

UJIAN AKHR SEMESTER GASAL TA 2021/2022

Nama : Antini permatasari
NIM : 312010095
Kelas : TI.20.B.1
Mata Kuliah : Matematika Diskrit
Nama Dosen : Ari Yuneldi, S.Pd, M.Si

Jawaban

1. a) Misalkan pada turnamen tersebut, dua tim yang bertanding adalah Tim A dan Tim B. Tabel berikut menyatakan kemungkinan yang dapat terjadi agar tim A menang (M = menang, K = kalah).

Banyak pertandingan	Tim A	Tim B
2	(M M)	(K K)
3	(K M M)	(M K K)
4	(M K M M)	(K M K K)
5	(K M K M M)	(M K M K K)
6	(M K M K M M)	(K M K M K K)
7	(K M K M K M M)	(M K M K M K K)

Maksimal pertandingan yang dapat terjadi hanya sampai 7 kali. Masing-masingnya menghasilkan 2 kemungkinan, yaitu untuk tim A dan tim B (tabel di atas merepresentasikan kemenangan tim A). Jadi, ada $6 \times 2 = 12$ cara agar turnamen demikian dapat terjadi.

b) Gunakan Prinsip Sarang Burung Merpati untuk menyelesaikan kasus ini.
Ada 4 ukuran baju berbeda. Ambil 6 helai masing-masing ukuran bajunya, yaitu
5 helai baju ukuran S (maksimum),
4 helai baju ukuran M (maksimum),
6 helai baju ukuran L,
6 helai baju ukuran XL.
Jumlah: $5 + 4 + 6 + 6 = 21$ helai baju. Ambil 1 helai baju lagi (antara baju berukuran L atau XL) sehingga dipastikan kita sudah memegang 7 helai baju dengan ukuran yang sama. Jadi, kita perlu mengambil paling sedikit 22 helai baju agar selalu diperoleh 7 helai baju dengan ukuran yang sama.

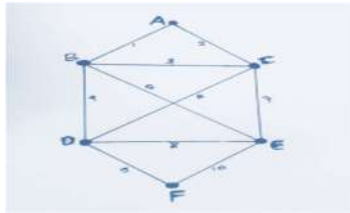
c) Banyak cara menata pose foto 6 orang berdiri dalam satu baris adalah
 $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$ cara.
Banyak cara menata pose foto 6 orang sehingga pengantin berdiri saling berdekatan/bersampingan dapat diibaratkan dengan skema berikut.
 $OOABCD \rightarrow XABCD$
Dengan $OO = X$ yang penyusunannya ada $2!$ cara, sedangkan $XABCD$ penyusunannya ada $5!$ cara sehingga totalnya adalah $2! \times 5! = 2 \times 120 = 240$ cara.
Jadi, banyak cara menata pose foto sehingga pengantin berdiri tidak saling berdekatan/bersampingan adalah $720 - 240 = 480$ cara.

d) Bilangan jelas tidak memenuhi untuk kasus ini sehingga kita hanya perlu meninjau bilangan dengan 5 digit (untuk kasus bilangan ratusan, anggap posisi puluh ribuan dan ribumannya 0, begitu juga untuk kasus bilangan ribuan). Berarti, ada 5 cara mengisi angka 5, 4 cara mengisi angka 4, dan 3 angka mengisi angka 3. Dua tempat kosong lainnya bisa diisi angka lain yaitu 0, 1, 2, 6, 7, 8, dan 9 (ada 7 angka dan boleh berulang). Jadi, banyak bilangan yang demikian adalah $5 \times 4 \times 3 \times 7 \times 7 = 2940$ cara

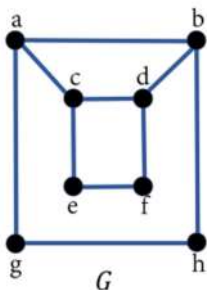
e) Jumlah cara mengambil 5 kartu sembarang dari 52 kartu yang ada adalah $C(52,5)$ (jumlah titik contoh).
 Jumlah cara mengambil satu jenis kartu dari 13 jenis yang ada adalah $C(13, 1)$.
 Jumlah cara mengambil 4 kartu dari 4 kartu sejenis adalah $C(4, 4)$.
 Jumlah cara mengambil satu kartu lagi dari sisa 48 kartu lainnya adalah $C(48, 1)$.
 Jadi, peluang dari 5 kartu tersebut mengandung 4 kartu sejenis adalah

$$\frac{C(13,1) \times C(4, 4) \times C(48, 1)}{C(52, 5)} = 0,00024$$

2. a)



b) Matriks keterhubungan dari graf G di bawah adalah.



$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

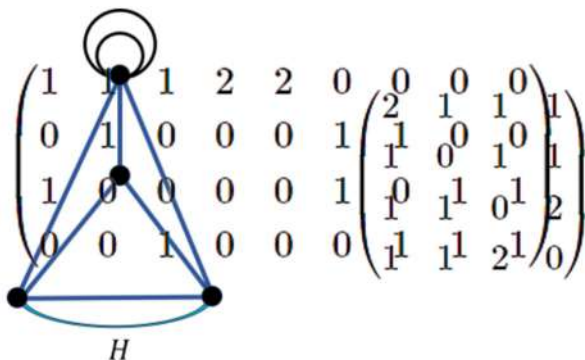
Matriks keterkaitan dengan graf G

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

diatas adalah

Ordo matriks di atas adalah 8 x 12 yang menunjukkan bahwa graf itu memuat 8 titik dan 12 sisi.

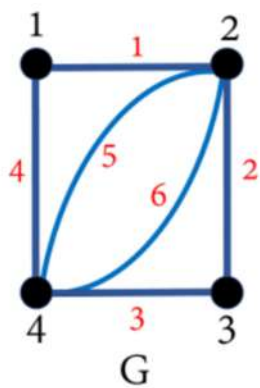
Matriks keterhubungan langsung dari graf H di bawah adalah.



Matriks keterkaitannya adalah

Ordo matriks di atas adalah 4 x 9. Banyak barisnya 4 menunjukkan bahwa jumlah titik di graf itu adalah 4 sedangkan 9 kolomnya menyatakan bahwa graf itu memuat 9 sisi. Perhatikan bahwa angka 2 pada entri di baris pertama (titik 1) matriks itu menunjukkan bahwa sisi loop mengait pada titik 1.

Matriks keterhubungan langsung dari graf G dibawah adalah



Misalkan $A(G)$ menyatakan matriks keterhubungan langsung dari graf G, maka $A(G)$ dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$A(G) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

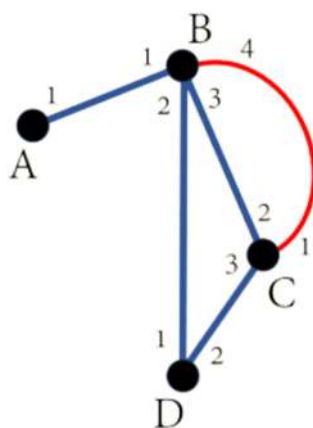
a_{ij} menyatakan banyaknya sisi yang menghubungkan titik i dan titik j , misalnya a_{24} berarti banyak sisi yang menghubungkan titik 2 dan 4, yaitu ada 2 sisi.

Selanjutnya, misalkan $I(G)$ menyatakan matriks keterkaitan dari graf G, maka $I(G)$ dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$I(G) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Catatan: a_{ij} menyatakan banyaknya keterkaitan titik i pada sisi j . Misalkan a_{43} bernilai 1 menyatakan ada 1 sisi, yaitu 3 sisi, yang terkait dengan titik 4.

c) Menurut lema jabat tangan (Handshaking Lemma), jumlah derajat titik pada suatu graf sama dengan 2 kali banyak sisi. Diketahui bahwa jumlah derajat titik-titik graf itu adalah $4 + 3 + 2 + 1 = 10$. Dengan demikian, banyak sisi di adalah $\frac{1}{2} \times 10 = 5$. Gambar graf B dapat dilihat sebagai berikut.

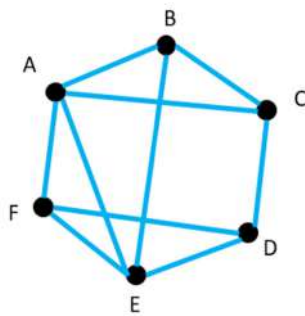


Tampak pada gambar di atas bahwa derajat titik A, B, C dan D berturut-turut adalah 1, 4, 3 dan 2. Tampak pula ada 5 sisi pada graf tersebut.

d) Tidak ada. Misalkan titik graf itu adalah a, b, c dan d. Katakanlah d merupakan titik berderajat 4. Graf yang terbentuk bukan graf sederhana karena hanya ada 3 sisi yang ditarik dari d ke titik lain (a, b, c) sehingga 1 sisi lainnya pastilah akan menjadi bagian dari sisi rangkap atau loop di titik itu.

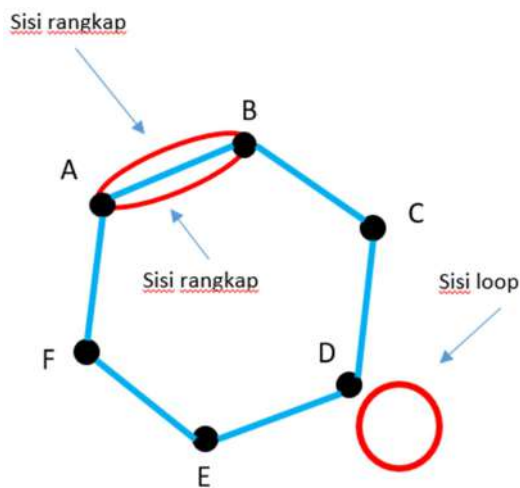
2e)

DF.

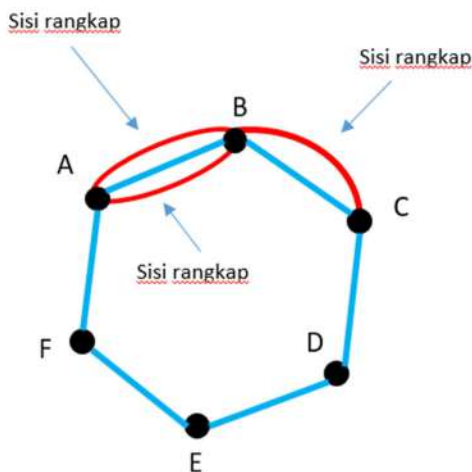


Graf disamping mempunyai 6 titik, yaitu A, B, C, D, E dan F. Mempunyai 10 sisi, yaitu AB, AC, AE, AF, BC, BE, CD, DE, EF,

Graf ini dinyatakan sederhana karena tidak memiliki sisi rangkap ataupun loop



Graf disamping sisi AB ada sebanyak 3 kali, sehingga disebut sisi rangkap dan DD merupakan loop



Graf disamping merupakan sisi rangkap tapi tidak sederhana, AB mempunyai sisi rangkap dan BC juga mempunyai sisi rangkap

3 . a) Himpunan Titik

Himpunan titik graf G kita notasikan dengan $V(G)$, huruf V diambil dari kata “Vertex”. Dari gambar, masing-masing graf telah diberi nama G1, G2, dan G3. Untuk itu, dapat kita tuliskan:

$$V(G1) = \{a, b, c, d\}$$

$$V(G2) = \{u, v, w, x, y\}$$

$$V(G3) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Himpunan Sisi

Himpunan sisi graf G kita notasikan dengan $E(G)$, huruf E diambil dari kata “Edge”. Dari gambar, masing-masing graf telah diberi nama G1, G2, dan G3. Untuk itu, kita dapat tuliskan:

$$E(G1) = \{ab, ac, bc, ad, bd, cd\}$$

$$E(G2) = \{xy, xw, xu, vy, uw, uy, vu, vu\}$$

$$E(G3) = \{12, 22, 23, 24, 25, 26, 45, 46\}$$

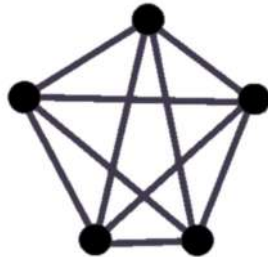
b) Graf yang memuat sisi rangkap adalah graf G2, yaitu pada sisi penghubung titik u dan v.

Graf yang memuat loop adalah G3, yaitu pada titik 2.

Graf sederhana adalah G1 karena tidak memuat sisi rangkap maupun loop.

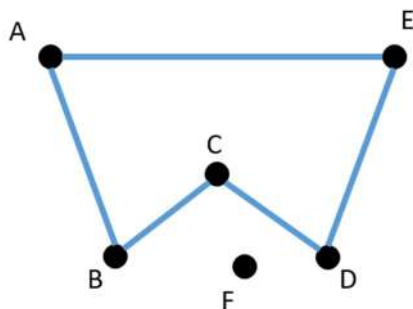
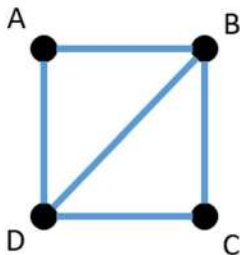
c) Graf berikut merepresentasikan jabat tangan yang terjadi. Titik mewakili orang, sedangkan sisi mewakili jabat tangan. Jumlah jabat tangan diwakili oleh jumlah sisi pada graf tersebut, yaitu

$$4 + 3 + 2 + 1 = 10.$$



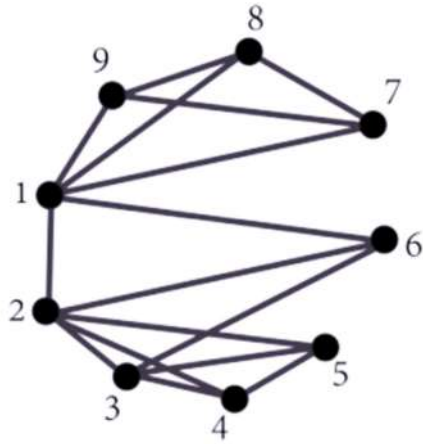
d)
 ada

Graf disamping mengandung siku hamilton dengan baris A, B, C, D, A. Oleh karena itu graf disamping disebut graf hamilton dan bukan graf Euler karena sisi yang tidak dilaluinya, yaitu sisi AC



Graf disamping tergolong graf Eula karena mengandung sirkuit Eula A, B, C, D, E, A, tetapi bukan graf hamilton, sebab titik F tidak dilaluinya

4 a)

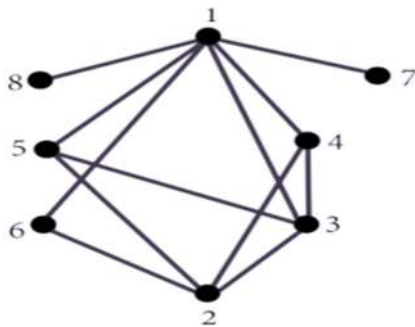


Tabel Penjelasan

Nama Titik	Derajat / Jumlah sisi	Nama Sisi
1	5	12, 16, 17, 18, 19
2	5	12, 23, 24, 25, 26
3	4	23, 34, 35, 36
4	3	24, 34, 45
5	3	25, 35, 45
6	3	16, 26, 36
7	3	17, 78, 79
8	3	18, 78, 89
9	3	19, 78, 89

Tabel Penjelasan

b)



Nama Titik	Derajat / Jumlah sisi	Nama Sisi
1	6	13, 14, 15, 16, 17, 18
2	4	23, 34, 25, 26
3	4	23, 34, 35, 36
4	3	14, 24, 34
5	3	15, 25, 35
6	2	16, 26
7	1	17
8	1	18

c) Perhatikan bahwa banyaknya bilangan pada $S = 4\ 4\ 3\ 3\ 2$ adalah 5. Jelas bahwa $n = 5 \geq 1$. Tampak pula bahwa S tidak memuat bilangan yang lebih dari 4 dan tidak semua bilangannya 0, serta tidak ada bilangan negatif. S sudah terurut berupa bilangan monoton turun sehingga langkah selanjutnya adalah sebagai berikut.

$S = 4\ 4\ 3\ 3\ 2$ (Eksekusi 4 dan kurangi 4 bilangan disampingnya dengan 1)

$S_1 = 3\ 2\ 2\ 1$ (Eksekusi 3 dan kurangi 3 bilangan disampingnya dengan 1)

$S_2 = 1\ 1\ 0$ (Eksekusi 1 dan kurangi 1 bilangan disampingnya dengan 1)

$S_3 = 0\ 0$

Tampak bahwa S_3 hanya memuat bilangan 0 sehingga S_3 grafik. Jadi, S juga grafik.

d) Perhatikan bahwa banyaknya bilangan pada $S = 5\ 4\ 3\ 2\ 1\ 0$ adalah 6. Jelas bahwa $n = 6 \geq 1$. Tampak pula bahwa S tidak memuat bilangan yang lebih dari 5 dan tidak semua bilangannya 0, serta tidak ada bilangan negatif. S sudah terurut berupa bilangan monoton turun sehingga langkah selanjutnya adalah sebagai berikut.
 $S = 5\ 4\ 3\ 2\ 1\ 0$ (Eksekusi 5 dan kurangi 5 bilangan disampingnya dengan 1)
 $S_1 = 3\ 2\ 1\ 0 - 1$

Tampak bahwa S_1 memuat bilangan negatif sehingga S_1 bukan grafik. Jadi, S juga bukan grafik.

e) Perhatikan bahwa banyaknya bilangan pada $S = 6\ 4\ 4\ 3\ 3\ 2\ 1\ 1$ adalah 8. Jelas bahwa $n = 8 \geq 1$. Tampak pula bahwa S tidak memuat bilangan yang lebih dari 7 dan tidak semua bilangannya 0, serta tidak ada bilangan negatif. S sudah terurut berupa bilangan monoton turun sehingga langkah selanjutnya adalah sebagai berikut.

$S = 6\ 4\ 4\ 3\ 3\ 2\ 1\ 1$ (Eksekusi 6 dan kurangi 6 bilangan disampingnya dengan 1)
 $S_1' = 3\ 3\ 2\ 2\ 1\ 0\ 1$
 $\rightarrow S_1 = 3\ 3\ 2\ 2\ 1\ 1\ 0$ (Eksekusi 3 dan kurangi 3 bilangan disampingnya dengan 1)
 $S_2 = 2\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0$ (Eksekusi 2 dan kurangi 2 bilangan disampingnya dengan 1)
 $S_3' = 0\ 0\ 1\ 1\ 0 \rightarrow S_3 = 1\ 1\ 0\ 0\ 0$ (Eksekusi 1 dan kurangi 1 bilangan disampingnya dengan 1)
 $S_4 = 0\ 0\ 0\ 0$

Tampak bahwa S_4 hanya memuat bilangan 0 sehingga S_4 grafik. Jadi, S juga Grafik.

5. a) Judul jurnal : (Penerapan induksi matematika)

Link : <https://youtu.be/HX3BcqUpuMw>

b) 10 point penting dari penerapan induksi matematika :

1. prinsip induksi sederhana
2. prinsip induksi yang dirampatkan
3. prinsip induksi kuat
4. prinsip induksi secara umum
5. Bentuk induksi secara umum
6. induksi matematika diperluas
7. Konsep Dasar induksi matematika
8. Pembuktian induksi matematika
9. penalaran induksi
10. Penalaran Deduktif

c) Manfaat dari jurnal yang saya dapatkan : saya dapat belajar, bagaimana materi penerapan induksi matematika dapat di gunakan untuk mengecek hasil proses yang terjadi secara berulang sesuai dengan pola tersebut.