

# Ujian Akhir Semester Gasal TA 2021/2022

Nama : ADE Prasctia

NIM : 312010208

Kelas : Matematika Diskrik

## Jawaban Uas

- 1) Pada turnamen tersebut, dua tim yang bertanding akan bertukar menyatakan yang terjadi agar tim (M = menang k = kalah)

Banyak pertandingan	Tim U	Tim P
2	$\langle MM \rangle$	$\langle kk \rangle$
3	$\langle kmm \rangle$	$\langle mkk \rangle$
4	$\langle mkmm \rangle$	$\langle kmkk \rangle$
5	$\langle mkmkmm \rangle$	$\langle mk mkk \rangle$
6	$\langle mkmm \rangle$	$\langle kmk mkk \rangle$
7	$\langle kmkmkmm \rangle$	$\langle mk mk mkk \rangle$

Maksimal pertandingan yang terjadi hanya sampai 7 kali. Masing masing nya menghasilkan 2 kemungkinan yaitu Untuk tim A dan tim B (tabel diatas mempresentasikan kemenangan tim A jadi ada  $6 \times 2 = 12$  cara agar turnamen demikian dapat terjadi

- b) Gunakan prinsip sarang burung Marpati Untuk menghasilkan kasus ini ada 4 ukuran batu berbeda. Ambil 6 hari masing-masing ukuran berjumlah yaitu 5 hari batu ukuran S (maksimum) 4 hari batu ukuran M (maksimum) 6 hari batu ukuran L



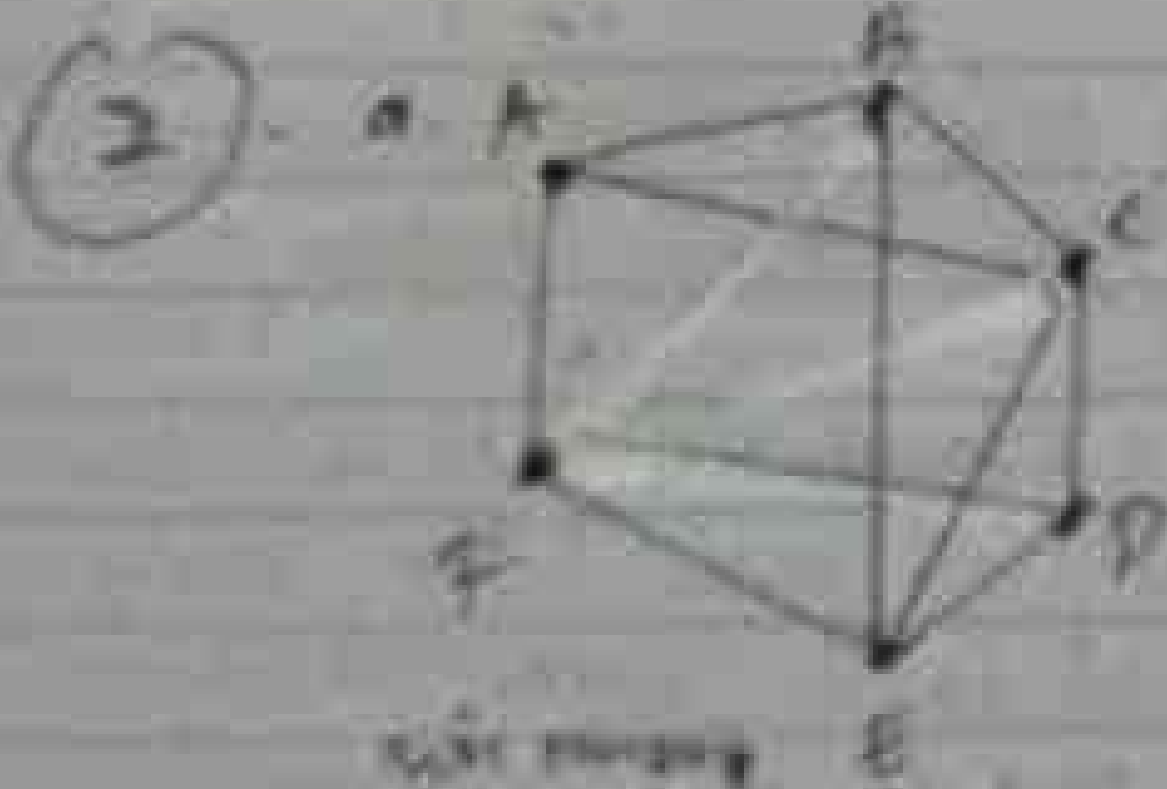
- Ada 5 cara untuk menempatkan angka 5, dan tempat kosong tinggal 4.
- Ada 4 cara untuk menempatkan angka 4, dan tempat kosong tinggal 3.
- Ada 3 cara untuk menempatkan angka 3, dan tempat kosong tinggal 2.
- Selain angka 7, 4 dan 5 tidak bisa beraturan jadi untuk kedua tempat yang masih kosong diisi masing-masing dengan 7 angka angka pertama, yaitu: 0, 1, 2, 6, 7, 8, 9

$$= 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 7 \times 7 = 2040$$

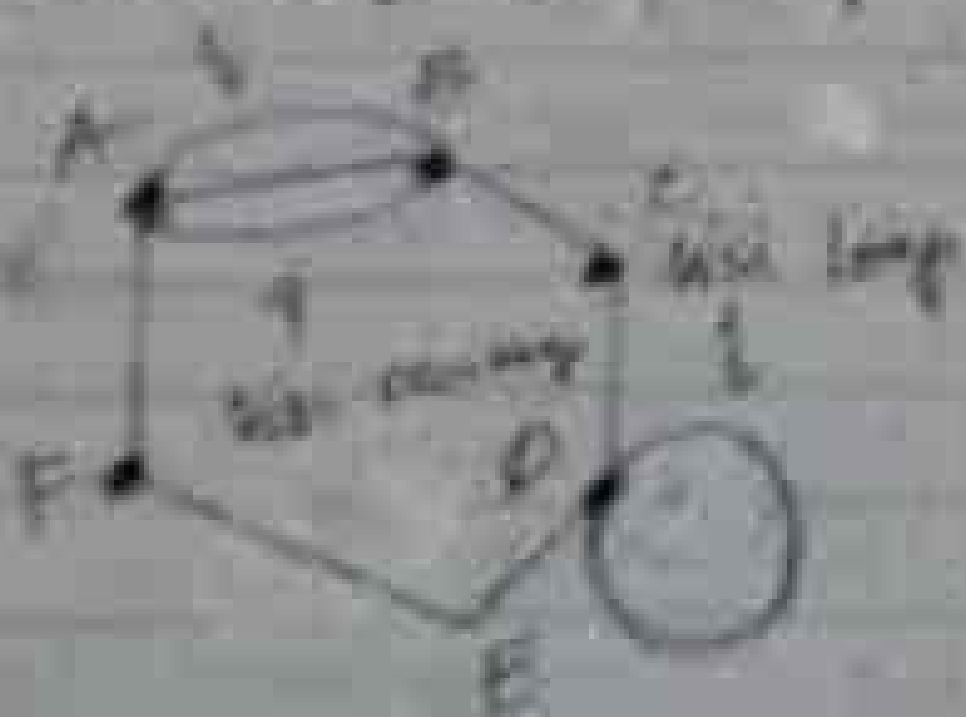
c. - Jumlah cara memilih 5 kartu sembarang dari 52 kartu yg ada adalah  $C(52, 5)$

- jumlah cara memilih satu jenis kartu dari 13 jenis yang ada adalah  $C(13, 1)$
- jumlah cara memilih 4 kartu dari 4 kartu sejenis adalah  $C(4, 4)$
- jumlah cara memilih satu kartu dari 52 & 4 kartu lainnya adalah  $C(52, 1)$
- jadi, peluang dari 5 kartu tersebut mengandung 4 kartu sejenis adalah

$$\frac{C(13, 1) \times C(4, 4) \times C(48, 1)}{C(52, 5)} = 0,0029$$

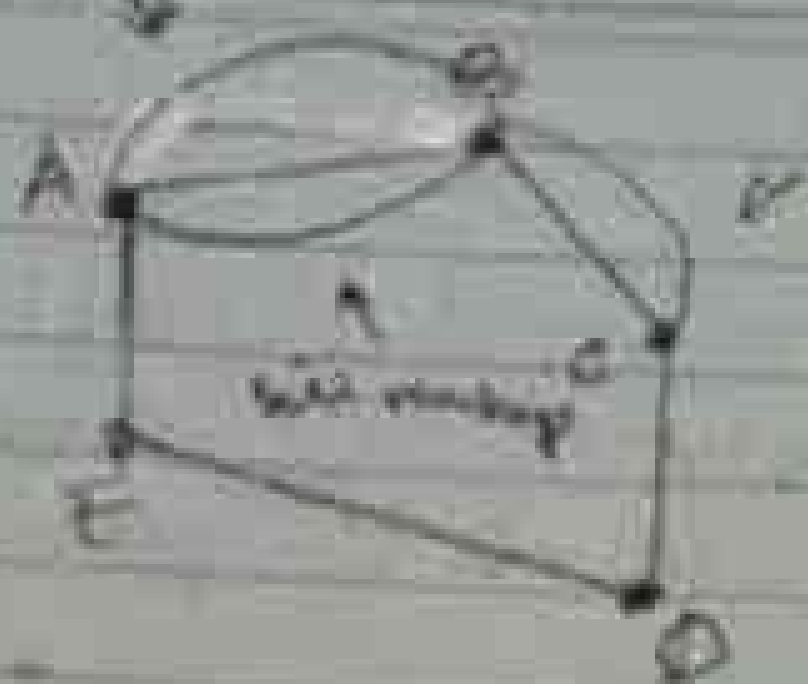


Graf disamping memiliki 6 titik, yaitu A, B, C, D, E dan F. Graf ini memiliki 10 sisi yaitu sisi AB, AC, AD, BC, CD, CE, DE, DF, EF, dan FA. Graf ini sederhana karena tidak memiliki sisi rangkap maupun loop.



- karena sisi peristiwanya Ad ada sebanyak 3 sisi sehingga Ad ada sisi rangkap dan CD merupakan sisi (loop).

sisi mangrup



sisi mangrup

- perhatikan bahwa  $A$  terhubung oleh sisi mangrup, berarti juga dengan  $B, C, D, E, F$  karena graf ini mengandung sisi mangrup. Maka graf ini tidak dapat diuraikan lebih lanjut.

• Matriks keterhubungan dari Graf  $G$  diatas adalah ....

$$U(G) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

• Matriks keterhubungan dari Graf

$$H(G) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Ordo matriks diatas  $8 \times 12$  yg menunjukkan bahwa graf itu memiliki 8 titik dan 12 sisi.

• Matriks keterhubungan dengan graf  $H$  diatas adalah .

$$U(H) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Misalkan  $A(G)$

$$A(G) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

• Matriks keterhubungan adalah

$$U(G) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Ordo matriks diatas adalah

$8 \times 9$  banyak baris menunjukkan

nilai jumlah titik di graf itu

adalah 9. Sedangkan 9 kolomnya

menunjukkan bahwa graf itu memiliki

jumlah 9 sisi angka 2 pada entri

di baris pertama (titik) itu

menunjukkan bahwa sisi loop

menyebabkan bahwa sisi loop

menyebabkan pada titik 1

$$B(G) = \begin{pmatrix} a_1 & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_2 & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ a_3 & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_4 & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

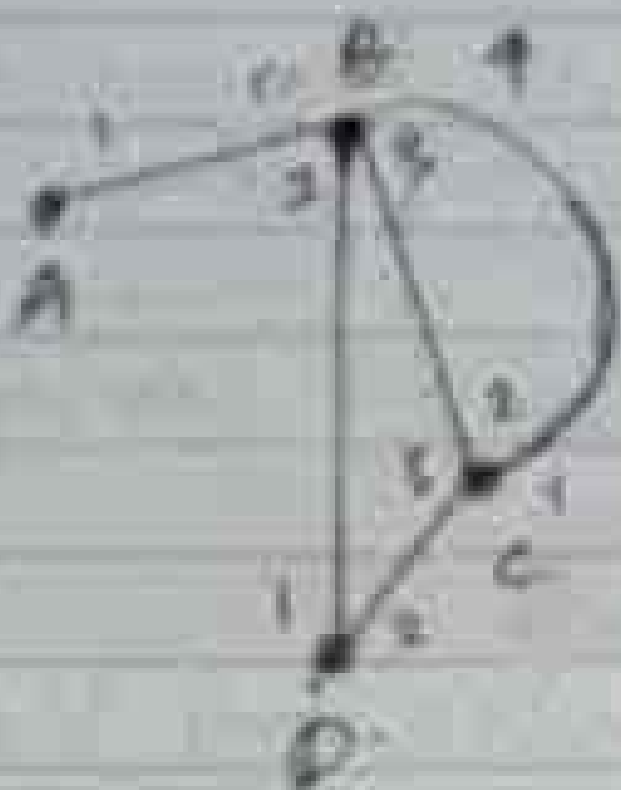
C. Jumlah derajat titik pada Graf G sama dengan 2 kali

banyak sisi. terlihat bahwa derajat titik-titik itu adalah

$$9 + 3 + 2 + 1 = 10 \text{ Banyak sisi di } G \text{ adalah } \frac{1}{2} \times 10 = 5$$



Gambar grafik G dapat dilihat sebagai berikut.



Tinjau Gambar disamping derajat titik A, B, C, dan D. Jumlah titik adalah 1, 4, 3, dan 2 dan ada 5 sisi pada Graf tersebut.

d. (tidak ada) hubungan titik graf itu adalah a, b, c dan d. Intuitifnya d merupakan titik berderajat 4. Graf yang terbentuk bukan graf sederhana karena hanya 3 sisi yg ditarik dari d ke titik lain (a, b, c) jadi 1 sisi lainnya pasti ada akan menjadi bagian dari sisi rangkap atau loop di titik d.

(3) a. Himpunan titik graf G kita notasikan dengan  $V(G)$ , huruf V diambil dari kata "Vertex", masing-masing graf telah diberi nama  $G_1$ ,  $G_2$  dan  $G_3$ .

$$V(G_1) = \{a, b, c, d\}$$

$$V(G_2) = \{x, y, w, u, v\}$$

$$V(G_3) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

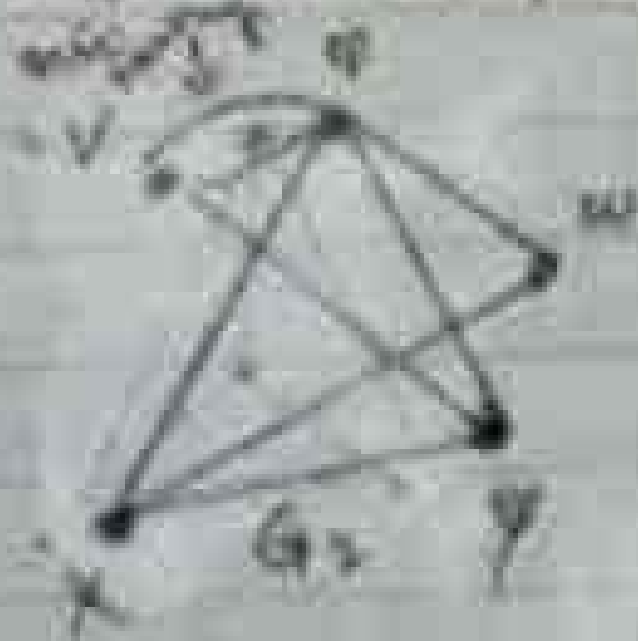
Himpunan sisi graf G di notasikan dengan  $E(G)$ , huruf E diambil dari kata "Edge" masing-masing graf telah diberi nama  $G_1$ ,  $G_2$ , dan  $G_3$ .

$$E(G_1) = \{ab, ac, bc, bd, cd\}$$

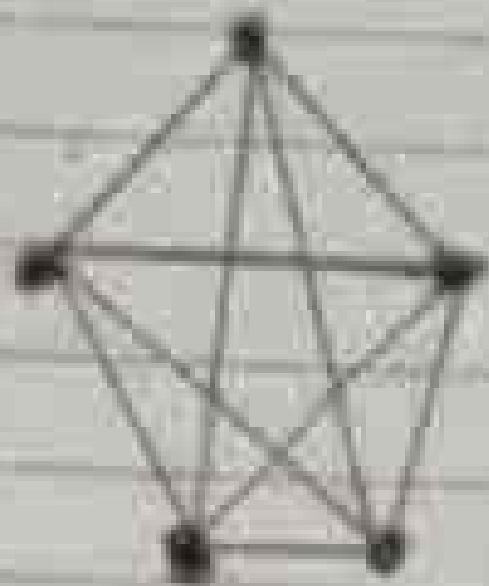
$$E(G_2) = \{xy, xw, xu, vy, uw, uy, uv, uu\}$$

$$E(G_3) = \{12, 23, 24, 25, 26, 45, 46\}$$

b. ada di Graf  $G_2$



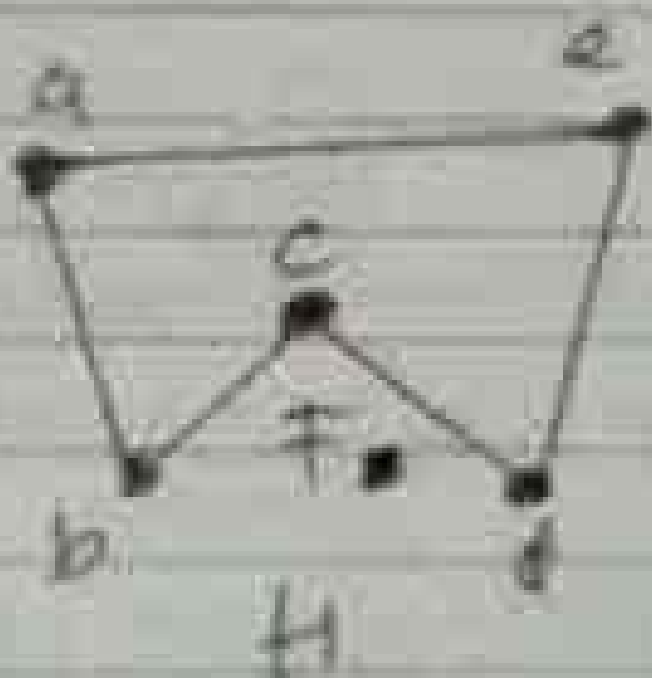
- c. Graf berikut merupakan graf lengkap.  
 Jumlah titik terbagi oleh 5, yaitu  $4 + 3 + 2 + 1 = 10$



d.

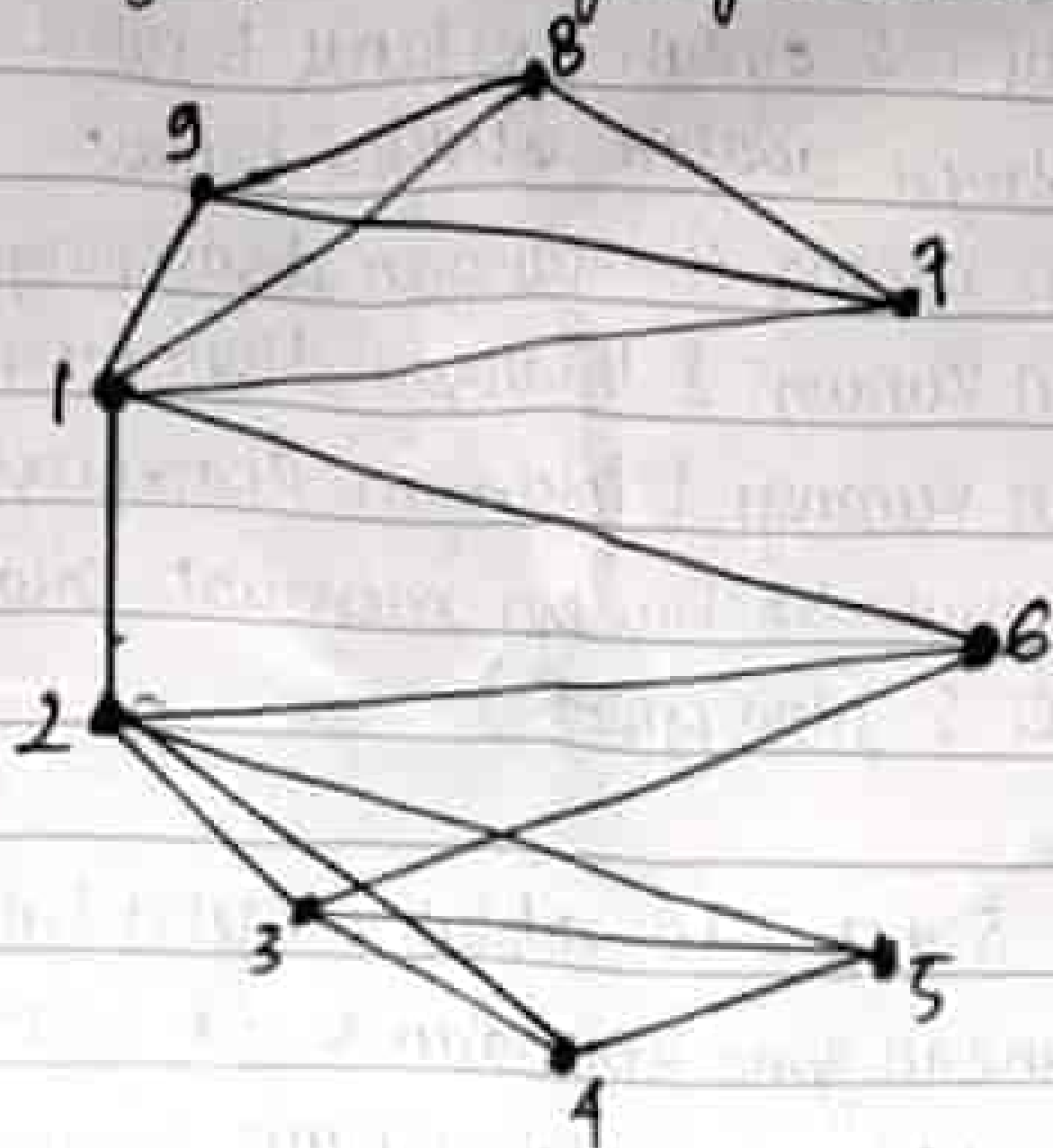


- Graf G diatas mengandung sirkuit Hamilton dengan basis  $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow a$ .  
 oleh karena itu, graf diatas disebut Graf Hamilton dan  
 bukan graf Euler karena ada titik yg tidak dilalui.  
 yaitu titik bc.



- Graf H diatas tergolong graf Euler karena mengandung  
 sirkuit Euler  $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow e \rightarrow a$ , tetapi bukan graf Hamilton  
 karena titik c tidak dilalui.

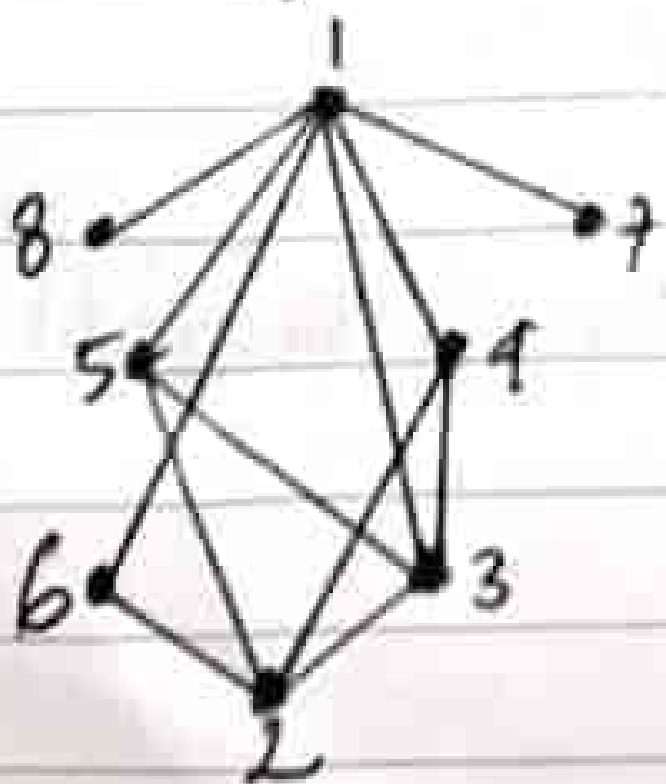
4. a) Graf sederhana adalah graf yang tidak memuat sisi rangkap atau loop.  
↳ perhatikan contoh graf berikut yang memenuhi barisan derajat yang diberikan



Tabel berikut menjelaskan titik dan sisi dari gambar graf diatas

Nama titik	Derajat / Jumlah Sisi	Nama Sisi
1	5	12, 16, 17, 18, 19
2	5	12, 23, 24, 25, 26
3	4	23, 34, 35, 26
4	3	24, 34, 35
5	3	25, 35, 45
6	3	16, 26, 36
7	3	17, 78, 79
8	3	18, 78, 89
9	3	19, 79, 89

- b.) perhatikan contoh graf dan tabel berikut memenuhi & menjelaskan titik & sisi



Nama titik	Derajat / jumlah sisi	Nama Sisi
1	6	13, 14, 15, 16, 17, 18
2	4	23, 24, 25, 26
3	4	23, 34, 35, 26
4	3	14, 24, 34
5	3	15, 25, 35
6	2	16, 26
7	1	17
8	1	18



- d.  $S = 593210$  adalah G  
= G  $\geq 1$  Tampak pula bahwa S tidak memuat jumlah yang lebih dari 5 dan tidak semua bilangannya 0, serta tidak ada bilangan negatif. S sudah terurutkan berupa bilangan monoton turun sehingga langkah selanjutnya adalah sebagai berikut.

$$S: 593210$$

$$S_1: 3210 - 1$$

Tampak bahwa  $S_1$  memuat bilangan negatif sehingga  $S_1$  bukan grafik. Jadi,  $S$  juga bukan grafik.

- e.  $S = (9443321)$  adalah E

= E  $\geq 1$ . Tampak pula bahwa S tidak memuat jumlah yang lebih dari 7 dan tidak semua bilangannya 0, serta tidak ada bilangan negatif. S sudah terurutkan berupa bilangan monoton turun sehingga langkah selanjutnya adalah sebagai berikut.

$$S: 94433211$$

$$S_1: 3322101$$

$$S_1: 3322110$$

$$S_2: 211110$$

$$S_2: 00110 \Rightarrow S_3: 11000$$

$$S_4: 0000$$

Tampak bahwa  $S_4$  hanya jumlah yang tak terhitung 0 jadi  $S_4$  Grafik. Jadi,  $S$  juga Grafik.

- (5) a. Judul jurnal (penerapan induksi matematika)  
Link : <https://yudu.be/ei5UcoPQM79>.

- b. 10 poin penting dari penerapan induksi matematika

1. prinsip induksi sederhana
2. prinsip induksi yang dirangsang
3. prinsip induksi kuat
4. prinsip induksi secara umum
5. prinsip induksi secara umum
6. induksi matematika diperluas
7. konsep dasar induksi matematika

- 8. Pembuktian induksi matematika
- 9. Penalaran Induktif
- 10. Penalaran Deduktif

Manfaat penerapan induksi matematika : induksi matematika digunakan untuk mengecek hasil proses yang terjadi secara berulang sesuai dengan pola tersebut. digunakan untuk membuktikan suatu Statement.