

Nama : Faza Ardan Kusuma

NIM : 312010001

Kelas : TI. 20. B1

UTS

Matematika Diskrit

1) a) Buktikan bahwa $3^{2n} + 22n + 2$ habis dibagi 5

Jawab: • Mengganti n dengan 1

$$= 3^{2 \cdot 1} + 22 \cdot 1 + 2$$

$$= 3^2 + 22 + 2$$

$$= 9 + 24$$

$$= 33 \quad // \rightarrow \text{tidak habis dibagi 5}$$

b) Buktikan bahwa $\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{2}{2^3} + \frac{2}{2^4} + \dots + \frac{n}{n^2} = -\left(-2 + \frac{n+2}{2^n}\right)'$

Jawab:

$$\frac{n}{2^n} = -\left(-2 + \frac{n+2}{2^n}\right)'$$

• $n=1$

$$\frac{1}{2^1} = -\left(-2 + \frac{1+2}{2^1}\right)'$$

$$\frac{1}{2} = -\left(-2 + \frac{3}{2}\right)'$$

$$\frac{1}{2} = -\left(-\frac{4}{2} + \frac{3}{2}\right)$$

$$\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

• $n=2$

$$\frac{2}{2^2} = -\left(-2 + \frac{2+2}{2^2}\right)'$$

$$\frac{2}{4} = -\left(-2 + \frac{4}{4}\right)'$$

$$\frac{1}{2} = -(-2 + 1)'$$

$$\frac{1}{2} = 1$$

c) Misalnya $S(n)$ adalah $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

$$S(1) \text{ adalah } 1^3 = \frac{1^2(1+1)^2}{4}$$

$$1 = \frac{1(2)^2}{4}$$

$$1 = \frac{1(4)}{4}$$

$$1 = \frac{4}{4}$$

$$1 = 1$$

terbukti

$$S(2) \text{ adalah } 2^3 = \frac{2^2(2+1)^2}{4}$$

$$8 = \frac{4(3)^2}{4}$$

$$8 = \frac{4(9)}{4}$$

$$8 = 9$$

tidak terbukti

$$S(3) \text{ adalah } 3^3 = \frac{3^2 (3+1)^2}{4}$$

$$27 = \frac{9 (4)^2}{4}$$

$$27 = \frac{9 (16)}{4}$$

$$27 = 9 (4)$$

$$27 = 36$$

tidak terbukti

maka, kesimpulan dari ketiga percobaan tersebut bahwa rumus tersebut tidak terbukti

2) a) Nilai n yang memenuhi dari permutasi berikut adalah

$$P_3^{n+1} = P_4^n$$

$$\text{Jawab: } \frac{(n+1)!}{(n+1-3)!} = \frac{n!}{(n-4)!} \quad \text{dengan } > 4$$

$$\frac{(n+1)!}{(n-2)!} = \frac{n!}{(n-4)!}$$

$$\frac{(n+1)!}{(n)!} = \frac{(n+2)!}{(n-4)!}$$

$$n+1 = (n-2)(n-3)$$

$$n^2 - 5n + 6 - n - 1 = 0$$

$$n^2 - 6n + 5 = 0$$

$$(n-5)(n-1) = 0$$

$$n=5 \text{ atau } n=1 \quad (\text{TM})$$

$$\text{HP} = n=5$$

b) Permutasi atas semua unsur yang dapat dibuat dari kota JAYAPURA dan kota MATEMATIKA adalah sebanyak?

$$\bullet \text{ Jayapura} : n = 8! \\ r = a(3)$$

$$P = \frac{n!}{r!}$$

$$= \frac{8!}{3!}$$

$$= \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!} = 6720$$

Permutasi kota JAYAPURA adalah 6720 //

$$\bullet \text{ MATEMATIKA} : n = 10!$$

$$r = t(2), a(3), m(2)$$

$$P = \frac{n!}{r!}$$

$$= \frac{10!}{(2! \times 3! \times 2!)}$$

$$= \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{(2 \times 1)(3 \times 2 \times 1)(2 \times 1)}$$

$$= \frac{3628800}{24}$$

$$= 151.200$$

Permutasi kota MATEMATIKA = 151.200 //

c) Nilai n yang memenuhi dari permutasi berikut adalah

$$P_5^n = 10 P_4^n$$

Jawab:
$$\frac{P!}{(n-5)!} = \frac{10 \cdot P!}{(n-4)!}$$

$$10 \cdot (n-5)! = (n-4)!$$

$$10 \cdot (n-5)! = (n-4)(n-5)!$$

$$10 = n-4$$

$$n = 14$$

3) a) Banyak pilihan penyanyi yang berbeda adalah 5

b)
$${}^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$\begin{aligned} {}^7C_3 &= \frac{7!}{3!(7-3)!} \\ &= \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{3 \times 2 \times 1 \times 4!} \\ &= \frac{210}{6} = 35 // \end{aligned}$$

c) Penyelesaian

$$\begin{aligned} \bullet C(2, 10) &= \frac{10!}{2!(10-2)!} \\ &= \frac{10!}{2!(8)!} \\ &= \frac{10 \times 9 \times 8!}{2 \times 1 \times (8)!} \\ &= 45 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet C(3, 10) &= \frac{10!}{3!(10-3)!} \\ &= \frac{10!}{3!(7)!} \\ &= \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{3 \times 2 \times 1 \times (7)!} \\ &= 120 \end{aligned}$$

d) Penyelesaian

$$\begin{aligned} \bullet P(10, 3) &= \frac{10!}{3!(10-3)!} \\ &= \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{3 \times 2 \times 1 \times (7)!} \\ &= 120 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L(15, 5) &= \frac{15!}{5!(15-10)!} \\ &= \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10!}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times (10)!} \\ &= 120 \end{aligned}$$

$$120 \times 120 = 14400 // , \text{ jadi ada } 14400 \text{ cara.}$$

4) a) Masalah permutasi bentuk umum

$$n_1 = 2 \text{ (dua buah angka 6)}$$

$$n_2 = 4 \text{ (empat buah angka 1)}$$

$$n_3 = 3 \text{ (tiga buah angka 2)}$$

$$n_4 = 1 \text{ (satu buah angka 3)}$$

$$n_5 = 2 \text{ (dua buah angka 4)}$$

$$n_6 = 3 \text{ (tiga buah angka 5)}$$

$$n_7 = 2 \text{ (dua buah angka 7)}$$

$$n_8 = 3 \text{ (tiga buah angka 9)}$$

$$\begin{aligned} \text{dan } n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 + n_8 \\ = 2 + 4 + 3 + 1 + 2 + 3 + 2 + 3 \\ = 20 \end{aligned}$$

Jumlah bilangan yang dapat disusun dari sejumlah angka-angka tersebut adalah

$$\begin{aligned} P(20) &= 20! / (2! \cdot 4! \cdot 3! \cdot 1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 3!) \\ &= 20! / (2! \cdot 4! \cdot 3! \cdot 1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 3!) \end{aligned}$$

b) antara 1 sampai 9999 ada 9999 bilangan
antara 1 sampai 999 ada 999 bilangan

Banyaknya bilangan bulat antara 1000 sampai 9999 adalah

$$= \left(\frac{9999}{35} \right) - \left(\frac{999}{35} \right)$$

$$= 285 - 28$$

$$= 257 \text{ buah}$$

5) a) • Bersifat setangkup karena, jika $(a, b) \in R$ maka (b, a) juga $\in R$.

Disibir $(1, 2)$ dan $(2, 1) \in R$, begitu juga $(2, 4)$ dan $(4, 2) \in R$

• Tidak setangkup karena $(2, 3) \in R$, tetapi $(3, 2) \notin R$

• Tolak setangkup karena $1=1$ dan $(1, 1) \in R$, $2=2$ dan $(2, 2) \in R$ dan $3=3$ dan $(3, 3) \in R$. Perhatikan bahwa R juga setangkup

• Tidak tolak setangkup karena $2 \neq 4$ tetapi $(2, 4)$ dan $(4, 2)$ anggota R .
Relasi R pada (a) dan (b) tersebut juga tidak tolak setangkup

• Tidak setangkup, tapi tolak setangkup

• Tidak setangkup dan tidak tolak setangkup karena $(4, 2) \in R$ tetapi $(2, 4) \notin R$
 R tidak tolak setangkup karena $(2, 3) \in R$ dan $(3, 2) \in R$, tetapi $2 \neq 3$

$$b) \quad 315 \left\{ \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \times 2 \times 3} \right\} = \frac{(n-1)(n-2)}{1 \times 2} \times \frac{(2n+1)(2n)}{1 \times 2}$$

$$\frac{105}{2} n(n-1)(n-2) = \frac{2n(n-1)(n-2)(2n+1)}{4}$$

$$= n(n-1)(n-2)$$

$$\frac{105}{2} = \frac{2n+1}{2}$$

$$105 = 2n+1$$

$$n = 52 //$$

$$c) \quad 3 \left\{ \frac{3n(3n-1)}{1 \times 2} \right\} = 5 \left\{ \frac{2n(2n-1)}{1 \times 2} + \frac{n(n-1)(n-1)}{1 \times 2 \times 3} \right\} \times \frac{6}{n}$$

$$27(3n-1) = 5 \{ 6(2n-1) + (n-1)(n-1) \}$$

$$27(3n-1) = 5(12 - 6 + n^2 - 3n + 2)$$

$$81n - 27 = 45n + 5n^2 - 20$$

$$5n^2 - 36n + 7 = 0$$

$$(n-7)(5n-1) = 0$$

$$n = 7 \text{ atau } n = \frac{1}{5}$$

karena n bilangan cacah, maka $n = 7 //$

6) a) Proyek youtube dibuat untuk memenuhi tugas atau syarat UTS dan sharing ilmu dengan penonton youtube

b) Langkah - langkah :

- 1) Menentukan judul sesuai undian Posen
- 2) Mencari referensi materi, memahami
- 3) Membuat power point untuk di presentasikan melalui youtube
- 4) Membuat rekaman video maupun audio
- 5) Editing video & review video
- 6) Upload ke youtube

c) Aplikasi yang digunakan untuk editing video adalah "Wondershare Filmora", karena aplikasi tersebut mudah digunakan untuk pemula.

Aplikasi perekam suara menggunakan "Perekam Suara" by google, karena praktis digunakan.

d) Tidak ditemukan masalah pada pembuatan video tersebut

e) Manfaat yang dicapai :

- Lebih memahami materi tersebut
- Dapat membentuk kerjasama team yang baik
- Belajar editing video & upload ke youtube
- Mendapatkan nilai yang memuaskan dari dosen