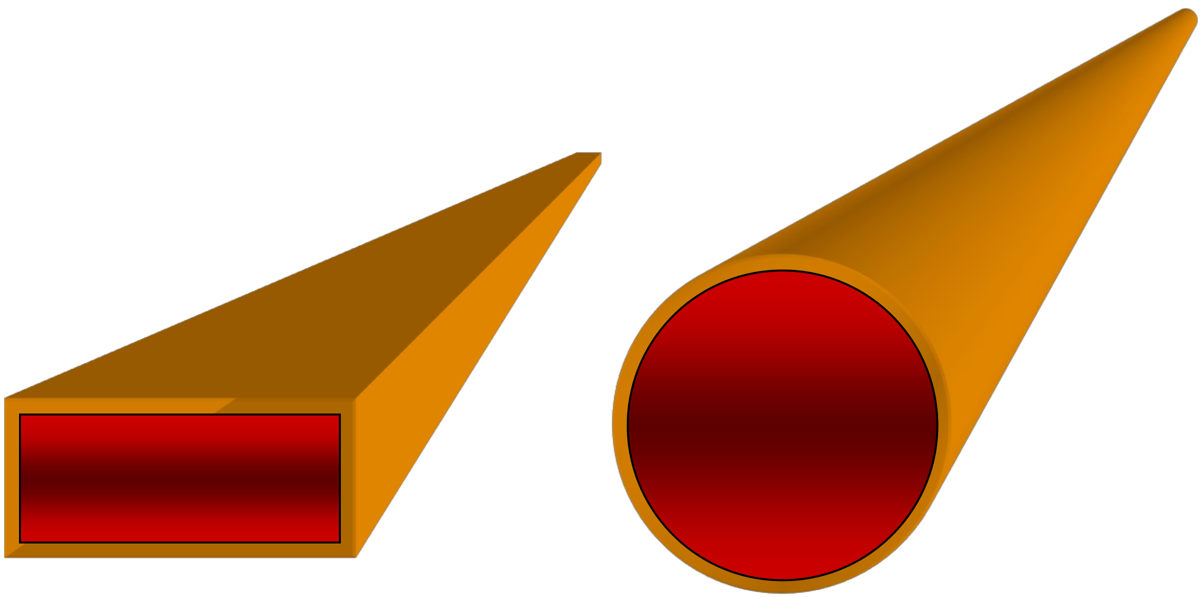
Campi Elettromagnetici
lez. 22 27 maggio 2022

Guide d’onda:perdite

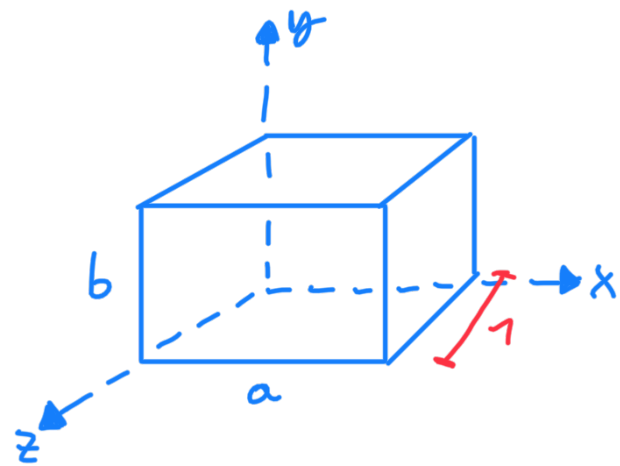


- Pareti del conduttore non più ideali $\Rightarrow$ $E_{tan} \neq 0$
- Dovremmo modificare le condizioni al contorno $\Rightarrow$ impossibile il calcolo analitico
- Come nel caso delle guide coassiali (*), possiamo approssimare la potenza media attiva dissipata per unità di lunghezza come:

$$\bar{P} = \frac{1}{2} R_s \iint_S |\bar{J}|^2 \, ds$$

R_s: resistenza superficiale

S: superficie conduttore



- Con queste approssimazioni trascuriamo:
  - la rugosità (HP: superficie liscia)
  - le reali cond. al contorno (ci riconduciamo al caso ideale)

(*) calcolandola con lo stesso metodo è più facile confrontare i valori ottenuti

• Cosa prendiamo come J? $\longrightarrow$ <u>Hp</u>: regime di monomodalità

$$\bar{E} = \sqrt{\frac{2}{ab}} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) V^+ e^{-j\beta z}\,\hat{y}$$

$$\bar{H} = \frac{1}{-j\omega\mu_0}\nabla\times\bar{E} = \frac{1}{-j\omega\mu_0}\begin{vmatrix}\hat{x} & \hat{y} & \hat{z}\\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ 0 & E_y & 0\end{vmatrix} = \frac{1}{-j\omega\mu_0}\left(-\partial_z E_y\,\hat{x} + \partial_x E_y\,\hat{z}\right) =$$

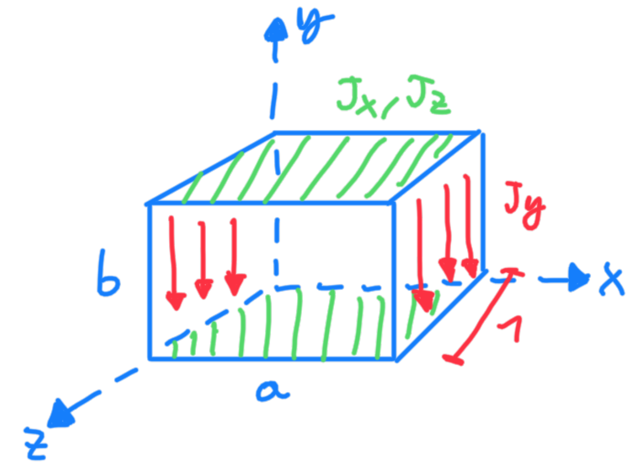
$$\Rightarrow \begin{cases} H_x = \dfrac{\partial_z E_y}{j\omega\mu_0} = -\dfrac{\beta}{\omega\mu_0} V^+ e^{-j\beta z}\sqrt{\dfrac{2}{ab}}\sin\left(\dfrac{\pi}{a}x\right) \\[2ex] H_z = -\dfrac{\partial_x E_y}{j\omega\mu_0} = \dfrac{-\pi/a}{j\omega\mu_0} V^+ e^{-j\beta z}\sqrt{\dfrac{2}{ab}}\cos\left(\dfrac{\pi}{a}x\right)\end{cases}$$

$$\boxed{\bar{J} = \bar{n}\times\bar{H}} \xrightarrow[y=0,b]{\text{superficie}} \begin{cases} J_x = H_z \\ J_z = H_x \end{cases} \qquad \bar{n} = \begin{cases} \hat{y} & \text{in } y=0 \\ -\hat{y} & \text{in } y=b \end{cases}$$

$$\xrightarrow[x=0,a]{\text{superficie}} J_y = H_z$$

• Calcoliamo l'integrale per ottenere la potenza dissipata per unità di lunghezza (dz):

$$\overline{P}_{TOT} = \frac{1}{2} R_S \int_{x=0}^{x=a} dx \int_{z=0}^{z=1} dz \left(J_x^2 + J_z^2 \right) =$$



$$= \frac{1}{2} R_S \Bigg[\underbrace{\int_0^a dx \int_0^1 dz \left(H_z^2(x,0,z) + H_x^2(x,0,z) \right)}_{y=0} +$$

$$+ \underbrace{\int_0^a dx \int_0^1 dz \left(H_z^2(x,b,z) + H_x^2(x,b,z) \right)}_{y=b} +$$

$$+ \underbrace{\int_0^b dy \int_0^1 dz \left(H_z^2(0,y,z) \right)}_{x=0} + \underbrace{\int_0^b dy \int_0^1 dz \left(H_z^2(a,y,z) \right)}_{x=a} \Bigg] =$$

$$= R_S \left[\left(\frac{\pi/a}{\omega \mu_0} \right)^2 \cdot \frac{2}{ab} \cdot |V^+|^2 \cdot \frac{a}{2} + \left(\frac{\beta}{\omega \mu_0} \right)^2 \cdot \frac{2}{ab} |V^+|^2 \cdot \frac{a}{2} + \left(\frac{\pi/a}{\omega \mu_0} \right)^2 \frac{2}{ab} \cdot b \, |V^+|^2 \right]$$

$$R_S = \frac{1}{\sigma \delta} , \qquad \delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu_0 \sigma}} \rightarrow \text{profondità di penetrazione}$$

$$\bar{P}_{TOT} = R_s |V^+|^2 \cdot \frac{2}{ab} \cdot \frac{1}{Z_{10}^2} \left[\frac{a}{2}\left(\left(\frac{\pi/a}{\beta}\right)^2 + 1\right) + \left(\frac{\pi/a}{\beta}\right)^2 b \right] =$$

$$\boxed{Z_{10} = \frac{\omega \mu_0}{\beta}}$$

$$= \frac{R_s}{Z_{10}^2} |V^+|^2 \cdot \frac{2}{ab} \left[\frac{a}{2}\left(\frac{k_0^2}{\beta^2}\right) + \left(\frac{\pi/a}{\beta}\right)^2 b \right]$$

- Vogliamo ora calcolare la <u>costante di attenuazione</u> data dal rapporto tra la potenza media dissipata per effetto Joule su una sezione unitaria ($\bar{P}_{TOT}$) e la potenza media incidente ($\bar{P}_{INC}$).

$$\boxed{\bar{P}_{INC} = \frac{1}{2} \frac{|V^+|^2}{Z_{10}}}$$

$$\boxed{\alpha_c = \frac{\bar{P}_{TOT}}{2\bar{P}_{INC}}} = \frac{R_s}{2Z_{10}} \left(\frac{2}{ab}\right) \left[\frac{a}{2}\left(\frac{k_0^2}{\beta^2}\right) + \left(\frac{\pi/a}{\beta}\right)^2 b \right] =$$

$$= \frac{R_s}{2\omega\mu_0\beta} \left(\frac{1}{a^3 b}\right) \left[a^3 k_0^2 + 2\pi^2 b \right]$$

CONSIDERAZIONI

- α_c è <u>inversamente proporzionale</u> a β → più ci si avvicina alla frequenza di cut-off (f_c) e più le perdite aumentano (l'onda tende a rimbalzare tra le pareti laterali della guida piuttosto che propagarsi lungo z)

- le perdite <u>diminuiscono all'aumentare della sezione</u> della guida d'onda, ma dobbiamo anche dimensionare la guida affinché si propaghi il solo modo fondamentale

MASSIMA POTENZA TRASPORTABILE

$$\boxed{\bar{P} = \frac{1}{2}\frac{|V^+|^2}{Z_{10}}}$$ → potenza media attiva trasportata nel caso di sola onda progressiva

$$E_y = \sqrt{\frac{2}{ab}}\, V^+ \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-j\beta z} \longrightarrow E_{y_{MAX}}\,?$$ → dipende dalla rigidità dielettrica del mezzo che riempie la guida

Rigidità dielettrica aria : $\boxed{2.7 \cdot 10^6 \,[V/m]} = \chi$

campo MAX in $x = \frac{a}{2}$

$$E_{y_{MAX}} = \underbrace{70\%}_{\text{margine}}(\chi) = 2 \cdot 10^6 \,[V/m] = \sqrt{\frac{2}{ab}} \cdot V^+ \underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{a}\cdot\frac{a}{2}\right)}_{=1} = \sqrt{\frac{2}{ab}} \cdot V^+$$

$$\Downarrow$$

$$V^+_{MAX} = \overbrace{2 \cdot 10^6 \,\frac{V}{m}}^{E_{MAX}} \cdot \sqrt{\frac{ab}{2}} \Rightarrow \boxed{\bar{P}_{MAX} = \frac{1}{2}\frac{\left(2\cdot 10^6 \,\frac{V}{m}\cdot\sqrt{\frac{ab}{2}}\right)^2}{\omega\mu_0/\beta}}$$

Es: Dimensionare una guida d'onda rettangolare per lavorare alla freq. di 10 GHz

$f_0 = 10\ GHz, \quad a, b = ?$

$f_c = 10\ GHz \rightarrow$ condizione peggiore con il massimo delle perdite

- Bisogna fare in modo che f_0 valga poco meno della freq. di taglio del I° modo di ordine superiore. Quindi scelgo:

■ $$f_{c\,TE_{20}} = 10\ GHz = 2 \cdot \frac{150\ (GHz \cdot mm)}{a\ (mm)} \Rightarrow a = 2 \cdot \frac{150\ (GHz \cdot mm)}{10\ (GHz)} = 30\ mm$$

■ $$f_{c\,TE_{01}} = 10\ GHz \Rightarrow b = \frac{150\ (GHz \cdot mm)}{10\ (GHz)} = 15\ mm$$

$$\begin{cases} \boxed{b = 14\ mm} \\ \boxed{a = 29\ mm} \end{cases}$$

N.B: se avessi scelto $b > 15\ mm$ non avrei soddisfatto la richiesta di banda monomodale alla freq. di 10 GHz

- Calcolo delle perdite:

$$\sigma_{Ag} = 6.15 \cdot 10^{7} \, [S/m], \qquad \delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f_0 \mu_0 \sigma_{Ag}}} = 0.64 \cdot 10^{-6} \, [m]$$

$$R_S = \frac{1}{\sigma_{Ag}\,\delta} = 0.025 \, [\Omega], \quad \beta = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2}, \quad k_0 = 20.958 \cdot \frac{f_0}{10^9}$$

$$\alpha_c = \frac{R_S}{2 \cdot 2\pi \cdot f_0 \cdot \mu_0 \cdot \beta} \cdot \frac{(a^3 k_0^2 + 2\pi^2 b)}{a^3 b} = 3.53 \cdot 10^{-3} \, [Np/m]$$

$$\alpha_{c\,dB} = 20 \cdot \log_{10}\left(e^{\alpha_c}\right) = 0.031 \, [dB/m]$$

- Calcolo potenza massima trasportabile:

$$E_{MAX} = 2 \cdot 10^{6} \, [V/m] \longrightarrow V^{+}_{MAX} = E_{MAX} \sqrt{\frac{ab}{2}}$$

$$\overline{P}_{MAX} = \frac{|V_{MAX}|^2}{2 Z_{10}} = 922.5 \cdot 10^{3} \, [W] \longrightarrow$$

- grandi potenze $\Rightarrow$ grande dissipazione di calore
- ciò vale specialmente nei punti in cui la guida viene disturbata (es: giunture)

Confronto perdite guida/cavo coassiale

$$\alpha_{wg} = \frac{R_s/\beta}{a^3 b k_0\, \eta}\left(2b\pi^2 + a^3 {k_0}^2\right)$$

$$\alpha_{coax} = \frac{R_s}{4\cdot\pi}\,\frac{\left(\dfrac{1}{R_i}+\dfrac{1}{R_e}\right)}{\dfrac{\eta}{2\pi}\ln\left(\dfrac{R_e}{R_i}\right)}$$

$a = 22.86$ mm

$b = 10.16$ mm

$R_i = 3.5/2$ mm

$R_e = 3.5/2 \cdot 2.31$ mm

$f = 10$ GHz

$\alpha_{coax} = 0.033$ Np/m (0.28 dB/m)

$\alpha_{wg} = 0.011$ Np/m (0.096 dB/m)

$\tan\delta = 0.001$ → considerando la presenza di un dielettrico nel coassiale

perdite dielettrico ← $\alpha_d = \dfrac{k_0 \cdot \varepsilon_r''}{2\cdot \varepsilon_r'} = \dfrac{k_0}{2}\tan\delta = 0.105$ Np/m (0.91 dB/m)