

TUGAS CEPAT TANGGAP MATEMATIKA DISKRIT

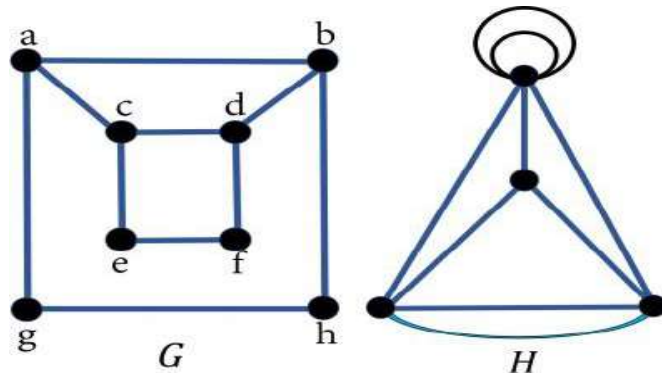
(KONSEP DASAR)

Nama : Andriansyah

Kelas : TI.20.B1

Nim : 312010011

1. Perhatikan Gambar berikut ini!



Berdasarkan gambar di atas tuliskan matriks keterhubungan langsung dan matriks keterkaitan dari graf tersebut!

Jawab :

Matriks keterhubungan dari graf di atas adalah sebagai berikut.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Matriks keterkaitan dari graf di atas adalah

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Ordo matriks di atas adalah 8 x 12 yang menunjukkan bahwa graf itu memuat 8 titik dan 12 sisi.

Matriks keterhubungan langsung dari graf H di atas adalah sebagai berikut.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Matriks keterkaitannya adalah sebagai berikut.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Ordo matriks di atas adalah 4×9 . Banyak barisnya 4 menunjukkan bahwa jumlah titik di graf itu adalah 4, sedangkan 9 kolomnya menyatakan bahwa graf itu memuat 9 sisi.

Perhatikan bahwa angka 2 pada entri di baris pertama (titik 1) matriks itu menunjukkan bahwa sisi loop mengait pada titik 1.

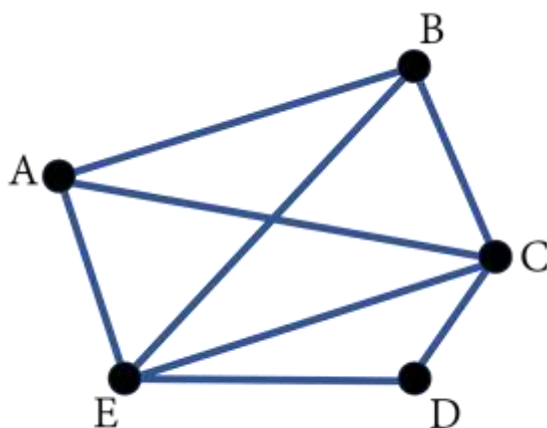
2. Gambarkan graf dengan 5 titik dan 8 sisi dalam bentuk :

- Sederhana
- Memuat loop dan sisi rangkap
- Tidak sederhana dan memuat sisi rangkap.

Jawab :

Jawaban a)

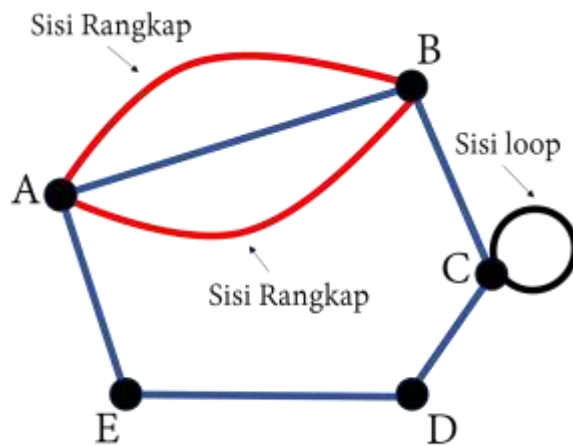
Contoh graf sesuai dengan syarat yang diberikan bisa dilihat di gambar berikut.



Graf di atas memiliki 5 titik, yaitu A, B, C, D, dan E. Graf itu memiliki 8 sisi (dapat dihitung dari jumlah garis yang ada), yaitu sisi AB, AC, AE, BC, BE, CD, CE, dan DE. Graf itu sederhana karena tidak memiliki sisi rangkap maupun *loop*.

Jawaban b)

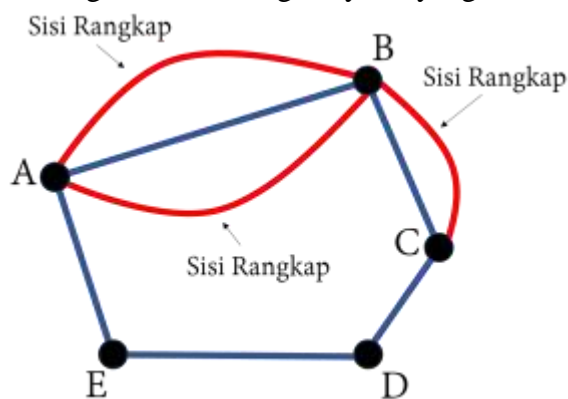
Contoh graf sesuai dengan syarat yang diberikan bisa dilihat di gambar berikut.



Perhatikan bahwa sisi penghubung AB ada sebanyak 3 sisi sehingga disebut sisi rangkap (*multiple edges*) dan CC merupakan gelang (*loop*).

Jawaban c)

Contoh graf sesuai dengan syarat yang diberikan bisa dilihat di gambar berikut.



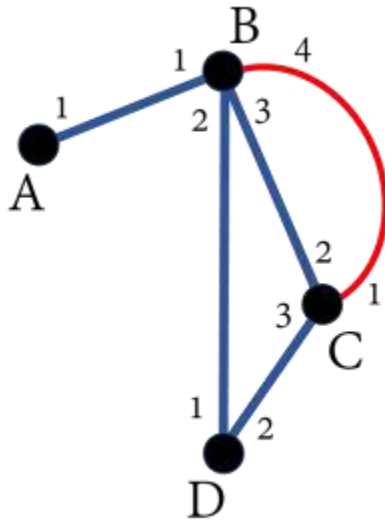
Perhatikan bahwa AB terhubung oleh sisi rangkap, begitu juga dengan BC. Oleh karena graf ini mengandung sisi rangkap, maka graf ini dikatakan tidak sederhana.

3. Misalkan B adalah graf dengan barisan derajat: (4,3,2,1). Tentukan banyaknya sisi di B dan gambarkan graf B.

Jawab :

Menurut lema jabat tangan (*Handshaking Lemma*), jumlah derajat titik pada suatu graf sama dengan 2 kali banyak sisi. Diketahui bahwa jumlah derajat titik-titik graf itu adalah $4 + 3 + 2 + 1 = 10$. Dengan demikian, banyak sisi di G adalah $\frac{1}{2} \times 10 = 5$.

Gambar graf dapat dilihat sebagai berikut.



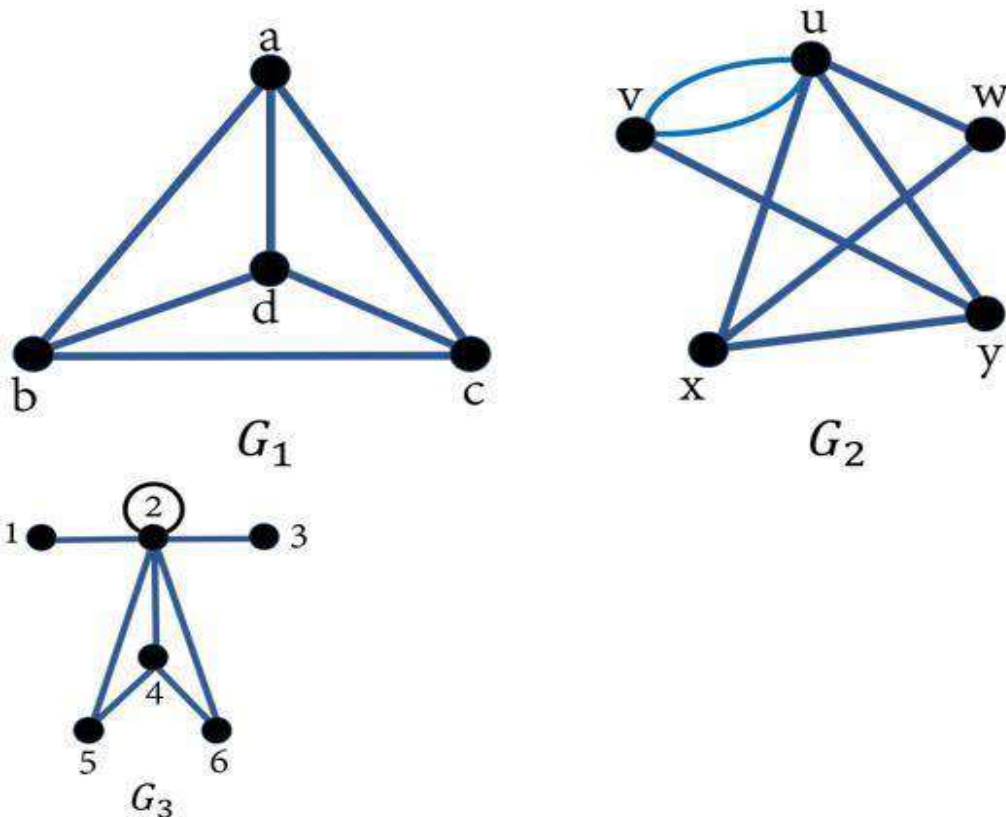
Tampak pada gambar di atas bahwa derajat titik A, B, C, dan D berturut-turut adalah 1, 4, 3, dan 2. Tampak pula ada 5 sisi pada graf tersebut.

4. Apakah ada graf sederhana yang mempunyai barisan derajat (1,2,3,4)?
Jika tidak, berikan alasannya.

Jawab :

Tidak ada. Misalkan titik graf itu adalah a, b, c, dan d. Katakanlah d merupakan titik berderajat 4. Graf yang terbentuk bukan graf sederhana karena hanya ada 3 sisi yang ditarik dari d ke titik lain (a,b,c) sehingga 1 sisi lainnya pastilah akan menjadi bagian dari sisi rangkap atau *loop* di titik itu.

5. Perhatikan Graf di Bawah ini :



Berdasarkan gambar di atas maka tentukanlah

- Himpunan titiknya;
- Himpunan sisinya.

Jawab :

Jawaban a)

Himpunan titik graf G kita notasikan dengan $V(G)$, huruf V diambil dari kata "Vertex". Dari gambar, masing-masing graf telah diberi nama G_1 , G_2 , dan G_3 . Untuk itu, dapat kita tuliskan:

$$V(G_1) = \{a, b, c, d\}$$

$$V(G_2) = \{u, v, w, x, y\}$$

$$V(G_3) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Jawaban b)

Himpunan sisi graf G kita notasikan dengan $E(G)$, huruf E diambil dari kata "Edge". Dari gambar, masing-masing graf telah diberi nama G_1 , G_2 , dan G_3 . Untuk itu, kita dapat tuliskan:

$$E(G_1) = \{ab, ac, bc, ad, bd, cd\}$$

$$E(G_2) = \{xy, xw, xu, vy, uw, uy, vu, vu\}$$

$$E(G_3) = \{12, 22, 23, 24, 25, 26, 45, 46\}$$