

Muhammad Rende Ramadhani
312010277
11.20.81

1) Selesaikan Soal² berikut:

a. Buktikan bahwa $3^{2n} + 22n + 2$ habis dibagi 5

Jawab:

0 mengganti n dengan 1

$$= 3^2 \cdot 1 + 22 \cdot 1 + 2 \text{ habis dibagi } 5$$

$$= 3^2 \cdot 1 + 22 \cdot 1 + 2 \text{ habis dibagi } 5$$

$$= 9 + 24 = 33$$

Berdasarkan perhitungan diatas $3^{2n} + 22n + 2$ habis dibagi 5 tidak terbukti

karena 33 tidak habis dibagi 5

b. Buktikan bahwa $\frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{5}{2^3} + \frac{7}{2^4} + \dots + \frac{n}{2^n} = -(-2 + \frac{n+2}{2^n})$

Jawab:

$$\frac{n}{2^n} = -(-2 + \frac{n+2}{2^n})$$

$$n=1 \quad \frac{1}{2} = -(-2 + \frac{1+2}{2^1})$$

$$\frac{1}{2} = -(-2 + \frac{3}{2})$$

$$\frac{1}{2} = -(-4 + 3)$$

$$\frac{1}{2} = -(-1)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$n=2 \quad \frac{2}{2^2} = -(-2 + \frac{2+2}{2^2})$$

$$\frac{2}{4} = -(-2 + \frac{4}{4})$$

$$\frac{1}{2} = -(-2 + 1)$$

$$\frac{1}{2} = -(-1)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

c. Buktikan kebenaran:

$$S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

Jawab:

$$\text{Misalnya } P(n) \text{ adalah } 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

$$(1) P(1) \text{ adalah } 1^2 = \frac{1(1+2)(2(1+2))}{4}$$

$$1 = \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot 3$$

$$1 = 1.5$$

2) Selesaikan Soal berikut!

a) $P_3 \cdot 2^{n+1} = P_4 \cdot n$

Jawab:

$$(n+1)! / (n+1-3)! = n! / (n-4)! \text{ dengan } n \geq 4$$

$$(n+1)! / (n-2)! = n! / (n-4)!$$

$$(n+1)! / (n-2)! = (n-2)! / (n-4)!$$

$$n+1 = (n-2)(n-3)$$

$$n^2 + 5n + 6 - n - 1 = 0$$

$$n^2 + 4n + 5 = 0$$

$$(n-5)(n-1) = 0$$

$$n=5 \text{ atau } n=1 \text{ (rm)}$$

$$H_p = n \cdot 5$$

b. Permutasi atas semua unsur yang dapat dibuat dari kata Jayapura & kata Matematika sebanyak:

Jawab:

- pada kata "Jayapura" terdapat 3 buah A yang sama sehingga permutasinya adalah: $P(8,3) = 8! / 3! = 6.720$

- pada kata "Matematika" terdapat 2 buah M dan 3 buah A & 2 T

yang sama sehingga permutasinya adalah: $P(10, 2, 3, 2) = \frac{10!}{2!3!2!}$

$$= \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{(2 \times 1)(3 \times 2 \times 1)(2 \times 1)} = 151.200$$

c. nilai n yang memenuhi dari dari permutasi $P^5_5 = 10P^4_4$

Jawab:

$$P_1 / (n-5)! = 10 \cdot P_1 / (n-4)!$$

$$10 = (n-5)! \cdot (n-4)!$$

$$10 \cdot (n-5)! = (n-4)(n-5)!$$

$$n = 4$$

3) Selesaikan soal berikut:

a) dari 4 penyanyi dangdut dan 5 penyanyi pop akan dipilih 4 orang juri bintang Vokal Indonesia (BVI) berapa banyak pilihan berbeda yang diperoleh jika dipilih 2 orang penyanyi dangdut & 2 penyanyi POP

Jawaban: Banyak pilihan penyanyi yang berbeda adalah 5

b) Banyaknya segitiga yang dapat dibuat dari 7 titik

$$n! = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$7! = \frac{7!}{3!(7-3)!}$$

$$= \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1}$$

$$= \frac{210}{6} = 35$$

$$= 35$$

c) dari 20 mahasiswa akan dipilih sebuah tim yg terdiri 11 org. banyak cara?

$$= C(21, 10) = \frac{10! / 2! (10-2)!}{10! / 2! 1!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{(2! - 1! - 8!)} = 45$$

$$= C(3, 10) = \frac{10! / 3! (10-3)!}{10! / 3! 7!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{(3 \times 2 \times 1 \times 7!)} = 120$$

d) 10 pasien stroke perempuan & 6 laki-laki dibentuk 3 kelompok:

$$\text{Jawab: } P(10, 3) = \frac{10!}{3!(10-3)!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3 \times 2 \times 1} = \frac{720}{6} = 120$$

$$L(15, 10) = \frac{15!}{5!(15-5)!} = \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10!}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 10!} = \frac{360860}{3003} = 120$$

4) Selesaikan soal² berikut:

a) Berapa banyak bilangan bulat 20 angka dan angka 2 & 0

4 buah 1, 3 buah 2, 1 buah 3

Jawab:

$$n^1 = 2 \text{ (dua buah angka 1)}$$

$$n^2 = 4 \text{ (empat buah angka 2)}$$

$$n^3 = 3 \text{ (tiga buah angka 3)}$$

$$n^4 = 1 \text{ (satu buah angka 4)}$$

$$n^5 = 2 \text{ (dua buah angka 5)}$$

$$n^6 = 3 \text{ (tiga buah angka 6)}$$

$$n^7 = 2 \text{ (dua buah angka 7)}$$

$$n^8 = 3 \text{ (tiga buah angka 8)}$$

$$\text{Dan } n^1 + n^2 + n^3 + n^4 + n^5 + n^6 + n^7 + n^8 = 2 + 4 + 3 + 1 + 2 + 3 + 2 + 3 = 20$$

Jumlah bilangan bulat yang dapat disusun:

$$n(20) = 2! \cdot 4! \cdot 3! \cdot 1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 3! = 20!$$

b) Berapa banyak bilangan bulat positif empat angka antara 1000 & 9999

Jawab: antara 1 sampai 9999 ada 9999 bilangan

antara 1 sampai 1000 ada 1000 bilangan

Banyaknya bilangan bulat 9999 & 1000 adalah

$$[9999/35] - [1000/35] = 285 - 28 = 257 \text{ buah}$$

5) a) misal $A = \{1, 2, 3, 4\}$ & Relasi R didefinisikan misal himpunan A

Maka sedemikian apakah Relasi berikut simetris

$$\Rightarrow \text{Relasi } R = \{(1,1), (2,1), (2,2), (2,4), (4,2), (4,4)\}$$

$$\Rightarrow \text{Relasi } R = \{(1,1), (2,3), (2,4), (4,2)\}$$

$$\Rightarrow \text{Relasi } R = \{(1,1), (2,2), (3,3)\}$$

$$\Rightarrow \text{Relasi } R = \{(1,1), (2,4), (3,3), (4,2)\}$$

$$\Rightarrow \text{Relasi } R = \{(1,2), (2,3), (1,3)\}$$

$$\Rightarrow \text{Relasi } R = \{(1,1), (2,2), (2,3), (3,2), (4,2), (4,4)\}$$

Jawab:

\Rightarrow Bersifat simetris karena jika $(a,b) \in R$ maka (b,a) juga $\in R$ dari $(1,2)$ dan $(2,1)$

$\in R$ Begitu juga $(2,4) \in R$ dan $(4,2) \in R$

\Rightarrow tidak simetris karena $(2,3) \in R$ tapi $(3,2) \notin R$

\Rightarrow tidak simetris karena $1 \neq 1$ dan $(1,1) \in R$ dan $(2,2) \in R$ dan $(3,3)$

\Rightarrow tidak simetris karena $2 \neq 4$ tapi $(2,4) \in R$ dan $(4,2) \notin R$ Relasi tidak simetris

\Rightarrow tidak simetris tapi tidak simetris

\Rightarrow tidak simetris & tidak simetris. Tidak simetris karena $(4,2)$

$$b) 315 \left\{ \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \times 2 \times 3} \right\} = \frac{(n-1)(n-2)}{1 \times 2} \times \frac{(2n+1)(2n)}{1 \times 2}$$

$$\frac{105}{2} n(n-1)(n-2) = \frac{2n(n-1)(n-2)(2n+1)}{4} = n(n-1)(n-2)$$

$$\frac{105}{2} \cdot \frac{2n+1}{2}$$

$$n = 52$$

$$c) 3 \left\{ \frac{3n(3n-1)}{1 \times 2} \right\} = 5 \left\{ \frac{2n(2n-1)}{1 \times 1} \right\} + \frac{n(n-1)(n-1)}{1 \times 2 \times 3} \left\{ \right\} \times \frac{6}{n}$$

$$27(3n-1) = 5(6(2n-1) + (n-1)(n-2))$$

$$27(3n-1) = 5(12n-6 + n^2 - 3n + 2)$$

$$81n = 27 = 48n + 5n^2 - 20$$

$$5n^2 = 36n + 7 = 0$$

$$(n-7)(5n-1) = 0$$

$$n = 7 \text{ atau } n = \frac{1}{5} \text{ maka } n = 7$$

6. Jawab :

a) Untuk memenuhi persyaratan mengikuti UTS MTK Diskret

b) - Mempelajari materi tsb

- Mencari sumbernya

- Membuat koma mau dipresentasikan seperti apa

- Mengedit & Record

- Upload ke Youtube.

c) tidak pakai Aplikasi

d) Hanya kendala pada saat melakukan Record tidak full screen

karena menggunakan Hp. Laptop sedang rusak

e) Saya jdi tahu cara hitung perkalian lathes