

1. Gramáticas Regulares

(a) $L = \{w \mid w \in \{a, b, c\}^* \text{ e } \#a \text{ é ímpar e } \#b \text{ é ímpar} \}$

$$\begin{aligned}(pp) \quad S &\rightarrow aA \mid bB \mid cS \\(ip) \quad A &\rightarrow aS \mid bC \mid b \mid cA \\(pi) \quad B &\rightarrow aC \mid a \mid bS \mid cB \\(ii) \quad C &\rightarrow aB \mid bA \mid cC \mid c\end{aligned}$$

(b) $L = \{w \mid w \in \{0, 1\}^* \text{ e } w \text{ em binário seja ímpar e múltiplo de 3}\}$

$$\begin{aligned}(\text{mod}0p) \quad S &\rightarrow 0S \mid 1A \\(\text{mod}1) \quad A &\rightarrow 0B \mid 1C \mid 1 \\(\text{mod}2) \quad B &\rightarrow 0A \mid 1B \\(\text{mod}0i) \quad C &\rightarrow 0S \mid 1A\end{aligned}$$

(c) $L = \{w \mid w \in \{a, b\}^* \text{ e } w \text{ não contém a subcadeia } bb\}$

$$\begin{aligned}S' &\rightarrow aS \mid bA \mid a \mid b \mid \varepsilon \\S &\rightarrow aS \mid bA \mid a \mid b \\A &\rightarrow aS \mid a\end{aligned}$$

(d) $L = \{w \mid w \in \{1, 2, 3\}^* \text{ e a soma dos elementos seja um múltiplo de 4}\}$

$$\begin{aligned}S' &\rightarrow 1A \mid 2B \mid 3C \mid \varepsilon \\S &\rightarrow 1A \mid 2B \mid 3C \\A &\rightarrow 1B \mid 2C \mid 3S \mid 3 \\B &\rightarrow 1C \mid 2S \mid 3A \mid 2 \\C &\rightarrow 1S \mid 2A \mid 3B \mid 1\end{aligned}$$

(e) $L = \{a^n b^m c^k \mid n, m, k \geq 0 \text{ e } n + k \text{ seja múltiplo de 3 e } m \text{ seja par} \}$

$$\begin{array}{lll}
(0n + k0m) & S & \rightarrow \varepsilon \mid aA \mid bB \mid cC \\
(1n + k0m) & A & \rightarrow aD \mid bI \mid cG \\
(2n + k0m) & D & \rightarrow a \mid aE \mid bK \mid cC \mid c \\
(1n + k0m) & E & \rightarrow aA \mid bB \mid cC \\
(0n + k1m) & B & \rightarrow bF \mid b \\
(0n + k0m) & F & \rightarrow bB \mid cC \\
(1c) & C & \rightarrow cG \\
(2c) & G & \rightarrow c \mid cH \\
(3c) & H & \rightarrow cC \\
(1n + k1m) & I & \rightarrow bJ \\
(1n + k1m) & J & \rightarrow bI \mid cG \\
(2n + k1m) & K & \rightarrow bL \\
(2n + k0m) & L & \rightarrow bK \mid cC \mid c
\end{array}$$

2. Gramáticas Livres de Contexto

(a) $L = \{a^i b^j c^j d^i \mid i, j \geq 0\}$

$$\begin{aligned} S &\rightarrow \varepsilon \mid A \\ A &\rightarrow aAd \mid ad \mid B \\ B &\rightarrow bBc \mid bc \end{aligned}$$

Para garantir a ordem gera-se aAd , depois bBc .

(b) $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ e } k = i + j\}$

$$\begin{aligned} S &\rightarrow \varepsilon \mid A \\ A &\rightarrow aAc \mid ac \mid B \\ B &\rightarrow bBc \mid bc \end{aligned}$$

para cada a e para cada b deve ser produzido um c . Para garantir a ordem depois de gerar aAc , gera-se bBc .

(c) $L = \{w\#w^r \mid w \in \{a, b\}^*\}$

$$S \rightarrow aSa \mid bSb \mid \#$$

como ε não faz parte da linguagem, o loop pode acontecer em S

3. Sensíveis ao Contexto

(a) $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ e } i < j \leq k\}$

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow aSBC \mid D \\
 D &\rightarrow bDC \mid bc \mid E \\
 E &\rightarrow cE \mid c \\
 CB &\rightarrow BC \\
 cB &\rightarrow Bc \\
 Cb &\rightarrow bC \\
 cb &\rightarrow bc \\
 aB &\rightarrow ab \\
 bB &\rightarrow bb \\
 bC &\rightarrow bc \\
 cC &\rightarrow cc
 \end{aligned}$$

(b) $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ e } i > j, j < k \text{ e } i \neq k\}$

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow aSBC \mid aAC \mid D \mid E \\
 A &\rightarrow aAC \mid aD \mid a \mid cE \mid c \\
 D &\rightarrow aD \mid a \\
 E &\rightarrow cE \mid c \\
 CB &\rightarrow BC \\
 cB &\rightarrow Bc \\
 Cb &\rightarrow bC \\
 cb &\rightarrow bc \\
 aB &\rightarrow ab \\
 bB &\rightarrow bb \\
 bC &\rightarrow bc \\
 cC &\rightarrow cc
 \end{aligned}$$