Nama = Asri Jiya Astuti
NIM = 312010104
Kelas : TI.20.B1
Mata Kuliah = Matematika Diskrit

1. a) $3^2 n + 22n + 2$ habis dibagi 5

$\Rightarrow n = 1 \longrightarrow = 3^{2 \cdot 1} + 22(1) + 2$

$= 9 + 24$

$= 33$ tidak habis dibagi 5 (Tidak terbukti).

b) $\dfrac{1}{2} + \dfrac{2}{2^2} + \dfrac{2}{2^3} + \dfrac{2}{2^4} + \dots + \dfrac{n}{2^n} = -\left(-2 + \dfrac{n+2}{2^n}\right)'$

$\Rightarrow P(n) = -\left(-2 + \dfrac{n+2}{2^n}\right)'$

$P(n) = -\left(-2 + \dfrac{1+2}{2^1}\right)'$

$P(1) = -\left(-2 + \dfrac{3}{2}\right)'$

$P(1) = -\left(\dfrac{-4}{2} + \dfrac{3}{2}\right)' = -\left(\dfrac{-2+3}{2}\right)' = -\left(\dfrac{1}{2}\right)'$

$= \dfrac{1}{2}$

c) $S_n : 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3 = \dfrac{n^2 (n+1)^2}{4}$

$\Rightarrow$ * Langkah 1 : $n = 1$

$\dfrac{n^2 (n+1)^2}{4} = \dfrac{1^2 (1+1)^2}{4} = \dfrac{4}{4} = 1^3$ (Terbukti)

* Langkah 2 : $n = k$

$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + k^3 = \dfrac{k^2 (k+1)^2}{4}$

* Langkah 3 : $n = k+1$

$\underbrace{1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + k^3}_{\dfrac{k^2 (k+1)^2}{4}} + (k+1)^3 = \dfrac{(k+1)^2 ((k+1)+1)^2}{4}$

$(k+1)^2 \left[\dfrac{k^2}{4} + (k+1)\right]$

$(k+1)^2 \left[\dfrac{k^2 + 4(k+1)}{4}\right]$

$(k+1)^2 \left[\dfrac{k^2 + 4k + 4}{4}\right]$

$(k+1)^2 \left[\dfrac{(k+2)^2}{4}\right]$

$(k+1)^2 \left[\dfrac{((k+1)+1)^2}{4}\right] = \dfrac{(k+1)^2 ((k+1)+1)^2}{4}$ (Terbukti)

• Dari langkah 1,2,3 terbukti sehingga berlaku $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3 = \dfrac{n^2 (n+1)^2}{4}$

(SiDU)

2. a) $P_3^{n+1} = P_4^n$

$\Rightarrow \dfrac{(n+1)!}{[(n+1)-3]!} = \dfrac{n!}{(n-n)!}$

$\dfrac{(n+1)!}{(n-2)!} = \dfrac{n!}{(n-n)!}$

$\dfrac{(n+1)n!}{(n-2)(n-3)(n-n)!} = \dfrac{n!}{(n-n)!}$

• $n+1 = (n-2)(n-3)$

$n+1 = n^2 - 5n - 6$

$n^2 - 6n - 7 = 0$

$(n-7)(n+1) = 0$

$n = 7 \qquad n = -1 \times$

Jadi $n = 7$

b) ✳ Kata** "JAYAPURA" mengandung :
   - suku kata sebanyak 8 buah, $n = 8$
   • huruf A yang berulang sebanyak 3 kali, $r = 3$

Rumus :
$P(n = n_1, n_2, \ldots n_k) = \dfrac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \ldots \cdot nk!}$

$P(8,3) = \dfrac{8!}{3!} = \dfrac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 6.720$

✳ Kata-kata "MATEMATIKA" mengandung :
   - Suku kata sebanyak 10 buah, $n = 10$
   - huruf A yang berulang sebanyak 3 kali, $r = 3$

Rumus :
$P(10,3) = \dfrac{10!}{3!} = \dfrac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 604.800$

c) $P_5^n = 10 P_5^n$

$\Rightarrow \dfrac{(n)!}{[(n+1)-5]!} = 10 \cdot \dfrac{n!}{(n-4)!}$

$\dfrac{(n)!}{(n-4)!} = 10 \cdot \dfrac{n!}{(n-4)!}$

$(n-4)! = \dfrac{10}{(n-4)!}$

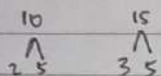$\ldots = 10$

Jadi $n = 10$

3. a) Total anggota penyanyi = 9 orang

  → 9 - 2 - 2 = 5 pilihan berbeda

  b) Segitiga dapat dibuat dari 3 titik yang tidak segaris. Jika terdapat 7 titik, dapat dibuat segitiga sebanyak :

  $$C_3^7 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{3! \cdot 4!} = 35$$

  c) $$C_{11}^{20} = \frac{20!}{(20-11)!11!} = \frac{20!}{9! \cdot 11!} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11}{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

  $$= \frac{2 \cdot 2 \cdot 17 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 13}{5 \cdot 2 \cdot 1}$$

  $$= \frac{8.040}{10}$$

  $$= 804 \text{ cara}$$

  d) Pohon faktor :

  10   15
  ∧   ∧
  2 5   3 5

  ⇒ Faktorisasi prima dari 10 = 2×5

  Faktorisasi prima dari 15 = 3×5

  FPB dari 10 dan 15 adalah 5

4. a) $P(20 : 2, 4, 3, 1, 2, 3, 2, 3) = 20! \, (2! \cdot 4! \cdot 3! \cdot 1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 3!)$

  ⇒ $n_1 = 2$ (dua buah angka 6)

  $n_2 = 4$ (empat buah angka 1)

  $n_3 = 3$ (tiga buah angka 2)

  $n_4 = 1$ (satu buah angka 3)

  $n_5 = 2$ (dua buah angka 4)

  $n_6 = 3$ (tiga buah angka 5)

  $n_7 = 2$ (dua buah angka 7)

  $n_8 = 3$ (tiga buah angka 9)

  dan $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 + n_8 = 2+4+3+1+2+3+2+3 = 20$

b) Karena habis dibagi 5 dan 7, maka bilangan harus dibagi 35.

$\frac{1000}{35}$ → $1000 / 35 = 28$ $20/35$

$1000 + (35 - 20) = 1000 + 15$
$= 1015$

$9999 / 35 = 285$ $24/35$
$9999 - 24 = 9975$

awal $= 1015$
beda $= 35$
Un $= 9975$

$Un = a + (n-1)b$
$9975 = 1015 + (n-1) 35$
$9975 = 1015 + 35n - 35$
$9975 = 980 + 35n$
$35n = 9975 - 980$
$35n = 8995$
$n = \dfrac{8995}{35}$
$n = 257$

Jadi, terdapat 257 buah bilangan bulat yang memenuhi.

5. a) ※ Relasi R = $\{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (2,4), (4,2), (4,4)\}$

Bersifat simetris karena jika $(a,b) \in R$ maka (b,a) juga $\in R$. Disini $(1,2)$ dan $(2,1) \in R$, begitu juga $(2,4)$ dan $(4,2) \in R$.

※ Relasi R = $\{(1,1), (2,3), (2,4), (4,2)\}$ Anti simetris

Karena $(2,3) \in R$, tetapi $(3,2) \notin R$.

※ Relasi R = $\{(1,1), (2,2), (3,3)\}$ Anti simetris karena $1=1$ dan $(1,1) \in R$, $2=2$ dan $(2,2) \in R$, dan $3=3$ dan $(3,3) \in R$. Perhatikan bahwa R juga setangkup.

※ Relasi R = $\{(1,1), (2,4), (3,3), (4,2)\}$ tidak tolak setangkup karena $2 \neq 4$ tetapi $(2,4)$ dan $(4,2)$ Anggota R.

Relasi R pada (a) dan (b) diatas juga tidak tolak setangkup.

※ Relasi R = $\{(1,2), (2,3), (1,3)\}$ tidak setangkup tetapi tolak setangkup.

※ Relasi R = $\{(1,1), (2,2), (2,3), (3,2), (4,2), (4,4)\}$

tidak setangkup dan ~~tolak~~ tidak tolak setangkup R tidak setangkup karena $(4,2) \in R$ tetapi $(2,4) \in R$. R tidak tolak setangkup karena $(2,3) \in R$ dan $(3,2) \in R$ tetap $2 \neq 3$.

b)
$$315\, C_3^n = C_2^{n-1} \times C_2^{2n+1}$$

$$315\, \frac{n!}{(n-3)!} = \frac{(n-1)!}{2!\,(n-1)!} \times \frac{(2n+1)}{2!\,(n-3)!}$$

$$315\, \frac{n!}{(n-3)!} = \frac{(n+1)!}{(n-3)!}$$

$$315\, \frac{n!}{1} = \frac{n+1)!}{1}$$

$$n+1 = 105$$
$$n = 104$$

c) $3C_2^{3n} = 5\left(C_n^{2n} + C_3^n\right)$

$$3\, \frac{n!}{2!\,(3n-2)!} = 5\left(\frac{2n!}{n!\,(2n-n!)} + \frac{n!}{(n-3)!}\right)$$

$$3\, \frac{3n!}{2!\,(3n-2)!} = 5\left(\frac{2n!}{n!\cdot n!} + \frac{n!}{(n-1)!}\right)$$

$$3\, \frac{1}{2!\cdot 2!} = 5\left(\frac{2n!}{2n!} + \frac{n!}{n!}\right)$$

$$\frac{3}{4} = \frac{5}{4}\,5$$

$$n+1 = 23$$
$$n = 22$$

6.

a.) * Untuk memenuhi tugas maskrit

   * Agar bermanfaat bagi orang lain

b.) 1. Mencari materi

   2. Merangkum materi

   3. Buat PPT

   4. Rekam suara dan Rekam layar

   5. Edit video (menyatukan suara dan rekam layar)

   6. Upload ke youtube.

c.) * Bandicam = ringan, ~~UI mudah dipahami~~. dan mudah digunakan.

   * Wondershare filmora = ringan, UI mudah dipahami .

d.) ⇒ Kesulitan menjelaskan simbol.

   Solusi = mencari referensi untuk mejelaskan simbol.

e.) * Dapat mengerti materi yang dipresentasikan.