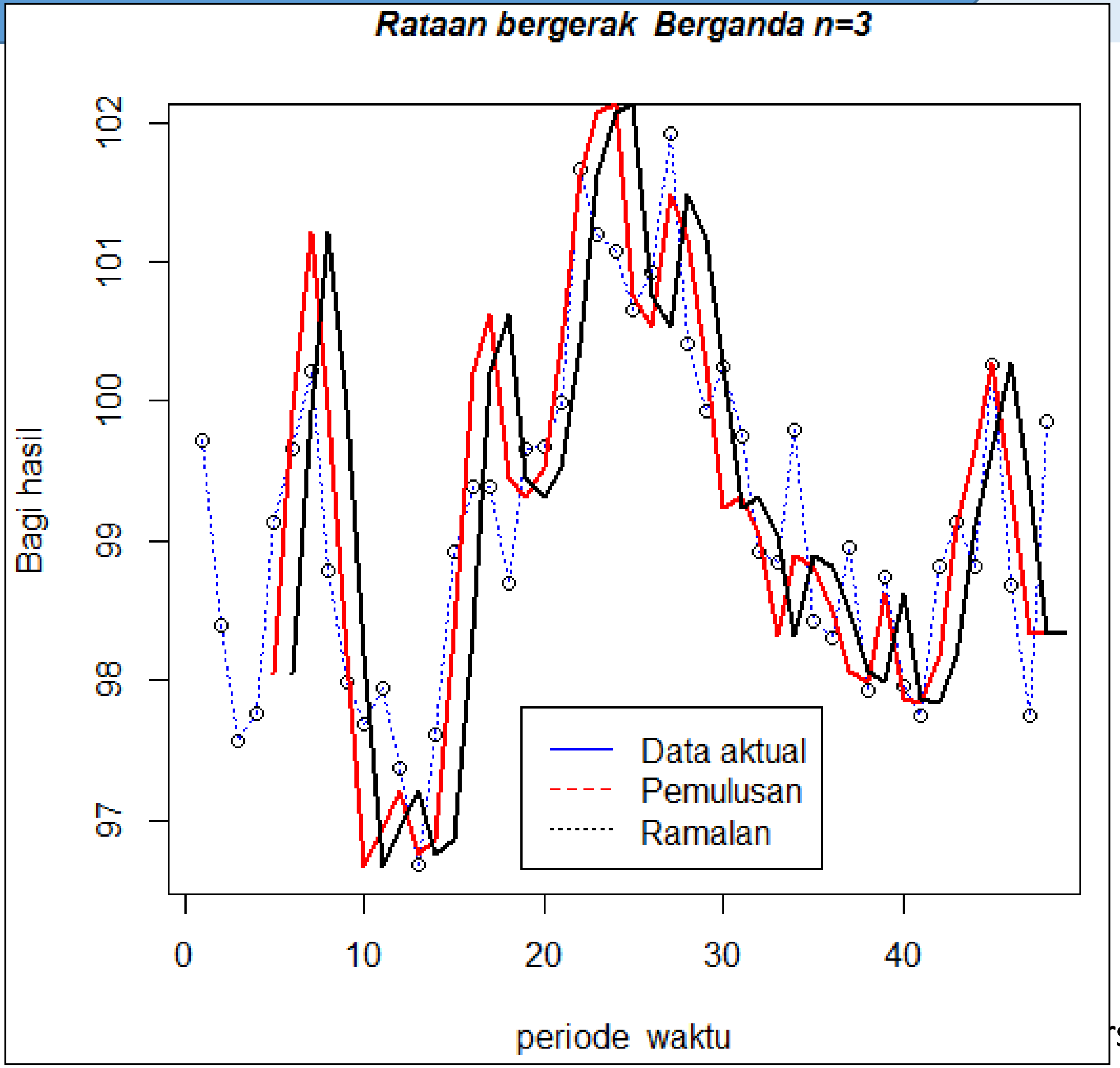
	bagihasil_aktual	pemulusan.dma	ramal.dma
[1,]	99.72244	NA	NA
[2,]	98.38826	NA	NA
[3,]	97.57348	NA	NA
[4,]	97.75673	NA	NA
[5,]	99.12783	98.04455	NA
[6,]	99.65564	99.93649	98.04455
[7,]	100.21011	101.21762	99.93649
[8,]	98.79006	99.94702	101.21762
[9,]	97.99188	98.18284	99.94702
.			
.			
.			
[47,]	97.75455	98.33548	99.37967
[48,]	99.84867	98.34292	98.33548
[49,]	NA	NA	98.34292

4. ILUSTRASI DENGAN R

DMA dengan R

Sintaks R

```
#membuat plot
ts.plot (Data1.ts,xlab="periode  waktu",ylab="Bagi
hasil",  col="blue",lty=3)
points(Data1.ts)
lines (pemulusan.dma,col="red",lwd=2)
lines (ramal.dma,col="black",lwd= 2)
title("Rataan bergerak  Berganda
n=3",cex.main=1,font.main=4 ,col.main="black")
legend(locator(1),legend=c ("Data
aktual","Pemulusan","Ramalan"),lty=1:3,col=c
("blue","red","black"))
```



4. ILUSTRASI DENGAN R

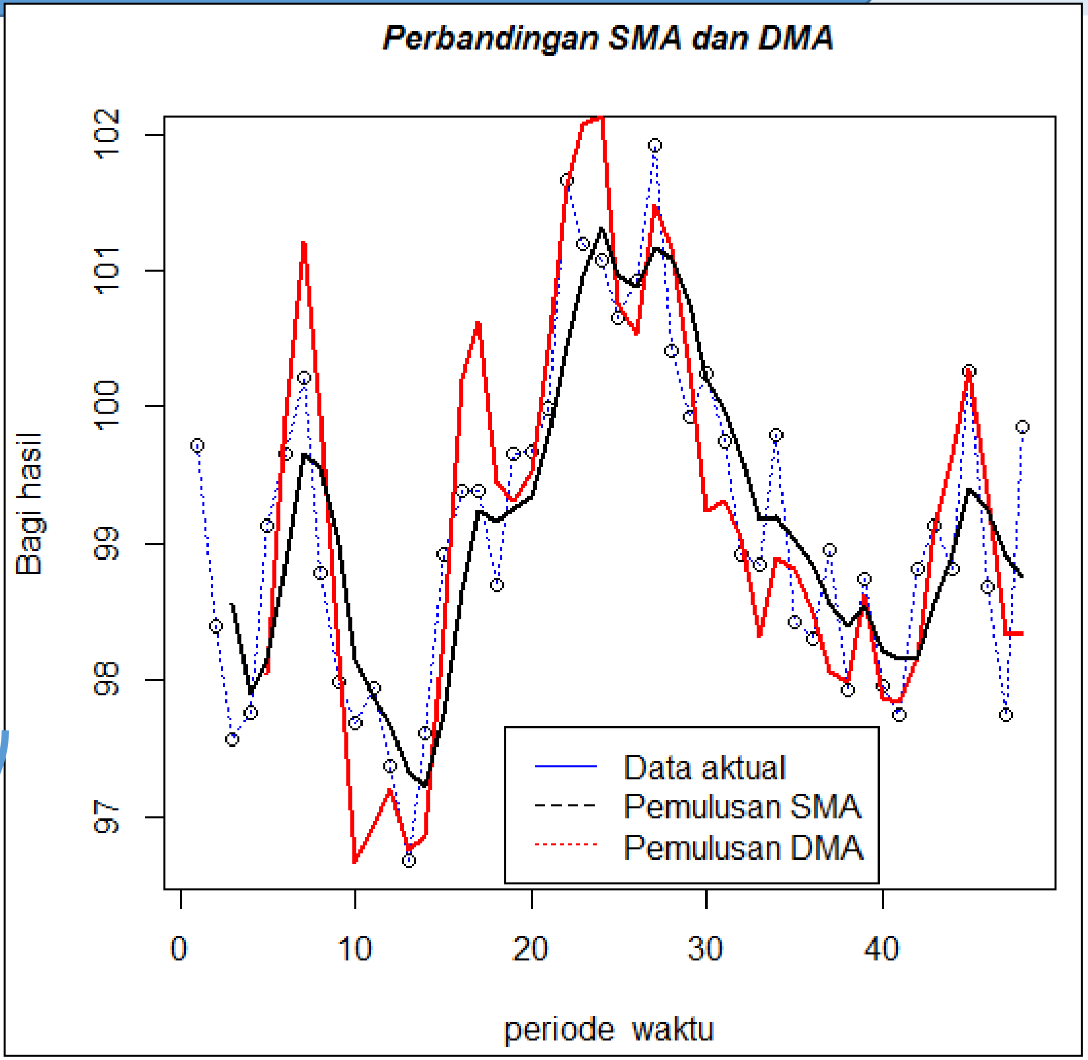
Perbandingan SMA dan DMA

Sintaks R

```
#perbandingan SMA dan DMA
ts.plot (Data1.ts,xlab="periode  waktu",ylab="Bagi
hasil",  col="blue",lty=3)
points(Data1.ts)
lines (pemulusan.dma,col="red",lwd=2)
lines (Data1.sma,col="black",lwd= 2)
title("Perbandingan SMA dan
DMA",cex.main=1,font.main=4 ,col.main="black")
legend(locator(1),legend=c ("Data
aktual","Pemulusan SMA","Pemulusan
DMA"),lty=1:3,col=c ("blue","black","red")
```

Output R

MAPE :
0.82229
0.8887221



4. ILUSTRASI DENGAN R

TUGAS PRAKTIKUM 1

Gunakan data (the sales of mature pharmaceutical product) di dalam buku Montgomery (Appendix B, Table B.2, halaman 587)

a. Tentukan data termuluskan melalui teknik rataan bergerak sederhana dengan rentang m=4. hitung ramalan untuk 5 waktu ke depan.
b. Tentukan data termuluskan melalui teknik rataan bergerak sederhana dengan rentang m=6. hitung ramalan untuk 5 waktu ke depan.
c. Buat time series plotnya masing-masing dengan data asal.
d. Tentukan nilai SSE, MSE, dan MAPE masing-masing untuk (a) dan (b). Apa kesimpulan Anda.

Catatan: Kerjakan terlebih dahulu poin (a) s.d (d) di atas menggunakan Excel. Kemudian bandingkan hasilnya dengan keluaran dari program R.

4. ILUSTRASI DENGAN R

TUGAS PRAKTIKUM 2

Gunakan data (the sales of mature pharmaceutical product) di dalam buku Montgomery (Appendix B, Table B.2, halaman 587)

a. Tentukan data termuluskan melalui teknik rataan bergerak berganda dengan rentang m=4. hitung ramalan untuk 5 waktu ke depan.
b. Tentukan data termuluskan melalui teknik rataan berganda sederhana dengan rentang m=6. hitung ramalan untuk 5 waktu ke depan.
c. Buat time series plotnya masing-masing dengan data asal.
d. Tentukan nilai SSE, MSE, dan MAPE masing-masing untuk (a) dan (b) serta bandingkan pula dengan hasil pada tugas praktikum 1. Apa kesimpulan Anda.

Catatan: Kerjakan terlebih dahulu poin (a) s.d (d) di atas menggunakan Excel. Kemudian bandingkan hasilnya dengan keluaran dari program R.

4. ILUSTRASI DENGAN R

TUGAS PRAKTIKUM

TABLE B.2 Pharmaceutical Product Sales

Week	Sales (In Thousands)	Week	Sales (In Thousands)	Week	Sales (In Thousands)	Week	Sales (In Thousands)
1	10618.1	31	10334.5	61	10538.2	91	10375.4
2	10537.9	32	10480.1	62	10286.2	92	10123.4
3	10209.3	33	10387.6	63	10171.3	93	10462.7
4	10553.0	34	10202.6	64	10393.1	94	10205.5
5	9934.9	35	10219.3	65	10162.3	95	10522.7
6	10534.5	36	10382.7	66	10164.5	96	10253.2
7	10196.5	37	10820.5	67	10327.0	97	10428.7
8	10511.8	38	10358.7	68	10365.1	98	10615.8
9	10089.6	39	10494.6	69	10755.9	99	10417.3
10	10371.2	40	10497.6	70	10463.6	100	10445.4
11	10239.4	41	10431.5	71	10080.5	101	10690.6
12	10472.4	42	10447.8	72	10479.6	102	10271.8
13	10827.2	43	10684.4	73	9980.9	103	10524.8
14	10640.8	44	10176.5	74	10039.2	104	9815.0
15	10517.8	45	10616.0	75	10246.1	105	10398.5
16	10154.2	46	10627.7	76	10368.0	106	10553.1
17	9969.2	47	10684.0	77	10446.3	107	10655.8
18	10260.4	48	10246.7	78	10535.3	108	10199.1
19	10737.0	49	10265.0	79	10786.9	109	10416.6
20	10430.0	50	10090.4	80	9975.8	110	10391.3
21	10689.0	51	9881.1	81	10160.9	111	10210.1
22	10430.4	52	10449.7	82	10422.1	112	10352.5
23	10002.4	53	10276.3	83	10757.2	113	10423.8
24	10135.7	54	10175.2	84	10463.8	114	10519.3
25	10096.2	55	10212.5	85	10307.0	115	10596.7
26	10288.7	56	10395.5	86	10134.7	116	10650.0
27	10289.1	57	10545.9	87	10207.7	117	10741.6
28	10589.9	58	10635.7	88	10488.0	118	10246.0
29	10551.9	59	10265.2	89	10262.3	119	10354.4
30	10208.3	60	10551.6	90	10785.9	120	10155.4

4. ILUSTRASI DENGAN R

TUGAS PRAKTIKUM 3

Gunakan data profit sebuah perusahaan berikut ini:

a. Tentukan data termuluskan melalui teknik rataan bergerak sederhana dengan rentang m=4. hitung ramalan untuk 5 waktu ke depan.
b. Tentukan data termuluskan melalui teknik rataan bergerak sederhana dengan rentang m=6. hitung ramalan untuk 5 waktu ke depan.
c. Buat time series plotnya masing-masing dengan data asal.
d. Tentukan nilai SSE, MSE, dan MAPE masing-masing untuk (a) dan (b). Apa kesimpulan Anda.

Catatan: Kerjakan terlebih dahulu poin (a) s.d (d) di atas menggunakan Excel. Kemudian bandingkan hasilnya dengan keluaran dari program R.

periode	profit	periode	profit	periode	profit
1	140385.5	11	151378	21	205837.7
2	134759.9	12	135571	22	215129.8
3	129560.6	13	141933.1	23	219035.5
4	133791.5	14	135256.7	24	227126.9
5	144560.6	15	168587.7	25	228542.1
6	147848.8	16	165804.5	26	229196.3
7	150515.9	17	173212.5	27	238975.8
8	142275.6	18	193385.4	28	243293
9	150644.6	19	196898.5	29	239453.6
10	148968.9	20	199971.6	30	238108.9

4. ILUSTRASI DENGAN R

TUGAS PRAKTIKUM 4

Gunakan data profit sebuah perusahaan berikut ini:

a. Tentukan data termuluskan melalui teknik rataan bergerak ganda dengan rentang m=4. hitung ramalan untuk 5 waktu ke depan.
b. Tentukan data termuluskan melalui teknik rataan bergerak ganda dengan rentang m=6. hitung ramalan untuk 5 waktu ke depan.
c. Buat time series plotnya masing-masing dengan data asal.
d. Tentukan nilai SSE, MSE, dan MAPE masing-masing untuk (a) dan (b) serta bandingkan pula dengan hasil pada tugas praktikum 3. Apa kesimpulan Anda.

Catatan: Kerjakan terlebih dahulu poin (a) s.d (d) di atas menggunakan Excel. Kemudian bandingkan hasilnya dengan keluaran dari program R.

periode	profit	periode	profit	periode	profit
1	140385.5	11	151378	21	205837.7
2	134759.9	12	135571	22	215129.8
3	129560.6	13	141933.1	23	219035.5
4	133791.5	14	135256.7	24	227126.9
5	144560.6	15	168587.7	25	228542.1
6	147848.8	16	165804.5	26	229196.3
7	150515.9	17	173212.5	27	238975.8
8	142275.6	18	193385.4	28	243293
9	150644.6	19	196898.5	29	239453.6
10	148968.9	20	199971.6	30	238108.9

IPB University
Bogor Indonesia

TERIMAKASIH

METODE PEMULUSAN EKSPONENSIAL TUNGGAL DAN EXPONENSIAL GANDA

Pertemuan ke-3
Akbar Rizki, M.Si

OUTLINE

1. Single Exponential Smoothing (SES)
2. Double Exponential Smoothing (DES
3. Tugas Praktikum

OUTLINE

1. Single Exponential Smoothing (SES)

2. Double Exponential Smoothing (DES

3. Tugas Praktikum

1. SINGLE EXPONENTIAL SMOOTHING

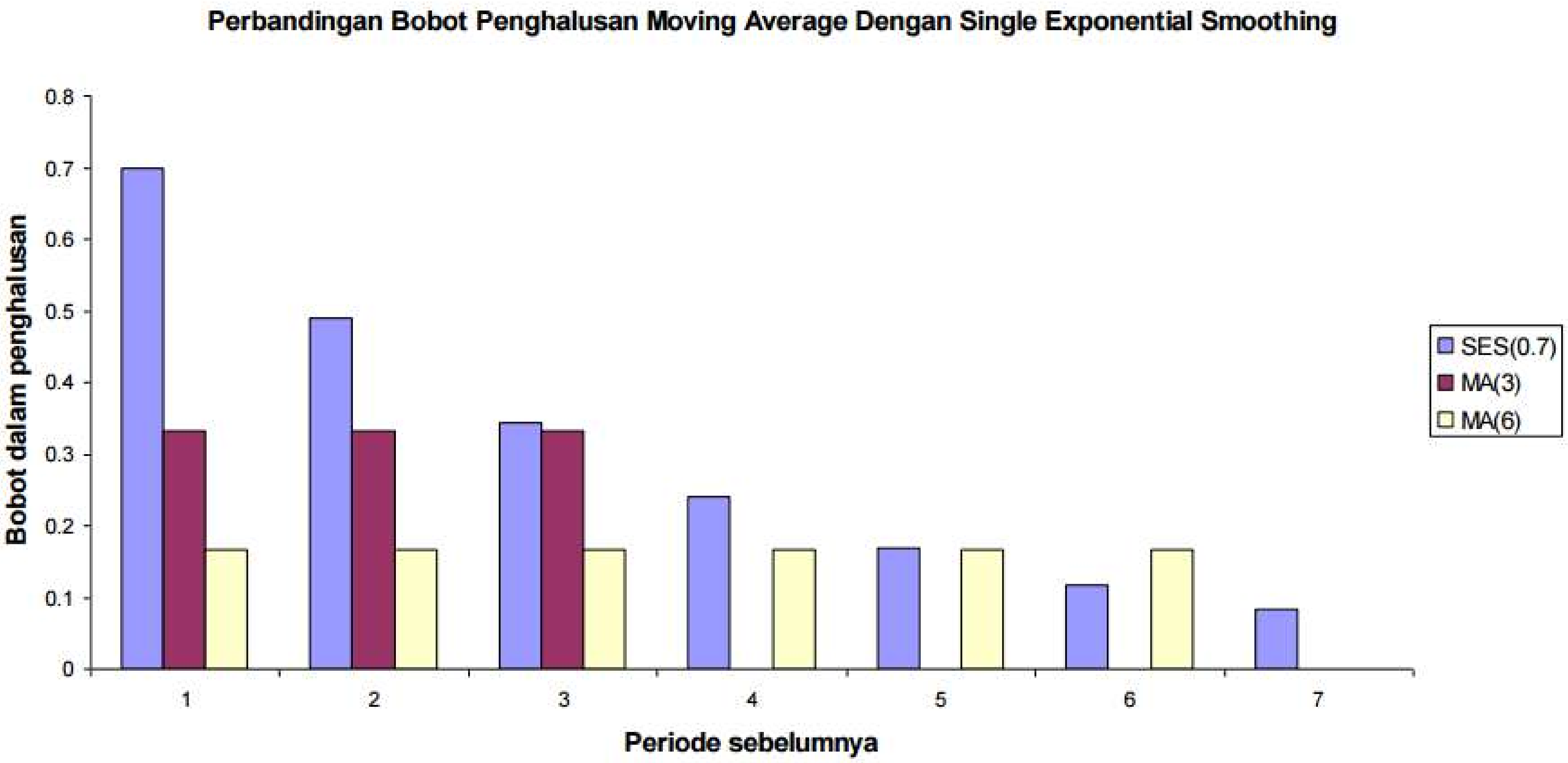
EXPONENTIAL SMOOTHING

- Metode Exponential Smoothing adalah metode pemulusan dengan melakukan pembobotan menurun secara eksponensial
- Nilai yang lebih baru diberi bobot yang lebih besar dari nilai terdahulu.
- Terdapat satu atau lebih parameter pemulusan yang ditentukan secara eksplisit, dan hasil pemilihan parameter tersebut akan menentukan bobot yang akan diberikan pada nilai pengamatan.
- Ada dua macam model, yaitu model tunggal dan ganda

1. SINGLE EXPONENTIAL SMOOTHING

- Metode Moving Average mengakomodir pengaruh data beberapa periode sebelumnya melalui pemberian bobot yang sama dalam proses merata-rata.
- Hal ini berarti bobot pengaruh sekian periode data tersebut dianggap sama.
- Dalam kenyataannya, bobot pengaruh data yang lebih baru mestinya lebih besar.
- Adanya perbedaan bobot pengaruh ini diakomodir metode SES dengan menetapkan bobot secara eksponensial.

1. SINGLE EXPONENTIAL SMOOTHING



1. SINGLE EXPONENTIAL SMOOTHING

- Nilai smoothing pada periode ke-t: $\tilde{y}_T = \lambda y_T + (1 - \lambda)\tilde{y}_{T-1}$
- Nilai λ merupakan parameter pemulusan dengan nilai 0 < λ< 1.
- Inisialisasi smoothing pada periode ke-0 (montgomerry hlm:241)

1. Set $\tilde{y}_0 = y_1$. If the changes in the process are expected to occur early and fast, this choice for the starting value for $\tilde{y}_T$ is reasonable.
2. Take the average of the available data or a subset of the available data, $\bar{y}$, and set $\tilde{y}_0 = \bar{y}$. If the process is at least at the beginning locally constant, this starting value may be preferred.

- Nilai smoothing pada periode ke-t bertindak sebagai nilai forecast pada periode ke- $(\mathrm{T} + \tau)$

$$\hat{y}_{T+\tau}(T) = \tilde{y}_T$$

1. SINGLE EXPONENTIAL SMOOTHING

- Pada data file excel terdapat data pada sheet ses yang merupakan data index saham Dow Jones dari juni-99 sampai juni-06

1. Lakukan pemulusan terhadap data tersebut dengan Single Exponential Smoothing untuk nilai $\lambda = 0.2\ dan\ 0.4$, dengan formula:

$$\tilde{y}_T = \lambda y_T + (1 - \lambda)\tilde{y}_{T-1}$$

2. Hitung nilai peramalan satu periode ke depan untuk harga saham Dow Jones dengan formula sebagai berikut: $\hat{y}_{T+\tau}(T) = \tilde{y}_T$

3. hitunglah: $e_T(1) = y_{T+1} - \hat{y}_{T+1}(T)$

1. SINGLE EXPONENTIAL SMOOTHING

4. Hitunglah nilai MAD, MAPE, dan MSE dari setiap hasil peramalan yang dilakukan. Bandingkan, bagaimana hasil yang Anda peroleh?
5. Hitunglah SSE

$$SS_E(\lambda) = \sum_{t=1}^{T} e_{t-1}^2(1)$$

Nilai λ berapa yang memberikan nilai SSE paling kecil?

OUTLINE

1. Single Exponential Smoothing (SES)

2. Double Exponential Smoothing (DES)

3. Tugas Praktikum

2. DOUBLE EXPONENTIAL SMOOTHING

- Digunakan untuk data yang memiliki pola tren
- Semacam SES, hanya saja dilakukan dua kali
  - ✓ Pertama untuk tahapan ‘level’
  - ✓ Kedua untuk tahapan ‘tren

2. DOUBLE EXPONENTIAL SMOOTHING

- Pada data file excel terdapat data pada sheet des yang merupakan data consumer price index (CPI)

1. Lakukan pemulusan terhadap data tersebut dengan Double Exponential Smoothing untuk nilai $\lambda = 0.3 \; dan \;\; \gamma = 0.3$, dengan formula:

$$\tilde{y}_T = \lambda y_T + (1 - \lambda)\tilde{y}_{T-1}$$

$$\tilde{y}_T^{(2)} = \lambda \tilde{y}_T^{(1)} + (1 - \lambda)\, \tilde{y}_{T-1}^{(2)}$$

Dengan initial value dari

$$\tilde{y}_0^{(1)} = \hat{\beta}_{0,0} - \frac{1 - \lambda}{\lambda}\hat{\beta}_{1,0}$$

$$\tilde{y}_0^{(2)} = \hat{\beta}_{0,0} - 2\left(\frac{1 - \lambda}{\lambda}\right)\hat{\beta}_{1,0}$$

2. DOUBLE EXPONENTIAL SMOOTHING

2. Hitung nilai peramalan satu periode ke depan untuk CPI dengan formula sebagai berikut:

$$\hat{y}_{T+\tau}(\tau) = \left(2\tilde{y}_T^{(1)} - \tilde{y}_T^{(2)}\right) + \tau\frac{\lambda}{1-\lambda}\left(\tilde{y}_T^{(1)} - \tilde{y}_T^{(2)}\right)$$

$$= \left(2 + \frac{\lambda}{1-\lambda}\tau\right)\tilde{y}_T^{(1)} - \left(1 + \frac{\lambda}{1-\lambda}\tau\right)\tilde{y}_T^{(2)}.$$

3. hitunglah:

$$e_T(1) = y_{T+1} - \hat{y}_{T+1}(T)$$

2. DOUBLE EXPONENTIAL SMOOTHING

4. Hitunglah nilai MAD, MAPE, dan MSE dari setiap hasil peramalan yang dilakukan. Bandingkan, bagaimana hasil yang Anda peroleh?
5. Hitunglah SSE

$$SS_E(\lambda) = \sum_{t=1}^{T} e_{t-1}^2(1)$$

Nilai λ berapa yang memberikan nilai SSE paling kecil?

OUTLINE

1. Single Exponential Smoothing (SES)

2. Double Exponential Smoothing (DES

3. Tugas Praktikum

3. TUGAS PRAKTIKUM

Soal diambil dari Buku Montgomerry hlm: 315

Nomor 1.
Lakukan dengan excel dan R

4.12 Table B.2 contains data on pharmaceutical product sales.

a. Make a time series plot of the data.

b. Use simple exponential smoothing with $\lambda = 0.1$ to smooth this data. How well does this smoothing procedure work?

c. Make one-step-ahead forecasts of the last 10 observations. Determine the forecast errors.

Nomor 2.

a. Lakukan Single Exponential Smoothing dan Double Exponential Smoothing pada berbagai nilai λ!
b. Lakukan evaluasi pada metode pemulusan manakah dan pada λ berapa yang menghasilkan peramalan terbaik!

Lakukan dengan R.

IPB University
— Bogor Indonesia —

TERIMAKASIH

METODE PEMULUSAN WINTER ADITIF & WINTER MULTIPLIKATIF

Pertemuan ke-4

Akbar Rizki, M.Si

OUTLINE

1. Pemulusan untuk Data Musiman

2. Pemulusan Winter Aditif

3. Pemulusan Winter Multiplikatif

OUTLINE

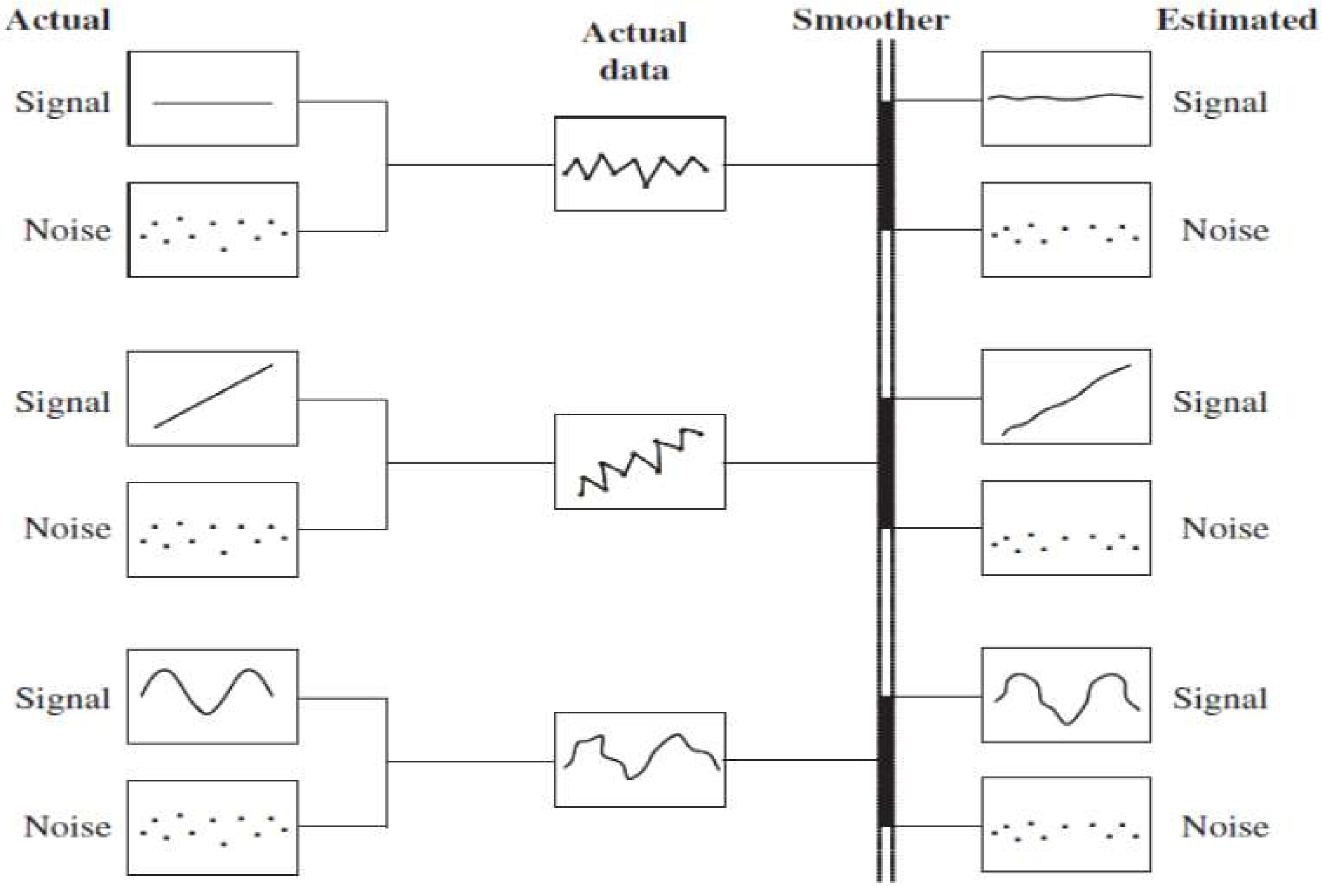
1. Pemulusan untuk Data Musiman

2. Pemulusan Winter Aditif

3. Pemulusan Winter Multiplikatif

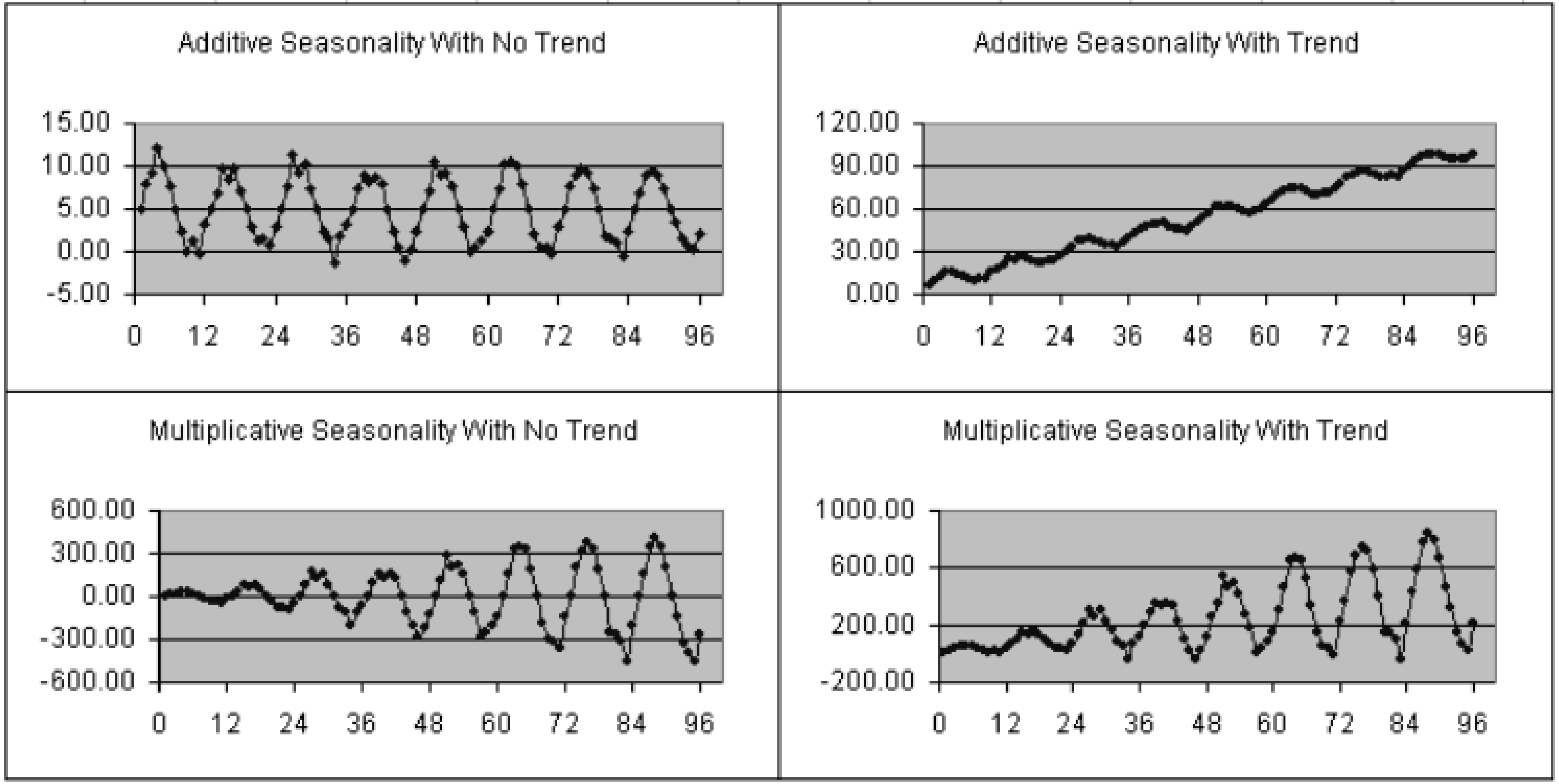
1. PEMULUSAN UNTUK DATA MUSIMAN

REVIEW PEMULUSAN



1. PEMULUSAN UNTUK DATA MUSIMAN

DATA MUSIMAN



1. PEMULUSAN UNTUK DATA MUSIMAN

ILUSTRASI

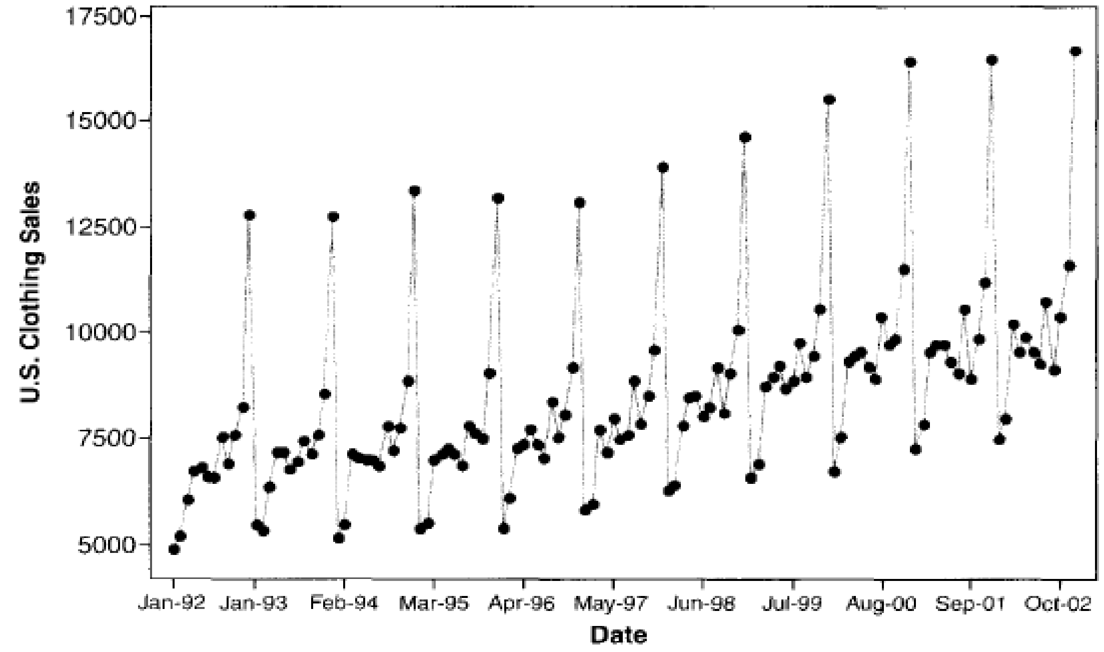


FIGURE 4.26 Time series plot of U.S. clothing sales from January 1992 to December 2003.

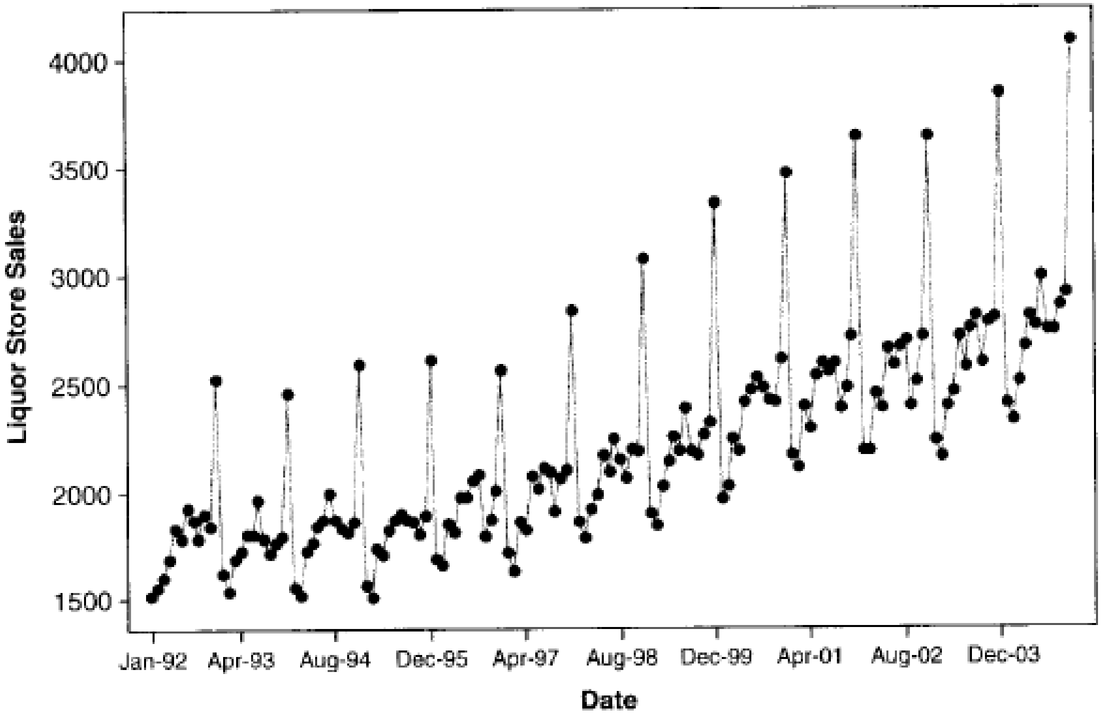


FIGURE 4.29 Time series plot of liquor store sales data from January 1992 to December 2004.

1. PEMULUSAN UNTUK DATA MUSIMAN

EXPONENTIAL SMOOTHING FOR SEASONAL DATA

- Originally introduced by Holt (1957)and Winters (1960)
- Generally known as Winters'method
- Basic idea: seasonal adjustment -> linear trend model
- Two types of adjustments are suggested:
  1. Additive
  2. Multiplicative

OUTLINE

1. Pemulusan untuk Data Musiman

2. Pemulusan Winter Aditif

3. Pemulusan Winter Multiplikatif

2. PEMULUSAN WINTER ADITIF

Additive Model

$$y_t = \boxed{L_t} + \boxed{S_t} + \varepsilon_t$$

level or linear trend component
can in turn be represented by $\beta_0 + \beta_1 t$

the seasonal adjustment

$S_t = S_{t+m} = S_{t+2m} = \ldots$ for $t = 1, \ldots, m - 1$

length of the season (period) of the cycles

$$\sum_{t=1}^{m} S_t = 0.$$

2. PEMULUSAN WINTER ADITIF

Double Exponential Vs Additive Holt-Winter’s Method

Double Exponential: $$\hat{y}_{t+h}(t) = \underbrace{L_t}_{\text{Level}} + \underbrace{T_t}_{\text{Trend}} h$$

Holt-Winter: $$\hat{y}_{t+h}(t) = \underbrace{L_t}_{\text{Level}} + \underbrace{B_t}_{\text{Trend}} h + \underbrace{S_{t+h-m}}_{\text{Seasonal}}$$

Holt Winter≈Triple Exponential Smoothing

2. PEMULUSAN WINTER ADITIF

Holt-Winters Additive Formulation

- Suppose the time series is denoted by $y_1, \dots, y_n$ with m seasonal period.

Estimate of the level:

$$l_t = \alpha(y_t - s_{t-m}) + (1-\alpha)(l_{t-1} + b_{t-1})$$

Estimate of the trend:

$$b_t = \gamma(l_t - l_{t-1}) + (1-\gamma)b_{t-1}$$

Estimate of the seasonal factor:

$$s_t = \delta(y_t - l_t) + (1-\delta)s_{t-m}$$

- Let $\hat{y}_{t+h}(t)$ be the h-step forecast made using data to time t

$$\hat{y}_{t+h}(t) = l_t + b_t h + s_{t+h-m}$$

2. PEMULUSAN WINTER ADITIF

The Procedure

Step 1: Initialize the value of l_t , b_t, and s_t

Step 2: Update the estimate of l_t

Step 3: Update the estimate of b_t

Step 4: Update the estimate of s_t

Step 5: Conduct the h-step-ahead forecast

2. PEMULUSAN WINTER ADITIF

Initializing the Holt-Winters method

Montgomery (2015):

use the least squares estimates of the following model:

$$y_t = \underbrace{\beta_0}_{l_0} + \underbrace{\beta_1}_{b_0} t + \sum_{i=1}^{s-1} \gamma_i (I_{t,i} - I_{t,s}) + \varepsilon_t,$$

where

$$I_{t,i} = \begin{cases} 1, & t = i, i+s, i+2s, \ldots \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}.$$

$\hat{s}_{j-s} = \hat{y}_j$ for $1 \le j \le m-1$, and $\hat{s}_0 = -\sum_{j=1}^{m-1} \hat{y}_j$

2. PEMULUSAN WINTER ADITIF

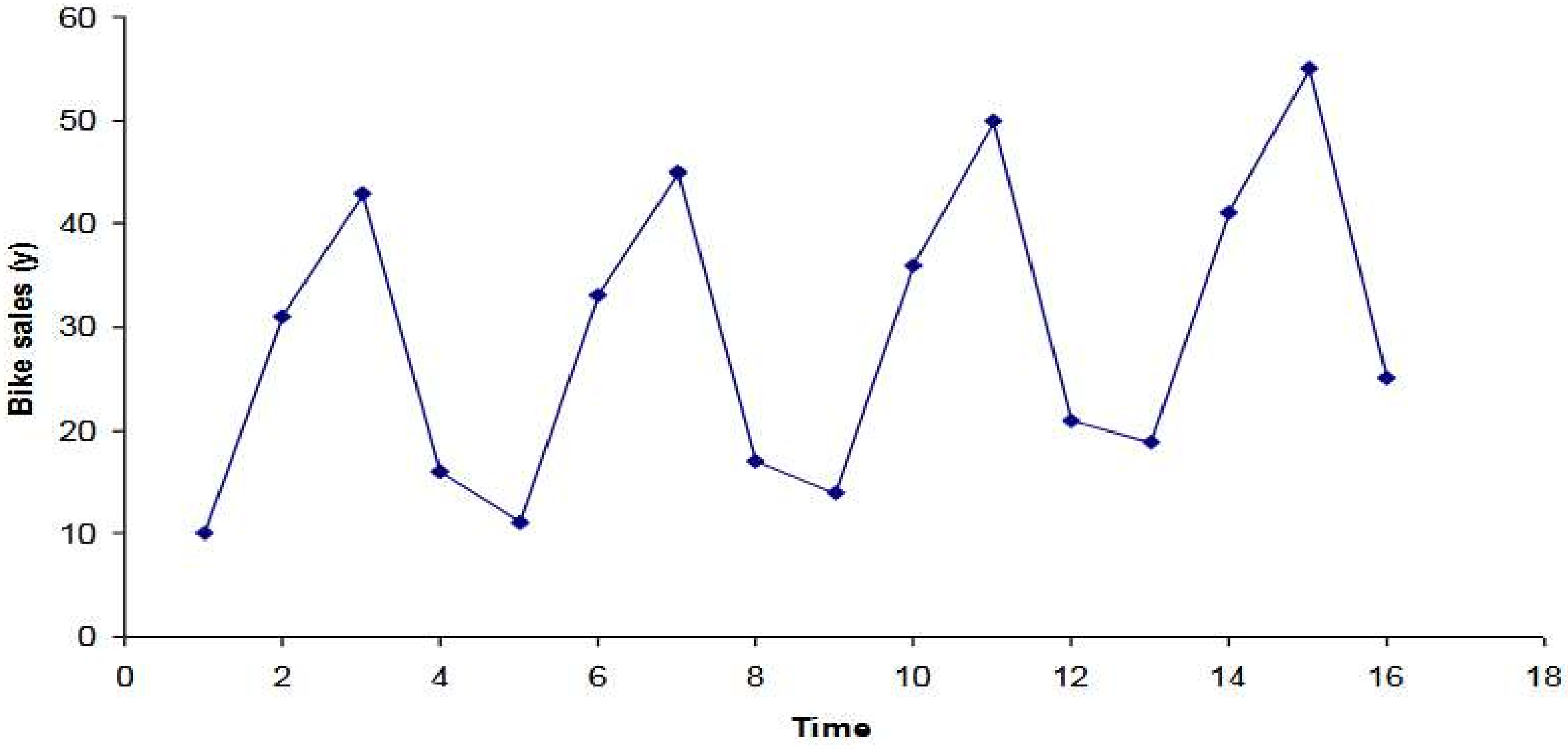
Procedures of Additive Holt-Winters Method

Consider the Mountain Bike example,

Quarterly sales of the TRK-50 Mountain Bike				
	Year			
Quarter	**1**	**2**	**3**	**4**
1	10	11	14	19
2	31	33	36	41
3	43	45	50	55
4	16	17	21	25

2. PEMULUSAN WINTER ADITIF

Procedures of Additive Holt-Winters Method



Observations:

- Linear upward trend over the 4-year period
- Magnitude of seasonal span is almost constant as the level of the time series increases

  → *Additive Holt-Winters method can be applied to forecast future sales*

2. PEMULUSAN WINTER ADITIF

Procedures of Additive Holt-Winters Method

Step 1: Obtain initial values for the level ℓ_0, the growth rate b_0, and the seasonal factors sn_{-3}, sn_{-2}, sn_{-1}, and sn_0, by fitting a least squares trend line to at least four or five years of the historical data.

- *y*-intercept = ℓ_0; slope = b_0

Example

- Fit a least squares trend line to all 16 observations
- Trend line

$$\hat{y}_t = 20.85 + 0.980882t$$
$$\ell_0 = 20.85;\ b_0 = 0.9809$$

SUMMARY OUTPUT	
Regression Statistics	
Multiple R	0.320508842
R Square	0.102725918
Adjusted R Square	0.038634912
Standard Error	14.28614022
Observations	16
ANOVA	
	df
Regression	1
Residual	14
Total	15
	Coefficients
Intercept	20.85
Time	0.980882353

2. PEMULUSAN WINTER ADITIF

Procedures of Additive Holt-Winters Method

Step 2: Find the initial seasonal factors

1. Compute $\hat{y}_t$ for each time period that is used in finding the least squares regression equation. In this example, *t* = 1, 2, …, 16.

$$\hat{y}_1 = 20.85 + 0.980882(1) = 21.8309$$
$$\hat{y}_2 = 20.85 + 0.980882(2) = 22.8118$$
......
$$\hat{y}_{16} = 20.85 + 0.980882(16) = 36.5441$$

Step 2: Find the initial seasonal factors

2. Detrend the data by computing $S_t = y_t - \hat{y}_t$ for each observation used in the least squares fit. In this example, *t* = 1, 2, …, 16.

$$S_1 = y_1 - \hat{y}_1 = 10 - 21.8309 = -11.8309$$
$$S_2 = y_2 - \hat{y}_2 = 31 - 22.8112 = 8.1882$$
......
$$S_{16} = y_{16} - \hat{y}_{16} = 25 - 36.5441 = -11.5441$$

Step 2: Find the initial seasonal factors

3. Compute the average seasonal values for each of the *L* seasons. The *L* averages are found by computing the average of the detrended values for the corresponding season. For example, for quarter 1,

$$\bar{S}_{[1]} = \frac{S_1 + S_5 + S_9 + S_{13}}{4}$$
$$= \frac{(-11.8309) + (-14.7544) + (-15.6779) + (-14.6015)}{4} = -14.2162$$

Step 2: Find the initial seasonal factors

4. Compute the average of the *L* seasonal factors. The average should be 0.

2. PEMULUSAN WINTER ADITIF

Procedures of Additive Holt-Winters Method

Step 3: Calculate a point forecast of y_1 from time 0 using the initial values

$$\hat{y}_{T+p}(T) = \lambda_T + pb_T + sn_{T+p-L} \qquad (T = 0, p = 1)$$

$$\hat{y}_1(0) = \lambda_0 + b_0 + sn_{1-4} = \lambda_0 + b_0 + sn_{-3}$$
$$= 20.85 + 0.9809 + (-14.2162) = 7.6147$$

Step 4: Update the estimates ℓ_T, b_T, and sn_T by using some predetermined values of smoothing constants.

Example: let $\alpha = 0.2$, $\gamma = 0.1$, and $\delta = 0.1$

$$\lambda_1 = \alpha(y_1 - sn_{1-4}) + (1-\alpha)(\lambda_0 + b_0)$$
$$= 0.2(10 - (-14.2162)) + 0.8(20.85 + 0.9808) = 22.3079$$

$$b_1 = \gamma(\lambda_1 - \lambda_0) + (1-\gamma)b_0$$
$$= 0.1(22.3079 - 20.85) + 0.9(0.9809) = 1.0286$$

$$sn_1 = \delta(y_1 - \lambda_1) + (1-\delta)sn_{1-4}$$
$$= 0.1(10 - 22.3079) + 0.9(-14.2162) = -14.0254$$

$$\hat{y}_2(1) = \lambda_1 + b_1 + sn_{2-4} = \lambda_1 + b_1 + sn_{-2}$$
$$= 22.3079 + 1.0286 + 6.5529 = 29.8895$$

2. PEMULUSAN WINTER ADITIF

Procedures of Additive Holt-Winters Method

1	n	alpha	gamma	delta	SSE	MSE	s	
2	16	0.2000	0.1000	0.1000	25.2166	1.9397	1.3927	
3								
4								
5						Forecast		Squared
6				Growth	Seasonal	Made Last	Forecast	Forecast
7	Time	y	Level	Rate	Factor	Period	Error	Error
8	-3				-14.2162			
9	-2				6.5529			
10	-1				18.5721			
11	0		20.85	0.9809	-10.9088			
12	1	10	22.30794	1.0286	-14.0254	7.6147	2.3853	5.6896
13	2	31	23.55864	1.0508	6.6418	29.8895	1.1105	1.2333
14	3	43	24.57314	1.0472	18.5575	43.1815	-0.1815	0.0329
15	4	16	25.87801	1.0729	-10.8057	14.7115	1.2885	1.6603
16	5	11	26.56583	1.0344	-14.1794	12.9256	-1.9256	3.7079
17	6	33	27.35185	1.0096	6.5424	34.2420	-1.2420	1.5427
18	7	45	27.97764	0.9712	18.4040	46.9190	-1.9190	3.6825
19	8	17	28.72023	0.9483	-10.8972	18.1431	-1.1431	1.3067
20	9	14	29.37074	0.9186	-14.2985	15.4892	-1.4892	2.2176
21	10	36	30.12295	0.9019	6.4759	36.8317	-0.8317	0.6918
22	11	50	31.1391	0.9133	18.4497	49.4289	0.5711	0.3262
23	12	21	32.0214	0.9102	-10.9096	21.1553	-0.1553	0.0241
24	13	19	33.00502	0.9176	-14.2692	18.6331	0.3669	0.1346
25	14	41	34.04291	0.9296	6.5240	40.3985	0.6015	0.3618
26	15	55	35.28807	0.9612	18.5759	53.4222	1.5778	2.4894
27	16	25	36.18131	0.9544	-10.9368	25.3396	-0.3396	0.1153

2. PEMULUSAN WINTER ADITIF

Procedures of Additive Holt-Winters Method

p-step-ahead forecast made at time *T*

$$\hat{y}_{T+p}(T) = \lambda_T + pb_T + sn_{T+p-L} \qquad (p = 1, 2, 3, \ldots)$$

Example

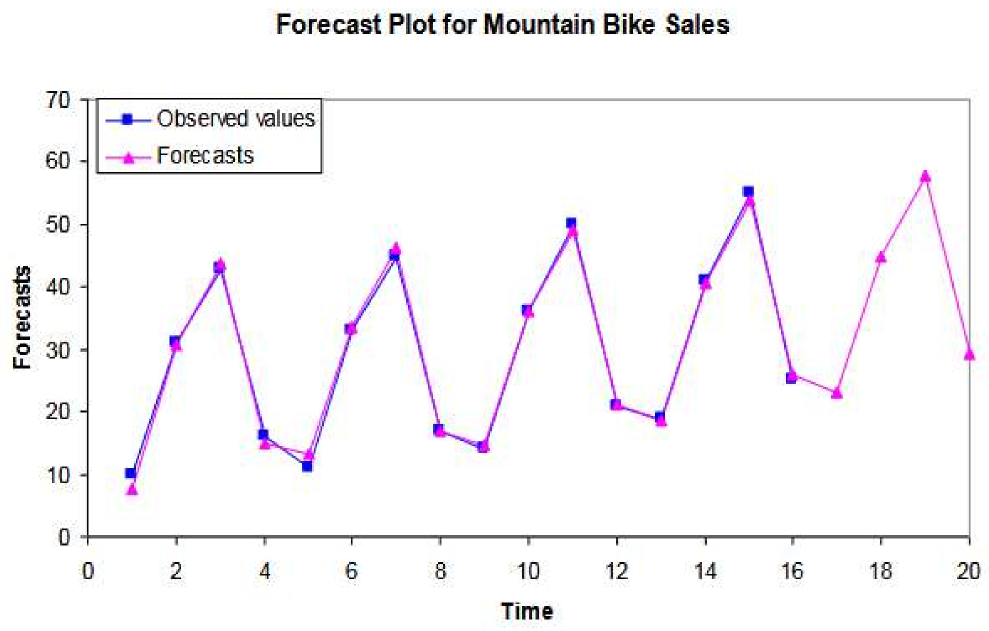
$$\hat{y}_{17}(16) = \lambda_{16} + b_{16} + sn_{17-4} = 36.3426 + 0.9809 - 14.2162 = 23.1073$$

$$\hat{y}_{18}(16) = \lambda_{16} + 2b_{16} + sn_{18-4} = 36.3426 + 2(0.9809) + 6.5529 = 44.8573$$

$$\hat{y}_{19}(16) = \lambda_{16} + 3b_{16} + sn_{19-4} = 36.3426 + 3(0.9809) + 18.5721 = 57.8573$$

$$\hat{y}_{20}(16) = \lambda_{16} + 4b_{16} + sn_{20-4} = 36.3426 + 4(0.9809) - 10.9088 = 29.3573$$

Example



OUTLINE

1. Pemulusan untuk Data Musiman

2. Pemulusan Winter Aditif

3. Pemulusan Winter Multiplikatif

3. PEMULUSAN WINTER MULTIPLIKATIF

Multiplicative ModeL

$$Y_t = \boxed{(L_t)}\boxed{(S_t)} + \varepsilon_t$$

level or linear trend component
can in turn be represented by $\beta_0 + \beta_1 t$

the seasonal adjustment

$S_t = S_{t+m} = S_{t+2m} = \ldots$ for $t = 1, \ldots, m - 1$

length of the season (period) of the cycles

$$\sum_{t=1}^{m} S_t = 0.$$

3. PEMULUSAN WINTER MULTIPLIKATIF

Holt-Winters Multiplicative Formulation

- Suppose the time series is denoted by $y_1, \dots, y_n$ with m seasonal period.

Estimate of the level:

$$L_t = \alpha\left(\frac{Y_t}{S_{t-m}}\right) + (1-\alpha)(L_{t-1} + B_{t-1})$$

Estimate of the trend:

$$B_t = \gamma(L_t - L_{t-1}) + (1-\gamma)B_{t-1}$$

Estimate of the seasonal factor:

$$S_t = \delta\left(\frac{Y_t}{L_t}\right) + (1-\delta)S_{t-m}$$

- Let $\hat{Y}_{t+h}(t)$ be the h-step forecast made using data to time t

$$\hat{Y}_{t+h}(t) = (L_t + B_t h)S_{t+h-m}$$

3. PEMULUSAN WINTER MULTIPLIKATIF

The Procedure

Step 1: Initialize the value of L_t , B_t, and S_t

Step 2: Update the estimate of L_t

Step 3: Update the estimate of B_t

Step 4: Update the estimate of S_t

Step 5: Conduct the h-step-ahead forecast

3. PEMULUSAN WINTER MULTIPLIKATIF

Initializing the Holt-Winters method

Montgomery (2015):

Suppose a dataset consist of k seasons.

- $\hat{L}_0 = \frac{\bar{y}_k - \bar{y}_1}{(k-1)m}$ where $\bar{y}_i = \frac{1}{m}\sum_{t=(i-1)m+1}^{im} y_t$
- $\hat{B}_0 = \bar{y}_1 - \frac{m}{2}\hat{L}_0$
- $\hat{S}_{j-m} = m\left(\frac{\hat{S}_j^*}{\sum_{i=1}^{m}\hat{S}_j^*}\right)$, for $1 \le j \le s$, where $\hat{S}_j^* = \frac{1}{k}\sum_{t=1}^{k}\frac{y_{(t-1)m+j}}{\bar{y}_t - \left(\frac{s+1}{2-j}\right)\hat{\beta}_0}$

3. PEMULUSAN WINTER MULTIPLIKATIF

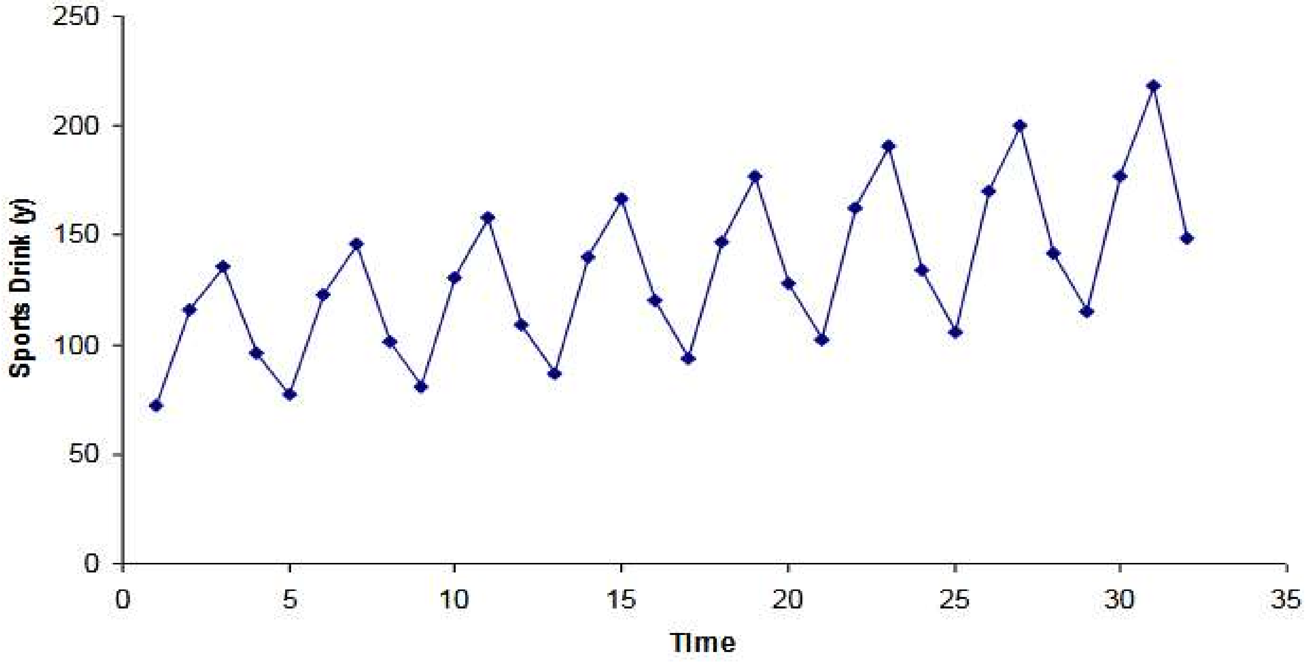
Procedures of Multiplicative Holt-Winters Method

Use the Sports Drink example as an illustration

Quarterly sales of Tiger Sports Drink								
	Year							
Quarter	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
1	72	77	81	87	94	102	106	115
2	116	123	131	140	147	162	170	177
3	136	146	158	167	177	191	200	218
4	96	101	109	120	128	134	142	149

3. PEMULUSAN WINTER MULTIPLIKATIF

Procedures of Multiplicative Holt-Winters Method



Observations:

- Linear upward trend over the 8-year period
- Magnitude of the seasonal span increases as the level of the time series increases

⇒ Multiplicative Holt-Winters method can be applied to forecast future sales

3. PEMULUSAN WINTER MULTIPLIKATIF

Procedures of Multiplicative Holt-Winters Method

Step 1: Obtain initial values for the level ℓ_0, the growth rate b_0, and the seasonal factors s_{-3}, s_{-2}, s_{-1}, and s_0, by fitting a least squares trend line to <u>at least four or five years</u> of the historical data.

- y-intercept = ℓ_0; slope = b_0

Example

- Fit a least squares trend line to the first 16 observations
- Trend line

$$\hat{y}_t = 95.2500 + 2.4706t$$

- $\ell_0 = 95.2500$; $b_0 = 2.4706$

SUMMARY OUTPUT	
Regression Statistics	
Multiple R	0.403809754
R Square	0.163062318
Adjusted R Square	0.103281055
Standard Error	27.58325823
Observations	16
ANOVA	
	df
Regression	1
Residual	14
Total	15
	Coefficients
Intercept	95.25
X Variable 1	2.470588235

3. PEMULUSAN WINTER MULTIPLIKATIF

Procedures of Multiplicative Holt-Winters Method

Step 2: Find the initial seasonal factors

1. Compute $\hat{y}_t$ for the in-sample observations used for fitting the regression. In this example, t = 1, 2, ..., 16.

$$\hat{y}_1 = 95.2500 + 2.4706(1) = 97.7206$$
$$\hat{y}_2 = 95.2500 + 2.4706(2) = 100.1912$$
$$\ldots\ldots$$
$$\hat{y}_{16} = 95.2500 + 2.4706(16) = 134.7794$$

Step 2: Find the initial seasonal factors

2. Detrend the data by computing $S_{0,t} = y_t / \hat{y}_t$ for each time period that is used in finding the least squares regression equation. In this example, t = 1, 2, ..., 16.

$$S_{0,1} = y_1 / \hat{y}_1 = 72 / 97.7206 = 0.7368$$
$$S_{0,2} = y_2 / \hat{y}_2 = 116 / 100.1912 = 1.1578$$
$$\ldots\ldots$$
$$S_{0,16} = y_{16} / \hat{y}_{16} = 120 / 134.7794 = 0.8903$$

Step 2: Find the initial seasonal factors

3. Compute the average seasonal values for each of the *k* seasons. The *k* averages are found by computing the average of the detrended values for the corresponding season. For example, for quarter 1,

$$\bar{S}_{[1]} = \frac{S_1 + S_5 + S_9 + S_{13}}{4} = \frac{0.7368 + 0.7156 + 0.6894 + 0.6831}{4} = 0.7062$$

3. PEMULUSAN WINTER MULTIPLIKATIF

Procedures of Multiplicative Holt-Winters Method

Step 2: Find the initial seasonal factors

4. Multiply the average seasonal values by the normalizing constant

$$CF = \frac{m}{\sum_{i=1}^{m} \bar{S}_{[i]}}$$

such that the average of the seasonal factors is 1. The initial seasonal factors are

$$S_{i-m} = \bar{S}_{[i]}(CF) \qquad (i = 1, 2, \ldots, L)$$

Step 2: Find the initial seasonal factors

4. Multiply the average seasonal values by the normalizing constant such that the average of the seasonal factors is 1.
   - Example

     CF = 4/3.9999 = 1.0000

$$S_{-3} = S_{1-4} = \bar{S}_{[1]}(CF) = 0.7062(1) = 0.7062$$

$$S_{-2} = S_{2-4} = \bar{S}_{[2]}(CF) = 1.1114(1) = 1.1114$$

$$S_{-1} = S_{3-4} = \bar{S}_{[3]}(CF) = 1.2937(1) = 1.2937$$

$$S_{0} = S_{4-4} = \bar{S}_{[1]}(CF) = 0.8886(1) = 0.8886$$

3. PEMULUSAN WINTER MULTIPLIKATIF

Procedures of Multiplicative Holt-Winters Method

Step 3: Calculate a point forecast of y_1 from time 0 using the initial values

$$\hat{y}_{t+h}(t) = (L_t + B_t h)S_{t+h-m} \qquad (t = 1, h = 0)$$

$$\hat{y}_1(0) = (L_0 + B_0)S_{1-4} = (L_0 + B_0)S_{-3}$$

$$= (95.25 + 2.4706)0.7062$$

$$= 69.0103$$

3. PEMULUSAN WINTER MULTIPLIKATIF

Procedures of Multiplicative Holt-Winters Method

Step 4: Update the estimates ℓ_T, b_T, and sn_T by using some predetermined values of smoothing constants.

Example: let $\alpha = 0.2$, $\gamma = 0.1$, and $\delta = 0.1$

$$
\begin{aligned}
l_1 &= \alpha(y_1 / s_{1-4}) + (1-\alpha)(l_0 + b_0) \\
&= 0.2(72/0.7062) + 0.8(95.2500 + 2.4706) = 98.5673
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
b_1 &= \gamma(l_1 - l_0) + (1-\gamma)b_0 \\
&= 0.1(98.5673 - 95.2500) + 0.9(2.4706) = 2.5553
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
sn_1 &= \delta(y_1 / l_1) + (1-\delta)s_{1-4} \\
&= 0.1(72/98.5673) + 0.9(0.7062) = 0.7086
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\hat{y}_2(1) &= (l_1 + b_1)s_{2-4} \\
&= (98.5673 + 2.5553)(1.1114) = 112.3876
\end{aligned}
$$

3. PEMULUSAN WINTER MULTIPLIKATIF

Procedures of Multiplicative Holt-Winters Method

$$\begin{aligned}\lambda_2 &= \alpha(y_2/s_{2-4}) + (1-\alpha)(\lambda_1 + b_1)\\ &= 0.2(116/1.1114) + 0.8(98.5673 + 2.5553)\\ &= 101.7727\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}b_2 &= \gamma(\lambda_2 - \lambda_1) + (1-\gamma)b_1\\ &= 0.1(101.7727 - 98.5673) + 0.9(2.5553)\\ &= 2.62031\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}sn_2 &= \delta(y_2/\lambda_2) + (1-\delta)s_{2-4}\\ &= 0.1(116/101.7727) + 0.9(1.1114)\\ &= 1.114239\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{y}_3(2) &= (\lambda_2 + b_2)s_{3-4}\\ &= (101.7727 + 2.62031)(1.2937)\\ &= 135.053\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_4 &= \alpha(y_4/s_{4-4}) + (1-\alpha)(\lambda_3 + b_3)\\ &= 0.2(96/0.8886) + 0.8(104.5393 + 2.6349)\\ &= 107.3464\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}b_4 &= \gamma(\lambda_4 - \lambda_3) + (1-\gamma)b_3\\ &= 0.1(107.3464 - 104.5393) + 0.9(2.6349)\\ &= 2.65212\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}sn_4 &= \delta(y_4/\lambda_4) + (1-\delta)s_{4-4}\\ &= 0.1(96/107.3464) + 0.9(0.8886)\\ &= 0.889170\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{y}_5(4) &= (\lambda_4 + b_4)s_{5-4}\\ &= (107.3464 + 2.65212)(0.7086)\\ &= 77.945\end{aligned}$$

3. PEMULUSAN WINTER MULTIPLIKATIF

Procedures of Multiplicative Holt-Winters Method

1	n	alpha	gamma	delta	SSE	MSE	s	
2	32	0.2	0.1	0.1	177.3223	6.1146	2.4728	
3								
4								
5						Forecast		Squared
6				Growth	Seasonal	Made Last	Forecast	Forecast
7	Time	y	Level	Rate	Factor	Period	Error	Error
8	-3				0.7062			
9	-2				1.1114			
10	-1				1.2937			
11	0		95.25	2.4706	0.8886			
12	1	72	98.56729	2.5553	0.7086	69.0103	2.9897	8.9384
13	2	116	101.7726	2.6203	1.1142	112.3876	3.6124	13.0494
14	3	136	104.5393	2.6349	1.2944	135.0531	0.9469	0.8967
15	4	96	107.3464	2.6521	0.8892	95.2350	0.7650	0.5853
16	5	77	109.731	2.6254	0.7079	77.9478	-0.9478	0.8984
17	6	123	111.9629	2.5860	1.1127	125.1919	-2.1919	4.8043
18	7	146	114.1974	2.5509	1.2928	148.2750	-2.2750	5.1755
19	8	101	116.1165	2.4877	0.8872	103.8091	-2.8091	7.8911
20	9	81	117.7668	2.4040	0.7059	83.9641	-2.9641	8.7858
21	10	131	119.6835	2.3552	1.1109	133.7108	-2.7108	7.3482
22	11	158	122.0734	2.3587	1.2930	157.7754	0.2246	0.0504
23	12	109	124.1164	2.3271	0.8863	110.4005	-1.4005	1.9615
24	13	87	125.8035	2.2631	0.7045	89.2593	-2.2593	5.1044
25	14	140	127.6589	2.2224	1.1094	142.2642	-2.2642	5.1268
26	15	167	129.7369	2.2079	1.2924	167.9337	-0.9337	0.8718
	......					......		
38	27	200	156.1396	2.1752	1.2903	202.0396	-2.0396	4.1601
39	28	142	158.5505	2.1988	0.8908	140.9508	1.0492	1.1008
40	29	115	161.2803	2.2519	0.7047	113.1314	1.8686	3.4918
41	30	177	162.8178	2.1804	1.1046	180.9529	-3.9529	15.6252
42	31	218	165.7889	2.2595	1.2928	212.8988	5.1012	26.0220
43	32	149	167.8899	2.2437	0.8905	149.7057	-0.7057	0.4981

3. PEMULUSAN WINTER MULTIPLIKATIF

Procedures of Multiplicative Holt-Winters Method

p-step-ahead forecast made at time *T*

$$\hat{y}_{t+h}(t) = (L_t + B_t h)S_{t+h-m} \qquad (h = 1, 2, 3, \dots.)$$

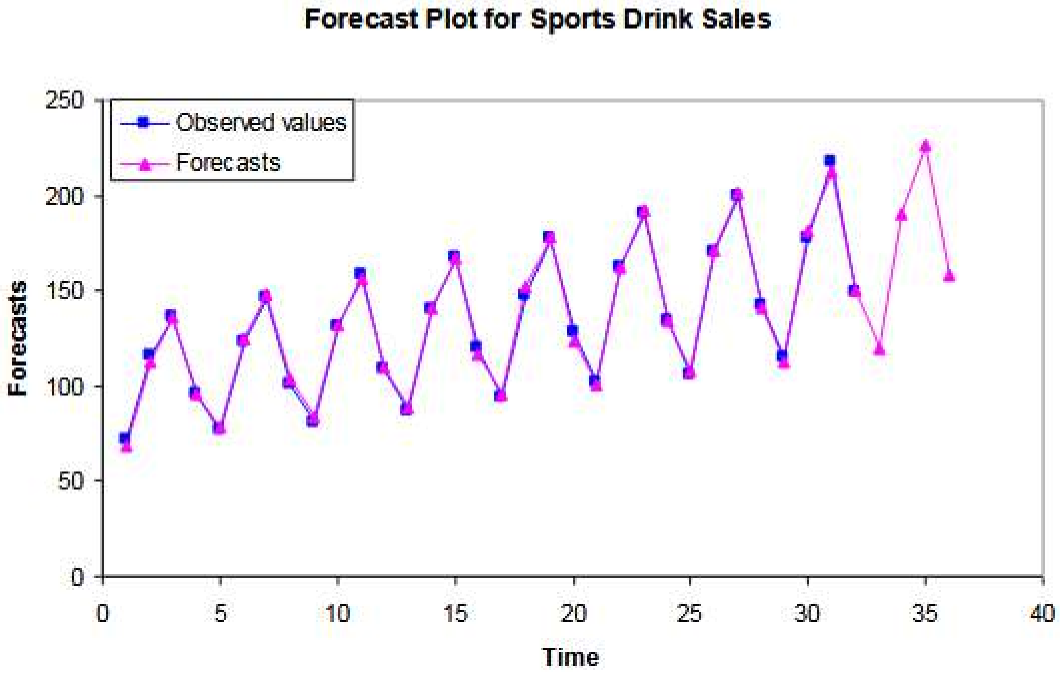
Example

$$\hat{y}_{33}(32) = (l_{32} + b_{32})\, s_{33-4} = (168.1213 + 2.3028)(0.7044) = 120.0467$$

$$\hat{y}_{34}(32) = (l_{32} + 2b_{32})\, s_{34-4} = [168.1213 + 2(2.3028)](1.1038) = 190.6560$$

$$\hat{y}_{35}(32) = (l_{32} + 3b_{32})\, s_{35-4} = [(168.1213 + 3(2.3028)](1.2934) = 226.3834$$

$$\hat{y}_{36}(32) = (l_{32} + 4b_{32})\, s_{36-4} = [(168.1213 + 4(2.3028)](0.8908) = 157.9678$$



3. PEMULUSAN WINTER MULTIPLIKATIF

Holt-Winters Additive Vs Multiplicative Formulation

Suppose the time series is denoted by $y_1, \ldots, y_n$ with m seasonal period.

	Additive	Multiplicative
Est. of level	$L_t = \alpha(Y_t - S_{t-m}) + (1-\alpha)(L_{t-1} + B_{t-1})$	$L_t = \alpha\left(\frac{Y_t}{S_{t-m}}\right) + (1-\alpha)(L_{t-1} + B_{t-1})$
Est. of trend	$B_t = \gamma(L_t - L_{t-1}) + (1-\gamma)B_{t-1}$	$B_t = \gamma(L_t - L_{t-1}) + (1-\gamma)B_{t-1}$
Est. of seasonal	$S_t = \delta(Y_t - L_t) + (1-\delta)S_{t-m}$	$S_t = \delta\left(\frac{Y_t}{L_t}\right) + (1-\delta)S_{t-m}$
Forecast	$\hat{Y}_{t+h}(t) = L_t + B_t h + S_{t+h-m}$	$\hat{Y}_{t+h}(t) = (L_t + B_t h)S_{t+h-m}$

IPB University
Bogor Indonesia

TERIMAKASIH

Model Regresi untuk Data Deret Waktu (1)

Review model regresi

Model Regresi Linier Sederhana

(yang hubungannya linier $\rightarrow$ ordo x=1)

- Linier dalam parameter
- Sederhana = banyaknya peubah bebas/penjelas hanya satu
- Hubungan antara X dan Y dinyatakan dalam fungsi linier/ordo 1
- Perubahan Y diasumsikan karena adanya perubahan X
- Model populasi regresi linier sederhana yang hubungannya linier (selanjutnya cukup sebut "regresi linier sederhana") :

$$\boxed{Y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon}$$

Dengan :

β_0 dan β_1 adalah parameter regresi

ε adalah sisaan/galat (peubah acak)

Y adalah peubah tak bebas (peubah acak)

X adalah peubah bebas yang nilainya diketahui dan presisinya sangat tinggi (bukan peubah acak)

Regresi Linier Berganda

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon$$
$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \ldots. + \beta_k x_k + \varepsilon$$

Dengan :

β_0 , β_1 ... β_k	adalah parameter regresi
ε	adalah sisaan/galat (peubah acak)
Y	adalah peubah tak bebas (peubah acak)
X_1 ,..., X_k	adalah peubah bebas yang nilainya diketahui dan presisinya sangat tinggi (bukan peubah acak)

Asumsi Model Regresi Linier

- Bentuk hubungannya linear (Y merupakan fungsi linier dari X, plus sisaan yang acak)
- Sisaan ε_i adalah peubah acak yang bebas thdp nilai x
- Sisaan merupakan peubah acak yang menyebar Normal dengan rataan 0 dan memiliki ragam konstan, σ^2

  (sifat ragam yang konstan/homogen ini disebut homoscedasticity)

$$\boxed{E[\varepsilon_i]=0 \quad \text{dan} \quad E[\varepsilon_i^{\,2}]=\sigma^2 \qquad \text{untuk } (i=1,\ldots,n)}$$

- Sisaan ε_i, tidak berkorelasi satu dengan yang lainnya, sehingga atau

$$\boxed{E[\varepsilon_i\varepsilon_j]=0 \;,\; i\neq j} \qquad \boxed{\text{cov}[\varepsilon_i,\varepsilon_j]=0 \;, i\neq j}$$

- Tidak terjadi multikolinearitas antar peubah bebas (asumsi tambahan untuk Regresi Linear Berganda)

Permasalahan kebebasan data dalam model regresi serta konsekuensinya

- Sisaan ε_i, berkorelasi satu dengan yang lainnya
- Akibatnya :
  - Hasil OLS tetap tidak berbias, namun ragamnya bukan lagi ragam yang paling minimum
  - Jika sisaan berkorelasi diri maka

$$\hat{\sigma}^2 = s_e^2 = KT_{sisaan} = \frac{\mathrm{JKS}}{n-2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{n-2}$$

Menjadi underestimate

$$s_{b_1}^2 = \frac{s_e^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{s_e^2}{(n-1)s_x^2}$$

Mengakibatkan Sb1 menjadi kecil

  - Selang kepercayaan dan uji hipotesis yang berbasis uji t dan uji F → SUDAH TIDAK TEPAT

Model regresi untuk data deret waktu

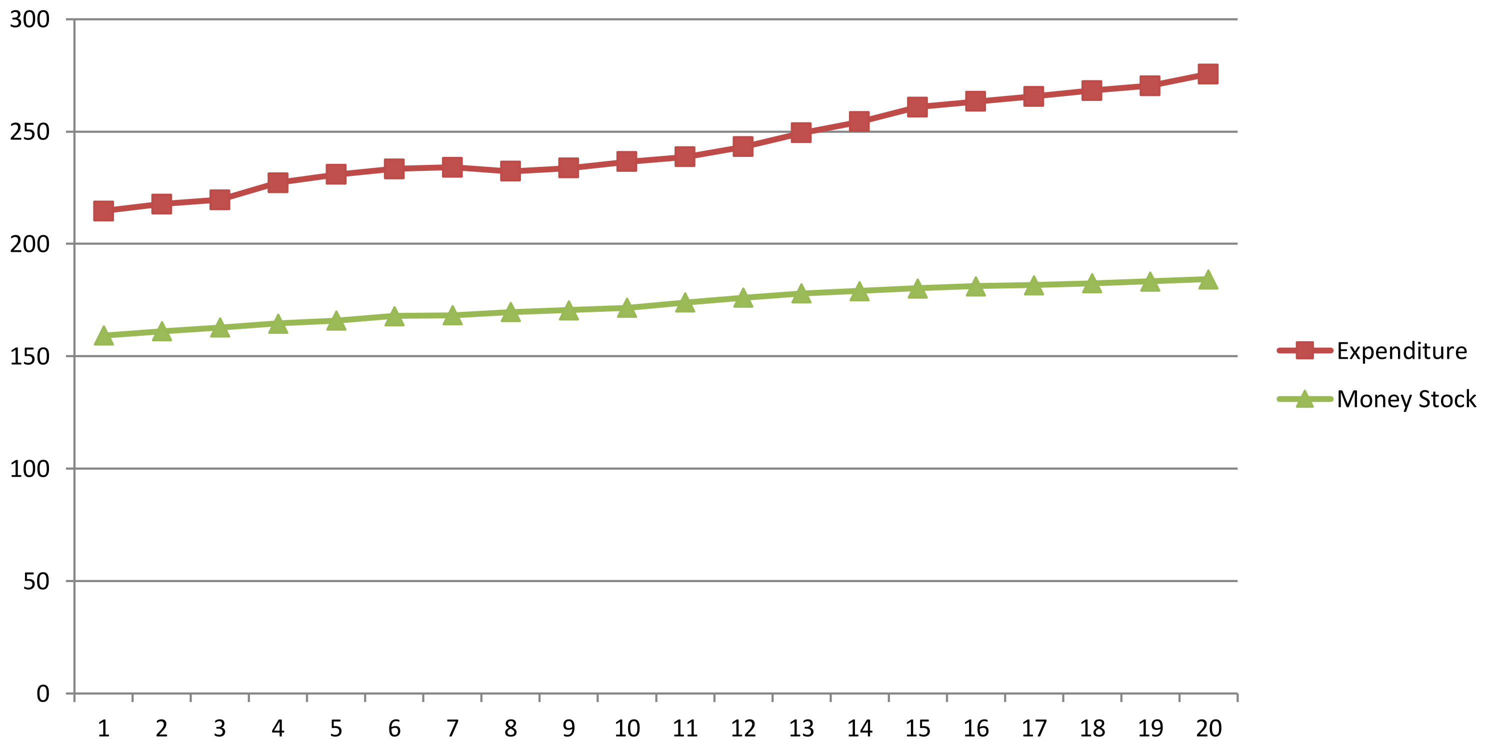
$$y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \varepsilon, \quad t = 1, 2, \ldots, T$$

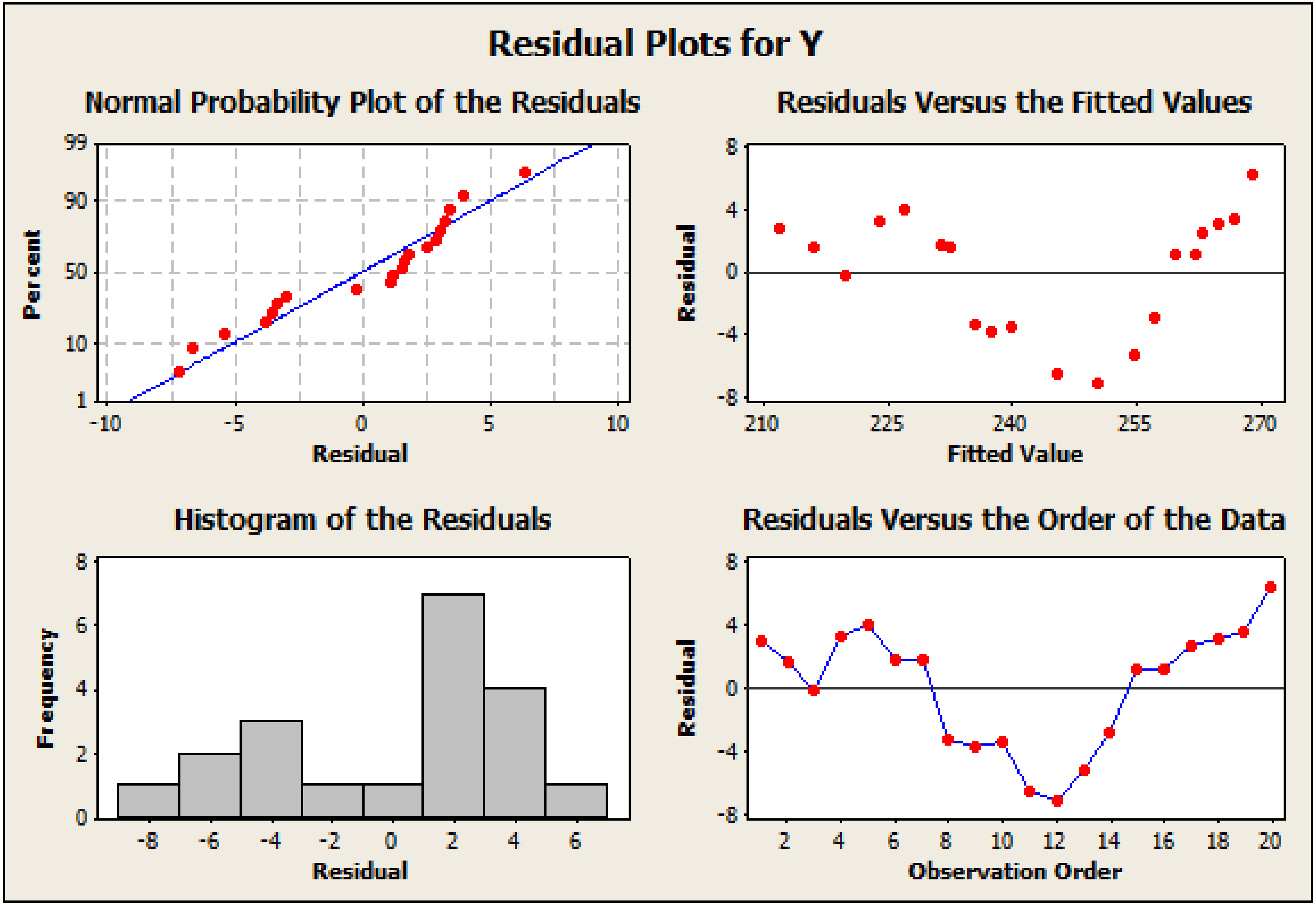
$$y_t = \beta_0 + \beta_1 \sin \frac{2\pi}{d} t + \beta_2 \cos \frac{2\pi}{d} t + \varepsilon$$

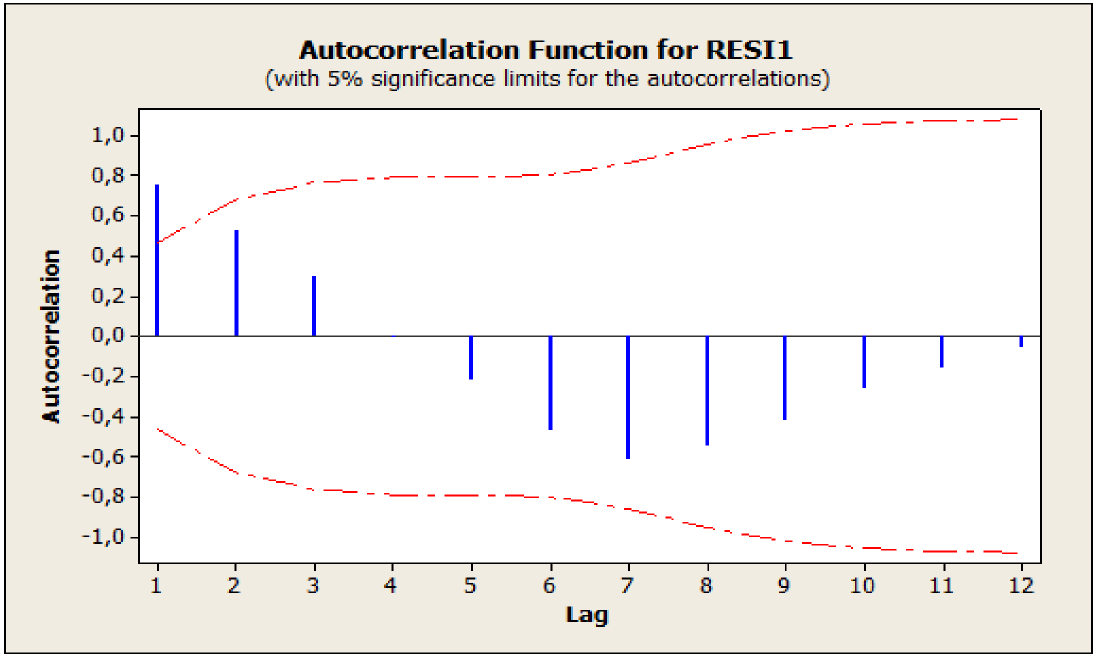
$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_1(t) + \cdots + \beta_k x_k(t) + \varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \ldots, T$$

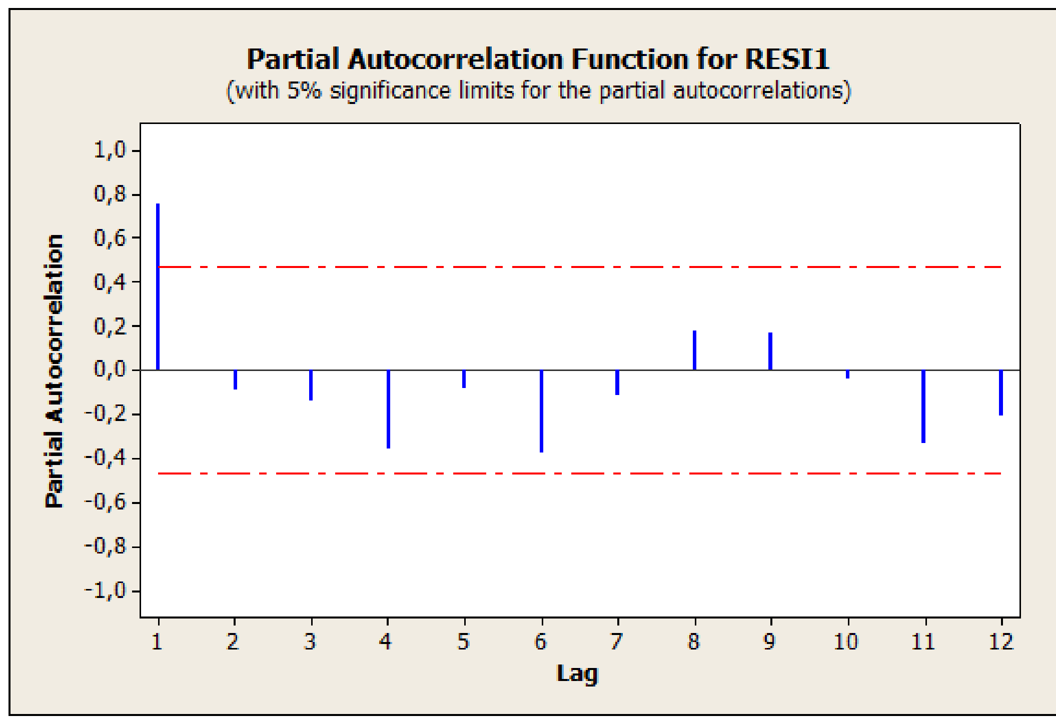
Model regresi untuk data deret waktu

The data gives quarterly data from 1952 to 1956 on consumer expenditure ***(Y)*** and the stock of money *(X),* both measured in billions of current dollars for the United States




Residual Plots for Y
Normal Probability Plot of the Residuals
Percent
99
90
50
10
1
-10
-5
0
5
10
Residual
Residuals Versus the Fitted Values
Residual
8
4
0
-4
-8
210
225
240
255
270
Fitted Value
Histogram of the Residuals
Frequency
8
6
4
2
0
-8
-6
-4
-2
0
2
4
6
Residual
Residuals Versus the Order of the Data
Residual
8
4
0
-4
-8
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
Observation Order


Autocorrelation Function for RESI1
(with 5% significance limits for the autocorrelations)
Autocorrelation
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0,0
-0,2
-0,4
-0,6
-0,8
-1,0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
Lag


Partial Autocorrelation Function for RESI1
(with 5% significance limits for the partial autocorrelations)
Partial Autocorrelation
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0,0
-0,2
-0,4
-0,6
-0,8
-1,0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
Lag

Terima Kasih

MODEL REGRESI UNTUK DATA DERET WAKTU (2)

Pertemuan ke-6

Akbar Rizki, M.Si

OUTLINE

1. Reviu

2. Uji Kebebasan Antar Sisaan

3. Penanganan Autokorelasi Diri

OUTLINE

1. Reviu

2. Uji Kebebasan Antar Sisaan

3. Penanganan Autokorelasi Diri

1. REVIU

- Salah satu asumsi regresi linear klasik:

$$cov(e_i, e_j) = 0$$

dengan e_i menunjukkan galat pengamatan ke- i dan e_j menunjukkan galat pengamatan ke-j.

- Sebab Umum Terjadinya Autokorelasi pada Galat:
  a. Terdapat peubah yang tidak disertakan dalam model
  b. Mispesifikasi model
  c. Measurement error

1. REVIU

Konsekuensi Pelanggaran Asumsi Kebebasan Sisaan

- Jika asumsi tidak terpenuhi:

a. Penduga masih bersifat tak bias dan konsisten
b. Jika ukuran contoh besar, masih bisa diasumsikan normal
c. Namun, penduga menjadi tidak efisien (bukan penduga tak bias terbaik (BLUE)).
d. Penduga galat baku menjadi tidak reliable, sehingga hasil uji-T dan F dapat menjadi tidak valid.

1. REVIU

Deteksi Autokorelasi

- Deteksi Autokorelasi:
  a. Pendekatan grafik (residual plot, ACF plot)
  b. Uji Durbin-Watson
  c. Uji Breusch-Godfrey (BG)
  d. Run-test, etc

1. REVIU

Deteksi Autokorelasi dengan Grafik

Plot sisaan vs order → Bila plot tidak membentuk pola tertentu, maka asumsi kebebasan terpenuhi

ACF dan PACF Sisaan → Bila ACF dan PACF tidak ada yang signifikan, maka sisaan saling bebas

OUTLINE

1. Reviu

2. Uji Kebebasan Antar Sisaan

3. Penanganan Autokorelasi Diri

2. UJI KEBEBASAN ANTAR SISAAN

UJI DURBIN WATSON

- Hipotesis:
  - ✓ $H0$: ϕ = 0 lawan $H1$: ϕ > 0 (terdapat autokorelasi positif)
  - ✓ $H0$: ϕ = 0 lawan $H1$: ϕ < 0 (terdapat autokorelasi negatif)
  - ✓ $H0$: ϕ = 0 lawan $H1$: $\phi \neq$ 0 (tidak terdapat autokorelasi)
- Statistik uji durbin-Watson (d) didefinisikan sbb:

$$d = \frac{\sum_{t=1}^{t=n}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{t=n} e_t^2}$$

2. UJI KEBEBASAN ANTAR SISAAN

UJI DURBIN WATSON

- Asumsi pada Uji Durbin-Watson:

1. Terdapat intersep pada model regresi
2. Seluruh peubah penjelas bersifat tetap (fixed) pada penarikan contoh berulang
3. Galat mengikuti skema Autoregressive (AR) ordo ke-1 :

$$u_t = \rho u_{t-1} + v_t$$

   dengan ρ adalah koefisien autokorelasi yang bernilai -1 s.d 1
4. Galat menyebar normal
5. Lag dari peubah respon tidak disertakan sebagai peubah penjelas dalam model

2. UJI KEBEBASAN ANTAR SISAAN

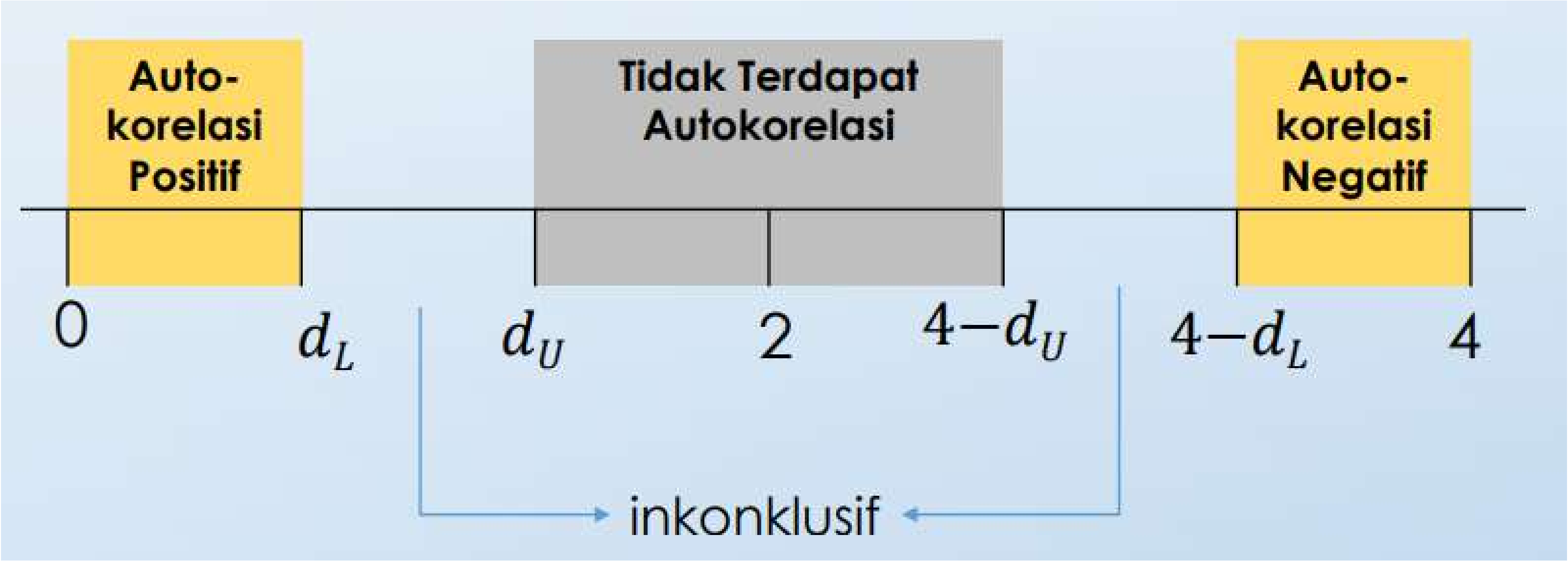
UJI DURBIN WATSON

- Menggunakan dua titik kritis, yaitu batas bawah dL dan batas atas dU
- Nilai d selalu terletak di antara 0 dan 4
- Gambaran tentang statistik Durbin-Watson:
  - Jika d mendekati nol→ semakin besar kemungkinan adanya autokorelasi positif
  - Jika d mendekati 4→semakin besar kemungkinan adanya autokorelasi negatif.
  - Jika d mendekati 2→belum cukup bukti adanya autokorelasi negatif atau positif

2. UJI KEBEBASAN ANTAR SISAAN

UJI DURBIN WATSON

- Kriteria Penarikan Kesimpulan:



2. UJI KEBEBASAN ANTAR SISAAN

UJI DURBIN WATSON

- Ilustrasi

Berikut adalah data deret waktu selama 24 periode:

Periode	Y	X
1	32	38
2	49	40
3	50	44
4	39	62
5	38	50
6	55	106
7	57	50
8	50	52
9	58	132
10	81	138
11	81	100
12	67	96

Periode	Y	X
13	69	74
14	64	132
15	60	52
16	51	32
17	47	56
18	46	14
19	40	18
20	49	36
21	72	42
22	60	18
23	54	42
24	40	10

2. UJI KEBEBASAN ANTAR SISAAN

UJI DURBIN WATSON

- Ilustrasi

```
> summary(model)

Call:
lm(formula = y ~ x, data = contoh)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max 
-17.9921  -6.0457  -0.9104   5.4266  21.1712 

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept) 42.04340    4.08925  10.281 7.27e-10 ***
x            0.20918    0.05808   3.602  0.00159 ** 
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 10.6 on 22 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.3709,    Adjusted R-squared:  0.3423 
F-statistic: 12.97 on 1 and 22 DF,  p-value: 0.001585
```

Periode	Sisaan
1	-18.0
2	-1.4
3	-1.2
4	-16.0
5	-14.5
6	-9.2
7	4.5
8	-2.9
9	-11.7
10	10.1
11	18.0
12	4.9

Periode	Sisaan
13	11.5
14	-5.7
15	7.1
16	2.3
17	-6.8
18	1.0
19	-5.8
20	-0.6
21	21.2
22	14.2
23	3.2
24	-4.1

2. UJI KEBEBASAN ANTAR SISAAN

UJI DURBIN WATSON

- Ilustrasi

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{t=n}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{t=n} e_t^2}$$

$$= \frac{(e_2 - e_1)^2 + (e_3 - e_2)^2 + \cdots + (e_{24} - e_{23})^2}{e_1^2 + e_2^2 + \cdots + e_{24}^2}$$

$$= \frac{(-1.4 - (-18))^2 + (-1.2 - (-1.4))^2 + \cdots + (-4.1 - 3.2)^2}{(-18)^2 + (-1.4)^2 + \cdots + (-4.1)^2}$$

$$= 1.208767$$

2. UJI KEBEBASAN ANTAR SISAAN

UJI DURBIN WATSON

- Ilustrasi

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{t=n}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{t=n} e_t^2}$$

$$= \frac{(e_2 - e_1)^2 + (e_3 - e_2)^2 + \cdots + (e_{24} - e_{23})^2}{e_1^2 + e_2^2 + \cdots + e_{24}^2}$$

$$= \frac{(-1.4 - (-18))^2 + (-1.2 - (-1.4))^2 + \cdots + (-4.1 - 3.2)^2}{(-18)^2 + (-1.4)^2 + \cdots + (-4.1)^2}$$

$$= 1.208767$$

2. UJI KEBEBASAN ANTAR SISAAN

UJI DURBIN WATSON

Durbin-Watson Statistic: 5 Per Cent Significance Points of dL and dU

	k'=1		k'=2		k'=3		k'=4		k'=5		k'=6		k'=7		k'=8	
n	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU
6	0.610	1.400	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
7	0.700	1.356	0.467	1.896	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
8	0.763	1.332	0.559	1.777	0.367	2.287	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
9	0.824	1.320	0.629	1.699	0.455	2.128	0.296	2.588	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
10	0.879	1.320	0.697	1.641	0.525	2.016	0.376	2.414	0.243	2.822	-----	-----	-----	-----	-----	-----
11	0.927	1.324	0.758	1.604	0.595	1.928	0.444	2.283	0.315	2.645	0.203	3.004	-----	-----	-----	-----
12	0.971	1.331	0.812	1.579	0.658	1.864	0.512	2.177	0.380	2.506	0.268	2.832	0.171	3.149	-----	-----
13	1.010	1.340	0.861	1.562	0.715	1.816	0.574	2.094	0.444	2.390	0.328	2.692	0.230	2.985	0.147	3.266
14	1.045	1.350	0.905	1.551	0.767	1.779	0.632	2.030	0.505	2.296	0.389	2.572	0.286	2.848	0.200	3.111
15	1.077	1.361	0.946	1.543	0.814	1.750	0.685	1.977	0.562	2.220	0.447	2.471	0.343	2.727	0.251	2.979
16	1.106	1.371	0.982	1.539	0.857	1.728	0.734	1.935	0.615	2.157	0.502	2.388	0.398	2.624	0.304	2.860
17	1.133	1.381	1.015	1.536	0.897	1.710	0.779	1.900	0.664	2.104	0.554	2.318	0.451	2.537	0.356	2.757
18	1.158	1.391	1.046	1.535	0.933	1.696	0.820	1.872	0.710	2.060	0.603	2.258	0.502	2.461	0.407	2.668
19	1.180	1.401	1.074	1.536	0.967	1.685	0.859	1.848	0.752	2.023	0.649	2.206	0.549	2.396	0.456	2.589
20	1.201	1.411	1.100	1.537	0.998	1.676	0.894	1.828	0.792	1.991	0.691	2.162	0.595	2.339	0.502	2.521
21	1.221	1.420	1.125	1.538	1.026	1.669	0.927	1.812	0.829	1.964	0.731	2.124	0.637	2.290	0.546	2.461
22	1.239	1.429	1.147	1.541	1.053	1.664	0.958	1.797	0.863	1.940	0.769	2.090	0.677	2.246	0.588	2.407
23	1.257	1.437	1.168	1.543	1.078	1.660	0.986	1.785	0.895	1.920	0.804	2.061	0.715	2.208	0.628	2.360
24	1.273	1.446	1.188	1.546	1.101	1.656	1.013	1.775	0.925	1.902	0.837	2.035	0.750	2.174	0.666	2.318
25	1.288	1.454	1.206	1.550	1.123	1.654	1.038	1.767	0.953	1.886	0.868	2.013	0.784	2.144	0.702	2.280
26	1.302	1.461	1.224	1.553	1.143	1.652	1.062	1.759	0.979	1.873	0.897	1.992	0.816	2.117	0.735	2.246
27	1.316	1.469	1.240	1.556	1.162	1.651	1.084	1.753	1.004	1.861	0.925	1.974	0.845	2.093	0.767	2.216

d_L=1.273 dan d_U=1.446

- Ilustrasi

2. UJI KEBEBASAN ANTAR SISAAN

UJI DURBIN WATSON

- Ilustrasi

Kesimpulan: cukup bukti utk mengatakan bahwa terdapat autokorelasi positif pada taraf 5%.

```
> library(lmtest)
> dwtest(model)

        Durbin-Watson test

data:  model
DW = 1.2088, p-value = 0.01364
alternative hypothesis: true
autocorrelation is greater than 0
```

OUTLINE

1. Reviu

2. Uji Kebebasan Antar Sisaan

3. Penanganan Autokorelasi Diri

3. PENANGANAN AUTOKORELASI DIRI

- Cochrane-Orcutt
- Hildreth-Lu
- Regresi dengan Peubah Lag

3. PENANGANAN AUTOKORELASI DIRI

Pendahuluan

Perhatikan model berikut:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \ldots + \beta_k x_{kt} + u_t \qquad (1)$$

dengan

$$u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$$

Jika model tdb di-lag-kan dan dikalikan dengan ρ

$$\rho y_{t-1} = \beta_1 \rho + \beta_2 \rho x_{2t-1} + \beta_3 \rho x_{3t-1} + \ldots + \beta_k \rho x_{kt-1} + \rho u_{t-1} \qquad (2)$$

Model pada persamaan (1) dikurangi dengan (2) akan menjadi:

$$y_t - \rho y_{t-1} = \beta_1(1-\rho) + \beta_2(x_{2t} - \rho x_{2t-1}) + \ldots + \beta_k(x_{kt} - \rho x_{kt-1}) + (u_t - \rho u_{t-1}) \qquad (3)$$

3. PENANGANAN AUTOKORELASI DIRI

Pendahuluan

Pers. (3) dapat ditulis sbb.

$$y_t^* = \beta_0^* + \beta_1 x_{t1}^* + \beta_2 x_{t2}^* + \cdots + \beta_k x_{tk}^* + u_t$$

dengan

$$y_t^* = y_t - \rho y_{t-1}, \quad \beta_0^* = \beta_0(1-\rho),$$

$$x_{ti}^* = x_{ti} - \rho x_{t-1,i}, \; \varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + u_t$$

Notes

for $t = 2, 3, \ldots, T$ and $i = 1, \ldots, k$. Note that the error term satisfies all the properties needed for applying the OLS procedure. If ρ were known, we could apply OLS to the transformed y^* and x^* and obtain estimates that are BLUE. However, ρ is unknown and has to be estimated from the sample.

3. PENANGANAN AUTOKORELASI DIRI

Cochrane-Orcutt

Pendekatan dilakukan secara iterative agar mendapatkan penduga ρ yg lebih baik.

Tahapan prosedur:

1. Meregresikan Y terhadap X untuk memperoleh galat e_t
2. Menduga koefisien korelasi serial ordo ke-1 ($\hat{\rho}$) dengan meregresikan e_t terhadap e_{t-1}

$$e_t = \rho e_{t-1} + u_t$$

3. Melakukan transformasi terhadap X dan Y:

$$y_t^* = y_t - \hat{\rho} y_{t-1}, \quad x_{t1}^* = x_{t1} - \hat{\rho} x_{t-1,1}$$

3. PENANGANAN AUTOKORELASI DIRI

Cochrane-Orcutt

4. Meregresikan Y^* terhadap X^* sehingga diperoleh penduga koefisien β_0^*, β_1^*, dst…

5. Menghitung $\hat{\beta}_0 = \frac{\widehat{\beta}_0^*}{1-\rho}$, substitusikan $\hat{\beta}_0$ dan β_1^*, β_2^*, dst… pada persamaan regresi pada tahap (1) sehingga dapat dihitung gugus data galat e_t yg baru.

6. Ulangi tahap (2) s.d tahap (5) hingga nilai $\hat{\rho}$ dianggap konvergen

3. PENANGANAN AUTOKORELASI DIRI

Cochrane-Orcutt

- Ilustrasi

Berikut adalah data deret waktu selama 24 periode:

Periode	Y	X
1	32	38
2	49	40
3	50	44
4	39	62
5	38	50
6	55	106
7	57	50
8	50	52
9	58	132
10	81	138
11	81	100
12	67	96

Periode	Y	X
13	69	74
14	64	132
15	60	52
16	51	32
17	47	56
18	46	14
19	40	18
20	49	36
21	72	42
22	60	18
23	54	42
24	40	10

3. PENANGANAN AUTOKORELASI DIRI

Cochrane-Orcutt

- Ilustrasi

```
> model<-lm(y~x)
> library(lmtest)
> dwtest(model)

        Durbin-Watson test

data:  model
DW = 1.2088, p-value = 0.01364
alternative hypothesis: true autocorrelation is
greater than 0
```

```
> library(orcutt)
> cochrane.orcutt(model)

Cochrane-orcutt estimation for first order
autocorrelation

Call:
lm(formula = y ~ x)

 number of interaction: 13
 rho 0.441367

Durbin-Watson statistic
(original):    1.20877 , p-value: 1.364e-02
(transformed): 1.66348 , p-value: 1.992e-01

 coefficients:
(Intercept)           x
  47.908320    0.132056
```

3. PENANGANAN AUTOKORELASI DIRI

Cochrane-Orcutt

- Ilustrasi

```
> rho<-cochrane.orcutt(model)$rho
> y.transformed<-y[-1]-(y[-24]*rho)
> x.transformed<-x[-1]-(x[-24]*rho)
> model.t<-lm(y.transformed~x.transformed)
```

before

```
> summary(model)

Call:
lm(formula = y ~ x)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-17.9921  -6.0457  -0.9104   5.4266  21.1712

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 42.04340    4.08925  10.281 7.27e-10 ***
x            0.20918    0.05808   3.602  0.00159 **
---
```

after

```
> summary(model.t)

Call:
lm(formula = y.transformed ~ x.transformed)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-15.454  -6.105  -1.869   5.291  20.162

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)   26.76315    2.74122   9.763 2.94e-09 ***
x.transformed  0.13206    0.05898   2.239   0.0361 *
```

3. PENANGANAN AUTOKORELASI DIRI

Cochrane-Orcutt

- Ilustrasi

```
> dwtest(model.t)

        Durbin-Watson test

data:  model.t
DW = 1.6635, p-value = 0.1992
alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0
```

- Penduga koefisien regresi setelah tranformasi ke persamaan awal:
  - $b_0 = \frac{b_0^*}{1-r} = \frac{26.76315}{1-0.441367} = 47.90829$
  - $b_1 = b_1^* = 0.13206$

  $\rightarrow \hat{y}_t = \mathbf{47.908 + 0.132}\ \boldsymbol{x_t}$

3. PENANGANAN AUTOKORELASI DIRI

Hildreth-Lu

STEP 1: Choose a value of ρ (say ρ_1). Using this value, transform the variables and estimate the transformed regression by OLS.

STEP 2: From these estimates, derive $\hat{u}_t$ from Equation (10.1) and the error sum of squares associated with it. Call it $SSR_{\hat{u}}(\rho_1)$. Nest choose a different ρ (ρ_2) and repeat Steps 1 and 2.

STEP 3: By varying ρ from -1 to $+1$ in some systematic way (say, at steps of length 0.05 or 0.01), we can get a series of values of $SSR_{\hat{u}}(\rho)$. Choose that ρ for which $SSR_{\hat{u}}$is a minimum. This is the final ρ that globally minimizes the error sum of squares of the transformed model. Equation (10.1) is then estimated with the final ρ as the optimum solution.

3. PENANGANAN AUTOKORELASI DIRI

Hildreth-Lu

- Ilustrasi

```
# Hildreth-Lu (does not require iterations)
rho = c(seq(0.1,0.8,by=0.1),seq(0.90,0.99,by=0.01))

hildreth.lu <- function(rho, model){
  x <- model.matrix(model)[, -1]
  y <- model.response(model.frame(model))
  n <- length(y)
  t <- 2:n
  y <- y[t] - rho * y[t-1]
  x <- x[t] - rho * x[t-1]

  return(lm(y ~ x))
}
```

3. PENANGANAN AUTOKORELASI DIRI

Hildreth-Lu

- Ilustrasi

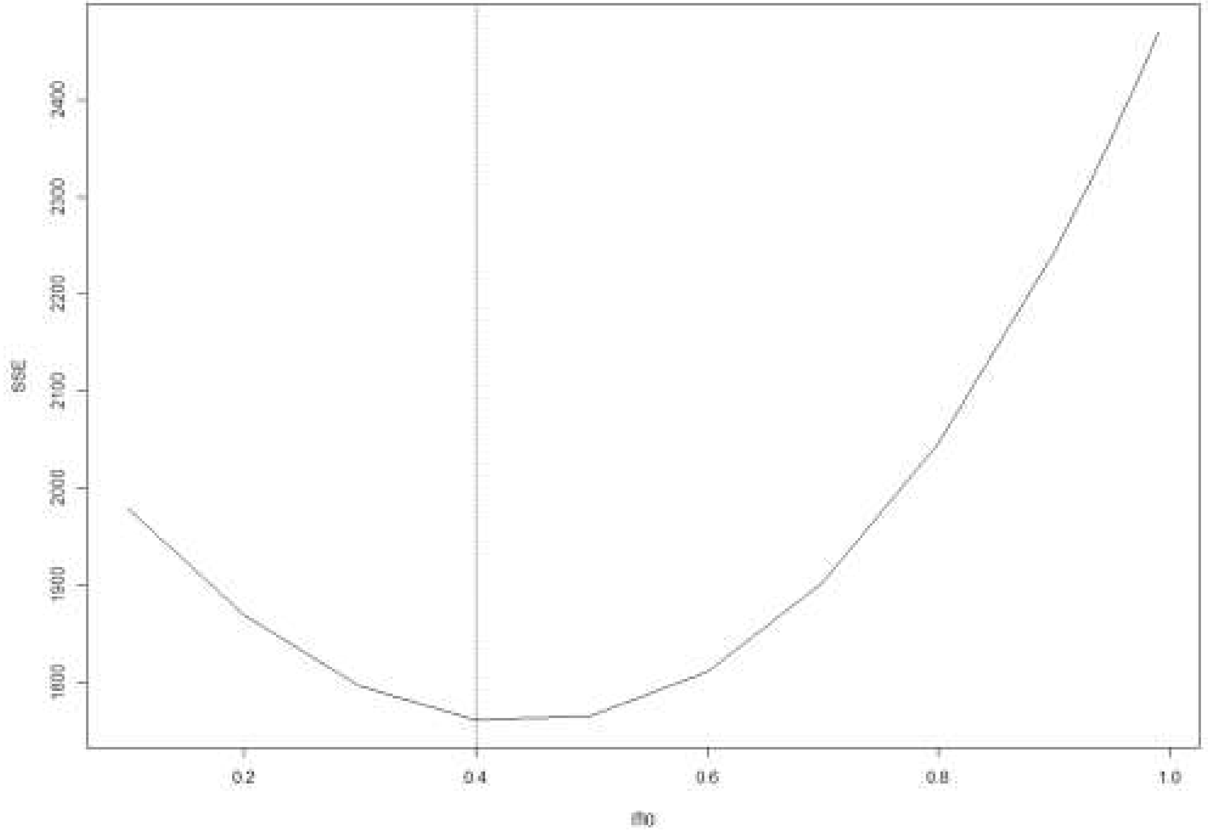
```
> fit <- lm(y ~ x)
> tab <- data.frame('rho' = rho,
+                   'SSE' = sapply(rho, function(r) {deviance(hildreth.lu(r, fit))}))
> round(tab, 4)
    rho      SSE
1  0.10 1979.103
2  0.20 1869.163
3  0.30 1796.786
4  0.40 1761.665
5  0.50 1765.243
6  0.60 1810.768
7  0.70 1902.698
8  0.80 2045.622
9  0.90 2243.228
10 0.91 2266.095
11 0.92 2289.534
12 0.93 2313.546
13 0.94 2338.132
14 0.95 2363.293
15 0.96 2389.029
16 0.97 2415.341
17 0.98 2442.231
18 0.99 2469.697
```

3. PENANGANAN AUTOKORELASI DIRI

Hildreth-Lu

- Ilustrasi

```
plot(SSE ~ rho, tab, type = 'l')
abline(v = tab[tab$SSE == min(tab$SSE), 'rho'], lty = 3)
```

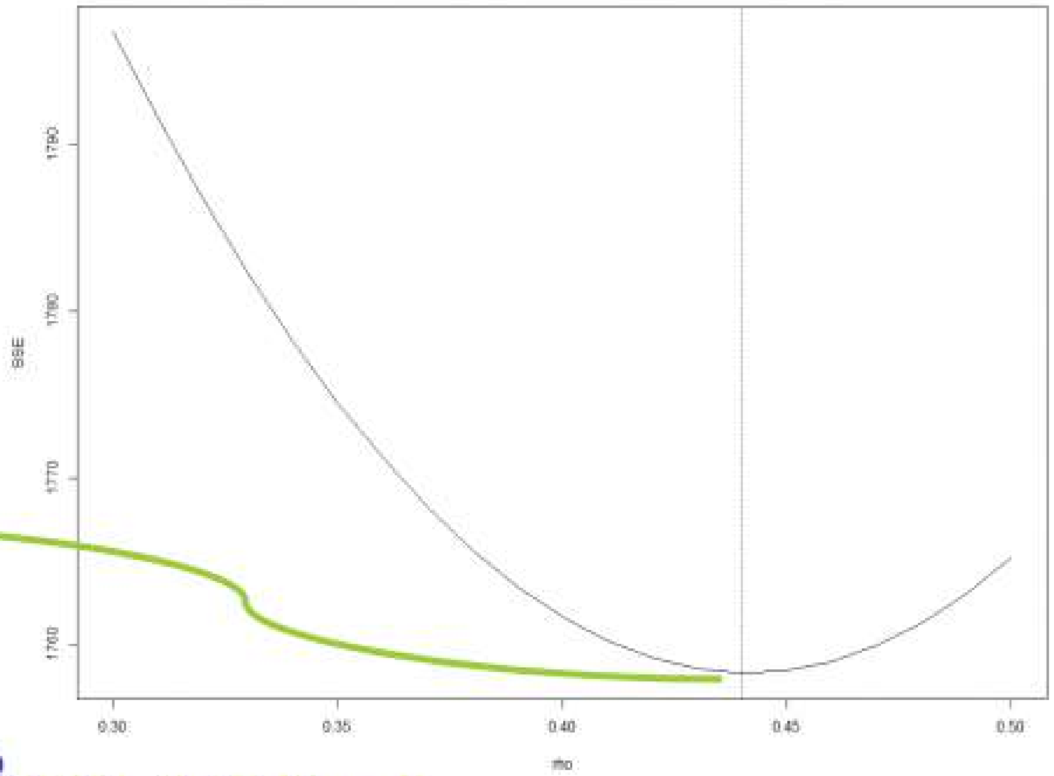


3. PENANGANAN AUTOKORELASI DIRI

Hildreth-Lu

- Ilustrasi

```
> rho = c(seq(0.3,0.5,by=0.01))
>
> tab <- data.frame('rho' = rho,
+                   'SSE' = sapply(rho, function(r) {deviance(hildreth.lu(r, fit))}))
> round(tab, 4)
    rho      SSE
1  0.30 1796.786
2  0.31 1791.588
3  0.32 1786.762
4  0.33 1782.309
5  0.34 1778.229
6  0.35 1774.523
7  0.36 1771.193
8  0.37 1768.241
9  0.38 1765.667
10 0.39 1763.475
11 0.40 1761.665
12 0.41 1760.241
13 0.42 1759.205
14 0.43 1758.560
15 0.44 1758.307
16 0.45 1758.452
17 0.46 1758.996
18 0.47 1759.944
19 0.48 1761.298
20 0.49 1763.063
21 0.50 1765.243
> plot(SSE ~ rho, tab, type = 'l')
> abline(v = tab[tab$SSE == min(tab$SSE), 'rho'], lty = 3)
```



3. PENANGANAN AUTOKORELASI DIRI

Hildreth-Lu

- Ilustrasi

```
> fit <- hildreth.lu(0.44, fit)
> summary(fit)

Call:
lm(formula = y ~ x)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-15.460  -6.101  -1.872   5.278  20.160 

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept) 26.82008    2.74456   9.772  2.9e-09 ***
x            0.13228    0.05897   2.243   0.0358 *  
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 9.15 on 21 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.1933,    Adjusted R-squared:  0.1549 
F-statistic: 5.031 on 1 and 21 DF,  p-value: 0.03581

> 
> dwtest(fit)

        Durbin-Watson test

data:  fit
DW = 1.6625, p-value = 0.1984
alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0
```

3. PENANGANAN AUTOKORELASI DIRI

Hildreth-Lu

- Ilustrasi

```
> cat("Y = ", coef(fit)[1] / (1 - 0.44), " + ",
coef(fit)[2], "X", sep = "")

Y = 47.893 + 0.1322756X
```

Persamaan regresi setelah di transformasi ke persamaan awal

IPB University
Bogor Indonesia

TERIMAKASIH

4. TUGAS PRAKTIKUM

NOMOR 1

- Berikut ini adalah data pangsa pasar produk pasta gigi selama 20 periode:

Periode	Pangsa Pasar	Harga
1	3.63	0.97
2	4.20	0.95
3	3.33	0.99
4	4.54	0.91
5	2.89	0.98
6	4.87	0.90
7	4.90	0.89
8	5.29	0.86
9	6.18	0.85
10	7.20	0.82

Periode	Pangsa Pasar	Harga
11	7.25	0.79
12	6.09	0.83
13	6.80	0.81
14	8.65	0.77
15	8.43	0.76
16	8.29	0.80
17	7.18	0.83
18	7.90	0.79
19	8.45	0.76
20	8.23	0.78

- Lakukan pemodelan regresi antara pangsa pasar (Y) terhadap harga (X).
- Periksalah apakah terdapat autokorelasi pada sisaan model tersebut dengan pendekatan:
  a) Grafik
  b) Uji Durbin-Watson

4. TUGAS PRAKTIKUM

NOMOR 2

Periode	X	Y
1	0	6.3
2	0	6.2
3	0	6.4
4	1	5.3
5	1	5.4
6	1	5.5
7	2	4.5
8	2	4.4
9	2	4.4

Periode	X	Y
10	3	3.4
11	3	3.5
12	3	3.6
13	4	2.6
14	4	2.5
15	4	2.4
16	5	1.3
17	5	1.4
18	5	1.5

- Periksalah apakah terdapat korelasi serial pada sisaan model regresi $y_t = b_0 + b_1 x_t + e_t$?
- Jika ada, lakukan penanganan dengan metode Cochrane-Orcutt.

- Lakukan pula penanganan dengan metode Hildreth-Lu.

4. TUGAS PRAKTIKUM

NOMOR 3

Tahun	Penjualan	Biaya Iklan
1975	11.7	9.4
1976	12.0	9.6
1977	12.3	10
1978	12.8	10.4
1979	13.1	10.8
1980	13.6	10.9
1981	13.9	11.7
1982	14.4	12.2
1983	14.7	12.5
1984	15.3	12.9
1985	15.5	13.0
1986	15.8	13.2
1987	16.1	13.8
1988	16.6	14.2
1989	16.9	14.6
1990	16.7	14.4
1991	16.9	15.0
1992	17.4	15.4
1993	17.6	15.7
1994	17.9	15.9

Tahun	Penjualan	Biaya Iklan
1995	18.0	15.9
1996	17.9	16.0
1997	18.0	16.3
1998	18.2	16.2
1999	18.2	16.8
2000	18.3	17.3
2001	18.6	17.6
2002	19.2	18.1
2003	19.3	18.3
2004	19.5	18.5
2005	19.2	18.7
2006	19.3	18.9
2007	19.5	19.2
2008	20.0	20.0
2009	20.0	20.0
2010	19.9	20.3
2011	19.8	20.4
2012	19.9	21.0
2013	20.2	21.5
2014	21.0	22.1

- Periksalah apakah terdapat korelasi serial pada sisaan model regresi $y_t = b_0 + b_1 x_t + e_t$?
- Jika ada, lakukan penanganan dengan metode Cochrane-Orcutt.
- Lakukan pula penanganan dengan metode Hildreth-Lu.

MODEL REGRESI DENGAN PEUBAH LAG

Pertemuan ke-7
Akbar Rizki, M.Si

OUTLINE

1. Konsep Dasar Regresi dengan Peubah Lag

2. Autoregressive Distributed Lag (ARDL) models

3. Koyck Lag

MODEL REGRESI

- Static Regression
$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t,1} + \cdots + \beta_k X_{t,k} + u_t$$
- Regression with distributed lag
$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t,1} + \beta_2 X_{t-1,1} + \beta_3 X_{t-2,1} + \beta_4 X_{t,2} + u_t$$
- Dynamic regression/ autoregressive model
$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + \beta_3 X_{t,1} + \beta_4 X_{t,2} + u_t$$

MODEL AUTOREGRESSIVE

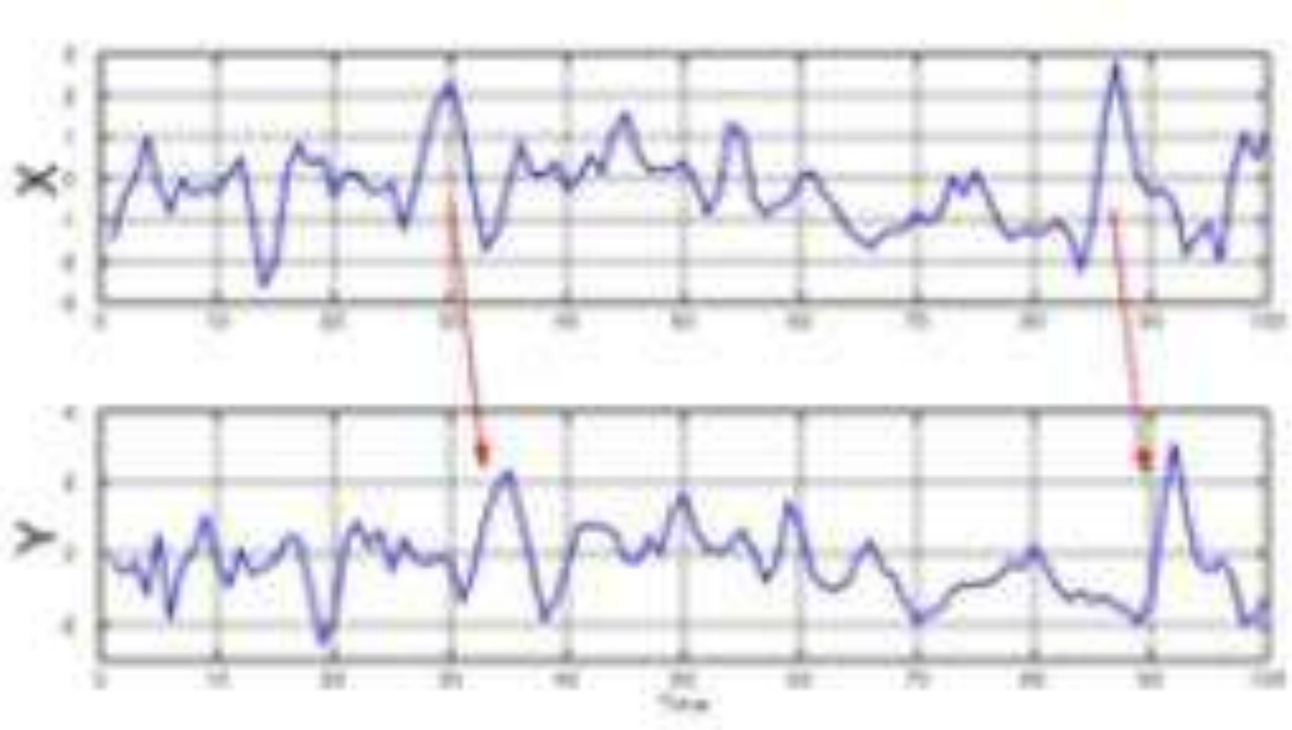
Apabila peubah dependen dipengaruhi oleh peubah independen pada waktu sekarang, serta dipengaruhii juga oleh peubah dependen itu sendiri pada satu waktu yang lalu maka model tersebut disebut autoregressive (Gujarati, 2004)

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \gamma Y_{t-1} + u_t$$

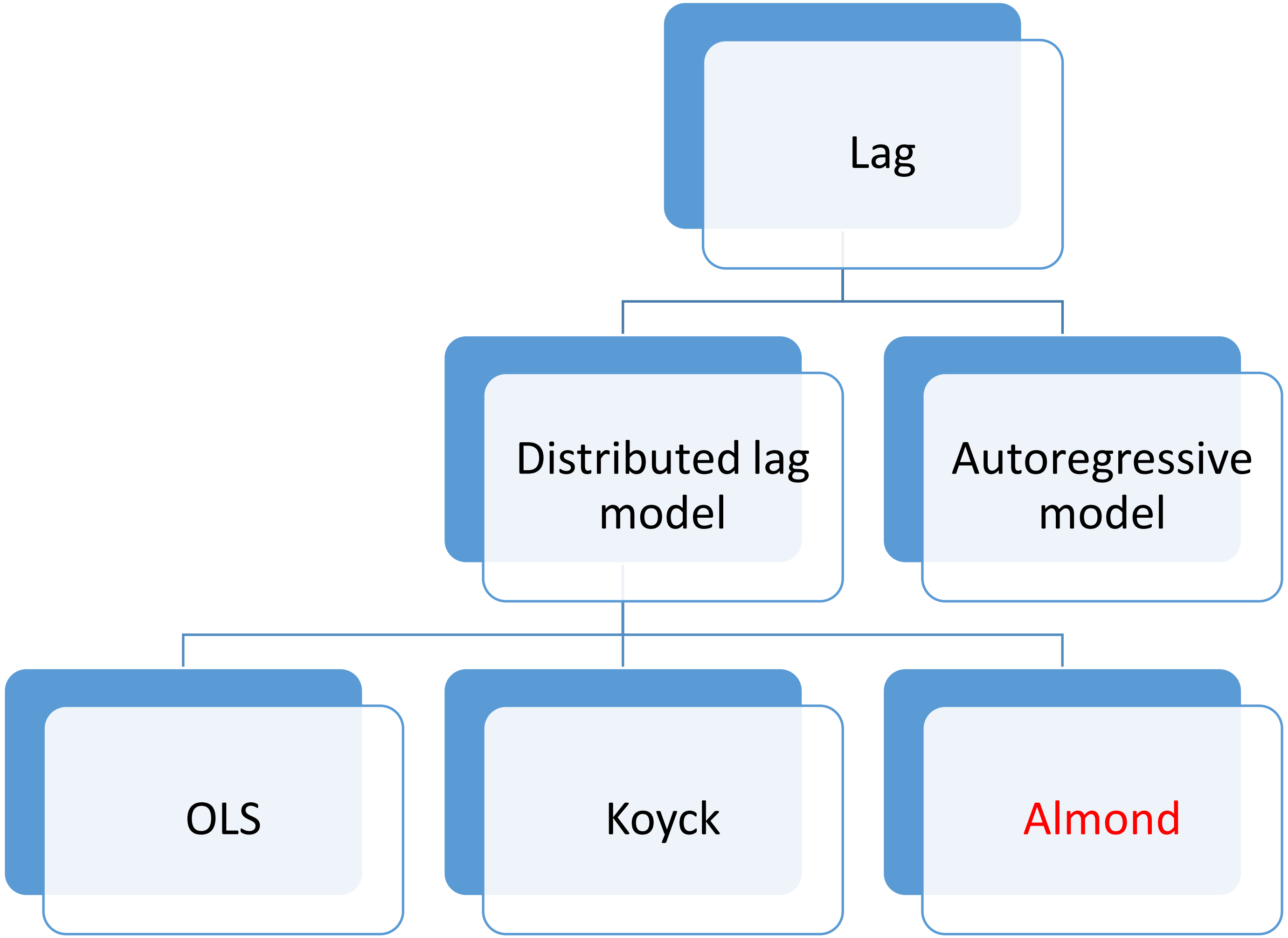
LAG

Waktu yang diperlukan bagi peubah bebas X dalam mempengaruhi peubah tak bebas Y disebut lag.

Contoh: Butuh waktu untuk membangun jalan raya, efek dari investasi public ini pada pertumbuhan GNP akan muncul dengan lag dan efek ini mungkin akan bertahan selama beberapa tahun.



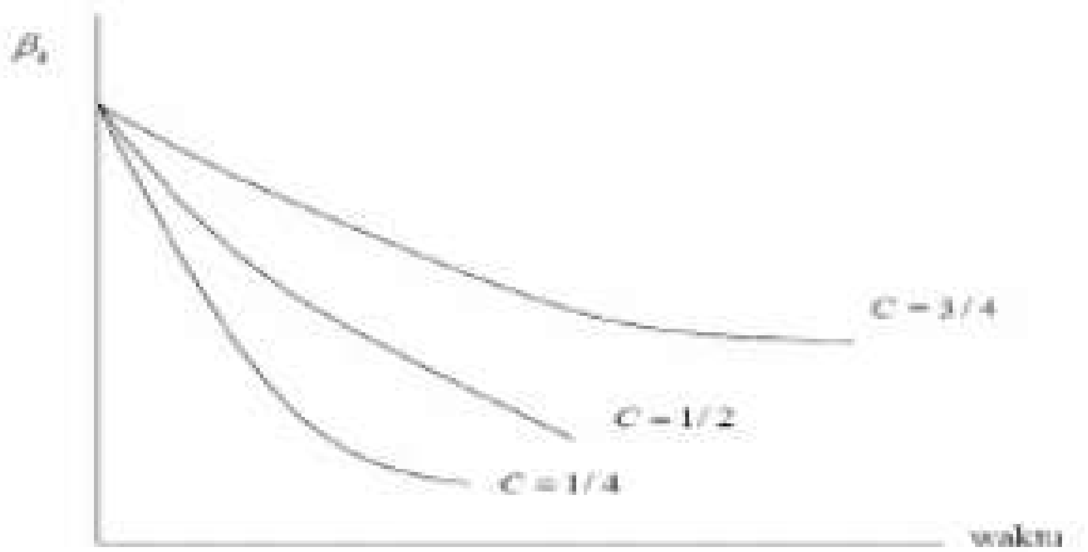
MIND MAP


Lag
Distributed lag model
Autoregressive model
OLS
Koyck
Almond

PENDEKATAN KOYCK UNTUK DITRIBUTED LAG MODEL

- Metode Koyck didasarkan asumsi bahwa semakin jauh jarak lag peubah independen dari periode sekarang maka semakin kecil pengaruh peubah lag terhadap peubah dependen
- Koyck mengusulkan suatu metode untuk menduga model dinamis distributed lag dengan mengasumsikan bahwa semua koefisien β mempunyai tanda sama.
- Model Koyck merupakan jenis paling umum dari model *infinite distributed lag* dan juga dikenal sebagai *geometric lag*

MODEL KOYCK



Koyck menganggap bahwa koefisien menurun secara geometris sebagai berikut:

$$\beta_k = \beta_0 C^k, k = 0, 1, \ldots$$

Dengan:

C: rata-rata tingkat penurunan dari distribusi lag dengan nilai $0 < C < 1$

$1 - C$: kecepatan peyesuaian

MODEL KOYCK

$$\hat{\beta}_0 = \beta_0$$
$$\hat{\beta}_1 = \beta_0 C$$
$$\hat{\beta}_2 = \beta_0 C^2$$
$$\hat{\beta}_k = \beta_0 C^k$$

$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_0 C X_{t-1} + \beta_0 C^2 X_{t-2} + \ldots + \varepsilon_t$ (1.1)

$Y_{t-1} = \alpha + \beta_0 X_{t-1} + \beta_0 C X_{t-2} + \beta_0 C^2 X_{t-3} + \ldots + \varepsilon_{t-1}$ (1.2)

$CY_{t-1} = \alpha C + \beta_0 C X t_{-1} + \beta_0 C^2 X_{t-2} + \beta_0 C^3 X_{t-3} + \ldots + \varepsilon_{t-1}$ (1.3)

Jika persamaan (1.1) - (1.3) maka didapat

$Y_t - CY_{t-1} = \alpha(1-C) + \beta_0 X_t + (\varepsilon_t - C\varepsilon_{t-1})$

$Y_t = \alpha(1-C) + \beta_0 X_t + CY_{t-1} + V_t$ (1.4)

Model (1.4) merupakan **model Koyck.**

MODEL KOYCK

Ilustrasi

Penelitian dilakukan untuk mengetahui hubungan antara pembelian perlengkapan dan hasil penjualan suatu perusahaan selama 20 tahun.

Berdasarkan data pembelian perlengkapan dan hasil penjualan dalam tabel akan ditunjukkan persamaan dinamis distribusi lag dengan menggunakan metode Koyck

t	Yt	Xt
1	52.9	30.3
2	53.8	30.9
3	54.9	30.9
4	58.2	33.4
5	60	35.1
6	63.4	37.3
7	68.2	41
8	78	44.9
9	84.7	46.5
10	90.6	50.3
11	98.2	53.5
12	101.7	52.8
13	102.7	55.9
14	108.3	63
15	124.7	73
16	157.9	84.8
17	158.2	86.6
18	170.2	98.9
19	180	110.8
20	198	124.7

MODEL KOYCK

t	Yt	Y(t-1)	Xt
1	52.9		30.3
2	53.8	52.9	30.9
3	54.9	53.8	30.9
4	58.2	54.9	33.4
5	60	58.2	35.1
6	63.4	60	37.3
7	68.2	63.4	41
8	78	68.2	44.9
9	84.7	78	46.5
10	90.6	84.7	50.3
11	98.2	90.6	53.5
12	101.7	98.2	52.8
13	102.7	101.7	55.9
14	108.3	102.7	63
15	124.7	108.3	73
16	157.9	124.7	84.8
17	158.2	157.9	86.6
18	170.2	158.2	98.9
19	180	170.2	110.8
20	198	180	124.7

Regresikan Yt dengan Y(t-1) dan Xt, sehingga diperoleh persamaan regresi sebagai berikut:

$Y_t = 2.727 + 0.941\, X_t + 0.468\, Y_{t-1}$

Model dugaan dapat dituliskandalam bentuk persamaan dinamis distribusi *lag* dugaan dengan cara sebagai berikut.Berdasarkan persamaan di atas diketahui :

$\hat{C} = 0.468$

$\hat{\alpha}(1 - \hat{C}) = 2.727$ -> $\hat{\alpha} = 5.1275$

$\hat{\beta}_0 = \beta_0 = 0.941$

$\hat{\beta}_1 = \beta_0\, C = 0.4403$

$\hat{\beta}_2 = \beta_0 C^2 = 0.206$

Jadi model lag dugaannya adalah

$$\hat{Y} = 5.1275 + 0.941\, X_{t-1} + 0.4403\, X_{t-1} + 0.206\, X_{t-2} + \cdots$$

Bisa diamati bahwa pengaruh dari *lag Y* menurun secara geometris dilihat dari persamaan $Y_t = 2.727 + 0.941\, X_t + 0.468\, Y_{t-1}$. Diketahui bahwa nilai koefisien dari Y_{t-1} bernilai positif yaitu sebesar 0.468. Nilai 0.4682 berarti bahwa apabila penjualan naik sebesar 1% makapengeluaran perlengkapan akan naik sebesar 0.468%.

MODEL KOYCK

install.packages("dLagM")

library("dLagM")

data<-read.delim("clipboard")

model.koyck=koyckDlm(x=data$Xt, y=data$Yt)

To deal with infinite DLMs, we can use the Koyck transformation. When we apply Koyck transformation, we get the following:

$$Y_t - \phi Y_{t-1} = \alpha(1-\phi) + \beta X_t + (\epsilon_t - \phi\epsilon_{t-1}).$$

When we solve this equation for Y_t, we obtain Koyck DLM as follows:

$$Y_t = \delta_1 + \delta_2 Y_{t-1} + \delta_3 X_t + \nu_t,$$

where $\delta_1 = \alpha(1-\phi), \delta_2 = \phi, \delta_3 = \beta$ and the random error after the transformation is $\nu_t = (\epsilon_t - \phi\epsilon_{t-1})$ (Judge and Griffiths, 2000).

```
> model.koyck
$model

Call:
"Y ~ (Intercept) + Y.1 + X.t"

Coefficients:
(Intercept)          Y.1          X.t
     2.0804       0.5726       0.7826


$geometric.coefficients
                             alpha      beta       phi
Geometric coefficients:  4.867444 0.7826327 0.5725805
```

AUTOREGRESSIVE DISTRIBUTED LAG

- Ilustrasi
  - Different specifications of consumption function dari buku
    Econometric Analysis by William H. Greene (2003)
  - **Data:** Quarterly US macroeconomic data tahun1950(1) – 2000(4) yang disediakan oleh USMacroG, a "ts" time series. Terdiri dari disposable income dpi dan consumption (billion USD).

AUTOREGRESSIVE DISTRIBUTED LAG

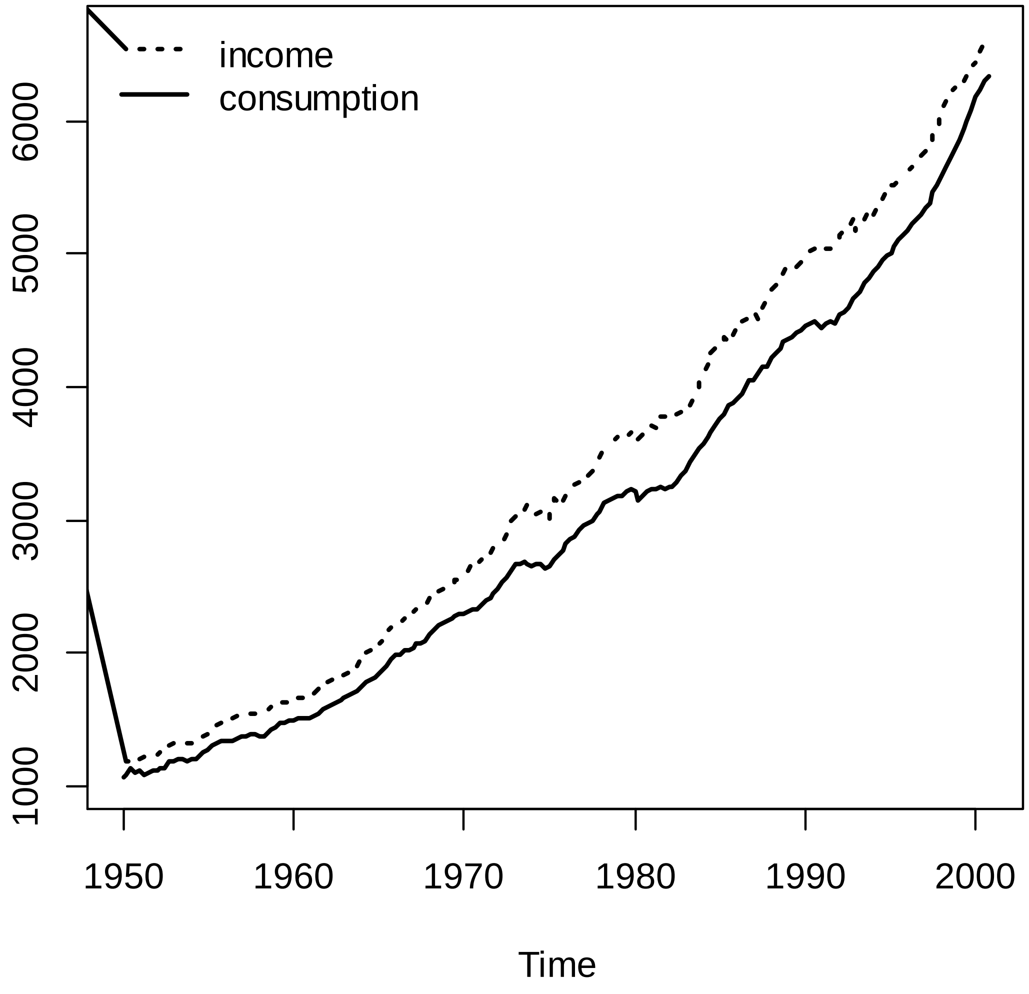
Models: Greene (2003) considers

$$\begin{aligned}
\texttt{consumption}_i &= \beta_1 + \beta_2\,\texttt{dpi}_i + \beta_3\,\texttt{dpi}_{i-1} + \varepsilon_i \\
\texttt{consumption}_i &= \beta_1 + \beta_2\,\texttt{dpi}_i + \beta_3\,\texttt{consumption}_{i-1} + \varepsilon_i.
\end{aligned}$$

Interpretation:

- Distributed lag model: consumption responds to changes in income only over two periods.
- Autoregressive distributed lag: effects of income changes persist.

AUTOREGRESSIVE DISTRIBUTED LAG




```
data("USMacroG",package="AER")

plot(USMacroG[,c("dpi","consumption")],lty=c(3,1),lwd=2,plot
.type="single",ylab="")

legend("topleft",
legend=c("income","consumption"),lwd=2,lty=c(3,1),bty="n")
```

AUTOREGRESSIVE DISTRIBUTED LAG

```
library("dynlm")

cons_lm1<-dynlm(consumption~dpi+L(dpi),data=USMacroG)

cons_lm2<-dynlm(consumption~dpi+L(consumption),data=USMacroG)

summary(cons_lm1)

summary(cons_lm2)

deviance(cons_lm1)

deviance(cons_lm2)
```

```
> summary(cons_lm1)

Time series regression with "ts" data:
Start = 1950(2), End = 2000(4)

Call:
dynlm(formula = consumption ~ dpi + L(dpi), data = USMacroG)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-190.02  -56.68    1.58   49.91  323.94

Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -81.07959   14.50814  -5.589 7.43e-08 ***
dpi           0.89117    0.20625   4.321 2.45e-05 ***
L(dpi)        0.03091    0.20754   0.149    0.882
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 87.58 on 200 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9964,    Adjusted R-squared:  0.9964
F-statistic: 2.785e+04 on 2 and 200 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

```
> summary(cons_lm2)

Time series regression with "ts" data:
Start = 1950(2), End = 2000(4)

Call:
dynlm(formula = consumption ~ dpi + L(consumption), data = USMacroG)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-101.303   -9.674    1.141   12.691   45.322

Coefficients:
                Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)     0.535216   3.845170   0.139    0.889
dpi            -0.004064   0.016626  -0.244    0.807
L(consumption)  1.013111   0.018161  55.785   <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 21.52 on 200 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9998,    Adjusted R-squared:  0.9998
F-statistic: 4.627e+05 on 2 and 200 DF,  p-value: < 2.2e-16
> deviance(cons_lm1)
[1] 1534001
> deviance(cons_lm2)
[1] 92644.15
```

$$\text{consumption}_i = \beta_1 + \beta_2\,\text{dpi}_i + \beta_3\,\text{dpi}_{i-1} + \varepsilon_i$$

$$\text{consumption}_i = \beta_1 + \beta_2\,\text{dpi}_i + \beta_3\,\text{consumption}_{i-1} + \varepsilon_i$$