

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського  
«Харківський авіаційний інститут»

Факультет радіоелектроніки, комп'ютерних систем та інфокомунікацій

Кафедра комп'ютерних систем, мереж і кібербезпеки (503)

Лабораторна робота № 7

*Дослідження алгоритмів визначення мінімального остовного  
дерева*

(назва лабораторної роботи)

з дисципліни

*Моделі та структури даних*

(шифр)

XAI.503.525a.03O.123-Комп'ютерна інженерія, ПЗ №9629619

Виконав студент гр. 525a Литвиненко А.В.  
07.12.2022 (№ групи) (П.І.Б.)

(підпис, дата)

Перевірив канд. техн. наук, доцент

А. В. Шостак

(підпис, дата)

(П.І.Б.)

Харків – 2022

**Тема роботи:** дослідження алгоритмів мінімального остовного дерева.

## **Варіант 5**

### **Задача 1**

#### **Частина 1. Постановка завдання**

##### **Умова:**

##### Задание:

1. Разработать проект для исследования алгоритмов определения минимального остовного дерева (МОД) в соответствии с вариантом (таблица 1).

2. Создать класс для исследования алгоритмов построения МОД со следующими полями, свойствами, и методами:

- число вершин графа  $n$ ,
- число ребер графа  $m$ ,
- метод задания XY-координат вершин графа,
- матрица длин ребер полносвязного графа,
- метод генерации случайного связного графа на  $n$  вершинах и  $m$  ребрах,
- матрица длин ребер сгенерированного графа,
- матрица смежности графа (или/и любая другая структура для представления графа),
- очередь по приоритетам длин ребер сгенерированного графа (простейший вариант) - возвращает из оставшихся ребер ребро минимальной длины,
- метод, выводящий информацию о графе - число вершин, число ребер, матрица длин ребер, матрица смежности, матрица списка ребер и т.д.
- метод проверки связности графа,
- метод определения МОД алгоритмом Краскала (метод возвращает список ребер МОД),
- метод проверки ацикличности графа,
- метод определения безопасности вставляемого ребра для алгоритма Краскала,
- метод определения МОД алгоритмом Прима (метод возвращает список ребер МОД),
- метод определения безопасности вставляемого ребра для алгоритма Прима,
- метод определения длины МОД на основании списка ребер МОД,
- метод, выводящий информацию о МОД - число вершин, список ребер МОД, список длин ребер МОД, длина МОД.

3. Разработать интерфейс проекта, *позволяющий*:

- задавать размерность графа;
- осуществлять выбор алгоритма определения МОД для исследования;
- задавать координаты вершин графа;
- выводить и редактировать координаты вершин графа;
- задавать количество ребер графа  $X$  (в процентах от максимально возможного числа ребер –  $X = m/m_{\max} * 100\%$ ) (граф должен оставаться связным);
- выводить информацию о графе;
- выводить информацию о построенном МОД (список ребер и длину МОД);
- осуществлять вывод информации о результатах исследования алгоритмов (значения показателя качества работы алгоритмов).

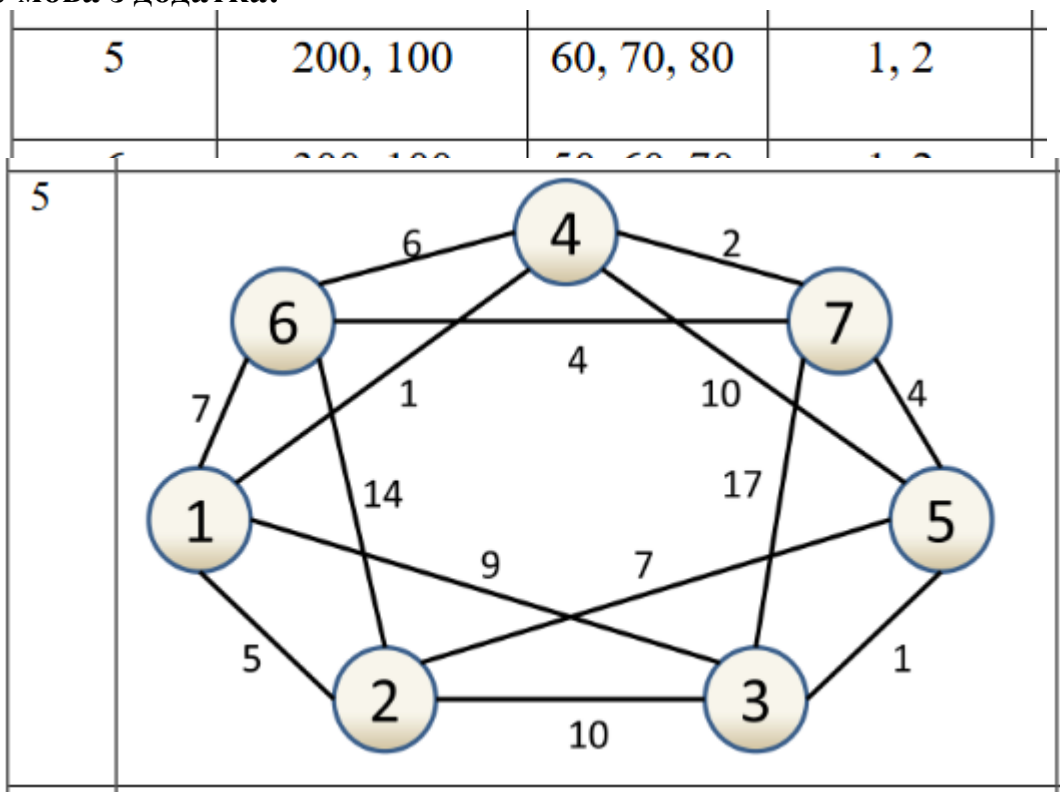
4. Создать проект, реализующую алгоритмы определения МОД в соответствии с вариантом. В проекте *предусмотреть*:

- реализацию интерфейса по п. 2;
- сравнительную оценку исследуемых алгоритмов;

5. Для формирования координат вершин графа использовать датчик равномерно распределенных чисел  $rand()$ .

6. Результатом работы алгоритма определения МОД является список вершин и длина остоного дерева.

Умова з додатка:

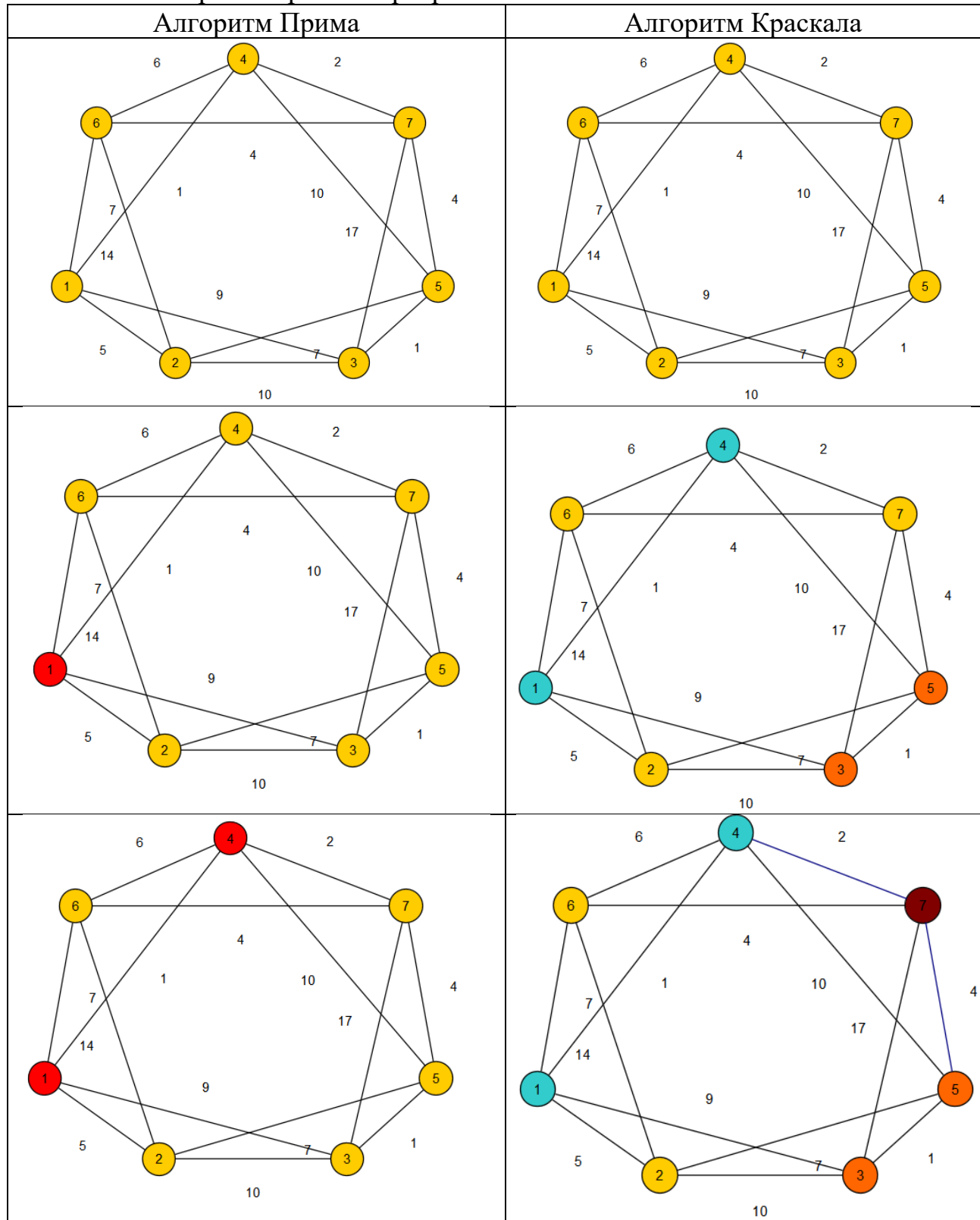


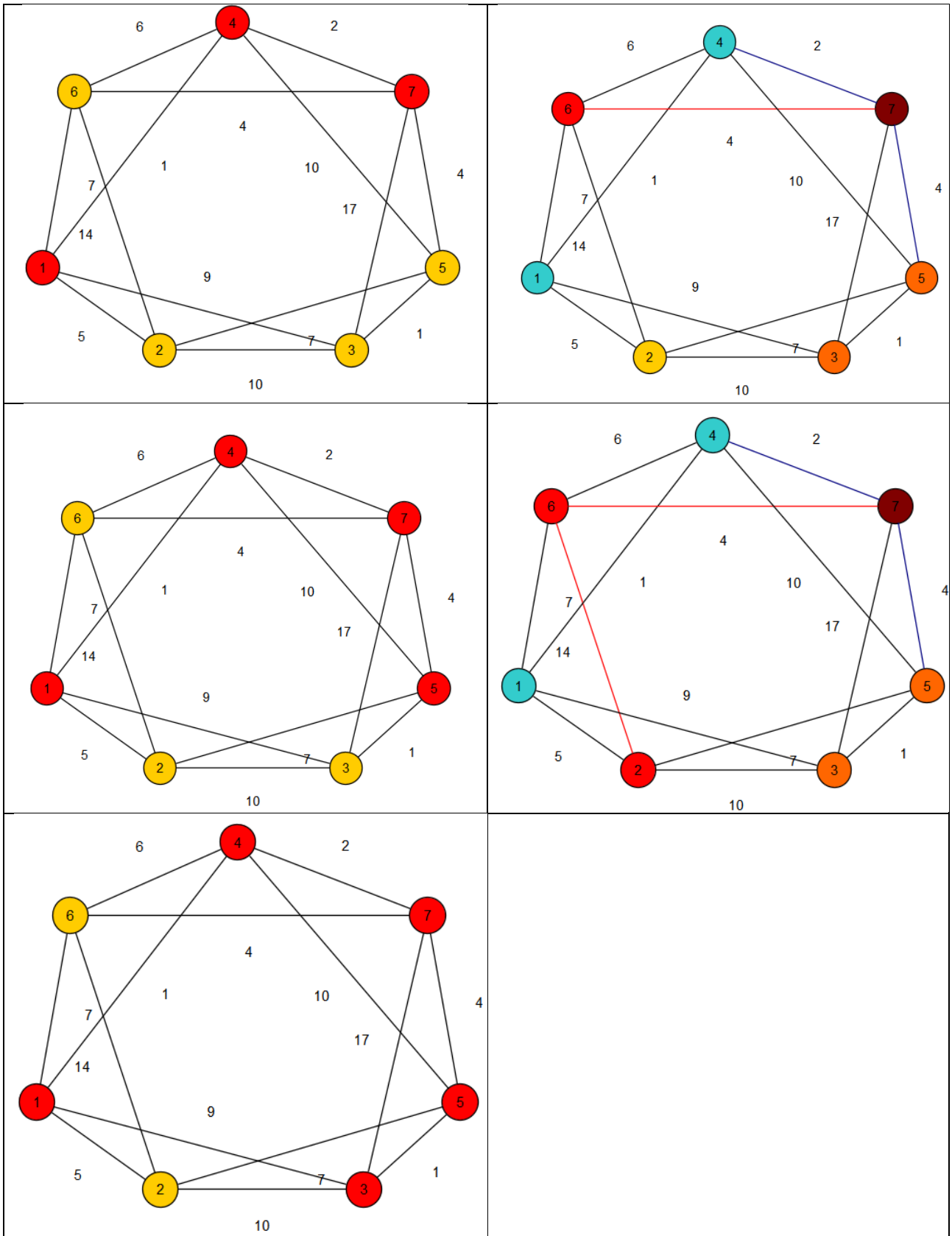
## Частина 2. Діаграма класів

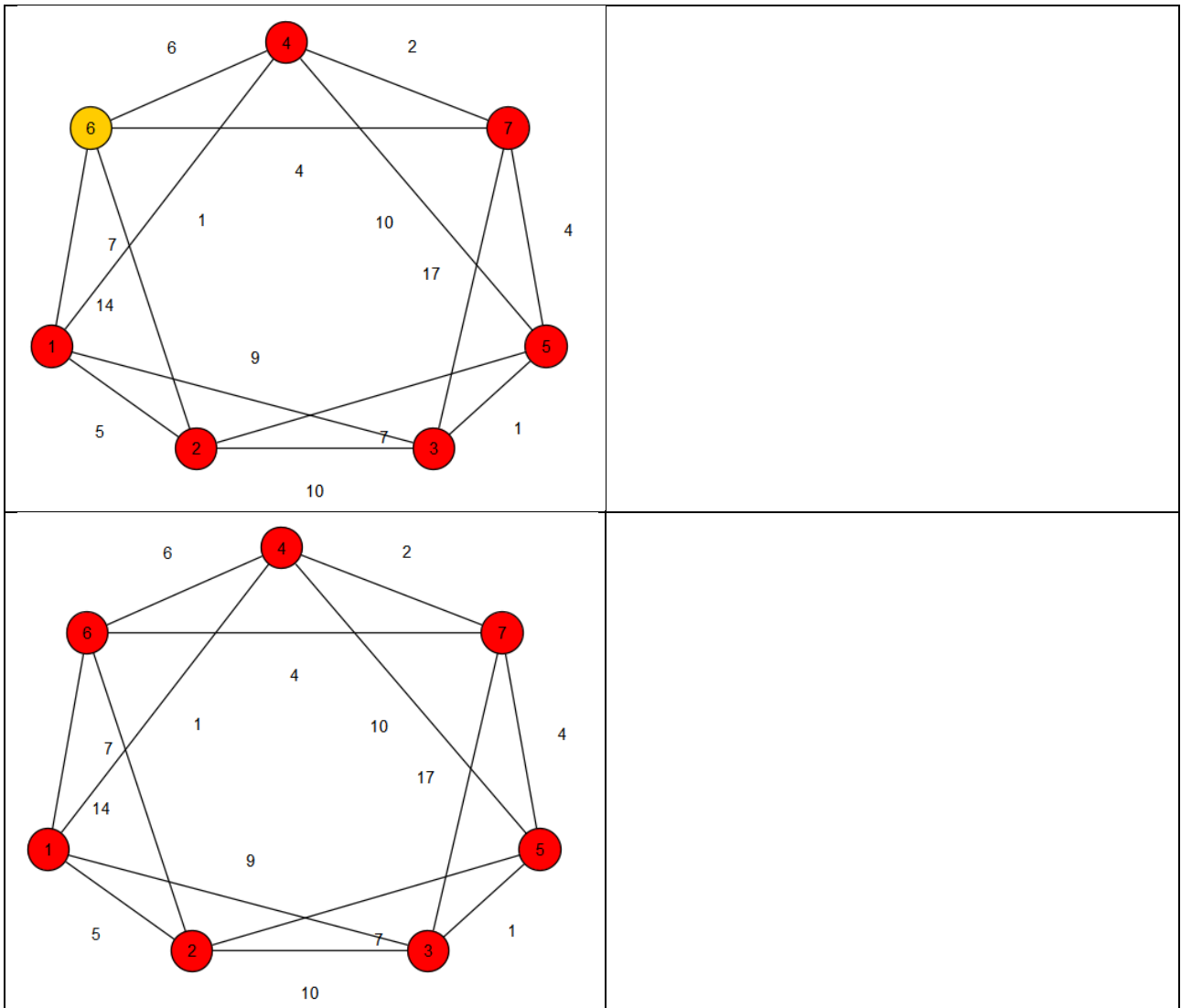
Program
edge_c : int graph graph_amount : int m point_c : int
EdgesAndLengthes() GraphInfo() InChecked(edge, checked) Kraskala() Prim() Set_XY(self, x: int, y: int) TableOfContiguity() TableOfIncidence() TableOfLengthes() printGraph()

Малюнок 1 - Діаграма класів

### Частина 3. Покрокова робота програми







```

граф:
{'1': {'2': 5, '3': 9, '4': 1, '6': 7},
 '2': {'1': 5, '3': 10, '5': 7, '6': 14},
 '3': {'1': 9, '2': 10, '5': 1, '7': 17},
 '4': {'1': 1, '5': 10, '6': 6, '7': 2},
 '5': {'2': 7, '3': 1, '4': 10, '7': 4},
 '6': {'1': 7, '2': 14, '4': 6, '7': 4},
 '7': {'3': 17, '4': 2, '5': 4, '6': 4}}

Матриця суміжності:
[[0. 1. 1. 1. 0. 1. 0.]
 [1. 0. 1. 0. 1. 1. 0.]
 [1. 1. 0. 0. 1. 0. 1.]
 [1. 0. 0. 0. 1. 1. 1.]
 [0. 1. 1. 1. 0. 0. 1.]
 [1. 1. 0. 1. 0. 0. 1.]
 [0. 0. 1. 1. 1. 1. 0.]]

Матриця довжин:
[[ 0.  5.  9.  1. inf  7. inf]
 [ 5.  0. 10. inf  7. 14. inf]
 [ 9. 10.  0. inf  1. inf 17.]
 [ 1. inf inf  0. 10.  6.  2.]
 [inf  7.  1. 10.  0. inf  4.]
 [ 7. 14. inf  6. inf  0.  4.]
 [inf inf 17.  2.  4.  4.  0.]]

Ребра та їх довжини
16 = 7 14 = 1 13 = 9 12 = 5 26 = 14 25 = 7 23 = 10 37 = 17 35 = 1 46 = 6 45 = 10 47 = 2 57 = 4 67 = 4

Матриця інцидентності:
[[ 1.  0.  0.  0.  5.  0.  7.  0.  9.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  0.]
 [ 0.  0.  0.  0.  5.  0.  7.  0.  0. 10.  0.  0.  0. 14.  0.  0.]
 [ 1.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  9. 10.  0.  0.  0.  0.  0. 17.]
 [ 1.  2.  0.  0.  0.  6.  0.  0.  0. 10.  0.  0.  0.  0.  0.  0.]
 [ 1.  0.  0.  4.  0.  0.  7.  0.  0. 10.  0.  0.  0.  0.  0.  0.]
 [ 0.  0.  0.  4.  0.  6.  7.  0.  0.  0.  0.  0. 14.  0.  0.  0.]
 [ 0.  2.  0.  4.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  0. 17.]]

```

Малюнок 2 – Інформація стосовно графу

#### Частина 4. Текст програми

Відповідно до розробленого алгоритму в середовищі Microsoft Visual Studio була написана програма, яка наведена нижче.

#### Main.py

```

# MODULES
# =====
import math
import numpy as np

from json import loads
from pprint import pprint
# =====

# VARIANT 5
# =====
X = 200
Y = 100
X_percents = [60,70,80]
# =====

class Program:
    def __init__(self):
        # Initialized graphs from file

```



```

with open("graph.json") as f:
    self.graph = loads(f.read())
self.m = len(self.graph.keys())
self.point_c = 0
self.edge_c = 0

self.graph_amount = 0

@staticmethod
def Set_XY(self, x: int, y: int):
    # Метод задания XY-координат вершин графа
    global X,Y
    X = x
    Y = y

def Prim(self):
    def get_min(R, U):
        rm = (math.inf, -1, -1)
        for v in U:
            rr = min(R, key=lambda x: x[0] if (x[1] == v or x[2] == v) and
(x[1] not in U or x[2] not in U) else math.inf)
            if rm[0] > rr[0]:
                rm = rr

        return rm

    graph = self.graph

    # список ребер графа (длина, вершина 1, вершина 2)
    R = []
    for key in graph.keys():
        for point in graph[key].keys():
            R.append((int(graph[key][point]), int(key), int(point)))

    print("Метод прима (МОД)")

    N = 7      # число вершин в графе
    U = {1}    # множество соединенных вершин
    T = []     # список ребер остова

    while len(U) < N:
        r = get_min(R, U)      # ребро с минимальным весом
        if r[0] == math.inf:   # если ребер нет, то остов построен
            break

        T.append(r)            # добавляем ребро в остов
        U.add(r[1])             # добавляем вершины в множество U
        U.add(r[2])

    print(T)

```

```

def Kraskala(self):
    print("Метод Краскала (МОД)")
    graph = self.graph
    R = []

    for key in graph.keys():
        for point in graph[key].keys():
            R.append((int(graph[key][point]), int(key), int(point)))

    Rs = sorted(R, key=lambda x: x[0])
    U = set() # список соединенных вершин
    D = {}    # словарь списка изолированных групп вершин
    T = []    # список ребер остова

    for r in Rs:
        if r[1] not in U or r[2] not in U: # проверка для исключения циклов в
остове
            if r[1] not in U and r[2] not in U: # если обе вершины не
соединены, то
                D[r[1]] = [r[1], r[2]] # формируем в словаре ключ с
номераи вершин
                D[r[2]] = D[r[1]] # и связываем их с одним и тем
же списком вершин
            else: # иначе
                if not D.get(r[1]): # если в словаре нет первой
вершины, то
                    D[r[2]].append(r[1]) # добавляем в список первую
вершину
                    D[r[1]] = D[r[2]] # и добавляем ключ с номером
первой вершины
                else:
                    D[r[1]].append(r[2]) # иначе, все то же самое делаем
со второй вершиной
                    D[r[2]] = D[r[1]]

                T.append(r) # добавляем ребро в остов
                U.add(r[1]) # добавляем вершины в множество U
                U.add(r[2])

    for r in Rs: # проходим по ребрам второй раз и объединяем разрозненные
группы вершин
        if r[2] not in D[r[1]]: # если вершины принадлежат разным группам,
то объединяем
            T.append(r) # добавляем ребро в остов
            gr1 = D[r[1]]
            D[r[1]] += D[r[2]] # объединим списки двух групп вершин
            D[r[2]] += gr1

    print(T)

```

```

def printGraph(self):
    graph = self.graph
    pprint(graph)

def TableOfContiguity(self):
    graph = self.graph
    m = self.m
    print("Матриця суміжності: ")
    matrix = np.zeros(shape=(m,m))
    for i in range(1, m+1):
        for j in range(1, m+1):
            if graph[str(j)].get(str(i), 0):
                matrix[i-1][j-1] = 1
            else:
                matrix[i-1][j-1] = 0
    print(matrix)
    print()

def TableOfLengthes(self):
    graph = self.graph
    m = self.m
    print("Матриця довжин: ")
    matrix = np.zeros(shape=(m,m))
    for i in range(1, m+1):
        for j in range(1, m+1):
            a = graph[str(j)].get(str(i), 0)
            t = 0
            if i == j:
                t = 0
            elif a:
                t = a
            else:
                t = np.Infinity
            matrix[i-1][j-1] = t
    print(matrix)
    print()

def TableOfIncidence(self):
    graph = self.graph
    m = self.m
    a = [list(x.values()) for x in graph.values()]
    b = []
    for x in a: b += x

    lenMax = max(b)

    matrix = np.zeros(shape=(m,lenMax))

    for i in range(1,m+1):

```

```

        a = graph[str(i)].values()
        for j in a:
            matrix[i-1][j-1] = j

    print("Матриця інцидентності")
    print(matrix)
    print()

    def InChecked(self, edge, checked):
        if edge in checked or edge[::-1] in checked:
            return True
        return False

    def EdgesAndLengthes(self):
        graph = self.graph
        m = self.m
        print("Рєбра та їх довжини")

        checked = []

        for point in graph.keys():
            for key in graph[point].keys():
                edge = point + str(key)

                if not self.InChecked(edge, checked):
                    print("%s = %d" % (edge, graph[point][key]), end=" ")
                    checked.append(edge)

        print("\n")

    def GraphInfo(self):
        self.printGraph()
        self.TableOfContiguity()
        self.TableOfLengthes()
        self.TableOfIncidence()
        self.EdgesAndLengthes()

m = Program()

m.GraphInfo()
m.Prim()
m.Kraskala()

```

## Частина 5. Тестування

### Скриншот тестування:

```
G:\My Drive\UNIVER\Structures\laba_7>python main.py
{1: {2: 5, 3: 9, 4: 1, 6: 7},
 2: {1: 5, 3: 10, 5: 7, 6: 14},
 3: {1: 9, 2: 10, 5: 1, 7: 17},
 4: {1: 1, 5: 10, 6: 6, 7: 2},
 5: {2: 7, 3: 1, 4: 10, 7: 4},
 6: {1: 7, 2: 14, 4: 6, 7: 4},
 7: {3: 17, 4: 2, 5: 4, 6: 4}}
23 = 10 37 = 17 35 = 1 46 = 6 45 = 10 47 = 2 57 = 4 67 = 4

Матриця суміжності:
[[0. 1. 1. 1. 0. 1. 0.]
 [1. 0. 1. 0. 1. 1. 0.]
 [1. 1. 0. 0. 1. 0. 1.]
 [1. 0. 0. 0. 1. 1. 1.]
 [0. 1. 1. 1. 0. 0. 1.]
 [1. 1. 0. 1. 0. 0. 1.]
 [0. 0. 1. 1. 1. 1. 0.]]

Матриця довжин: 4. Текст програми
[[0. 5. 9. 1. inf 7. inf]
 [5. 0. 10. inf 7. 14. inf]
 [9. 10. 0. inf 1. inf 17.]
 [1. inf inf 0. 10. 6. 2.]
 [inf 7. 1. 10. 0. inf 4.]
 [7. 14. inf 6. inf 0. 4.]
 [inf inf 17. 2. 4. 4. 0.]]

Матриця інцидентності
[[1. 0. 0. 0. 5. 0. 7. 0. 9. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.]
 [0. 0. 0. 0. 0. 5. 0. 7. 0. 0. 10. 0. 0. 0. 14. 0.]
 [1. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 9. 10. 0. 0. 0. 0. 0.]
 [1. 2. 0. 0. 0. 6. 0. 0. 0. 10. 0. 0. 0. 0. 0. 0.]
 [1. 0. 0. 4. 0. 0. 7. 0. 0. 10. 0. 0. 0. 0. 0. 0.]
 [0. 0. 0. 4. 0. 6. 7. 0. 0. 0. 0. 0. 14. 0. 0. 0.]
 [0. 2. 0. 4. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 17.]]

Ребра та їх довжини
16 = 7 14 = 1 13 = 9 12 = 5 26 = 14 25 = 7 23 = 10 37 = 17 35 = 1 46 = 6 45 = 10 47 = 2 57 = 4 67 = 4

Метод прима (МОД)
[(1, 1, 4), (2, 4, 7), (4, 5, 7), (1, 3, 5), (4, 6, 7), (5, 1, 2)]
Метод Краскала (МОД)
[(1, 1, 4), (1, 3, 5), (2, 4, 7), (4, 6, 7), (5, 1, 2), (4, 5, 7)]
```

Малюнок 3 – скриншот тестування

## **Висновки**

Під час цієї лабораторної роботи я працював з графами та навчився використовувати їх у мові програмування. Експериментував з різними методами для дослідження МОД і намагався сам реалізувати алгоритма Прима та Краскала.