

# Proposta de Trabalho sobre Raciocínio Probabilístico

## PARTE 1

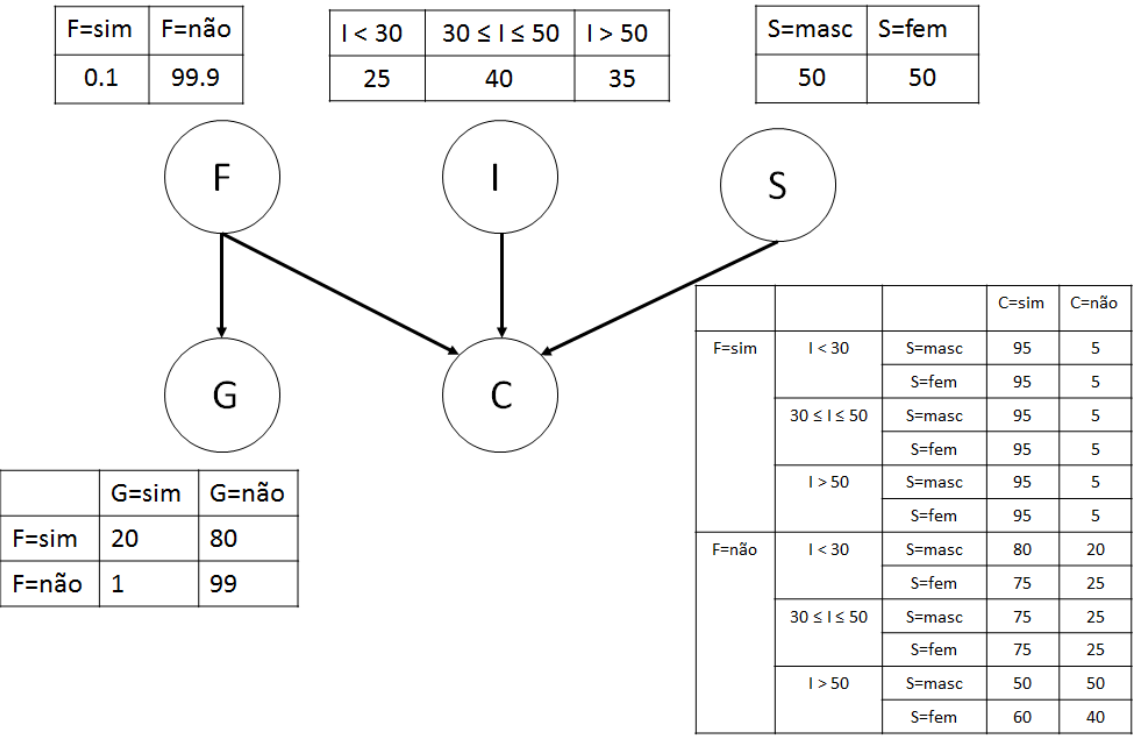
Você decide usar o seu conhecimento sobre Raciocínio Probabilístico e Redes Bayesianas para ajudá-lo a fazer um sistema que detecte o uso fraudulento do cartão de crédito. Quando um cartão de crédito é roubado, o ladrão normalmente o utiliza para comprar gasolina e/ou créditos para celular. As variáveis relevantes para o modelo encontram-se no conjunto

$$E=\{\text{Fraude, Idade, Sexo, Gasolina, Crédito\_de\_Celular}\}$$

O problema é representado pelas seguintes variáveis:

- F – “Fraude” com estados {sim, não} para representar se a compra é fraudulenta ou não;
- I – “Idade” com estados {<30, 30-50, >50} para representar a idade do titular do cartão;
- S- “Sexo” com estados {masculino, feminino} para representar o sexo do titular do cartão;
- G – “Gasolina” com estados {sim, não} para saber se foi comprado gasolina nas últimas 24 horas;
- C – “Crédito para Celular” com estados {sim, não} para representar se foi comprado créditos para celular nas últimas 24 horas.

A modelagem do problema pode ser feita através da seguinte rede bayesiana:



Baseado nas informações acima calcule o que se pede:

- 1- Qual é a probabilidade de ter NÃO haver uma compra de gasolina dado que o cartão foi fraudado? Mostre os cálculos e as probabilidades que você está computando e dê uma resposta numérica.
- 2- Qual a probabilidade do mundo estar no seguinte estado: (F=sim, G=sim, I>50, S=fem, C=não)? Mostre os cálculos e as probabilidades que você está computando e dê uma resposta numérica.
- 3- Qual a probabilidade de haver uma compra de gasolina nas últimas 24 horas? Mostre os cálculos e as probabilidades que você está computando e dê uma resposta numérica.
- 4- Qual a probabilidade de haver uma compra de créditos para celular nas últimas 24 horas? Mostre os cálculos e as probabilidades que você está computando e dê uma resposta numérica.
- 5- Qual a probabilidade de haver uma compra de créditos para celular nas últimas 24 horas, dado que a houve a compra de gasolina? Mostre os cálculos e as probabilidades que você está computando e dê uma resposta numérica.
- 6- Qual a probabilidade um cartão de crédito ter sido fraudado, dado que houve a compra de créditos para celular, mas não houve a compra de gasolina nas últimas 24 horas? Mostre os cálculos e as probabilidades que você está computando e dê uma resposta numérica.

## PARTE 2

A “cola” é uma falha de qualquer sistema educacional, tendo sido objeto de estudos recentes. Sabe-se que 10% da população estudantil frequenta o Ensino Universitário, 30% o Ensino Secundário, e os restantes o Ensino Fundamental. Dos alunos que frequentam a Universidade 60% colam, sendo a percentagem dos alunos que colam no Ensino Secundário é de 80%; os alunos do Fundamental não colam. Todos os alunos do Secundário já viram os seus colegas colando alguma vez, esta percentagem desce para 80% no caso dos Universitários. Quanto aos alunos do Fundamental, 10 % afirmam que já viram os seus colegas colando (os alunos do Fundamental às vezes mentem). Os alunos do Fundamental nunca estudam para as provas, enquanto que 50% dos Universitários e 50% dos alunos do Secundário dizem que estudam. Os alunos que colam e estudam para as provas sentem-se penalizados na nota em 10% dos casos, esta percentagem cai para 1% para os alunos que estudam, mas não colam. Os alunos que não estudam para as provas nunca se sentem penalizados na nota.

Modele a situação anterior com uma Rede Bayesiana, indicando as variáveis aleatórias, seus domínios, topologia da rede e tabelas de probabilidade condicionais.

Calcule a probabilidade de um aluno colar.

Calcule a probabilidade de um aluno frequentar o ensino Secundário dado que ele viu algum colega colando e que se sentiu penalizado na nota.

1- Qual é a probabilidade de ter NÃO haver uma compra de gasolina dado que o cartão foi fraudado? Mostre os cálculos e as probabilidades que você está computando e dê uma resposta numérica.

Do enunciado, temos que

$$P(\bar{G}|F) = 0.8 \text{ ou } 80\%$$

2- Qual a probabilidade do mundo estar no seguinte estado: (F=sim, G=sim, I>50, S=fem, C=não)? Mostre os cálculos e as probabilidades que você está computando e dê uma resposta numérica.

$$P(F, G, I > 50, S_F, \bar{C}) =$$

$$P(F) \cdot P(I > 50) \cdot P(S_F) \cdot P(G|F) \cdot P(\bar{C}|F, I > 50, S_F)$$

$$= 0,001 \cdot 0,35 \cdot 0,5 \cdot 0,2 \cdot 0,05$$

$$= 0,00000175 \text{ ou } 0,000175\%$$

3- Qual a probabilidade de haver uma compra de gasolina nas últimas 24 horas? Mostre os cálculos e as probabilidades que você está computando e dê uma resposta numérica.

$$P(G) = P(F) \cdot P(G|F) + P(\bar{F}) \cdot P(G|\bar{F})$$

$$= 0,001 \cdot 0,2 + 0,999 \cdot 0,01 = 0,01019$$

ou

$$1,019\%$$

numérica.

4- Qual a probabilidade de haver uma compra de créditos para celular nas últimas 24 horas? Mostre os cálculos e as probabilidades que você está computando e dê uma resposta numérica.

$$\begin{aligned}
 P(C) = & P(F) \cdot \left[ P(I < 30) \cdot \left[ P(S_H) \cdot P(C|F, I < 30, S_H) + \right. \right. \\
 & \left. \left. P(S_F) \cdot P(C|F, I < 30, S_F) \right] + \right. \\
 & P(30 \leq I < 50) \cdot \left[ P(S_H) \cdot P(C|F, I \dots, S_H) + \right. \\
 & \left. \left. P(S_F) \cdot P(C \dots) \right] + \right. \\
 & P(I > 50) \cdot \left[ P(S_H) \cdot P(\dots) + \right. \\
 & \left. \left. P(S_F) \cdot P(\dots) \right] \right] + \\
 & P(\bar{F}) \cdot \left[ P(I < 30) \cdot \left[ P(S_H) \cdot P(C|F, I < 30, S_H) + \right. \right. \\
 & \left. \left. P(S_F) \cdot P(C|F, I < 30, S_F) \right] + \right. \\
 & P(30 \leq I < 50) \cdot \left[ P(S_H) \cdot P(C|F, I \dots, S_H) + \right. \\
 & \left. \left. P(S_F) \cdot P(C \dots) \right] + \right. \\
 & P(I > 50) \cdot \left[ P(S_H) \cdot P(\dots) + \right. \\
 & \left. \left. P(S_F) \cdot P(\dots) \right] \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(C) = & 0,001 \cdot \left[ 0,25 \cdot \left[ 0,5 \cdot 0,95 + 0,5 \cdot 0,95 \right] + \right. \\
 & 0,4 \cdot \left[ 0,5 \cdot 0,95 + 0,5 \cdot 0,95 \right] + \\
 & \left. 0,35 \cdot \left[ 0,5 \cdot 0,95 + 0,5 \cdot 0,95 \right] \right] +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 0,999 \cdot \left[ 0,25 \cdot \left[ 0,5 \cdot 0,8 + 0,5 \cdot 0,75 \right] + \right. \\
 & 0,4 \cdot \left[ 0,5 \cdot 0,75 + 0,5 \cdot 0,75 \right] + \\
 & \left. 0,35 \cdot \left[ 0,5 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot 0,6 \right] \right]
 \end{aligned}$$

$$= 0,6859865 \approx 68,59865\%$$

5- Qual a probabilidade de haver uma compra de créditos para celular nas últimas 24 horas, dado que a houve a compra de gasolina? Mostre os cálculos e as probabilidades que você está computando e dê uma resposta numérica.

$$P(C|G) = \frac{P(C) \cdot P(G|C)}{P(G)}$$

$$P(G|C) =$$

$$P(G|F) \cdot P(F) \cdot ($$

$$P(I_{1:30}) \cdot (P(S_m) \cdot P(c) + P(S_f) \cdot P(c)) +$$

$$P(I_{30:50}) \cdot (P(S_m) \cdot P(c) + P(S_f) \cdot P(c)) +$$

$$P(I_{>50}) \cdot (P(S_m) \cdot P(c) + P(S_f) \cdot P(c))$$

$$) + \longrightarrow = 0.00019$$

$$P(G|\bar{F}) \cdot P(\bar{F}) \cdot ($$

$$P(I_{1:30}) \cdot (P(S_m) \cdot P(c) + P(S_f) \cdot P(c)) +$$

$$P(I_{30:50}) \cdot (P(S_m) \cdot P(c) + P(S_f) \cdot P(c)) +$$

$$P(I_{>50}) \cdot (P(S_m) \cdot P(c) + P(S_f) \cdot P(c))$$

$$\rightarrow = 0.0068556375$$

$$P(G|C) = 0.0070456376$$



$$P(C|G) = \frac{P(C) \cdot P(G|C)}{P(G)} = \frac{0,68651375 \cdot 0,0070456375}{0,01019}$$

$$= 0,47467389806335875$$

6- Qual a probabilidade um cartão de crédito ter sido fraudado, dado que houve a compra de créditos para celular, mas não houve a compra de gasolina nas últimas 24 horas? Mostre os cálculos e as probabilidades que você está computando e dê uma resposta numérica.

$$P(F|C, \bar{G}) = \frac{P(F) \cdot P(C, \bar{G}|F)}{P(C, \bar{G})} = \frac{P(F) \cdot P(C|F) \cdot P(\bar{G}|F)}{P(C) \cdot P(\bar{G})}$$

TABELA  
↳ ex. 4      ↳ 1 - ex. 3

$$\begin{aligned} P(C|F) &= P(F) \cdot [P(S_M) \cdot [P(I < 30) \cdot P(C) + P(30 < I < 50) \cdot P(C) + \\ &\quad P(I > 50) \cdot P(C)] + \\ &\quad P(S_F) \cdot [P(I < 30) \cdot P(C) + P(30 < I < 50) \cdot P(C) + \\ &\quad P(I > 50) \cdot P(C)]] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 0,001 \cdot [0,5 \cdot [0,25 \cdot 0,95 + 0,4 \cdot 0,95 + 0,35 \cdot 0,95] + \\ &\quad 0,5 \cdot [0,25 \cdot 0,95 + 0,4 \cdot 0,95 + 0,35 \cdot 0,95]] \\ &= 0,00095 \end{aligned}$$

$$P(F|C, \bar{G}) = \frac{0,001 \cdot 0,00095 \cdot 0,8}{0,68651375 \cdot 0,98981}$$

$$= 0,0000111844$$

ou

$$0,00111844 \%$$

## PARTE 2

1 Modele a situação anterior com uma Rede Bayesiana, indicando as variáveis aleatórias, seus domínios, topologia da rede e tabelas de probabilidade condicionais.

2 Calcule a probabilidade de um aluno colar.

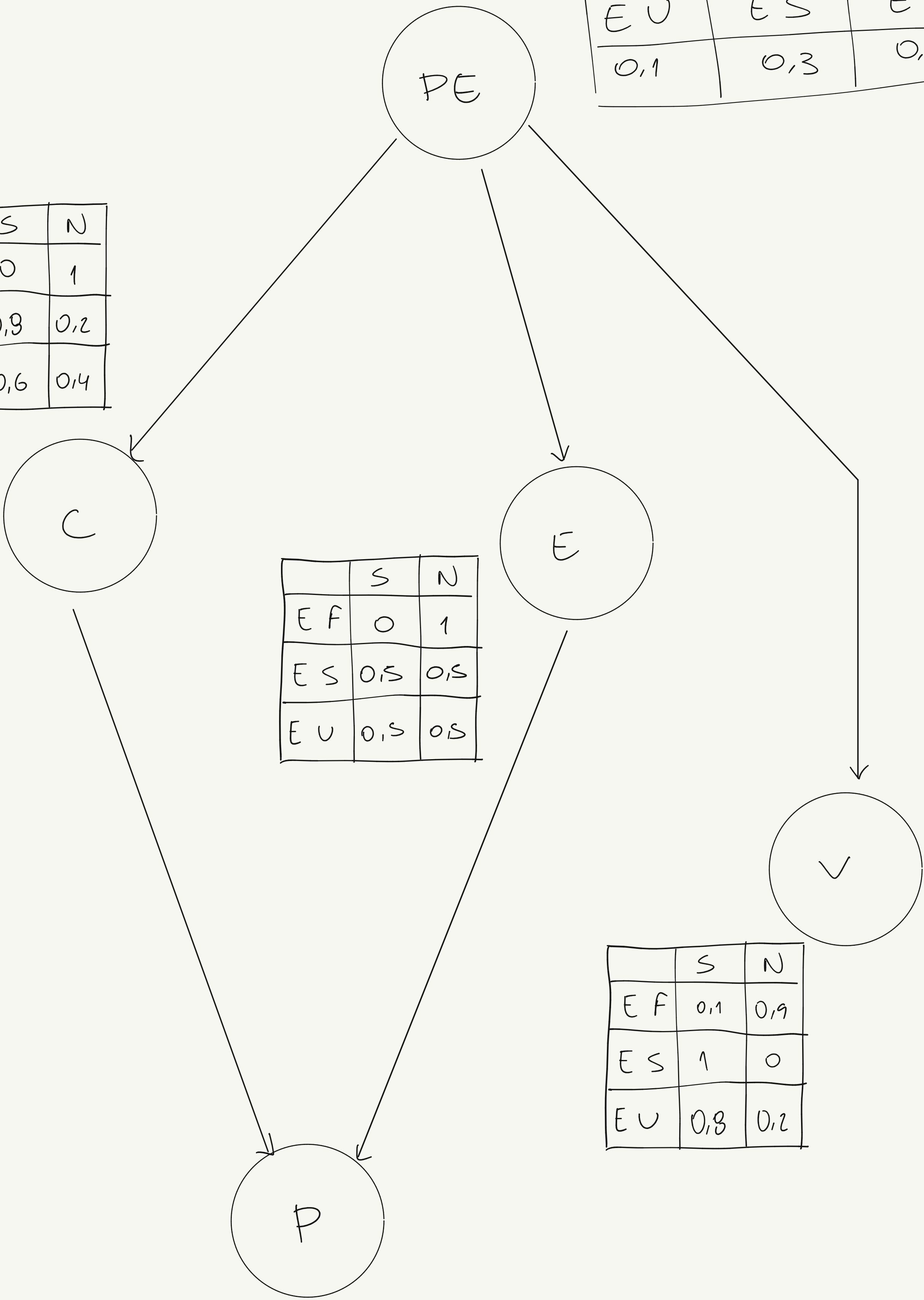
3 Calcule a probabilidade de um aluno frequentar o ensino Secundário dado que ele viu algum colega colando e que se sentiu penalizado na nota.

1. • População estudantil (PE) representada pelos estados  $\{EU, ES, EF\}$
- ↳ Ensino Fundamental
  - ↳ Ensino Secundário
  - ↳ Ensino universitário
- Variável "Colar" (C) representada pelos estados  $\{Sim, Não\}$
- Variável "Estuda" (E) =  $\{Sim, Não\}$
- Variável "Viu" (V) (se já viu algum colega colando) =  $\{Sim, Não\}$
- Variável "Penalizado" (P) (se se sente penalizado) =  $\{Sim, Não\}$

1.

	S	N
EF	0	1
ES	0,9	0,2
EU	0,6	0,4

EU	ES	EF
0,1	0,3	0,6



	S	N
EF	0	1
ES	0,5	0,5
EU	0,5	0,5

	S	N
EF	0,1	0,9
ES	1	0
EU	0,8	0,2

		S	N
C	E	0,1	0,9
	$\overline{E}$	0	1
$\overline{C}$	E	0,01	0,99
	$\overline{E}$	0	1



$$2. P(C) = P(EU) \cdot P(C|EU) + \\ P(ES) \cdot P(C|ES) + \\ P(EF) \cdot P(C|EF)$$

$$= 0,1 \cdot 0,6 + 0,3 \cdot 0,8 + 0,6 \cdot 0 = 0,3$$

ou

30%

3. Segundo o Netica, 82%