

Appunti di Algebra e geometria

Nicola Ferru

Indice

| | | |
|----------|---------------------------------|-----------|
| 0.1 | Premesse... | 7 |
| 0.2 | Simboli | 8 |
| 1 | Vettori | 9 |
| 1.1 | Spazio Vettoriale | 9 |
| 2 | Numeri Complessi | 11 |
| 2.1 | Operazioni con Numeri complessi | 11 |

Elenco delle tabelle

Elenco delle figure

0.1 Premesse...

In questo repository sono disponibili pure le dimostrazioni grafiche realizzate con *Geogebra* consiglio a tutti di dargli un'occhiata e di stare attenti perché possono essere presenti delle modifiche per migliorare il contenuto degli stessi appunti, comunque solitamente vengono fatte revisioni tre/quattro volte alla settimana perché sono in piena fase di sviluppo. Ricordo a tutti che questo è un progetto volontario e che per questo motivo ci potrebbero essere dei rallentamenti per cause di ordine superiore e quindi potrebbero esserci meno modifiche del solito oppure potrebbero esserci degli errori, chiedo la cortesia a voi lettori di contattarmi per apportare una modifica. Tengo a precisare che tutto il progetto è puramente open source e infatti sono disponibili i sorgenti dei file allegati insieme ai PDF.

Cordiali saluti

0.2 Simboli

| | | |
|----------------------------------|--------------------------|------------------------|
| \in Appartiene | \Rightarrow Implica | β beta |
| \notin Non appartiene | \iff Se e solo se | γ gamma |
| \exists Esiste | \neq Diverso | Γ Gamma |
| $\exists!$ Esiste unico | \forall Per ogni | δ, Δ delta |
| \subset Contenuto strettamente | \ni : Tale che | ϵ epsilon |
| \subseteq Contenuto | \leq Minore o uguale | σ, Σ sigma |
| \supset Contenuto strettamente | \geq Maggiore o uguale | ρ rho |
| \supseteq Contiene | α alfa | |

Capitolo 1

Vettori

1.1 Spazio Vettoriale

Spazio Vettoriale 1. *Uno spazio vettoriale reale (R -spazio vettoriale) è un insieme V in cui sono definite un'operazione di **SOMMA** tra elementi di V e un'operazione di **Prodotto tra un reale** e un elemento di V che soddisfano 8 proprietà:*

1. La somma è associativa quando $\forall v_1, v_2, v_3 \in V \ (v_1 + v_2) + v_3 = v_1 + (v_2 + v_3)$;
2. La somma è commutativa quando $\forall v_1, v_2 \in V \ v_1 + v_2 = v_2 + v_1$
3. Esistenza elemento neutro 0 se e solo se $\forall v \in V \ v + 0 = 0 + v = v$
4. Esistenza opposto $-v$ se e solo se $\forall v \in V \ v + (-v) = (-v) + v = 0$
5. Il prodotto per uno scalare è assoluto quando $\forall c_1, c_2 \in R, \forall v \in V \ c_1(c_2v) = (c_1c_2)v$
6. Il prodotto per uno scalare è distributiva quando $\forall c_1, c_2 \in R, \forall v \in V \ (c_1 + c_2)v = c_1v + c_2v$
7. Il prodotto per uno scalare è distributiva quando $\forall c \in R, \forall v_1, v_2 \in V \ c(v_1 + v_2) = cv_1 + cv_2$
8. Esistenza elemento neutro 1 quando $\forall v \in V \ 1v = v$

ES: $V_0^2 \ V_0^3$

ES: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \ x^2, \ g(x) = e^x, \ f(x) + g(x) = x^2 + e^x \ 3f(x) = 3x^2$

ES: \mathbb{R}^n n-uple di numeri reali

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + y_1 \\ x_2 + y_2 \\ \vdots \\ x_n + y_n \end{bmatrix} \quad C \in \mathbb{R} \ c \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cx_1 \\ cx_2 \\ \vdots \\ cx_n \end{bmatrix}$$

ES: $\mathbb{R}_n[x]$ polinomi di grado $\leq n$ nella variabile x a coefficiente reale

- $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$
- $q(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n$

ES: $\mathbb{R}[x]$ polinomio di grado qualsiasi

$$p(x) + q(x) = a_0 + b_0 + (a_1 + b_1)x + \dots + (a_n + b_n)x^n \\ c \in \mathbb{R}, \ cp(x) = ca_0 + ca_1x + ca_2x^2 + \dots + ca_nx^n$$

Capitolo 2

Numeri Complessi

Numeri reali 1. *Un numero complesso è definito come un numero della forma $x + iy$, con x e y numeri reali e i una soluzione dell'equazione $x^2 = -1$ detta unità immaginaria. i numeri reali sono*

2.1 Operazioni con Numeri complessi

1. Modulo e distanza

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2} \tag{2.1}$$

Il valore assoluto (modulo) ha proprietà queste proprietà:

$$|z + w| \geq |z| + |w|, \quad |zw| = |z||w|, \quad \left| \frac{z}{w} \right| = \frac{|z|}{|w|}$$

Valide per tutti i numeri complessi z e w . La prima proprietà è una versione della disuguaglianza triangolare.

