

Nama = Aneini Permataesari
Nim = 312010095
Kelas = TI. 20. B. 1
Pelajaran = Matematika Diskrit
Dosen = Ari Yuneidi, S.Pd, M. Si.

(6)

✳ SOAL LTC ✳

(1) Selesaikan soal-soal berikut ini dengan lengkap dan cermat!

(a) Buktikan bahwa $3^n + 22n + 2$ habis dibagi 5

Jawab :

Penyelesaian

① Mengganti n dengan 1

$$= 3^1 + 22 \cdot 1 + 2 \text{ habis dibagi 5}$$

$$= 3^1 + 22 + 2 \text{ habis dibagi 5}$$

$$= 9 + 24 = 33$$

Berdasarkan perhitungan diatas, maka $3^n + 22n + 2$ habis dibagi 5 tidak terbukti karena 33 tidak habis dibagi 5

(b) Buktikan bahwa $\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{2}{2^3} + \frac{2}{2^4} + \dots + \frac{n}{n^2} = -(-2 + \frac{n+2}{2^n})$

Jawab :

$$\frac{n}{2} = -(-2 + \frac{n+2}{2^n})$$

$$n = 2 = \frac{2}{2^2} = -(-2 + \frac{2+2}{2^2})$$

$$n = 1, \frac{1}{2} = -(-2 + \frac{1+2}{2})$$

$$\frac{2}{2} = -(-2 + \frac{2}{2})$$

$$\frac{1}{2} = -(-2 + \frac{3}{2})$$

$$\frac{1}{2} = -(-2 + \frac{4}{2})$$

$$\frac{1}{2} = -(-2 + \frac{5}{2})$$

$$\frac{1}{2} = (-\frac{1}{2})$$

$$\frac{1}{2} = -(-\frac{1}{2})$$

$$\frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$



(c) - Buktikan kebenaran Rumus Berikut Untuk semua n Bilangan Asli!

$$S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

Jawab :

misalnya $p(n)$ adalah $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

(1) $p(1)$ adalah $1^2 = \frac{1(1+1)^2}{4}$

$$1 = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{4}$$

$$1 = 1,5$$

(2) - Selesaikan soal - soal terkait permasalahan permutasi berikut ini

(a) Nilai n yang memenuhi dari permutasi berikut adalah

$$P_n^{n+1} = P_n^n$$

Jawab :

$$(n+1)! / (n+1-3)! = n! / (n-4)! \text{ dengan } n > 4$$

$$(n+1)! / (n-2)! = n! / (n-4)!$$

$$(n+1)! / (n)! = (n-2)! / (n-4)!$$

$$n+1 = (n-2)(n-3)$$

$$n^2 + 2 - 5n + 6 - n - 1 = 0$$

$$n^2 + 2 - 6n + 5 = 0$$

$$(n-5)(n-1) = 0$$

$$n = 5 \text{ atau } n = 1 \text{ (TM)}$$

$$\text{HP} : n = 5$$

(b) Permutasi atas semua unsur yang dapat dibuat dari kata jayapura dan kata Matematika adalah sebanyak?

Jawab :

- pada kata "JAYAPURA", terdapat 3 buah A yang sama sehingga permutasinya adalah $p(8, 3) = 8! / 3! = 6,720$

- pada kata "Matematika" terdapat 2 buah M, 3 buah A, dan 2 buah T yang sama sehingga permutasinya adalah :

$$p(10, 2, 3, 2) = 10!$$

$$2! 3! 2!$$

$$= \frac{10 \times 9 + 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{(2 \times 1)(3 \times 2 \times 1)(2 \times 1)} = 151.200 \quad (c)$$

(c). Nilai n yang memenuhi dan permutasi berikut adalah
 $p_6^n = 10 p_4^n$

Jawab :

$$P! / (n-5)! = 10 \cdot P! / (n-4)!$$

$$10 \cdot (n-5)! = (n-4)!$$

$$10 \cdot (n-5)! = (n-4)(n-5)!$$

$$10 = n-4$$

$$n = 14$$

- (3) selesaikanlah soal-soal teknik permasalahan kombinatorika berikut
- a. Dari empat penyanyi dangdut dan 5 penyanyi pop akan dipilih empat orang juri Bintang Vokal Indonesia (BVI). Berapa banyak pilihan berbeda yang diperoleh jika dipilih 2 orang penyanyi dangdut dan 2 orang penyanyi pop.
- Jawab : banyak pilihan penyanyi yang berbeda adalah 5

b. Banyaknya segitiga yang dapat dibuat dari 7 titik tempat ada titik yang terletak segaris adalah ? ..

Jawab :

$$nCr = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$7C_3 = \frac{7!}{3!(7-3)!}$$

$$= \frac{7 \times 6 \times 5 \times \cancel{4!}}{3 \times 2 \times 1! (\cancel{4!})}$$

$$= \frac{210}{6}$$

$$= 35$$

(c) Dari 20 Mahasiswa akan dipilih sebuah tim sepak bola yang terdiri atas 11 orang. Tentukan banyak cara dalam pemilihan tersebut.

Jawab.

Penyelesaian

$$= C(2, 10) = \frac{10!}{2!(10-2)!} = \frac{10!}{2!8!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8!}{(2! \cdot 11 \cdot 8!)} = 45$$

$$= C(3, 10) = \frac{10!}{3!(10-3)!} = \frac{10!}{3!7!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{(3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 7!)} = 120$$

(d). Dari sekelompok pasien stroke yang terdiri dari 10 pasien perempuan dan 15 pasien laki-laki. Akan dibentuk 3 kelompok terapi. Berapa cara yang dapat dibentuk dari pengelompokan, jika kelompok terapi terdiri dari 3 pasien perempuan dan pasien laki-laki?

Jawab:

$$P(10, 3) = \frac{10!}{3!(10-3)!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3 \times 2 \times 1 \times 7!} = \frac{720}{6} = 120$$

$$L(15, 3) = \frac{15!}{5!(15-5)!} = \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 10!} = \frac{360360}{3003} = 120$$

$$120 \times 120 = 14400$$

4) Selesaikanlah soal-soal berikut dengan lengkap dan cermat

- (a) Berapa banyak bilangan bulat yang panjangnya 20 Angka yang mengandung dua buah angka 0, empat buah 1, tiga buah angka 2, satu buah angka 3, dua buah angka 4, tiga buah angka 5, dua buah angka 7, dan tiga buah angka 9.

Jawab :

* masalah permutasi bentuk umum

$$n_1 = 2 \text{ (dua buah angka 0)}$$

$$n_2 = 4 \text{ (empat buah angka 1)}$$

$$n_3 = 3 \text{ (tiga buah angka 2)}$$

$$n_4 = 1 \text{ (satu buah angka 3)}$$

$$n_5 = 2 \text{ (dua buah angka 4)}$$

$$n_6 = 3 \text{ (tiga buah angka 5)}$$

$$n_7 = 2 \text{ (dua buah angka 7)}$$

$$n_8 = 3 \text{ (tiga buah angka 9)}$$

dan $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 + n_8 = 2 + 4 + 3 + 1 + 2 + 3 + 2 + 3 = 20$
jumlah bilangan bulat yang dapat disusun dari sejumlah angka-angka diatas adalah :

$$P(20 : 2, 4, 3, 1, 2, 3, 2, 3) = \frac{20!}{(2! \cdot 4! \cdot 3! \cdot 1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 3!)}$$

- (b) . Berapa banyak bilangan bulat positif empat - angka antara 1000 dan 9999 (termasuk 1000 dan 9999) yang habis dibagi 5 dan 7 .

Jawab :

antara 1 sampai 9999 ada 9999 bilangan

antara 1 sampai 999 ada 999 bilangan

banyaknya bilangan bulat antara 1000 sampai 9999 adalah $[9999/35] - [999/35] = 285 - 28 = 257$ buah

5) Selesaikanlah soal-soal berikut ini dengan lengkap dan cermat!

a. Misalkan $A = \{1, 2, 3, 4\}$ dan Relasi R dibawah ini didefinisikan pada Himpunan A , Maka sedemikian apakah Relasi berikut Simetris atau Antisimetris

$$\Rightarrow \text{Relasi } R = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (2,4), (4,2), (4,4)\}$$

$$\Rightarrow \text{Relasi } R = \{(1,1), (2,3), (2,4), (4,2)\}$$

$$\Rightarrow \text{Relasi } R = \{(1,1), (2,2), (3,3)\}$$

$$\Rightarrow \text{Relasi } R = \{(1,1), (2,4), (3,3), (4,2)\}$$

$$\Rightarrow \text{Relasi } R = \{(1,2), (2,3), (1,3)\}$$

$$\Rightarrow \text{Relasi } R = \{(1,1), (2,2), (2,3), (3,2), (4,2), (4,4)\}$$

Jawab =

$$\Rightarrow \text{Relasi } R = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (2,4), (4,2), (4,4)\}$$

bersifat setangkup karena jika $(a,b) \in R$ maka $(b,a) \text{ juga } \in R$.
Misal $(1,2) \text{ dan } (2,1) \in R$, begitu juga $(2,4) \text{ dan } (4,2) \in R$.

$$\Rightarrow \text{Relasi } R = \{(1,1), (2,3), (2,4), (4,2)\} \text{ tidak setangkup}$$

karena $(2,3) \in R$, tetapi $(3,2) \notin R$.

$$\Rightarrow \text{Relasi } R = \{(1,1), (2,2), (3,3)\} \text{ tolak setangkup karena } 1=1$$

dan $(1,1) \in R$, $2=2$ dan $(2,2) \in R$, dan $3=3$ dan $(3,3) \in R$.
Perhatikan bahwa R juga setangkup.

$$\Rightarrow \text{Relasi } R = \{(1,1), (2,4), (3,3), (4,2)\} \text{ tidak tolak}$$

setangkup karena $2 \neq 4$ tetapi $(2,4) \text{ dan } (4,2) \text{ Anggota } R$.
Relasi R pada (a) dan (b) diatas juga tidak tolak setangkup.

$$\Rightarrow \text{Relasi } R = \{(1,2), (2,3), (1,3)\} \text{ tidak setangkup}$$

tetapi tolak setangkup.

$$\Rightarrow \text{Relasi } R = \{(1,1), (2,2), (2,3), (3,2), (4,2), (4,4)\}$$

tidak setangkup dan tidak tolak-setangkup R tidak setangkup
karena $(1,2) \in R$ tetapi $(2,1) \notin R$. R tidak tolak setangkup
karena $(2,3) \in R$ dan $(3,2) \in R$ tetapi $2 \neq 3$.

b. Tentukan Nilai n jika $315 C_3^n = C_2^{n-1} \times C_2^{2n+1}$

Jawab :

$$315 \left\{ \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \times 2 \times 3} \right\} = \frac{(n-1)(n-2)}{1 \times 2} \times \frac{(2n+1)(2n)}{1 \times 2}$$

$$\frac{105}{2} n(n-1)(n-2) = \frac{2n(n-1)(n-2)(2n+1)}{4}$$
$$105 = \frac{2n+1}{2}$$

$$\frac{105}{2} = \frac{2n+1}{2}$$

$$105 = 2n+1$$

$$n = 52$$

c. Tentukan Nilai n jika $3 C_2^{3n} = 5 (C_n^{2n} + C_n^1)$

Jawab :

$$3 \left\{ \frac{3n(3n-1)}{1 \times 2} \right\} = 5 \left\{ \frac{2n(2n-1)}{1 \times 2} + \frac{n(n-1)(n-1)}{1 \times 2 \times 3} \right\}$$

$$27(3n-1) = 5 \{ 6(2n-1) + (n-1)(n-2) \}$$

$$27(3n-1) = 5(12n-6+n^2-3n+2)$$

$$81n-27 = 45n+5n^2-20$$

$$5n^2-36n+7=0$$

$$(n-7)(5n-1)=0$$

$$n=7 \text{ atau } n=\frac{1}{5}$$

5

Karena n bilangan cacah, Maka $n=7$

6. Selesaikanlah soal - soal berikut ini dengan lengkap dan cermat!

a. Jelaskan tujuan proyek youtube yang kamu buat!

Jawab: untuk memenuhi tugas kuliah

b. Jelaskan prosedur atau langkah - langkah dalam pembuatan proyek tersebut!

Jawab:

✱ Langkah - Langkah

1. Memilih judul Materi
2. Membuat Materi
3. Menzedit
4. Merekam suara
5. Mengupload ke Youtube
6. Selesai

c. Aplikasi apa saja yang kamu gunakan untuk menyelesaikan proyekmu dan mengapa memilih aplikasi tersebut?

Jawab: aplikasi Microsoft power point atau ppt dan perekam suara.

- microsoft power poin atau ppt untuk mempermudah melakukan sebuah presentasi
- perekaman suara bisa di gunakan untuk merekam suara

d. Apakah ada kendala selama menyelesaikan proyek pembuatan video kamu? Kalau ada, solusi apa yang kamu lakukan untuk mengatasi masalah atau kendala tersebut?

Jawab: tidak ada

e. Manfaat apa saja yang dapat kamu Capai dalam pembuatan proyek tersebut?

Jawab: mendapatkan nilai dan dosen

