Compito di Campi Elettromagnetici del 22 gennaio 2019

$0,75 \cdot 10^{-2}$ m $0,4 \cdot 10^{-2}$ m

1) Data una guida rettangolare di sezione a=0.75 cm, b=0.4 cm e lunghezza 20 cm, si calcolino:
a) banda di monomodalità;
b) espressione analitica del campo magnetico a 30 GHz, considerando una sola onda progressiva di potenza media 10 W;
c) valori dell'impedenza modale, della velocità di fase e della velocità di gruppo a 30 GHz;
d) perdite, supponendo che la guida d'onda sia di rame;
e) si calcolino infine valore e posizioni del campo elettrico massimo nel caso in cui la guida sia cortocircuitata ad una estremità, supponendo che l'altra estremità sia alimentata da un generatore che eroga una potenza media di 10 W.

a) Essendo $b > a/2$, la banda di monomodalità è tra le freq. di taglio del TE_{10} e quella del TE_{01}

$$f_{cTE_{10}} = 19.987 \text{ GHz}$$
$$f_{cTE_{20}} = 37.475 \text{ GHz}$$
] Banda di monomodalità

$v_g = 0.745\, c_0$ $c_0 = 3 \cdot 10^8$ m/s

c) $Z_0^{TE_{10}} = \frac{\omega\mu_0}{\beta} = 505.2\ \Omega$ $v_\phi = \frac{\omega}{\beta} = 1.34 \cdot c_0$

$\beta = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2} = 468.9\ m^{-1}$

b) $V^+ = \sqrt{2 P Z_0^{TE_{10}}} = 100.516$ V

$$H_x = -\frac{V^+}{Z_0^{TE_{10}}} \cdot \sqrt{\frac{2}{ab}} \cdot \sin\frac{\pi}{a} x\, e^{-j\beta z}$$

$$H_z = \frac{\pi/a}{-j\omega\mu_0} V^+ \sqrt{\frac{2}{ab}} \cos\frac{\pi}{a} x\, e^{-j\beta z}$$

dove $R_s = \frac{1}{\sigma\delta}$ $\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu\sigma}}$

d) $\alpha_c = \left(\frac{R_s}{a^3 b \beta k_0 \eta}\right)\left(2b\pi^2 + a^3 k_0^2\right)$

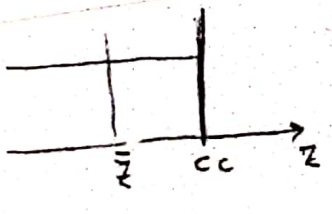
$\alpha_c = 0.059$ Np/m

e) Il primo max si ha in $\bar{z}$, $x = \frac{a}{2}$

dove: $-\beta\bar{z} = \pi/2 \Rightarrow \bar{z} = -\frac{\pi}{2\beta}$

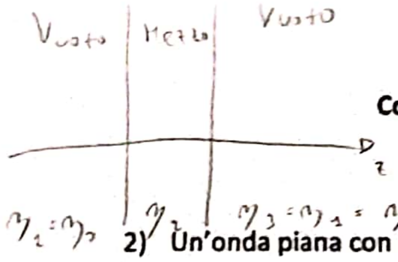
In corrispondenza di $(\frac{a}{2}, \bar{z})$ $|E| = V^+\sqrt{\frac{2}{ab}} \cdot 2 =$

$= 25.953$ V/m



$-(\lambda/4)$

→ lunghezza d'onda in β.



Compito di Campi Elettromagnetici del 22 gennaio 2019

$\lambda = 600$ nm $d = 0,1 \cdot 10^{-3} = 10^{-4}$

2) Un'onda piana con polarizzazione TM di lunghezza d'onda 600 nm, proveniente dal vuoto, incide con un angolo di 10° su una lastra di quarzo fuso (n=1.46) dello spessore di 0.1 mm. Si calcoli l'espressione dell'onda trasmessa. Si calcoli, se esiste, l'angolo (o gli angoli) di incidenza per il quale l'onda riflessa è nulla.

↳ Regione 3

(a)
$$\Gamma = \frac{Z_{in} - Z_1}{Z_{in} + Z_1}$$
dove $\eta_2 = \eta_0 / 1,46 = \eta_0 / n$

$\eta_1 = \eta_0 = 376,63$

$\theta_1 = 10°$

Snell: $\theta_2 = 6.83° \Rightarrow \theta_2 = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\operatorname{sen}(\theta_1)\right)$

$$Z_{in} = \eta_2 \cos\theta_2 \frac{\eta_1 \cos\theta_1 + j\eta_2 \cos\theta_2 \, t_2}{\eta_2 \cos\theta_2 + j\eta_1 \cos\theta_1 \, t_2}$$

$t_2 = 0.787 = \tan(k_2 \cos\theta_2 \, d)$

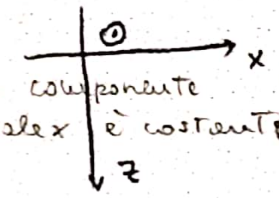
$k_2 = k_0 n_2 = \omega\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} \cdot n_2$

$\cdot \; \Gamma = -0.147 - j0.174$

Pertanto l'onda trasmessa vale:

$$\underline{H}_3 = H_3^+ e^{-j\underbrace{k_1 \cos\theta_1}_{\beta_1} z} e^{-jk_1 \sin\theta_1 x} \, \hat{y}$$

poichè la componente tangenziale x è costante



$$\underline{E}_3 = \frac{1}{j\omega\varepsilon} \nabla \times \underline{H}_3 = \frac{1}{j\omega\varepsilon}\left(-\partial_z H_{3y} \hat{x} + \partial_x H_{3y} \hat{z}\right)$$

$$E_{3x} = \frac{1}{j\omega\varepsilon_0} + jk_1 \cos\theta_1 H_3^+ e^{-jk_1\cos\theta_1 z} e^{-jk_1 \sin\theta_1 x}$$

$$E_{3z} = -\frac{jk_1 \sin\theta_1}{j\omega\varepsilon_0} H_3^+ e^{-jk_1 \cos\theta_1 z} e^{-jk_1 \sin\theta_1 x}$$

La densità di potenza trasmessa in direzione z vale

Vettore di Poynting

$$\frac{1}{2} \operatorname{Re}\left(E_{3x} H_{3y}^*\right) = \frac{1}{2} \frac{k_1 \cos\theta_1}{\omega\varepsilon_0} |H_3^+|^2 = \frac{1}{2} \frac{k_1}{\omega\varepsilon_0} \cos\theta_1 \left(1 - |\Gamma|^2\right) |H_1^+|^2$$

ampiezza onda incidente

P_{inc}

$$\Rightarrow |H_3^+| = \left(\sqrt{1 - |\Gamma|^2}\right) |H_1^+|$$

(b) L'onda riflessa è nulla quando

α) $\theta_1 = \theta_B$ (angolo di Brewster) $\tan\theta_B = \frac{n_2}{n_1}$

↖ Angolo di Brewster

β) $t_2 = 0$ se $k_2 \cos\theta_2 d = n\pi$

Scansionato con CamScanner

Esame CEM (22/01/2019)

Esercizio (2):

(2) $\eta_2 = \dfrac{\eta_0}{n_2} = 257,965\ \Omega$

$\eta_1 = \eta_0 = 376,63\ \Omega$

$\theta_1 = 10°$ $\qquad \operatorname{sen}(10°) = 0,174$

da fare in gradi

$\theta_2 = \arcsin\left(\dfrac{n_1}{n_2}\operatorname{sen}(\theta_1)\right) = \arcsin\left(\dfrac{1}{1,46}\operatorname{sen}(10°)\right) = 6,83°$

$K_0 = \omega\cdot\sqrt{\mu_0\varepsilon_0} = 1,047\cdot10^{+7}$

$\lambda = \dfrac{2\pi}{\omega}\cdot v = \dfrac{2\pi}{\omega}\cdot c_0 \Rightarrow \omega = \dfrac{2\pi}{\lambda}c_0 = 3,14\cdot10^{15} = \pi\cdot10^{15}$

$\lambda = 600\ nm = 600\cdot10^{-9}\ m$

$K_2 = K_0\cdot n_2 = 1,528\cdot10^{+7}$, $\cos(\theta_2) = \cos(6,83°) = 0,9923$

in radianti

$t_2 = \tan(k_2\cos(\theta_2)d) = \tan(1,518\cdot10^{1}) = 0,787$

$\rho = \dfrac{Z_{IN} - Z_1}{Z_{IN} + Z_1}$; $Z_{IN} = \eta_2\cos(\theta_2)\cdot\dfrac{\eta_1\cos(\theta_1) + j\eta_2\cos(\theta_2)t_2}{\eta_2\cos(\theta_2) + j\eta_1\cos(\theta_1)t_2}$

$Z_1 = \eta_1\cos(\theta_1) = 370,908\ \Omega$

$\eta_2\cdot\cos(\theta_2) = 256,133\ \Omega$

$Z_{in} = 256,133\cdot\dfrac{370,908 + j\,201,587}{256,133 + j\,291,904} =$ [illegible]

[illegible]

da fare in radianti

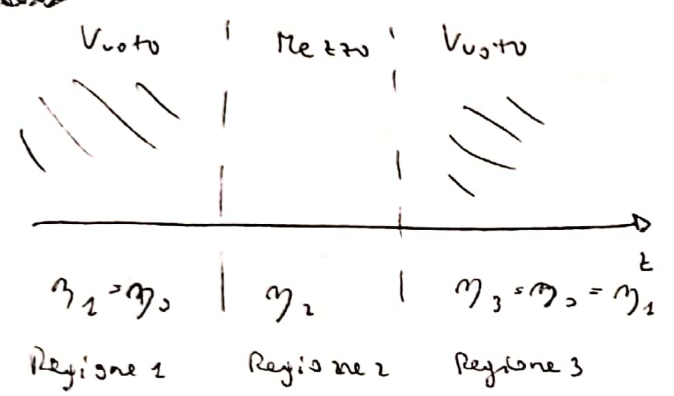
$= 256,133\cdot\dfrac{422,144 + e^{j0,491}}{388,345 + e^{j0,85}} = 278,425\cdot e^{j(-0,357)} =$

$= 260,773 + j(-97,561)$

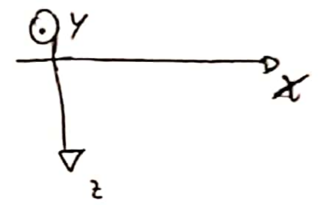
[illegible]

$$\Gamma = \frac{-110,135 + j(-97,561)}{631,681 + j(-97,561)} = \frac{147,132 \cdot e^{j(-2,4167)}}{639,171 \cdot e^{j(-0,1532)}} =$$

$$= 0,2302 \cdot e^{j\,-2,2635} = -0,147 - j\,0,177.$$



TM



Serve il campo trasmesso nella regione 3:

$$\bar{H}_3 = H_{3y}\hat{y} = \hat{y}\left(H_3^+ \cdot e^{-jk_1 \cos(\theta_1) z} \cdot e^{-jk_1 \operatorname{sen}(\theta_1) x} \right)$$

$$H_3^+ = \frac{E_1^+}{\eta_0}$$

$$\bar{E}_3 = E_{3x}\hat{x} + E_{3z}\hat{z} = \frac{1}{j\omega\varepsilon_0}\left(\nabla \times \bar{H}_3\right) = \frac{1}{j\omega\varepsilon_0}\left(-\partial_z H_{3y}\hat{x} + \partial_x H_{3y}\hat{z}\right)$$

$$E_{3x}\hat{x} = \frac{1}{j\omega\varepsilon_0} \cdot jk_1 \cos(\theta_1)\, H_3^+\, e^{-jk_1 \cos(\theta_1) z}\, e^{-jk_1 \operatorname{sen}(\theta_1) x}$$

$$E_{3z}\hat{z} = \frac{1}{j\omega\varepsilon_0} \cdot (-jk_1 \operatorname{sen}(\theta_1))\, H_3^+\, e^{-jk_1 \cos(\theta_1) z}\, e^{-jk_1 \operatorname{sen}(\theta_1) x}$$

La densità di potenza trasmessa, vale:

nella direzione z: $P_T = \frac{1}{2}\operatorname{Re}\left(E_{3x}\hat{x} \times H_{3y}^*\hat{y}\right) =$

La fase si elide essendo complessi e coniugati

uguaglianza con la pot. trasm.

$$= \frac{1}{2}\frac{k_1 \cos(\theta_1)}{\omega\varepsilon_0}|H_3^+|^2 = \underbrace{\frac{1}{2}\frac{k_1\cos(\theta_1)}{\omega\varepsilon_0}|H_1^+|^2}_{\text{Ampiezza onda incidente}} \cdot (1-|\Gamma|^2)$$

Trovo tutto in funzione di $|H_1|^+$.

$$\Rightarrow |H_3^+| = \sqrt{(1-|\Gamma|^2)} \cdot |H_1|^+$$

$$\| \quad P_T = (1-|\Gamma|^2) \cdot P_{inc.}$$

Si calcoli, se esiste, l'angolo (o gli angoli) di incidenza per il quale l'onda riflessa è nulla. (3)

Calcolo l'angolo di Brewster, può verificarsi in due modi:

(i) $\theta_{inc} = \theta_B$; come $\tan(\theta_B) = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)$, se e solo se:

(ii) $t_2 = 0$ se $\left(K_2 \cos(\theta_2)\, d\right) = n\pi$

Allora:

$$\theta_B = \arctg\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = 0{,}97 \approx 55{,}592 .$$

L'angolo di Brewster non è l'angolo incidente.

Infatti:

$$\frac{K_2 \cos(\theta_2)\, d}{\pi} \neq n \quad , \quad \text{poiché} \quad \frac{K_1 \cos(\theta_2)\, d}{\pi} = 482{,}632 ,$$

che non è un numero un numero naturale.

Non può esistere l'angolo di Brewster.

Γ sarà sempre $\neq 0$.

Compito di Campi Elettromagnetici del 26/02/2019

1) Data una guida rettangolare di sezione a= 10mm, b=7mm, si calcolino:
a) banda di monomodalità;
b) velocità di fase e velocità di gruppo alla frequenza di 20 GHz;
c) espressione analitica del campo magnetico a 20 GHz, considerando una sola onda progressiva e una potenza media di 1000 W;
d) valore dell'impedenza caratteristica del modo fondamentale a 20 GHz;
e) la costante di attenuazione del modo TE20, sotto taglio, alla frequenza di 20 GHz;
f) la sezione nella quale l'ampiezza della componente longitudinale del campo magnetico è la metà di quella trasversale.

a) Essendo $b > \frac{a}{2}$, la banda di monomodalità è tra la frequenza di taglio del TE_{10} e quella di taglio del TE_{01}

quindi

$$\left.\begin{aligned} f_{c\,TE_{01}} &= 21.414\ GHz \\ f_{c\,TE_{10}} &= 14.99\ GHz \end{aligned}\right] \text{BANDA DI MONOMODALITA'}$$

b) $$v_\varphi = \frac{\omega}{\beta} = 4.529 \cdot 10^8\ m/s$$

$$v_g = \frac{c_0^2}{v_\varphi} = \frac{d\omega}{d\beta} = 1.987 \cdot 10^8\ m/s$$

c) $$\frac{1}{2}|V^+|^2 \frac{1}{Z_0^{TE_{10}}} = 1000\ W \Rightarrow |V^+| = \sqrt{2 \cdot Z_0^{TE} \cdot 1000} = 1067\ V$$

$$\boxed{d)\ Z_0^{TE} = \frac{\omega\mu_0}{\beta} = 569.1\ \Omega}$$

dove $\beta = \sqrt{k_0^2 - (\pi/a)^2} = 277.5\ m^{-1}$

quindi

$$\underline{E} = \hat{y}\, V^+ \sqrt{\frac{2}{ab}} \sin\frac{\pi}{a}x\, e^{-j\beta z}$$

$$H_x = -E_y / Z_0^{TE_{10}}$$

$$H_z = \frac{1}{-j\omega\mu_0} \partial_x E_y = \frac{\pi/a}{-j\omega\mu_0} V^+ \sqrt{\frac{2}{ab}} \cos\frac{\pi}{a}x\, e^{-j\beta z}$$

e) $$\gamma_{20} = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{a}\right)^2 - k_0^2} = 468.07\ m^{-1}$$

f) $|H_z| = \frac{1}{2}|H_x|$: ciò accade per quei valori di $\bar{x}$ tali che

$$\left|\frac{1}{2}\frac{\beta}{\omega\mu_0} V^+ \sqrt{\frac{2}{ab}} \sin\frac{\pi}{a}\bar{x}\right| = \left|\frac{\pi/a}{\omega\mu_0} V^+ \sqrt{\frac{2}{ab}} \cos\frac{\pi}{a}\bar{x}\right| \quad \{0 \le \bar{x} \le a\}$$

quando cioè

$$\left|\tan\frac{\pi}{a}\bar{x}\right| = \frac{2\pi/a}{\beta} \Rightarrow \bar{x} = \frac{a}{\pi}\tan^{-1}\frac{2\pi/a}{\beta}$$

$$\bar{x}_1 = 3.676\ mm$$

$$\bar{x}_2 = 6.324\ mm$$

Una possibile variazione è quando l'angolo di incidenza è maggiore dell'angolo critico, in cui il calcolo del campo è più difficile

$1,1\cdot 10^{-3}$

$228,953$

Compito di Campi Elettromagnetici del 26/02/2019

2) Un'onda piana con polarizzazione TE di lunghezza d'onda 1 cm (nel vuoto), proveniente dal vuoto, incide con un angolo di 30° su una lastra di Teflon ($\varepsilon_r=2$) dello spessore di 2 cm. Si calcoli l'espressione analitica dell'onda nel dielettrico. Esiste un angolo di incidenza per il quale la riflessione è nulla e, in caso affermativo, quanto vale tale angolo?

d

a) Il coefficiente di riflessione per la pol. TE vale

$$\Gamma = \frac{Z_{in} - Z_1}{Z_{in} + Z_1} \quad \text{dove } Z_1 = \eta_1/\cos\vartheta_1 := \frac{377}{\sqrt{3}/2}\,\Omega = 435.32\,\Omega$$

$$Z_{in} = \eta_2/\cos\vartheta_2 \; \frac{\eta_1/\cos\vartheta_1 + j\,\eta_2/\cos\vartheta_2\, t_2}{\eta_2/\cos\vartheta_2 + j\,\eta_1/\cos\vartheta_1\, t_2}$$

dove $\vartheta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_{r1}}}{\sqrt{\varepsilon_{r2}}}\sin\vartheta_1\right) = 20.7°$

$$t_2 = \tan(\underbrace{k_0\sqrt{\varepsilon_{r2}}\cdot\cos\vartheta_2\, d}_{k_z\cdot d}) = 1.3$$

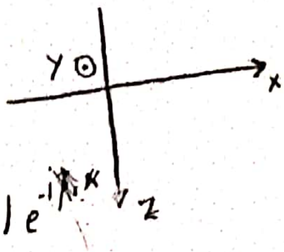
$$\eta_2/\cos\vartheta_2 = \frac{377\,\Omega}{\sqrt{\varepsilon_{r2}}}\cdot\frac{1}{\cos(20.7°)} = 284.98\,\Omega$$

vuoto	mezzo	ted vuoto
	100	D_t

Quindi: $Z_{in} = (236.8 - 99.8j)\,\Omega$

Assumendo il rif. di figura:

$$\Gamma = -0.267 - 0.188j$$



Nella regione 2

$$\underline{E}_2(x,y,z) = \hat{y}\left(E_2^+ e^{-j\beta_2 z} + E_2^- e^{+j\beta_2 z}\right) e^{-j\beta_x x}$$

$\beta_x = k_1 \operatorname{sen}(\vartheta_1)$

con $\beta_i = k_0\sqrt{\varepsilon_{ri}}\cos\vartheta_i = k_i\cos(\vartheta_i)$ $(i = 1, 2)$

$$H_{x2} = \frac{1}{-j\omega\mu_0}\nabla\times\underline{E}_2\Big|_x = \frac{-1}{-j\omega\mu_0}\partial_z E_{y2} = -\frac{\beta_2}{\omega\mu_0}\left(E_2^+ e^{-j\beta_2 z} - E_2^- e^{j\beta_2 z}\right)e^{-j\beta_x x}$$

$\beta_x = k_1 \operatorname{sen}(\vartheta_1)$

In $z=0$: $E_{y1} = E_{y2}$ e $H_{x1} = H_{x2}$ quindi

1° interfaccia → dentro mezzo

$z=d$

2° interfaccia → fuori mezzo

$$\begin{cases} E_1^+(1+\Gamma) = E_2^+ + E_2^- \\ \frac{\beta_1}{\omega\mu_0} E_1^+(1-\Gamma) = \frac{\beta_2}{\omega\mu_0}(E_2^+ - E_2^-) \end{cases}$$

$2E_2^+ = E_1^+ + E_1^- + \frac{\beta_1}{\beta_2}(E_1^+ - E_1^-)$

da cui si ricava:

$$\boxed{\begin{aligned} 2E_2^+ &= E_1^+\left[(1+\Gamma) + \frac{\beta_1}{\beta_2}(1-\Gamma)\right] \\ 2E_2^- &= E_1^+\left[(1+\Gamma) - \beta_1/\beta_2(1-\Gamma)\right] \end{aligned}}$$

con tutti i termini noti in funzione di E_1^+

L'espressione di H_z vale:

$$H_{z2} = \frac{1}{-j\omega\mu_0}\nabla\times\underline{E}_2\Big|_z = \frac{1}{-j\omega\mu_0}\partial_x E_{y2}$$

b) Non esiste un angolo di incidenza per il quale il coeff di riflessione a ciascuna interfaccia sia nullo.

D'altra parte, $\Gamma = 0$ quando $t_2 = 0$ cioè $k_2\cos\vartheta_2\, d = n\pi$

Campi Elettromagnetici del 25 marzo 2020

1) Data una guida rettangolare di sezione a= 13 mm, b=8 mm, si calcolino:

a) banda di monomodalità;
b) espressione analitica del campo elettromagnetico a 16 GHz, considerando una sola onda progressiva e una potenza media di 1 KW;
c) velocità di fase e velocità di gruppo a 16 GHz;
d) valore dell'impedenza caratteristica del modo fondamentale a 16 GHz;
e) costante di attenuazione del modo TE20, sotto taglio, alla frequenza di 16 GHz.
f) sezione, se esiste, nella quale il campo magnetico è polarizzato circolarmente, alla frequenza di 16 GHz;

---

2) Un'onda piana con polarizzazione TM alla frequenza di 1 GHz e densità di potenza 10 W/m^2, proveniente da un mezzo di permettività relativa $\varepsilon r=2$, incide con un angolo di 60° su un semispazio vuoto. Si calcolino:

a) espressione dell'onda trasmessa;
b) valore del campo elettromagnetico a 1 mm dalla superficie di separazione tra i due mezzi

Esame (25/03/2020)

1) Data una guida rettangolare di sezione a= 13 mm, b=8 mm, si calcolino:

a) banda di monomodalità;
b) espressione analitica del campo elettromagnetico a 16 GHz, considerando una sola onda progressiva e una potenza media di 1 KW;
c) velocità di fase e velocità di gruppo a 16 GHz;
d) valore dell'impedenza caratteristica del modo fondamentale a 16 GHz;
e) costante di attenuazione del modo TE20, sotto taglio, alla frequenza di 16 GHz.
f) sezione, se esiste, nella quale il campo magnetico è polarizzato circolarmente, alla frequenza di 16 GHz;

Soluzione:

(a) Essendo $b > \frac{a}{2}$ $\left(\text{infatti: } 8 > \frac{13}{2} \right)$, la banda di monomodalità sta tra $f_{c\,TE_{10}}$ e $f_{c\,TE_{01}}$

$$f_{c\,TE_{10}} = \frac{150}{a\,(mm)} = 11,53 \text{ GHz}$$

$$f_{c\,TE_{01}} = \frac{150}{b\,(mm)} = 18,75 \text{ GHz}$$

(c) $f = 16$ GHz

$$\omega = 32 \cdot \pi \, \cancel{GHz} \text{ rad/s} = 100,53 \cdot 10^9 \text{ rad/s}$$

$$v_\varphi = \frac{\omega}{\beta} = 0,433 \cdot 10^9 \text{ m/s}$$

$$\beta = \sqrt{K_0^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2} = \sqrt{\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2} = 232,35 \text{ m}^{-1}$$

$$K_0^2 = 112'390,3074 \ [m^{-1}]$$

$$K_0 = 335,24 \ [m^{-1}]$$

$$v_g = \frac{c_0^2}{v_\varphi} = 2,06 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

(d)
$$Z_0^{TE} = \frac{\omega \mu_0}{\beta} = 543,434 \ \Omega$$

$$Y_0^{TE} = 1,840 \cdot 10^{-3} \ \Omega^{-1}$$

(e)
$$\gamma_{20} = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{a}\right)^2 - K_0^2} = 348,152 \text{ m}^{-1}$$

(b) $P_{media} = \frac{1}{2} |V^+|^2 \cdot \frac{1}{Z_0^{TE_{10}}} = 1000$ W

$$\Rightarrow |V^+| = \sqrt{2 \cdot Z_0^{TE_{10}} \cdot 1000} = 1042,530 \text{ Volt}$$

Quindi:

$$\bar{E} = \hat{y}\left(|V^+| \sqrt{\frac{2}{ab}} \, sen\left(\frac{\pi}{a} x\right) e^{-j\beta z}\right) = E_y$$

$$\phi(x) = \sqrt{\frac{2}{ab}} \cdot sen\left(\frac{\pi}{a} x\right)$$

$$H_x = -\frac{E_y}{Z_0^{TE_{10}}} \hat{x} = -Y_0 \, V^+ \sqrt{\frac{2}{ab}} \, sen\left(\frac{\pi}{a} x\right) e^{-j\beta z} \hat{x}$$

$$H_z = \frac{-1}{j\omega\mu_0} \nabla \times \bar{E} \Big|_z = \frac{-1}{j\omega\mu_0} \partial_x E_y = -\frac{\pi/a}{j\omega\mu_0} V^+ \sqrt{\frac{2}{ab}} \cos\left(\frac{\pi}{a} x\right) e^{-j\beta z} \hat{z}$$

(f) Sezione: $\{0 \leq \bar{x} \leq a\}$

$\omega = 2\pi f = 32 \cdot \pi \cdot 10^9$ rad/s

Per la polarizzazione circolare:

$|H_x^+| = |H_z^+|$, ciò accade per quei valori di $\bar{x}$ tali che:

$$\left| -Y_0 V^+ \sqrt{\frac{2}{ab}} \, sen\left(\frac{\pi}{a}\bar{x}\right) \cancel{e^{-j\beta z}} \right| = \left| \frac{-\pi/a}{\cancel{j}\omega\mu_0} V^+ \sqrt{\frac{2}{ab}} \cos\left(\frac{\pi}{a}\bar{x}\right) \cancel{e^{-j\beta z}} \right|$$

$$Y_0 \, sen\left(\frac{\pi}{a}\bar{x}\right) = \frac{\pi/a}{\omega\mu_0} \cos\left(\frac{\pi}{a}\bar{x}\right)$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{a}\bar{x}\right) = \frac{\pi/a}{\omega\mu_0} Z_0 = \frac{\pi/a}{\omega\mu_0} \cdot \frac{\omega\mu_0}{\beta} = \frac{\pi/a}{\beta}$$

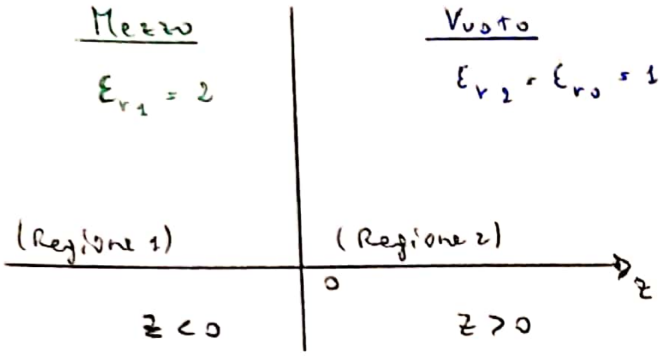
$$\Rightarrow \tan\left(\frac{\pi}{a}\bar{x}\right) = \frac{\pi}{a \cdot \beta}$$

$$\frac{\pi}{a}\bar{x} = arctg\left(\frac{\pi}{a \cdot \beta}\right) \Rightarrow \bar{x} = \frac{a}{\pi} arctg\left(\frac{\pi}{a\beta}\right) = 3,331 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$\bar{x}_1 = 3,331$ mm , $\bar{x}_2 = a - \bar{x}_1 = 9,669$ mm

Soluzione

(a) Valore dell'onda trasmessa.



$n_1 > n_2$, infatti: $\sqrt{\varepsilon_{r_1}} > \sqrt{\varepsilon_{r_2}} \Rightarrow \sqrt{2} > 1$

Allora calcolo l'angolo critico:

$\theta_c = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0,785 \text{ rad} \approx 45°$

L'angolo di incidente $\theta_{inc} = \theta_1 = \frac{\pi}{3} = 60°$.

Nella regione 1 è presente l'onda riflessa e l'onda incidente.

Nella regione 2 è presente l'onda trasmessa.

Analizzo l'angolo θ_2.

$\text{sen}(\theta_2) \geq 1$

$\theta_2 = \theta_{2R} + j\,\theta_{2I}$

$\theta_{2R} = \frac{\pi}{2} = 1,571 \text{ rad o } 45°$

$\theta_{2I} = \cosh^{-1}\left(\frac{n_1}{n_2}\,\text{sen}(\theta_1)\right) = \cosh^{-1}\left(\sqrt{2}\,\text{sen}(60°)\right) = 0,6586 \text{ rad}$

$z = d = 1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$, $\theta_2 = 1,571 + j\,0,6586$

$\Gamma = \dfrac{z_{IN} - z_1}{z_{IN} + z_1} \Rightarrow |\Gamma| = 1$, essendoci l'angolo critico.

Avendo la densità di potenza, l'ampiezza del campo magnetico, vale:

$$H_y = \sqrt{2\,\frac{1}{\eta_1}\,P} = \sqrt{\frac{2}{\eta_1}\,10} = 0,274 \left[\frac{A}{m}\right]$$

$$\eta_1 = \eta_0 / n_1 = \frac{377}{\sqrt{2}} = 266,579$$

$$\Gamma = \frac{Z_{IN} - Z_1}{Z_{IN} + Z_1}$$

$$Z_1^{TM} = \eta_1 \cdot \cos(\theta_1) = 133,2895 \ [\Omega]$$

$$Z_{IN}^{TM} = \eta_2 \cos(\theta_2) \cdot \frac{\eta_1 \cos(\theta_1) + j\eta_2 \cos(\theta_2) t_2}{\eta_2 \cos(\theta_2) + j\eta_1 \cos(\theta_1) t_2} \ [\Omega]$$

$$\eta_1 = 266,579 \ [\Omega]$$

$$\eta_2 = \eta_0 = 377 \ [\Omega]$$

$$t_2 = \tan(k_0 n_2 \cos(\theta_2) d) = \tan(k_0 \cos(\theta_2) d)$$

$$\cos(\theta_2) = \cos(\theta_{2R}) \cdot \cos(j\theta_{2I}) - \operatorname{sen}(\theta_{2R}) \operatorname{sen}(j\theta_{2I}) =$$

$$= \cos(\theta_{2R}) \cdot \cosh(\theta_{2I}) - j \operatorname{sen}(\theta_{2R}) \operatorname{senh}(\theta_{2I}) =$$

$$= 0 - j0,708 = -j \operatorname{senh}(\theta_{2i})$$

$$\eta_2 \cos(\theta_2) = -j266,539 \ \Omega$$

$$t_2 = \tan(jx) = \frac{\operatorname{sen}(jx)}{\cos(jx)} = j\frac{\operatorname{senh}(x)}{\cosh(x)}$$

$$jx = k_0 \cos(\theta_{2I}) d = -j0,707 \cdot k_0 \cdot d.$$

finire i conti

Test Campi Elettromagnetici del 04 giugno 2020

1) Data una guida rettangolare di sezione a= 7.112 mm, b=3.556 mm, si calcolino:

a) banda di monomodalità;
b) espressione analitica del campo elettromagnetico a 40 GHz, considerando una sola onda progressiva e una potenza media di 5 KW;
c) valore dell'impedenza caratteristica del modo fondamentale a 40 GHz;
d) il valore e la posizione del massimo di campo magnetico a 40 GHz
e) velocità di fase e velocità di gruppo a 40 GHz;
f) costante di attenuazione del modo TE10 alle frequenze di 25 e 40 GHz, assumendo che il conduttore sia Ag;
g) sezioni, se esistono, nelle quali il campo magnetico è polarizzato circolarmente;

2) Un'onda piana con polarizzazione TM alla frequenza di 5000 MHz e densità di potenza 100 W/m² incide con un angolo di 60° su una lastra di teflon (εr=2) dello spessore di 1 cm. Si calcolino:

a) espressione dell'onda riflessa;
b) densità di potenza trasmessa;
c) se esiste, l'angolo di incidenza per il quale la riflessione è nulla indipendentemente dallo spessore del dielettrico.

Esercizio (1) :

(a) Dato che $b \leq a$, la banda di monomodalità è compresa tra: $f_{c\,TE_{10}}$ e $f_{c\,TE_{20}}$.

$$f_{c\,TE_{10}} = 21,091 \text{ GHz}$$

$$f_{c\,TE_{20}} = 42,182 \text{ GHz}$$

(e) $f = 40$ GHz

$$\omega = 80 \cdot \pi \cdot 10^{3} \; [rad/s]$$

$$\beta = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2} \quad [m^{-1}]$$

$$k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 - [m^{-2}] \quad , \quad k_0 = 838,117$$

$$= 702'439,4213 \; m^{-2}$$

$$\Rightarrow \beta = 712,643 \; m^{-1}$$

$$v_\varphi = \frac{\omega}{\beta} = 0,35267 \cdot 10^{9} \; m/s$$

$$v_g = \frac{c_0^2}{v_\varphi} = \cancel{\quad} \; 0,2552 \; m/s$$

(e) $$Z_0^{TE} = \frac{\omega \mu_0}{\beta} = 442,953 \; \Omega$$

(b) $$P_{media} = 5 \cdot 10^{3} \; W$$

$$P_{media} = \frac{1}{2} |V^+| \cdot \frac{1}{Z_0^{TE_{10}}} \Rightarrow \frac{1}{2} |V^+| \frac{1}{Z_0^{TE_{10}}} = 5'000$$

$$|V^+| = \sqrt{2 \cdot 5'000 \cdot Z_0^{TE_{10}}} =$$

$$= 2'104,6449 \; V$$

Scansionato con CamScanner

Quindi:

$$\bar{E} = \hat{y}\left(V^{+} \sqrt{\frac{2}{ab}} \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-j\beta z}\right) = E_y$$

$$H_x = -\frac{E_y}{Z_0^{TE_{10}}}\hat{x} = -Y_0 V^{+}\sqrt{\frac{2}{ab}} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-j\beta z}\hat{x}$$

$$H_z = -\frac{1}{j\omega\mu_0} \nabla\times\bar{E}\Big|_z = \frac{-1}{j\omega\mu_0}\partial_x E_y =$$

$$= -\frac{\pi/a}{j\omega\mu_0} V^{+}\sqrt{\frac{2}{ab}} \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-j\beta z}\hat{z}$$

(f) ~~$\alpha_d (f = 40\,GHz, Ag) = \sqrt{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 - k_0^2 [\varepsilon_r - 1]}$~~

$\sigma(Ag) = 6,1 \cdot 10^7\ S/m$

$(f = 40\,GHz)\ \delta = \dfrac{1}{\sqrt{\pi f \mu_0 \sigma}} = 3,22 \times 10^{-7}\ [m]$, $(f = 25\,GHz)$, $\delta = 3,658 \cdot 10^{-7}\ [m]$

$(f = 40\,GHz)\ R_s = \dfrac{1}{\sigma \cdot \delta} = 0,0510\ [\Omega]$, $(f = 25\,GHz)$, $R_s = 0,0448\ [\Omega]$

$$\alpha_c = Z_0 R_s \left((Y_0)^2 \frac{2}{b} + \left(\frac{\pi/a}{\omega\mu_0}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{b} + \left(\frac{2}{a}\right)\right)\right)$$

$$(f = 40\,GHz)\ \alpha_c = \frac{R_s}{a^3 b \beta k \eta} \cdot \left(2b\pi^2 + a^3 k_0^2\right) = 0,057\ [Np/m]$$

$$(f = 25\,GHz)\quad \alpha_c = \frac{R_s}{a^3 b \beta k \eta} \cdot \left(2b\pi^2 + a^3 k_0^2\right) =$$

$$= 0,105\ [Np/m]$$

(g) $|H_x(\bar{x}_m, y, z)| = |H_z(\bar{x}_m, y, z)|$

$$\left| -Y_0 V^+ \sqrt{\frac{2}{ab}} \, \mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{a}\bar{x}\right) e^{-j\beta z} \right| = \left| -V^+ \frac{\pi/a}{j\omega\mu_0} \sqrt{\frac{2}{ab}} \cos\left(\frac{\pi}{a}\bar{x}\right) e^{-j\beta z} \right|$$

$$Y_0 \, \mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{a}\bar{x}\right) = \frac{\pi/a}{\omega\mu_0} \cos\left(\frac{\pi}{a}\bar{x}\right)$$

$$\mathrm{Tan}\left(\frac{\pi}{a}\bar{x}\right) = \frac{\pi/a}{\omega\mu_0} Z_0 = \frac{\pi/a}{\omega\mu_0} \cdot \frac{\omega\mu_0}{\beta} = \frac{\pi/a}{\beta}$$

$$\Rightarrow \tan\left(\frac{\pi}{a}\bar{x}\right) = \frac{\pi}{a \cdot \beta}$$

$$\frac{\pi}{a}\bar{x} = \mathrm{arctg}\left(\frac{\pi}{a\cdot\beta}\right) \Rightarrow \bar{x}_1 = \frac{a}{\pi} \cdot \mathrm{arctg}\left(\frac{\pi}{a\cdot\beta}\right) =$$

$$= 1{,}256 \cdot 10^{-3} \, m =$$

$$= 1{,}256 \, mm$$

$$\begin{cases} \bar{x}_2 = 1{,}256 \, mm \\ \bar{x}_2 = a - \bar{x}_1 = 5{,}856 \, mm \end{cases}$$

(c) Il campo ~~magnetico~~ elettrico max, a 40 GHz, è:

$$E_{y\,max} = \left(x = a/2, y, z\right) = |V^+| \sqrt{\frac{2}{ab}} =$$

$$= 591'857{,}396 \, [V/m]$$

$$H_{x\,max} = \left(x = a/2, y, z\right) = -Y_0 E_y = -\frac{E_y}{Z_0} =$$

$$= 1'336{,}163 \, [A/m]$$

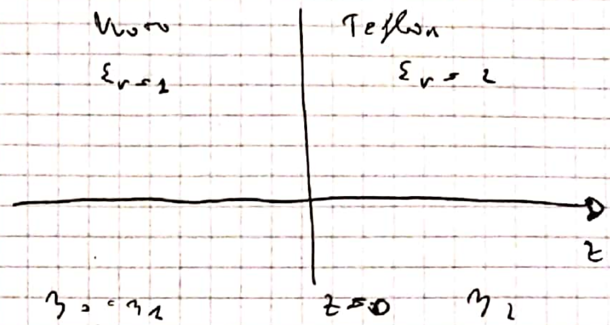
Campi Elettromagnetici

Esercizio (2):

$1\,cm = 10^{-2}\,m$

$\theta_1 = 60°$

$f = 5\cdot 000\,MHz = 5\,GH$



$$\Gamma = \frac{Z_{IN} - Z_1}{Z_{IN} + Z_1}$$

$$Z_1^{TM} = \eta_1 \cos(\theta_1) = \eta_0 \cos(60°) = 188,5\ [\Omega]$$

$$\eta_0 = 377\ [\Omega]$$

$$Z_{IN}^{TM} = \eta_2 \cos(\theta_2) \cdot \frac{\eta_1 \cos(\theta_1) + j\,\eta_2 \cos(\theta_2)\, t_2}{\eta_2 \cos(\theta_2) + j\,\eta_1 \cos(\theta_1)\, t_2}\ [\Omega]$$

Per Snell: $\quad (n_1 = 1, \quad n_2 = \sqrt{2})$

$$n_1 \,\mathrm{sen}(\theta_1) = n_2\,\mathrm{sen}(\theta_2)$$

$$\theta_2 = \mathrm{arcsen}\left(\frac{n_1}{n_2}\,\mathrm{sen}(\theta_1)\right) = 37,761° \qquad k_2 = k_0 \cdot n_2$$

$$\eta_2 \cos(\theta_2) = \frac{\eta_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} \cos(\theta_2) = 210,750\ [\Omega] \quad , \cos(\theta_2) = 0,791$$

$$t_2 = \tan(k_2 \cos(\theta_2)\, d) = \cancel{\dots}\ \cancel{2,2792}\ 2,373$$

$$k_0 = \omega \cdot \sqrt{\mu_0 \cdot \varepsilon_0} = 104,765\ [m^{-1}]$$

$$Z_{IN}^{TE} = 210,750 \cdot \frac{188,5 + j\,500,110}{210,750 + j\,447,311} = 210,750 \cdot \frac{534,455\, e^{j1,2103}}{494,472\, e^{j1,1304}} =$$

$$= 227,7912\, e^{0,0799} = 227,0645 + j(18,1811)\ [\Omega]$$

$$\Gamma = \frac{39,2912 + j(18,1811)}{416,2912 + j(18,1811)} = \frac{43,2937 \cdot e^{j0,4334}}{416,6880 \cdot e^{j0,0436}} =$$

$$= 0,1038 \cdot e^{j0,3898} = 0,0960 + j(0,0394).$$

L'espressione dell'onda riflessa è:

$$\bar{H}_{1y}(x,y,z) = \cancel{\quad} -\Gamma H_{1y}\left[e^{+jk_1\cos(\theta_1)z}\, e^{-jk_{1}\,sen(\theta_1)x}\right]\hat{y}$$

$$E_{1x}(x,y,z) = \frac{1}{j\omega\varepsilon_0}\,\nabla\times\bar{H}_1\Big|_x = \left(\frac{1}{j\omega\varepsilon_0}\cdot\left(-\partial_z H_{1y}\right)\right)\hat{x} =$$

$$= \frac{jk_1\cos(\theta_1)}{j\omega\varepsilon_0}\,\Gamma H_{1y}\left[e^{+jk_1\cos(\theta_1)z}\, e^{-jk_1\,sen(\theta_1)x}\right]\hat{x}$$

$$E_{1z}(x,y,z) = \frac{1}{j\omega\varepsilon_0}\,\nabla\times\bar{H}_1\Big|_z = \left(\frac{1}{j\omega\varepsilon_0}\cdot\left(\partial_x H_{1y}\right)\right)\hat{z} =$$

$$= \frac{-jk_1\,sen(\theta_1)}{j\omega\varepsilon_0}\cdot\left(-\Gamma H_{1y}\left[e^{+jk_1\cos(\theta_1)z}\, e^{-jk_1\,sen(\theta_1)x}\right]\right.\hat{z}$$

$$\bar{E}_1 = \frac{1}{j\omega\varepsilon_0}\,\nabla\times\bar{H}_1 = \frac{1}{j\omega\varepsilon_0}\left(-\partial_z H_{1y}\,\hat{x} + \partial_x H\,\hat{z}\right)$$

La densità di potenza trasmessa in direzione z, vale:

$$P_{Trasmessa} = \left(1-|\Gamma|^2\right)P_{incidente} =$$

$$= \left(1-|\Gamma|^2\right)\cdot 100 \;\left[W/m^2\right]$$

$$= \left(1-(0,010)\right)\cdot 100 =$$

$$= 0,990\cdot 100 = 99,0\;\left[W/m^2\right]$$

Scansionato con CamScanner

L'angolo di incidenza per il quale la riflessione è nulla è l'angolo di Brewster.

$$\theta_{inc} = \theta_B = \tan^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \cancel{48,352°}\ 54,7356°$$

$\downarrow$

Angolo di Brewster

Può esistere se e solo se:

t_2 (~~almeno~~ della spessore del dielettrico) $= n\pi$

$\tan(k_2 \cos(\theta_2)) = n\pi$

$\tan(k_0 n_2 \cos(\theta_2)) = n\pi$

Il nostro angolo di incidenza è comunque diverso dall'angolo di Brewster. Non c'è riflessione totale ed il coefficiente Γ è ~~diverso~~ diverso da zero, come in realtà è.