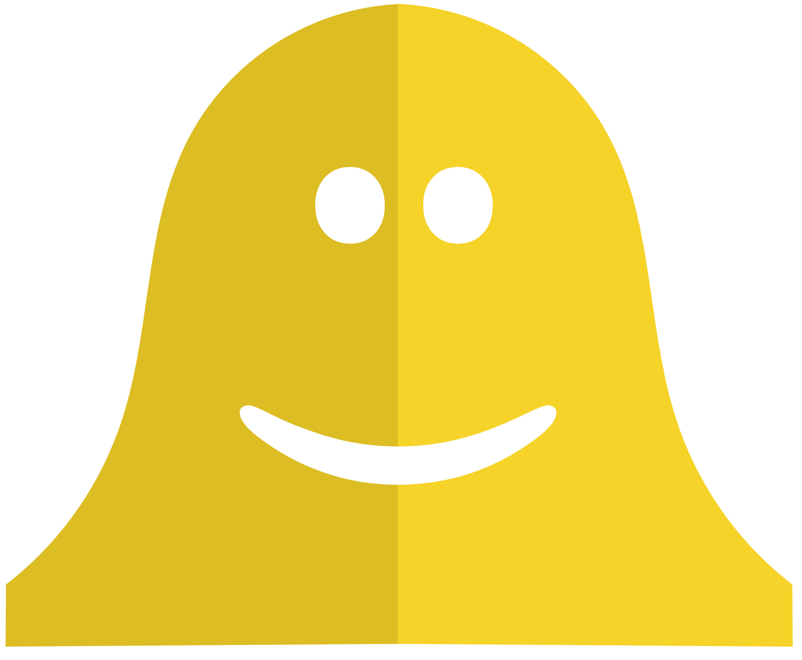
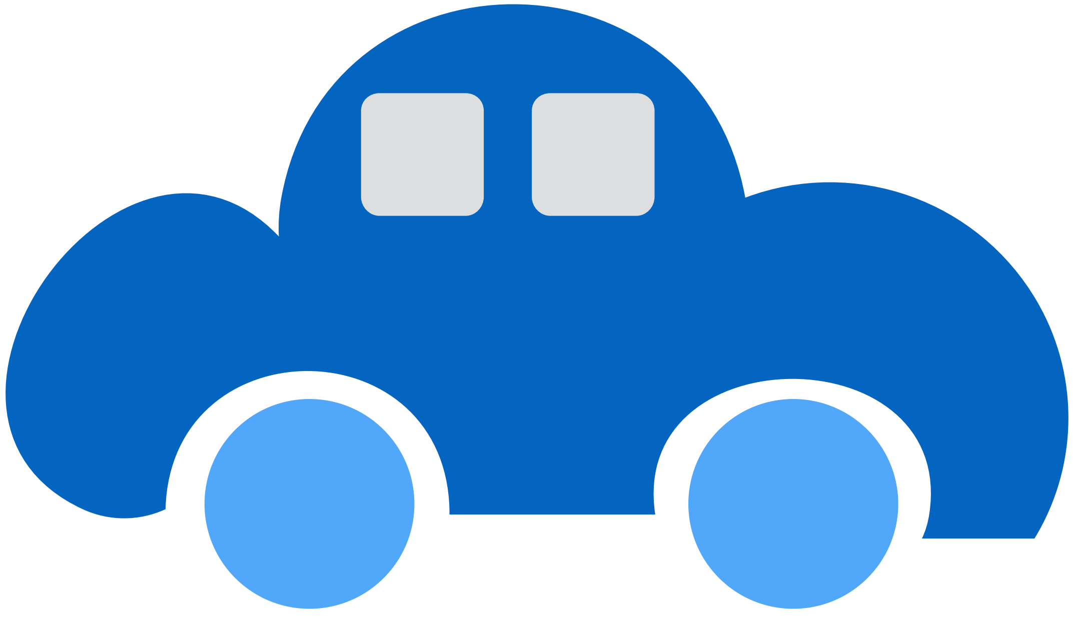
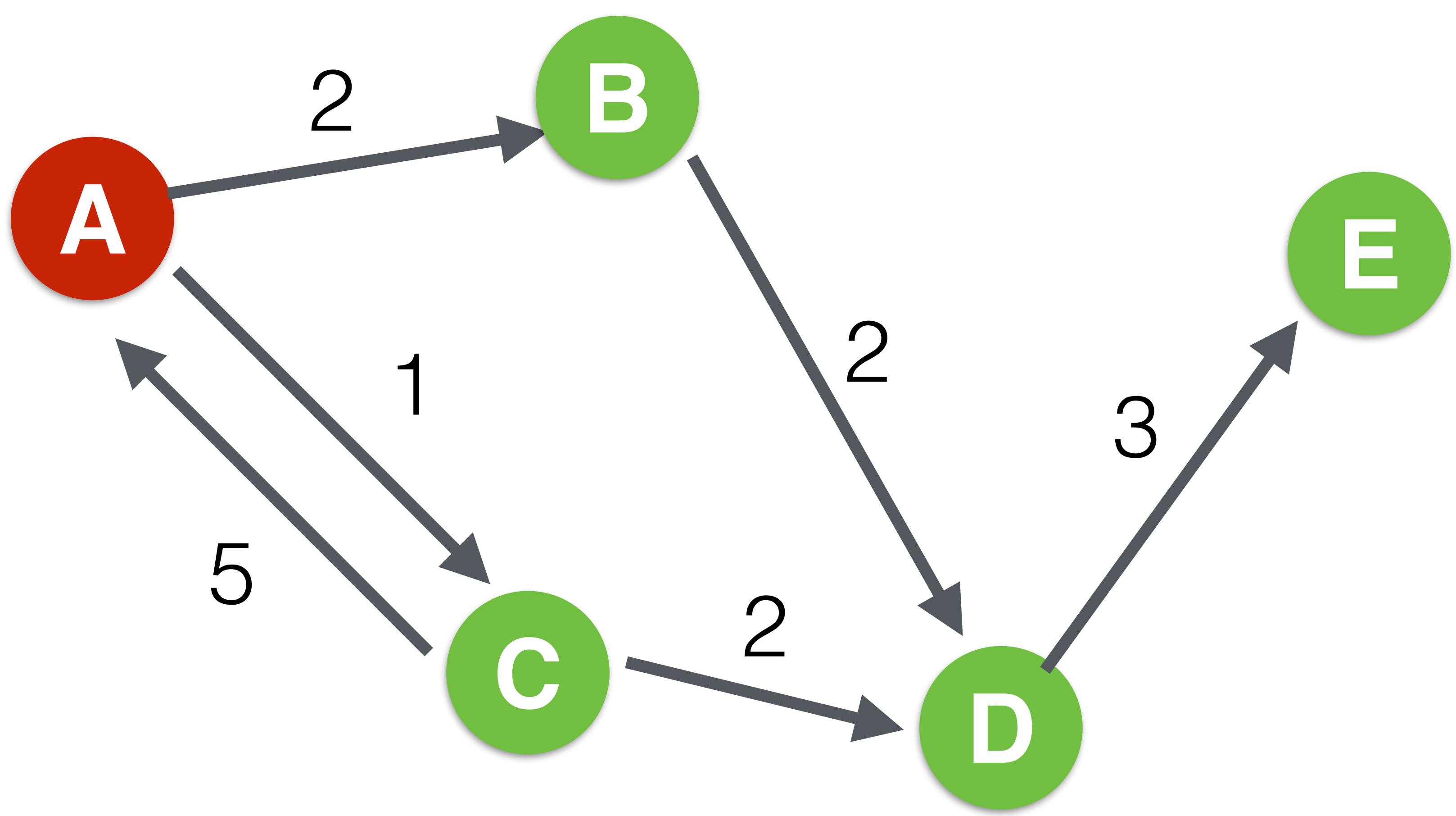
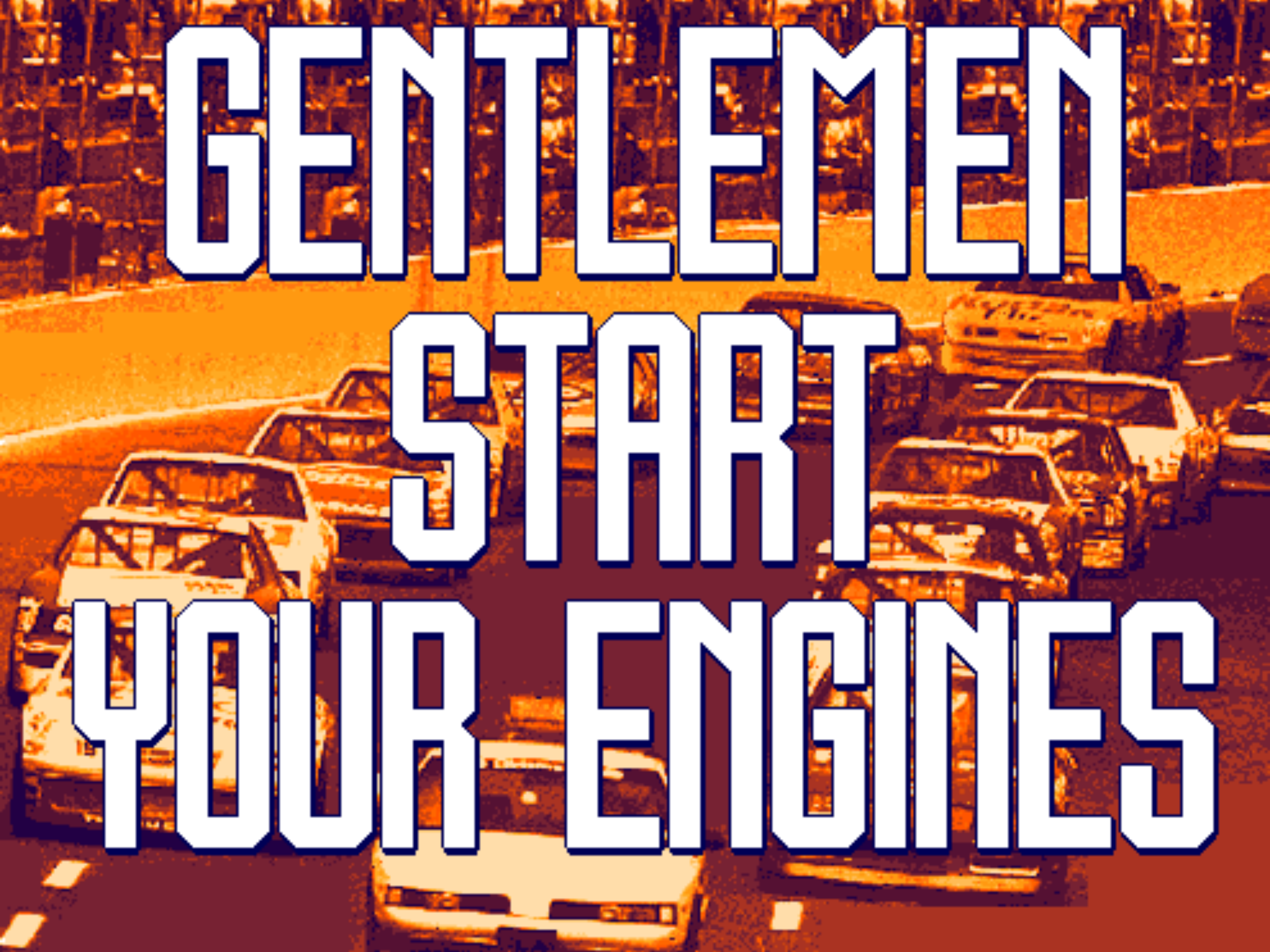


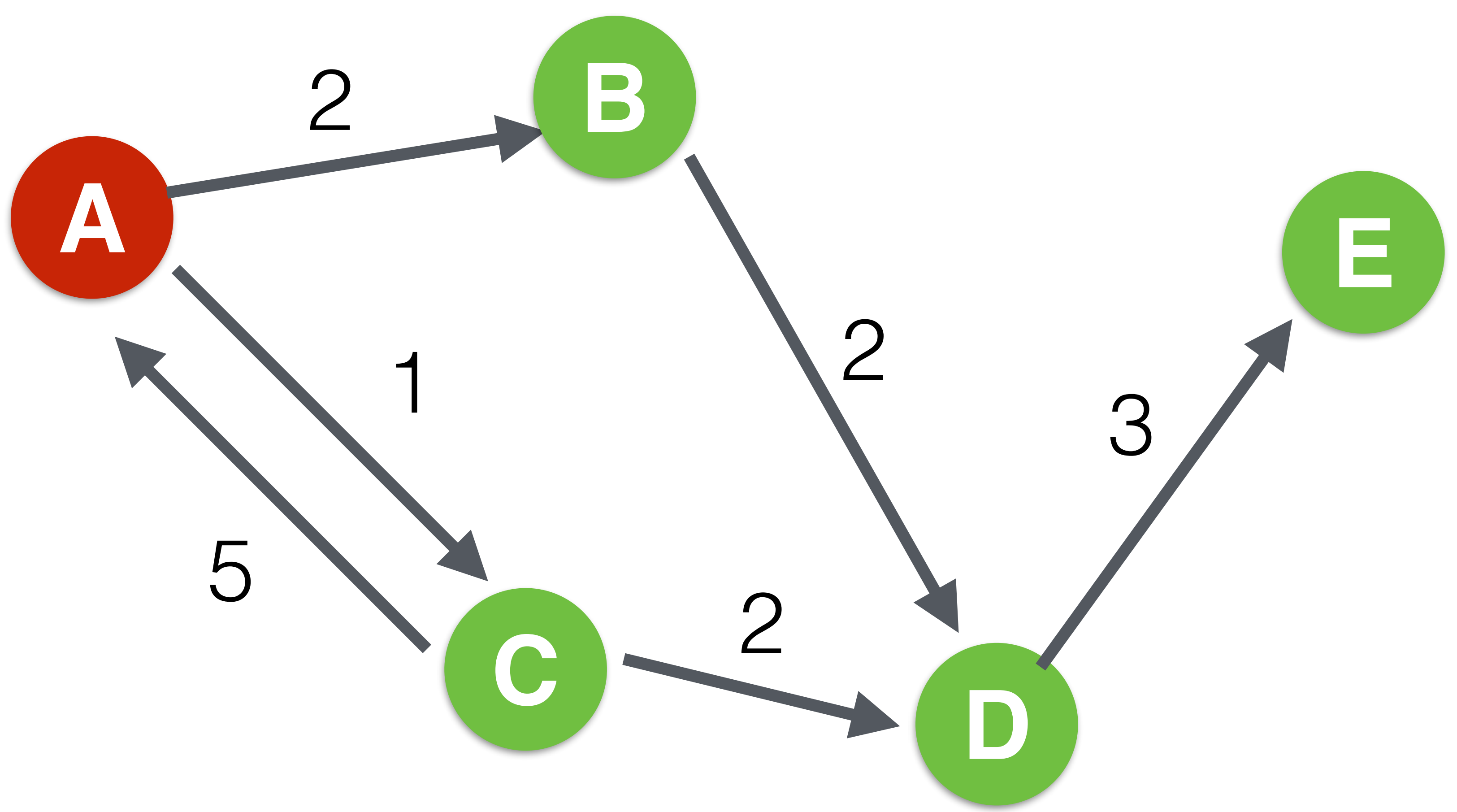


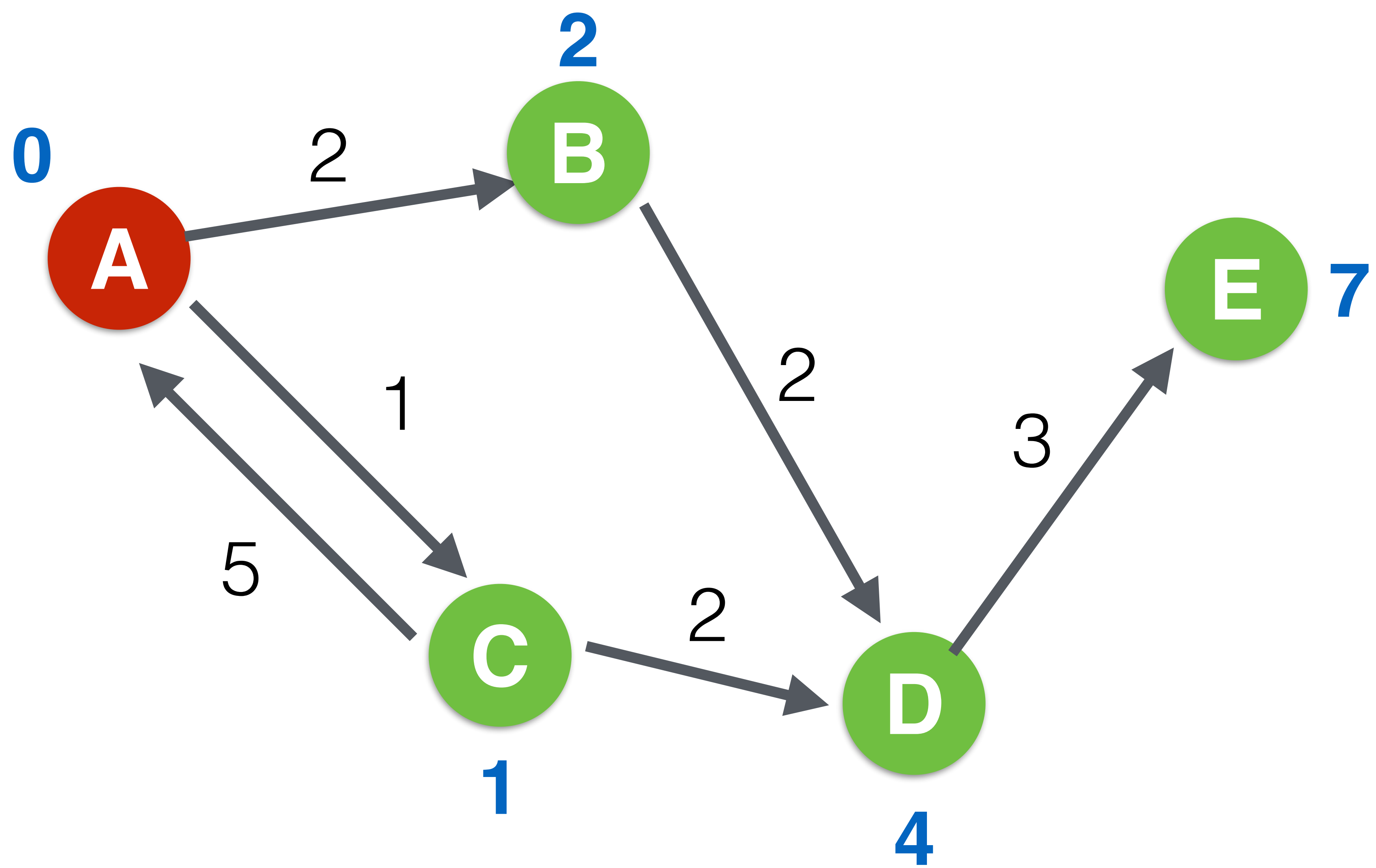
Relajo ejes
en algún orden
mientras puedo

¿Caminos de longitud 0?

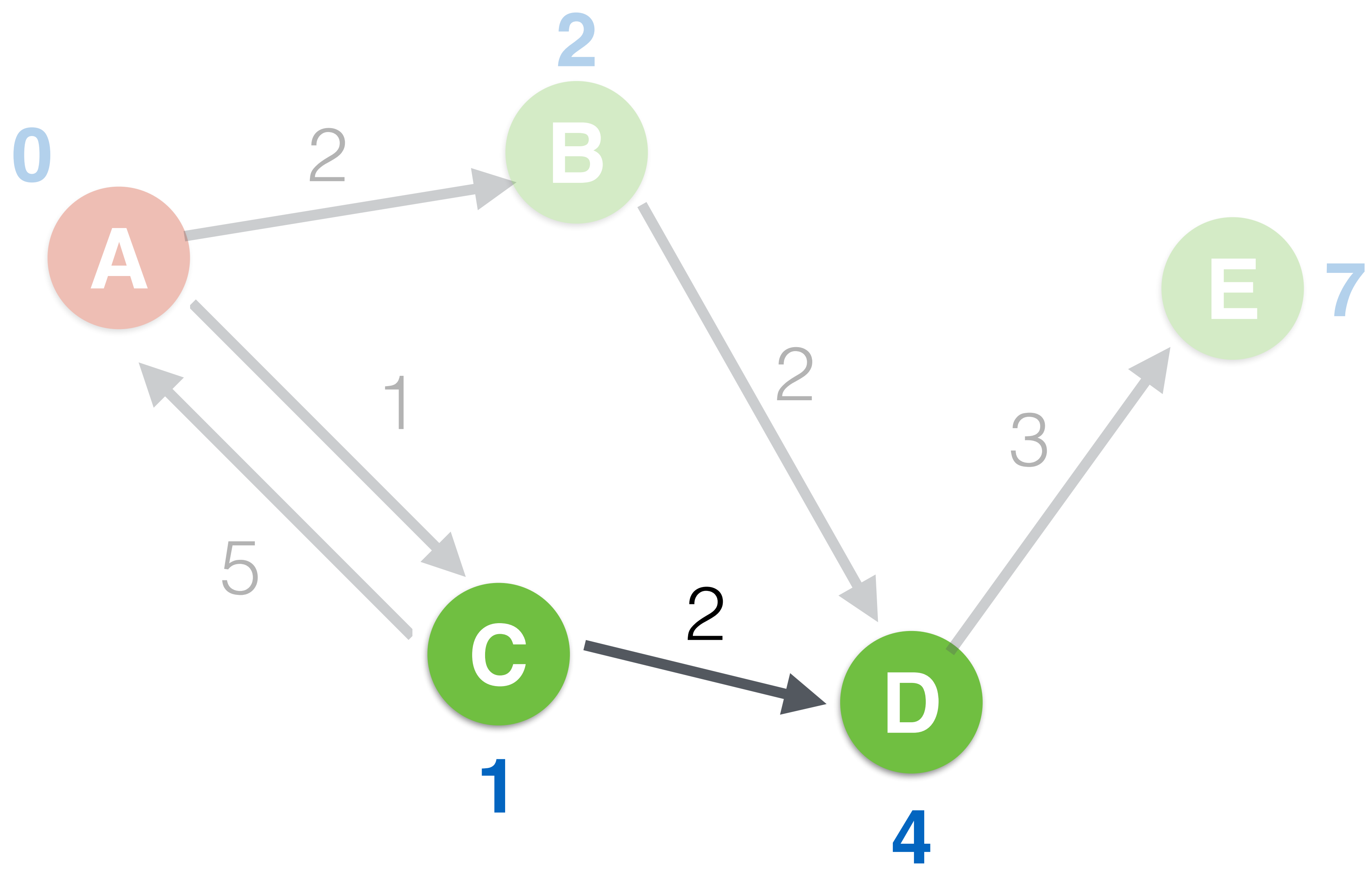



GENTLEMEN
START
YOUR ENGINES

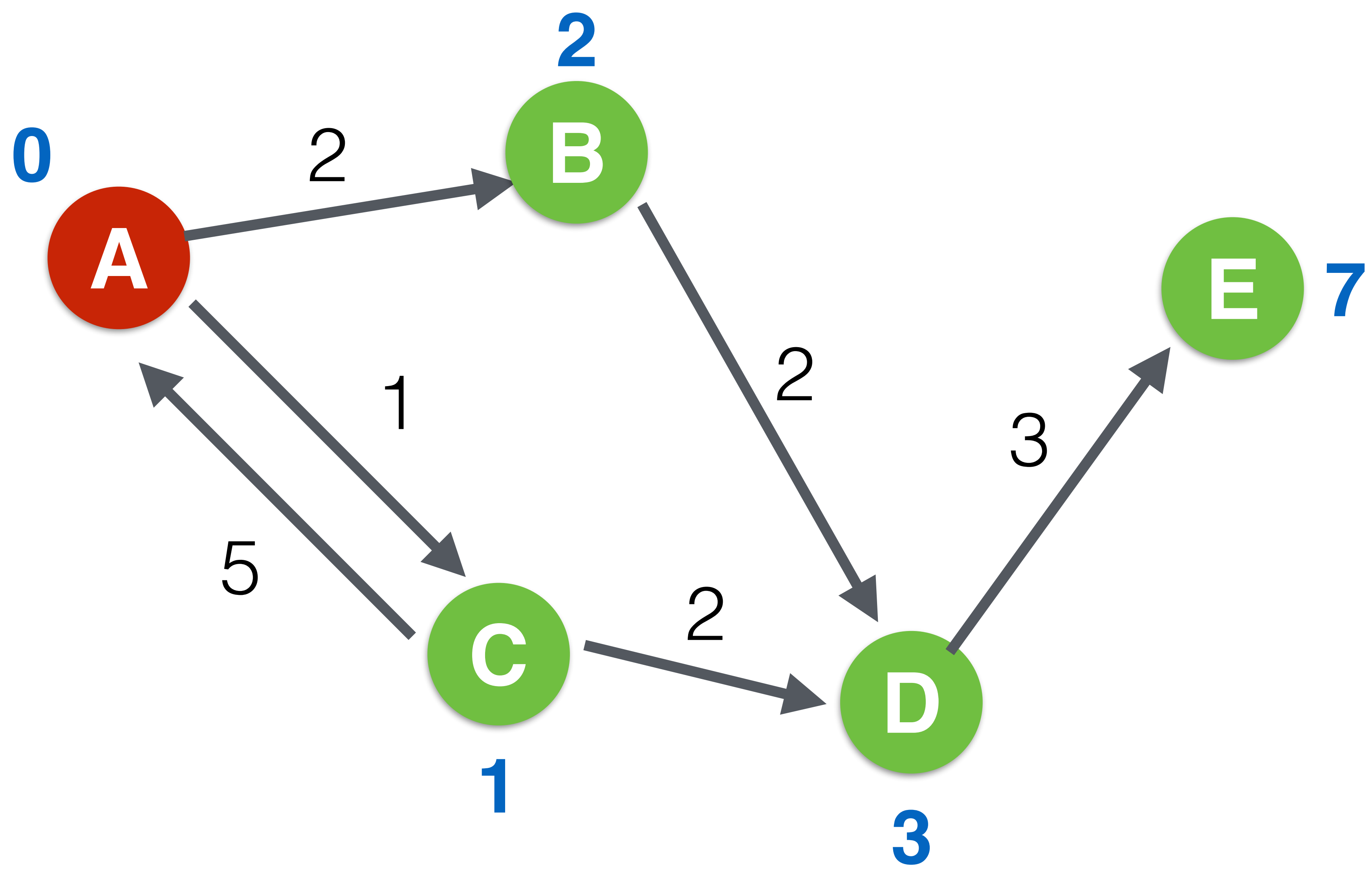

A
B
C
D
E
2
1
5
2
2
3

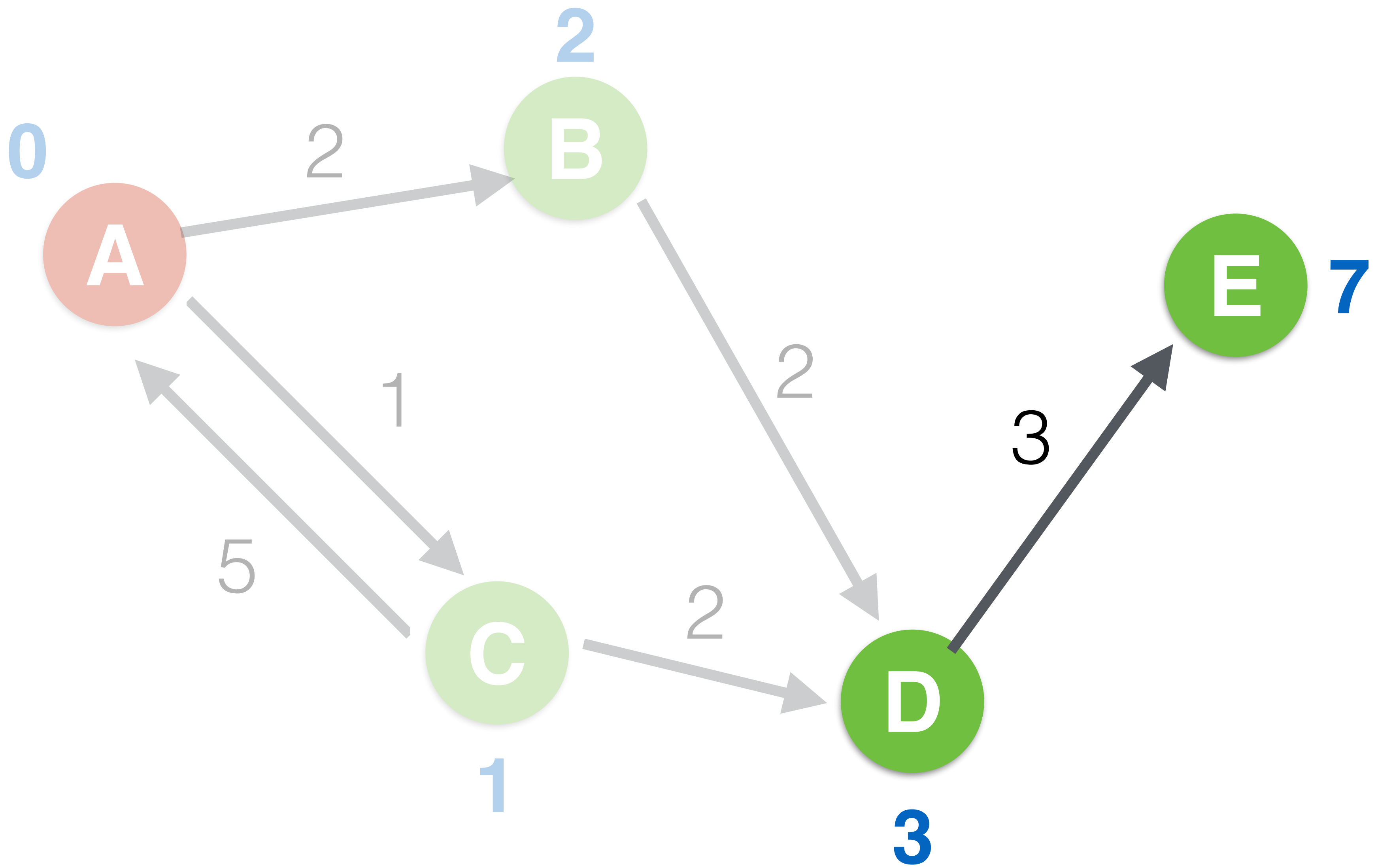


2
0
2
B
A
E
7
1
2
3
5
C
2
D
1
4

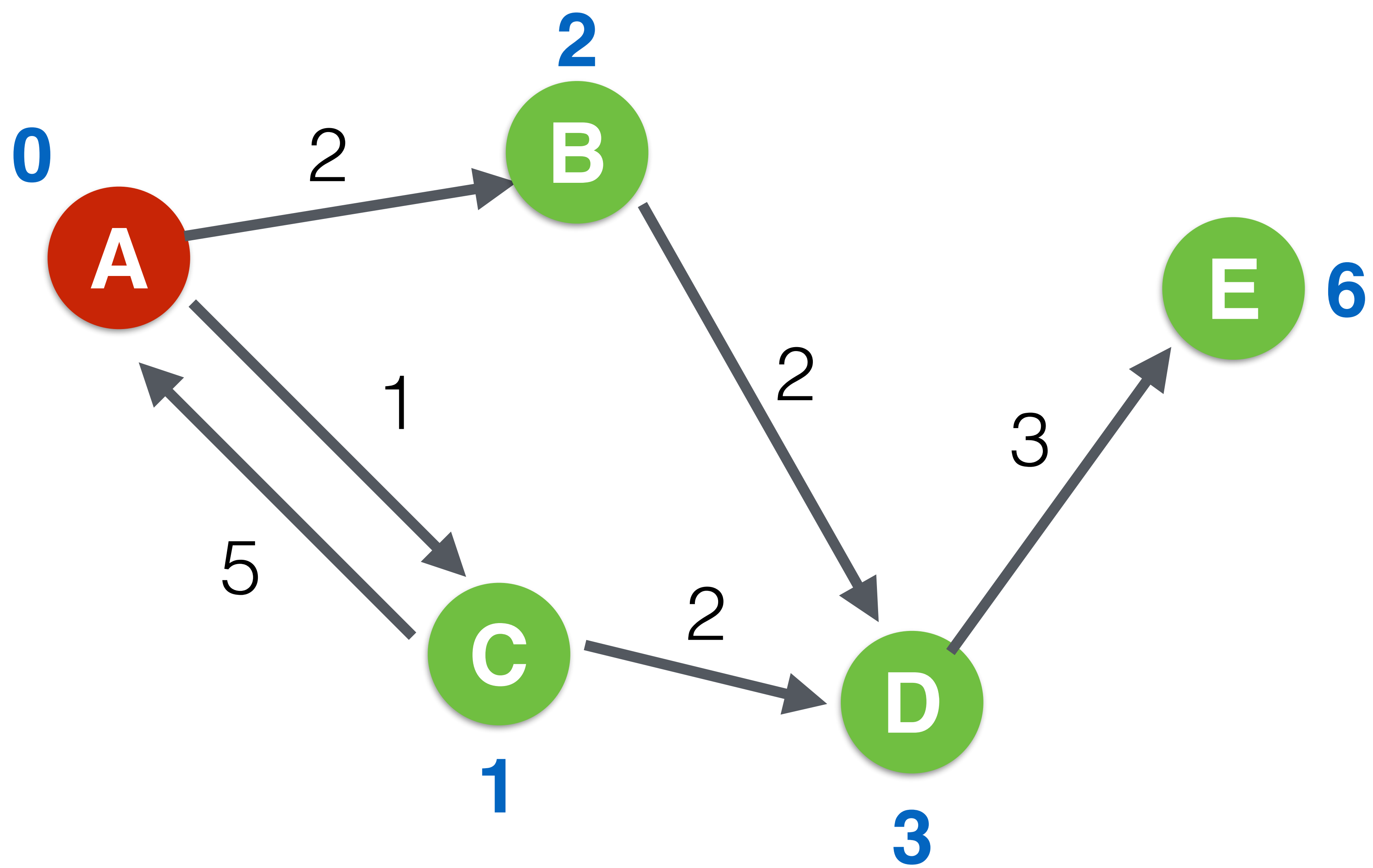


2
0
2
B
A
E
7
1
2
3
5
2
C
D
1
4


0
A
2
B
2
1
5
C
1
2
2
D
3
3
E
7

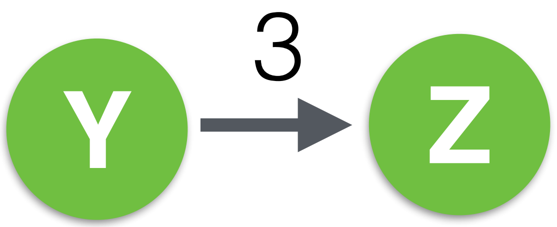


0
A
2
B
2
1
5
C
1
2
2
D
3
3
E
7

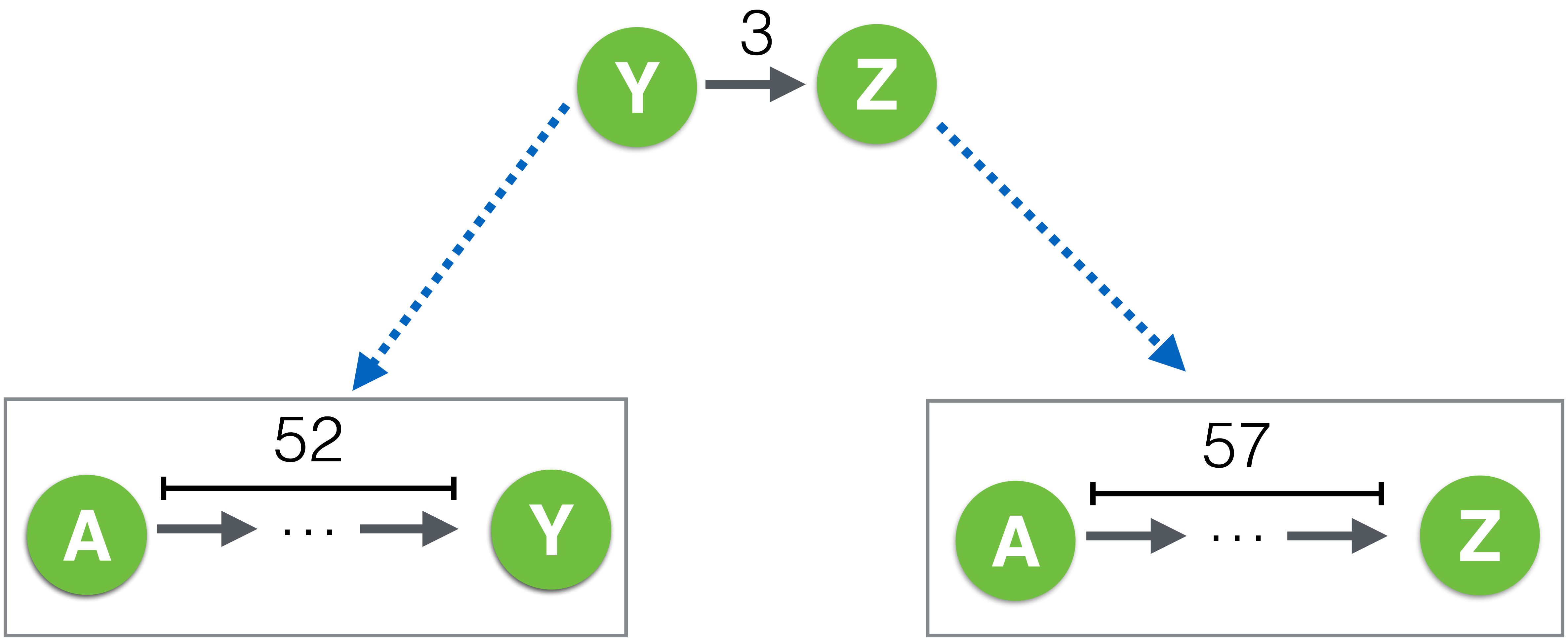


0
A
2
2
B
1
5
C
1
2
2
D
3
3
E
6

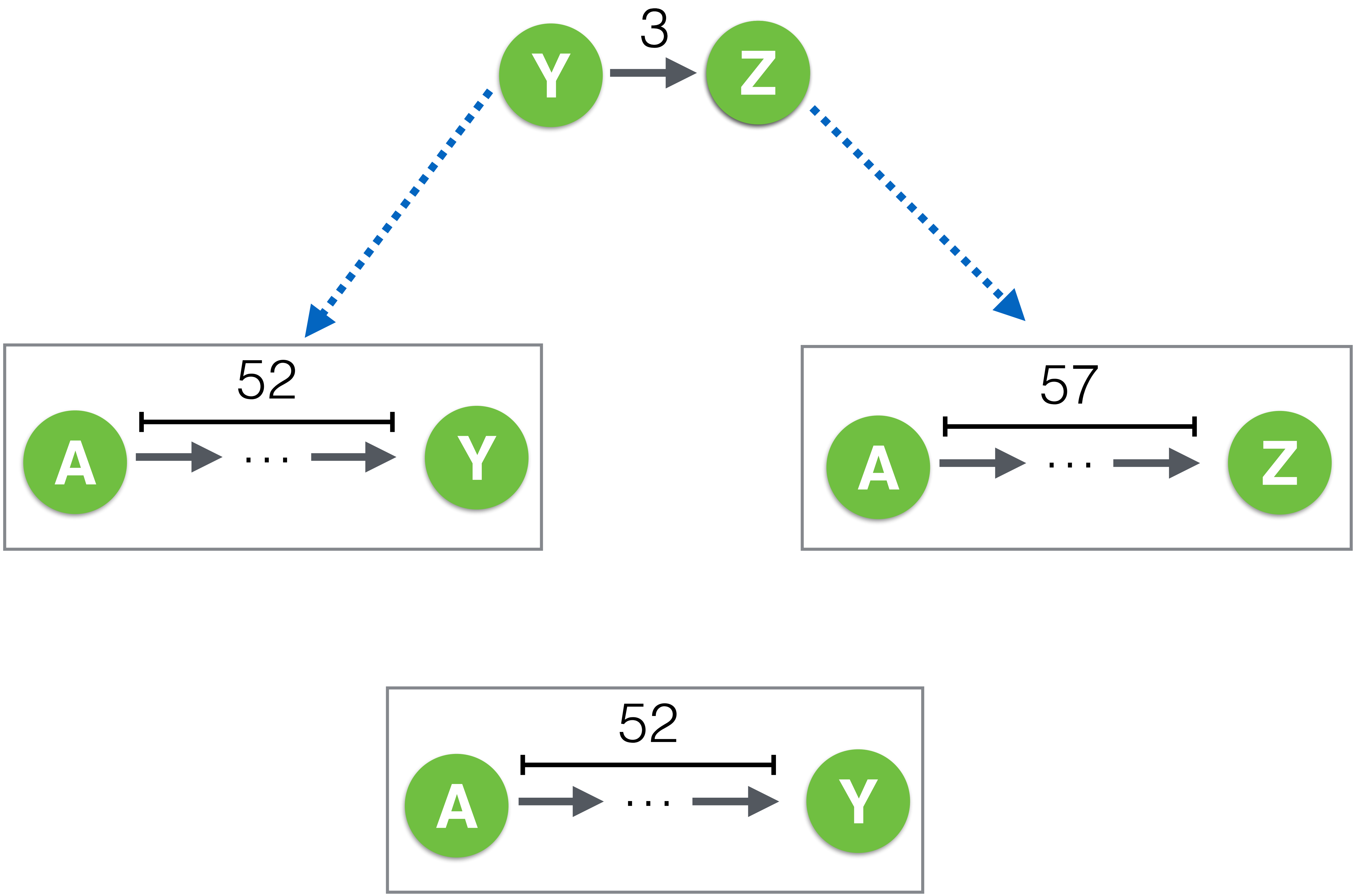
Relajar un eje



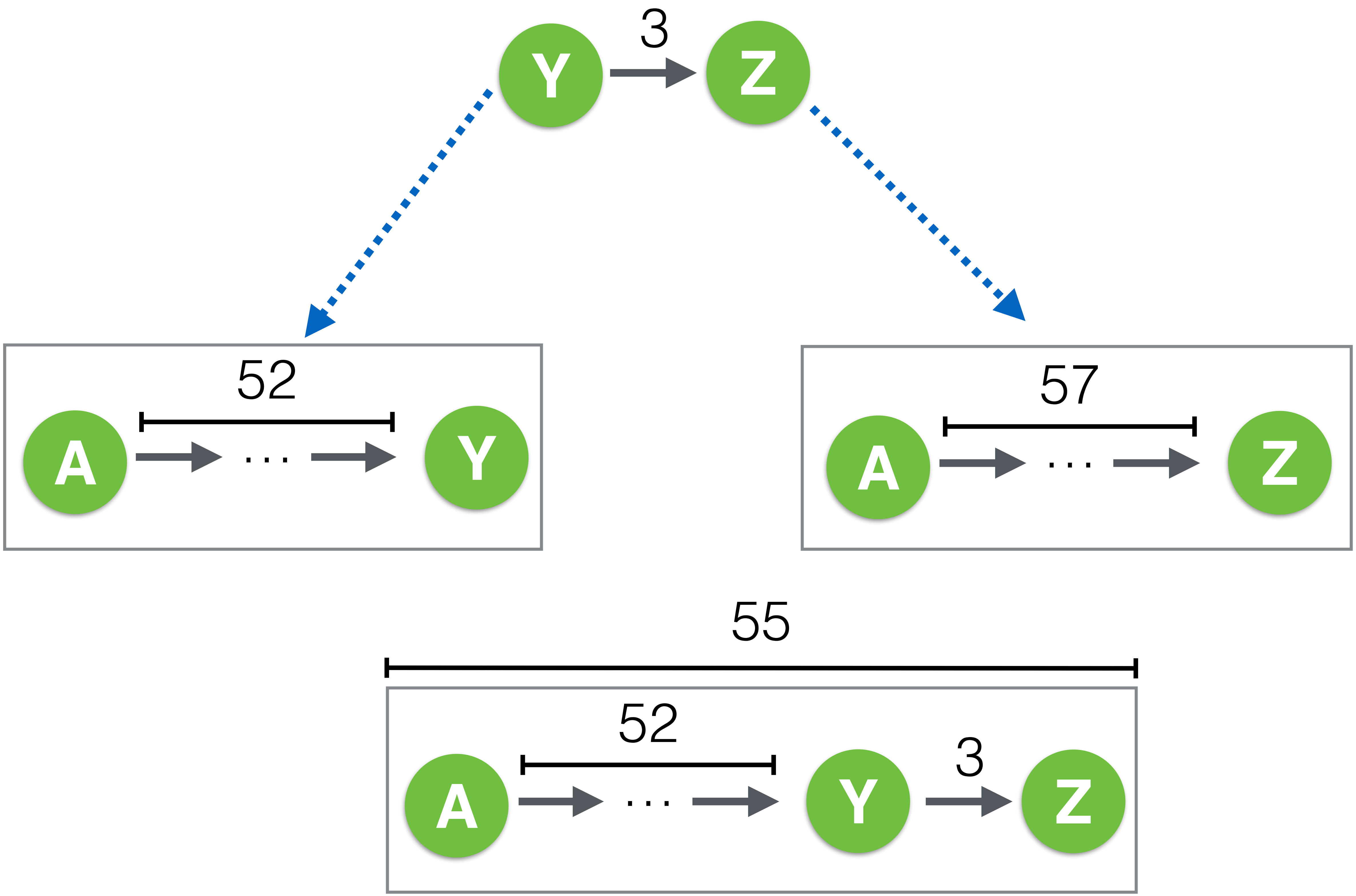
Y
3
Z



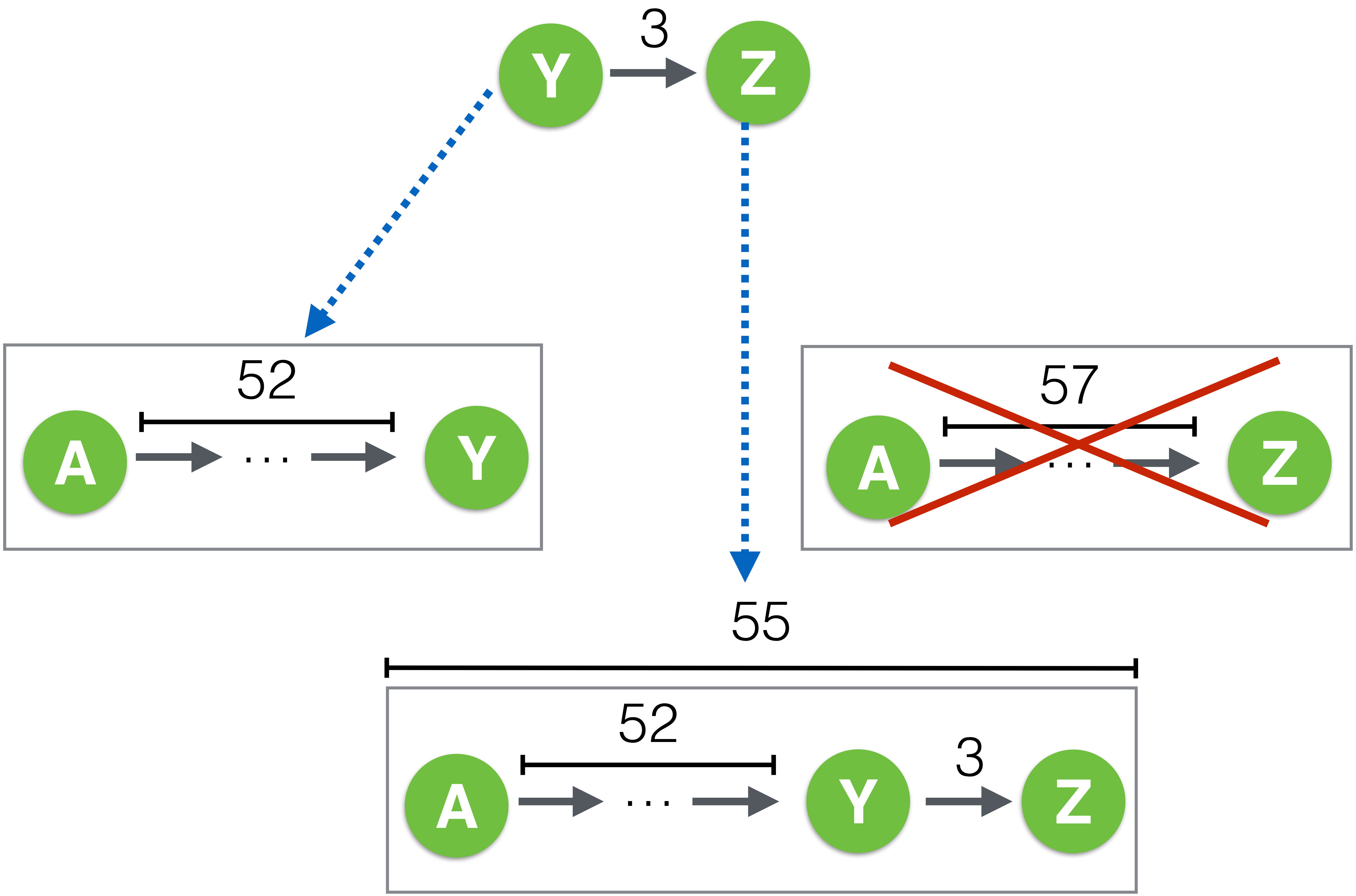
3
Y
Z
52
A
Y
57
A
Z



3
Y
Z
52
A
Y
57
A
Z
52
A
Y

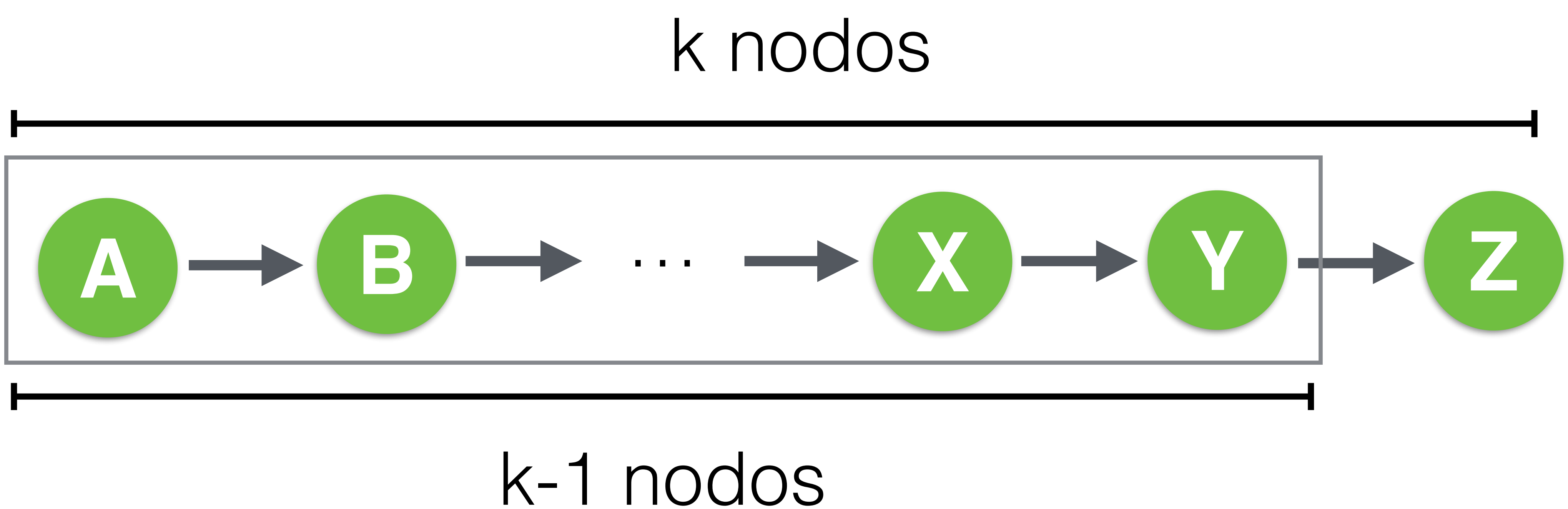


Y
3
Z
52
A
. . .
Y
57
A
. . .
Z
55
52
A
. . .
Y
3
Z



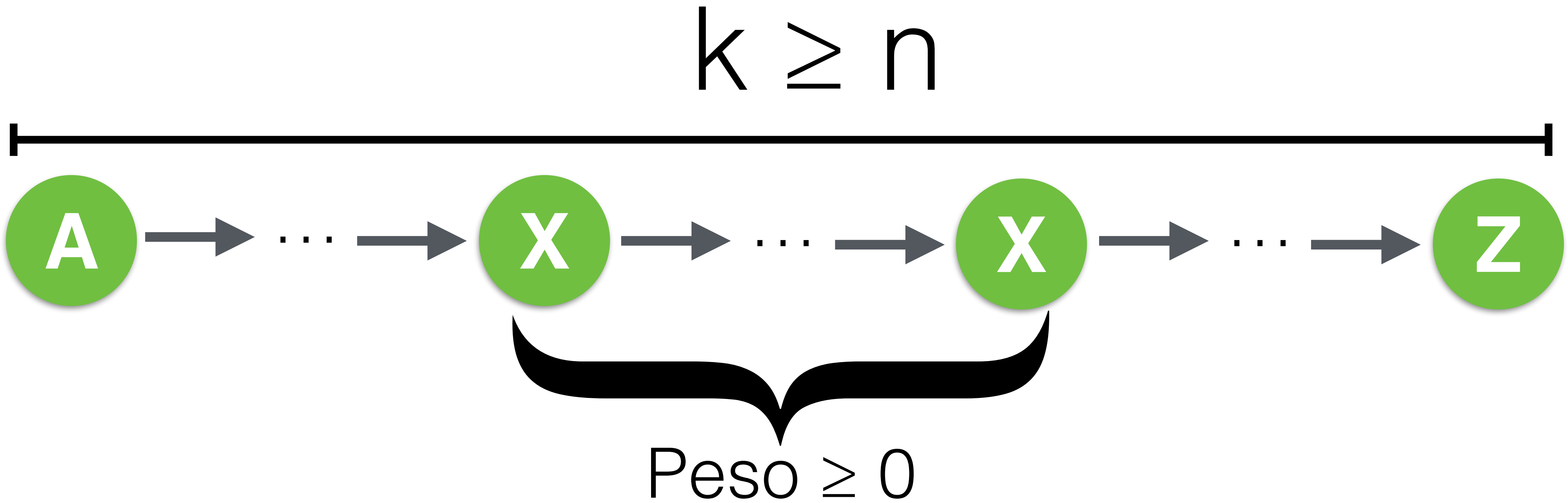
3
Y
Z
52
A
...
Y
57
A
...
Z
55
52
A
...
Y
3
Z

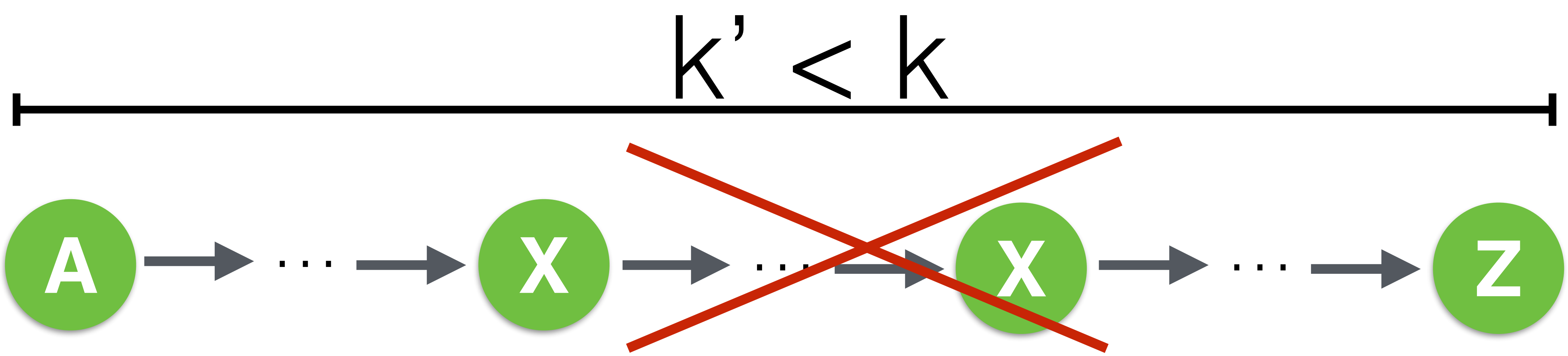
I) Un camino **mínimo** desde A de k>0 nodos es un camino **mínimo** desde A de k-1 nodos más un nodo al final.



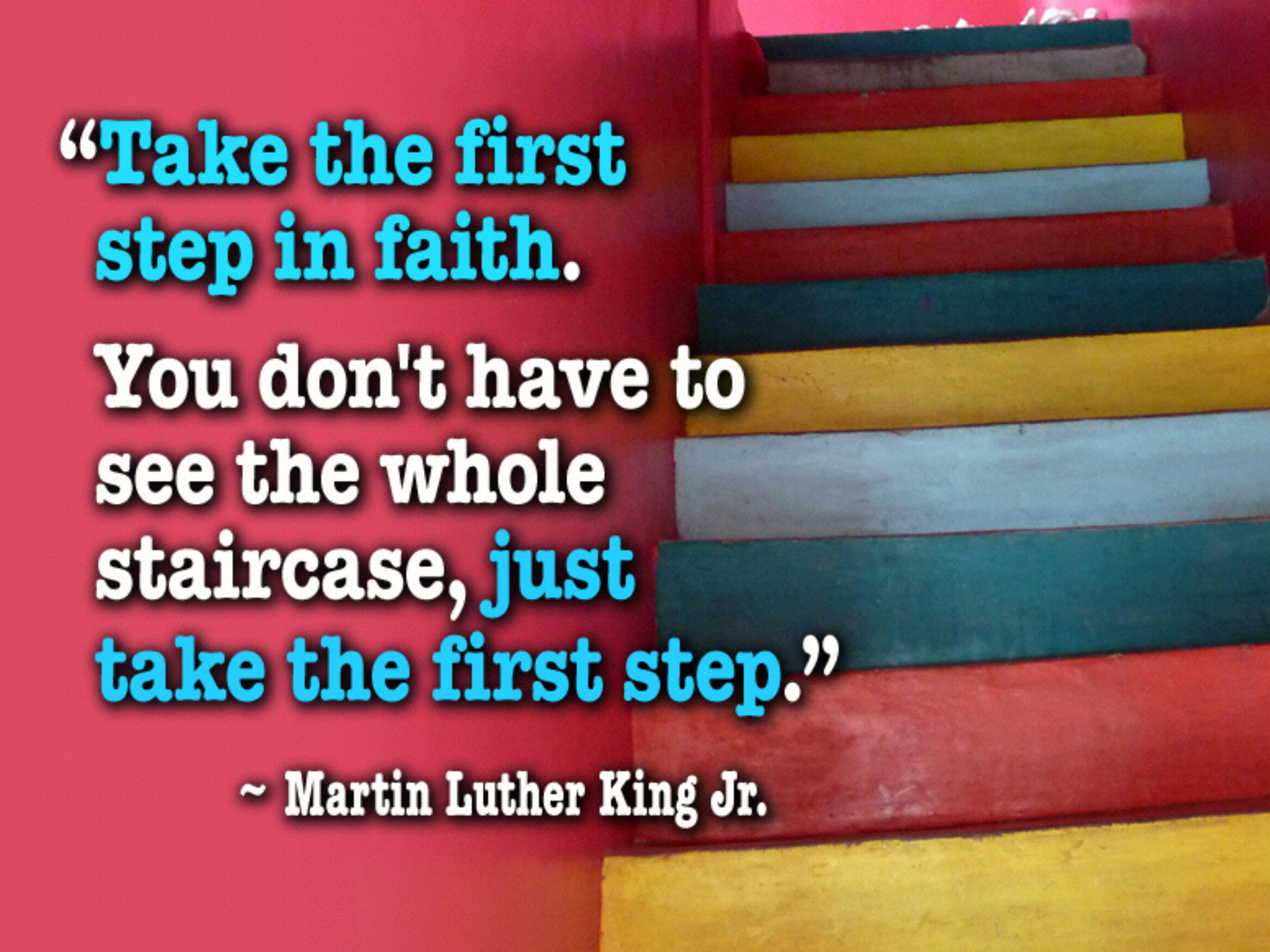
¿Hasta cuándo?

II) Si un grafo G no tiene ciclos negativos entonces sus caminos mínimos (simples) desde A tienen longitud < n

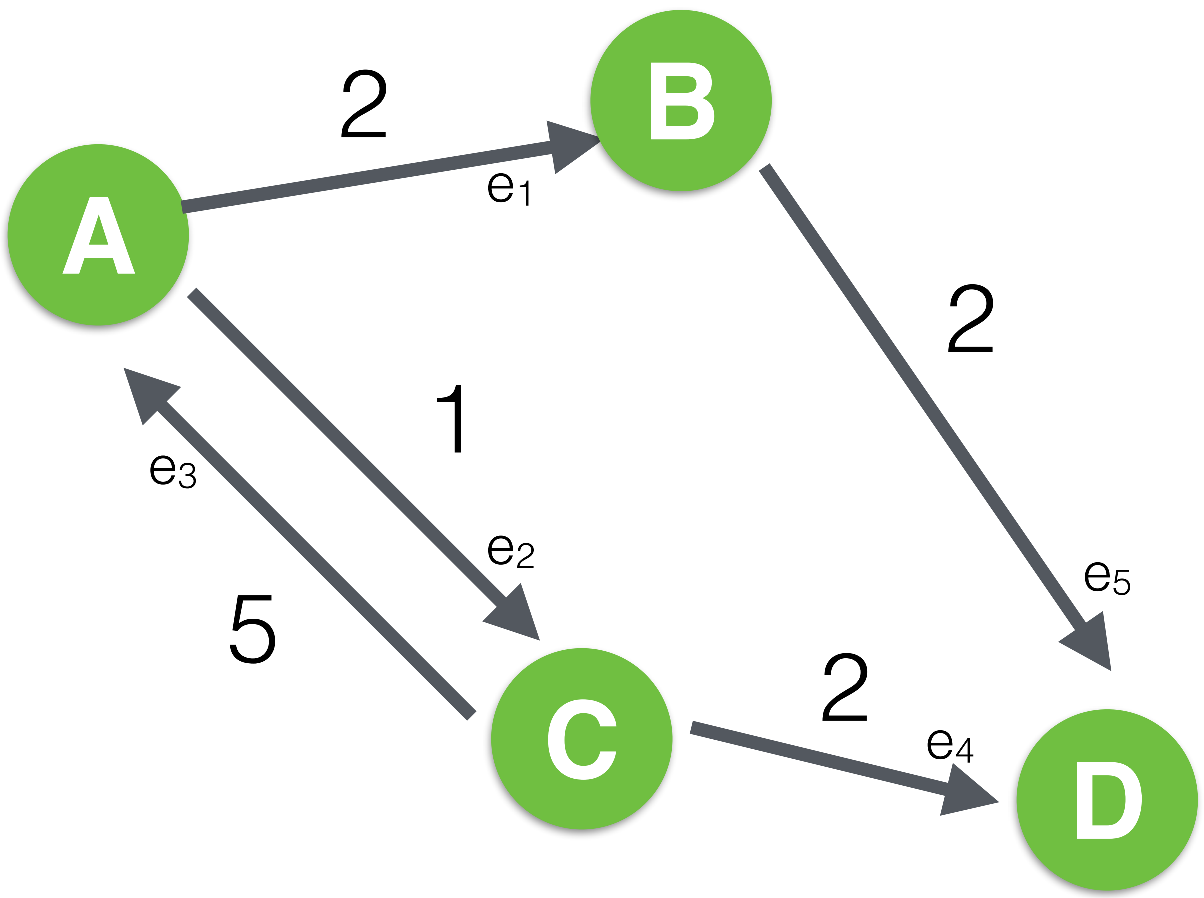




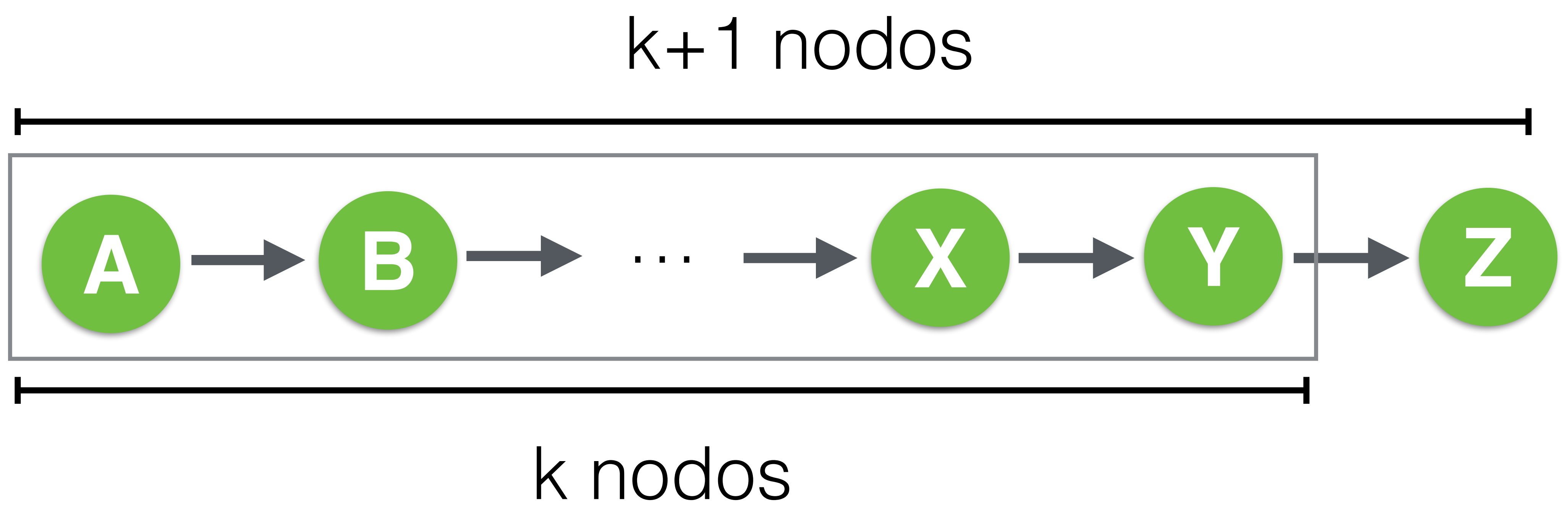
Peso’ <= Peso y k’ < k. Abs!


"Take the first step in faith.
You don't have to see the whole staircase, just take the first step."
~ Martin Luther King Jr.


A JOURNEY OF A THOUSAND MILES
MUST BEGIN WITH A SINGLE STEP.


A
B
C
D
2
e1
1
e2
e3
5
2
e4
2
e5

III) Si ningún camino **mínimo** desde A tiene longitud k,
entonces ninguno tiene longitud k+1



Ford-Optimizado($G = <V, E>$, x):

$\pi_x \leftarrow 0$

$\pi_i \leftarrow \infty$ (para $i \neq x$)

Mientras π cambie y #iteracion $\leq$ n:

- Por cada eje (u, v) en E:
  - Si $\pi_u + w(u, v) < \pi_v$:
    - $\pi_v \leftarrow \pi_u + w(u, v)$

- Relajar el eje (u,v)
- Usando prop I

Si #iteracion = n:

- hay ciclos negativos!

Devolver π

- Por prop II

Bellman($G = \langle V, E \rangle$, x):

$\pi_x \leftarrow 0$

$\pi_i \leftarrow \infty$ (para $i \neq x$)

Para $I \leftarrow 1..n-1$

$\pi' \leftarrow \pi$

Por cada eje (u, v) en E:

Si $\pi'_u + w(u, v) < \pi_v$:

$\pi_v \leftarrow \pi'_u + w(u, v)$

- Relajar el eje (u,v)
- Usando prop I

Por cada eje (u, v) en E:

Si $\pi_u + w(u, v) < \pi_v$:

hay ciclos negativos!

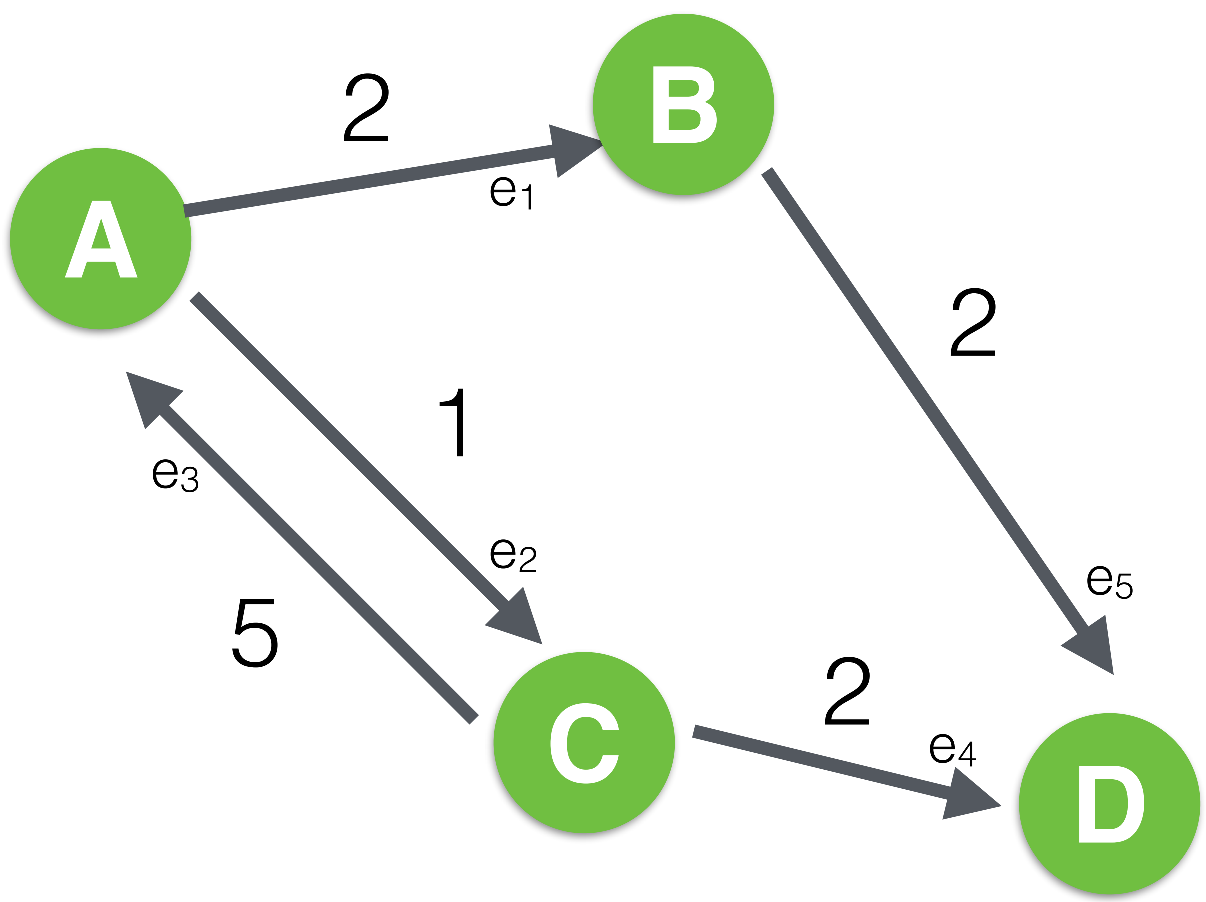
- Por prop II

Devolver π

Cuántas iteraciones tarda Bellman-Ford optimizado si relaja los ejes en orden:

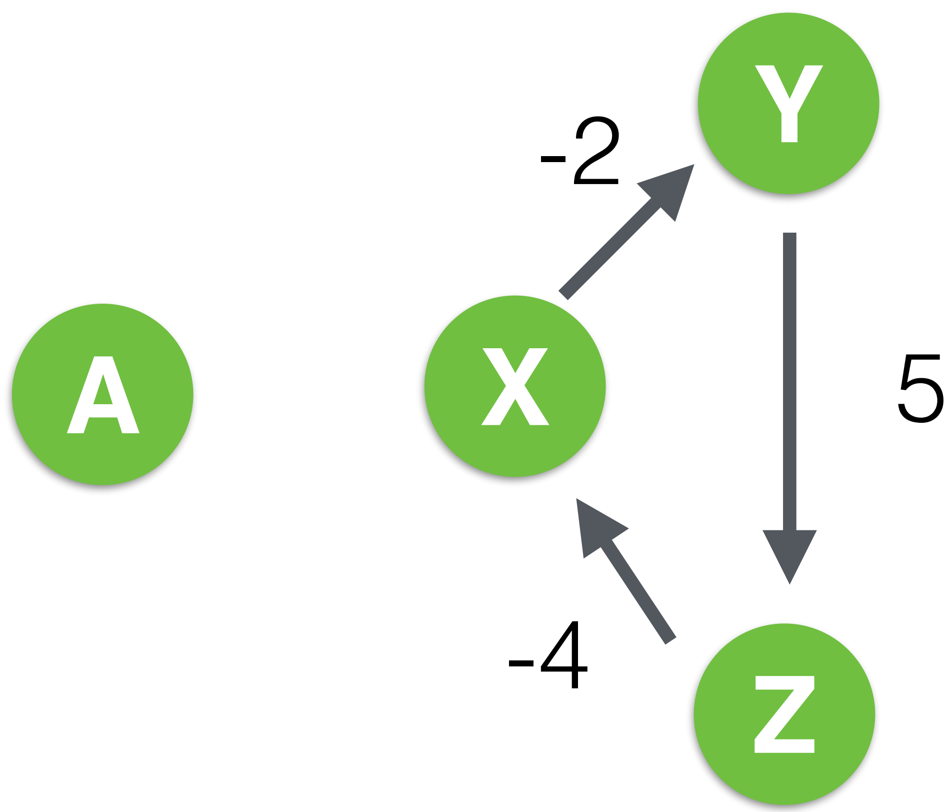
a - e5, e4, e3, e2, e1?

b - e1, e2, e3, e4, e5?

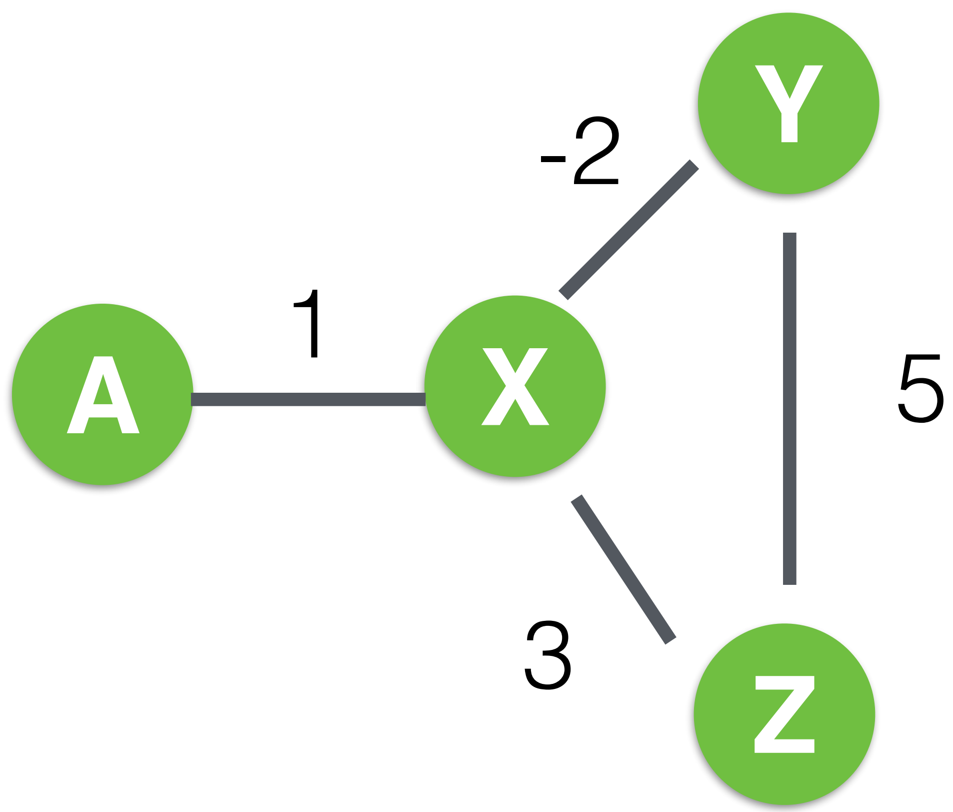


El orden de los ejes puede ayudar a encontrar la solución más rápido.

Encuentra un ciclo negativo si empieza desde A?



Si G no es dirigido, puede tener aristas con peso negativo?



Funciona con ejes con peso negativo en digrafos?

Bellman-Ford es:

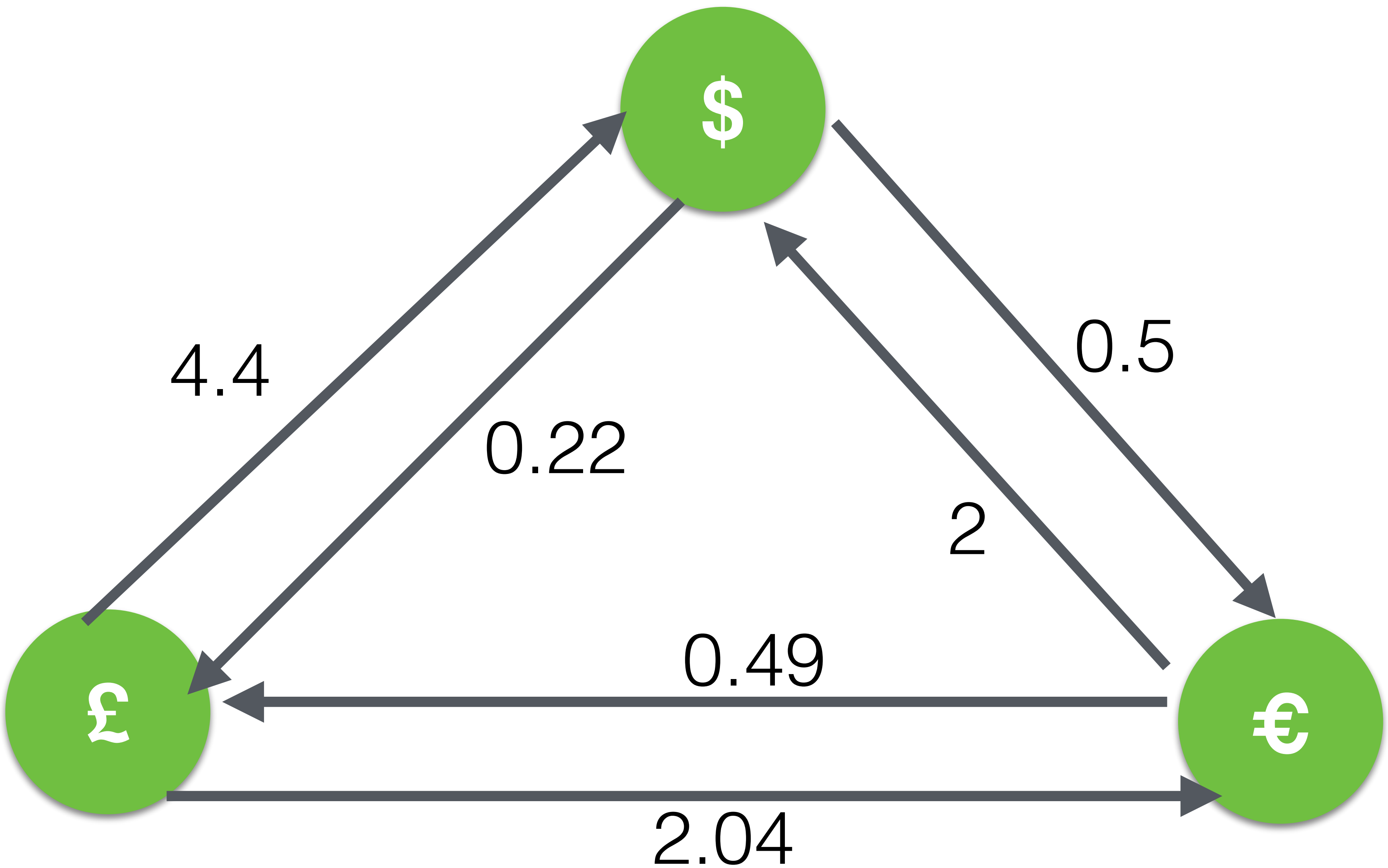
$O(n(m+n))$ con **listas de adyacencia**
$O(n(n^2))$ con **matriz de adyacencia**

Recordar que se puede cambiar de representación en $O(n^2)$

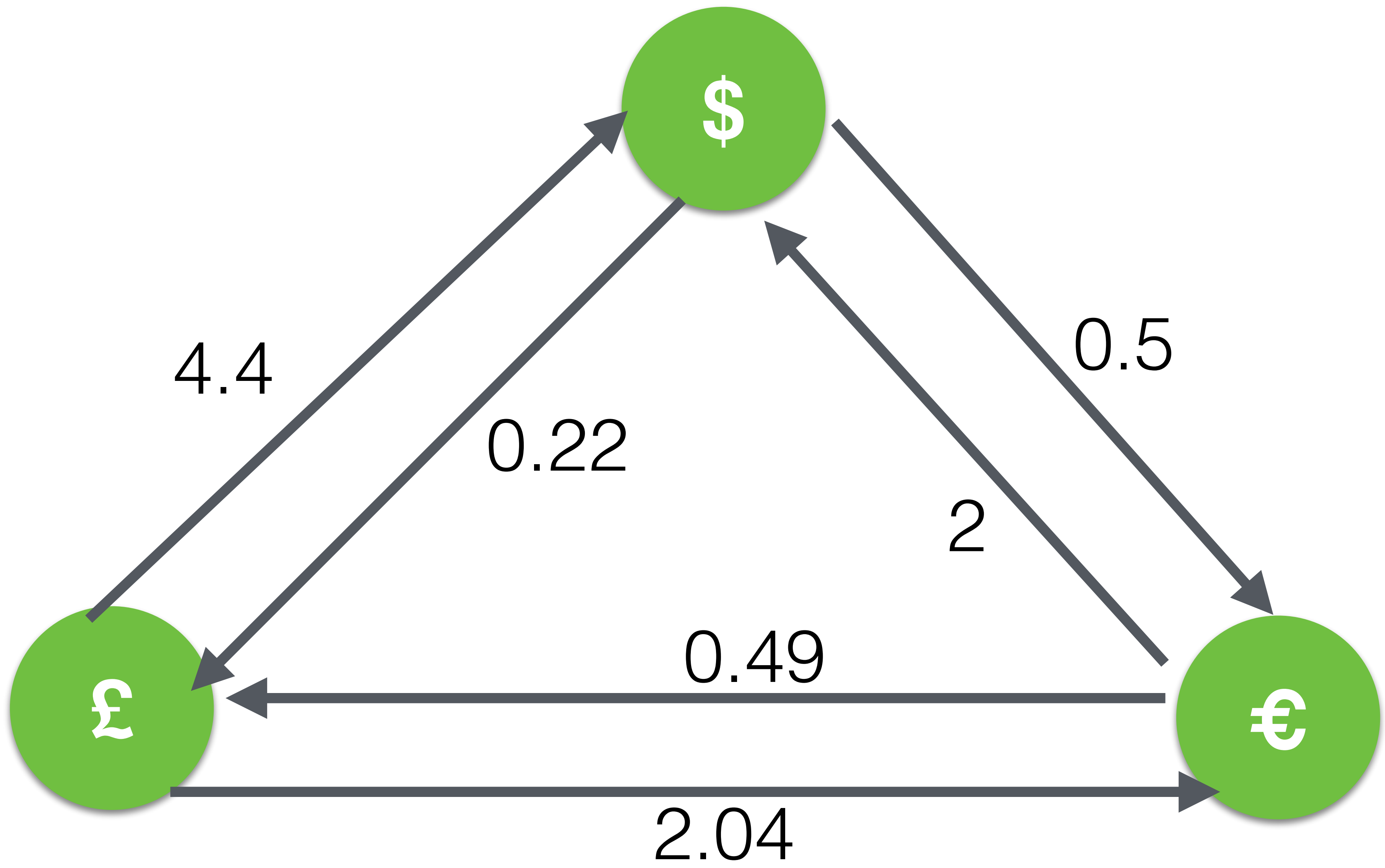
Cambio oficial

De \ A	$	£	€
$	1	0.22	0.5
£	4.4	1	2.04
€	2	0.49	1

£1 → $4.4 → €2.2 → 1.078 £



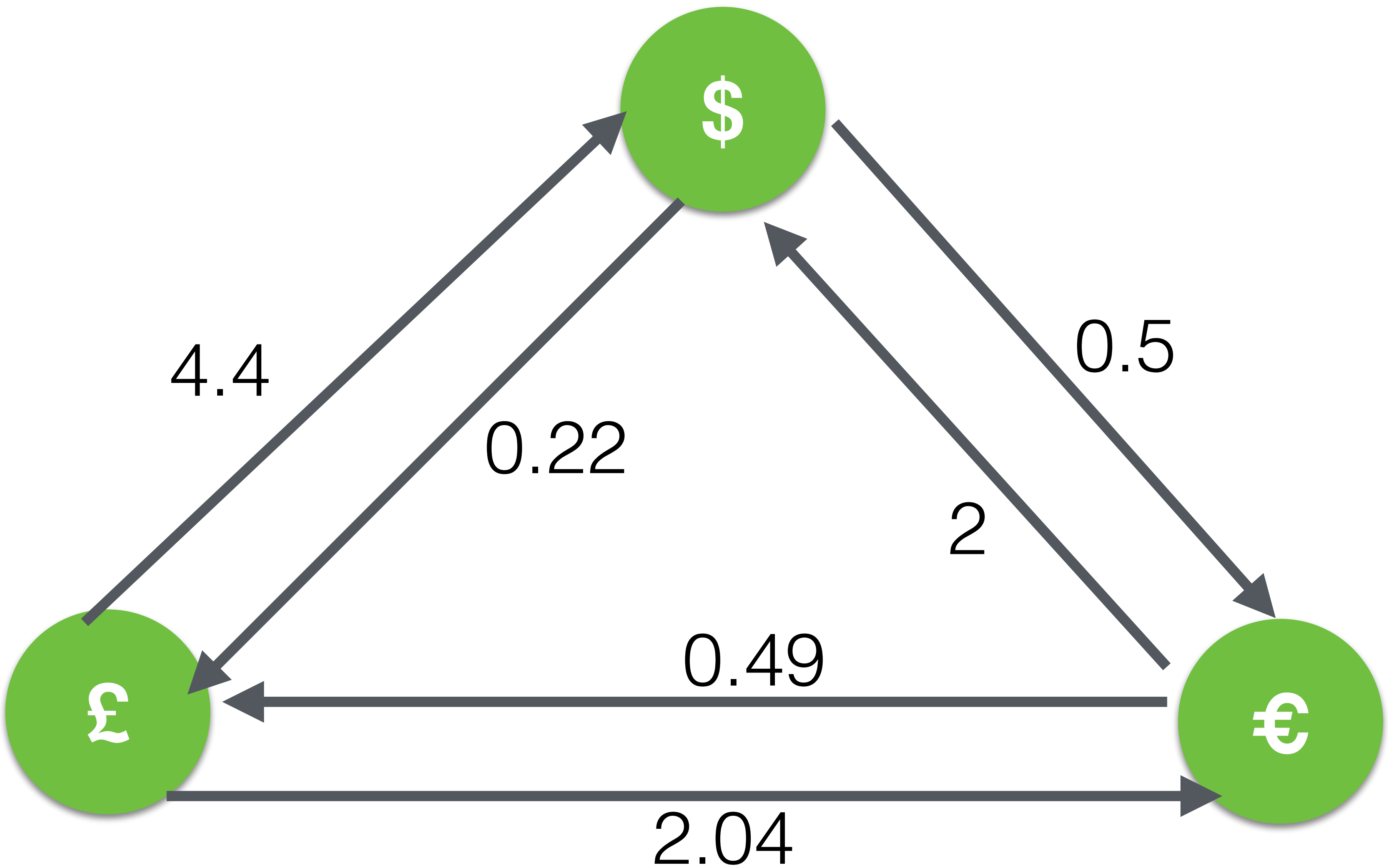
$
£
€
4.4
0.22
0.5
2
0.49
2.04



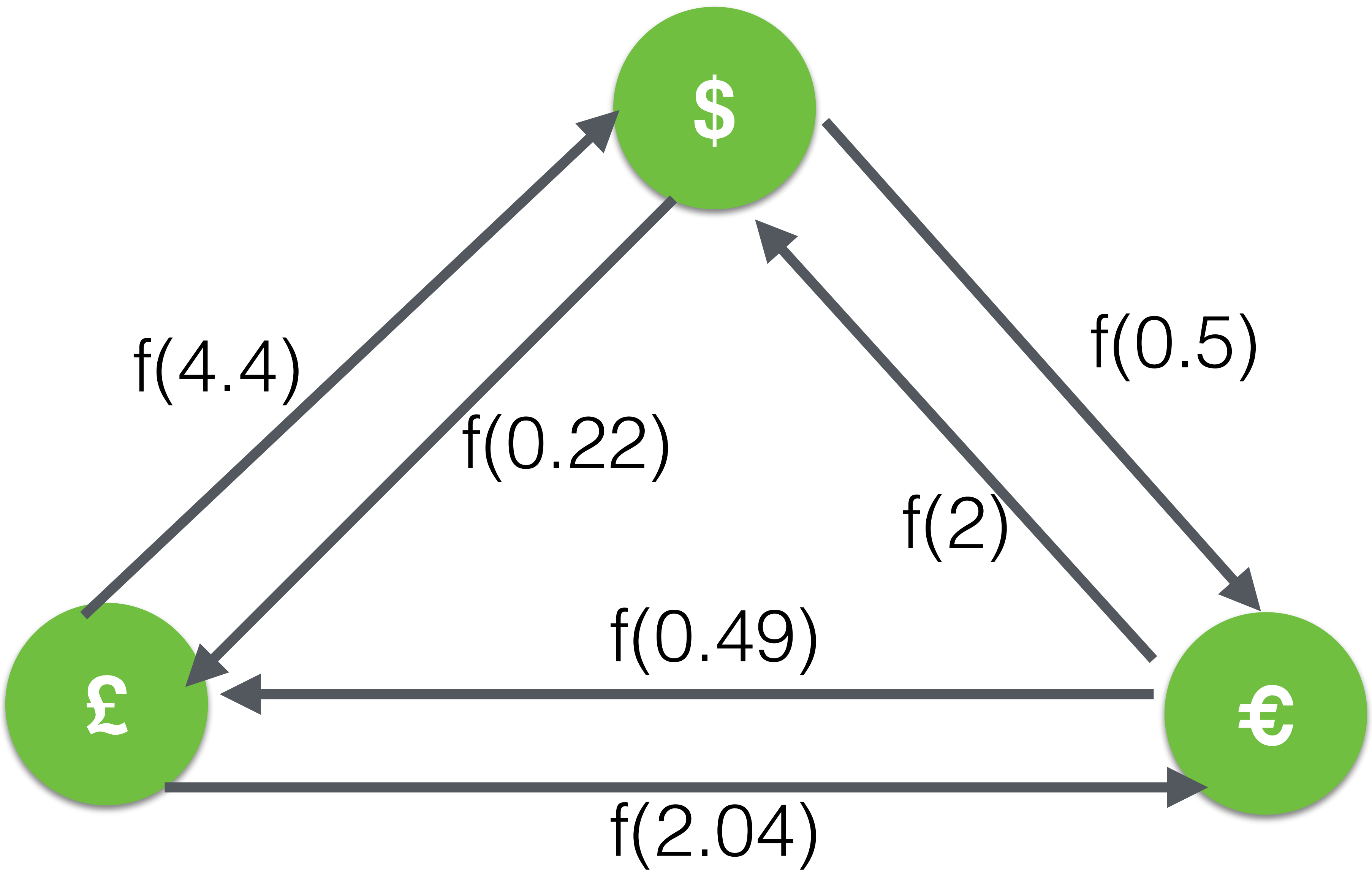
Buscamos $X_1, X_2, \ldots, X_k, X_1$

tal que

$w(X_1, X_2) \ldots w(X_{k-1}, X_k)\, w(X_k, X_1) > 1$



Sé encontrar ciclos negativos…
A transformar el problema!



Sé darme cuenta si

$$f(w(X_1, X_2)) + \ldots + f(w(X_k, X_1)) < 0$$

Buscamos **f** tal que

$$f(w(X_1, X_2)) + \ldots + f(w(X_k, X_1)) < 0$$

sii

$$w(X_1, X_2) * \ldots * w(X_k, X_1) > 1$$

Tomo **f** = -log

$$-\log(w(X_1, X_2)) + \ldots + -\log(w(X_k, X_1)) < 0$$

sii

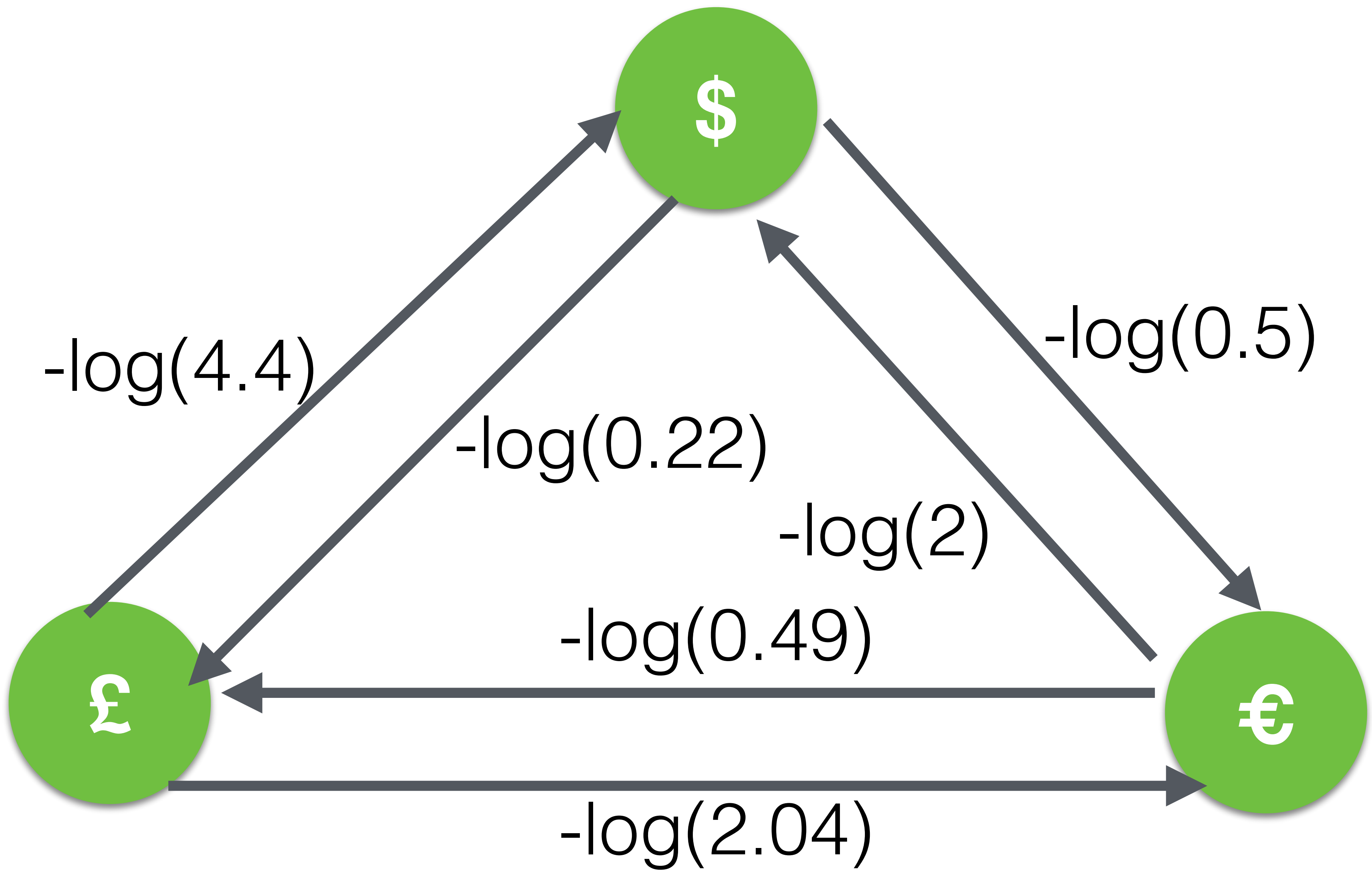
$$\log(w(X_1, X_2)) + \ldots + \log(w(X_k, X_1)) > 0$$

sii

$$\log(w(X_1, X_2) \times \ldots \times w(X_k, X_1)) > \log(1)$$

sii

$$w(X_1, X_2) \times \ldots \times w(X_k, X_1) > 1$$



$
-log(4.4)
-log(0.5)
-log(0.22)
-log(2)
-log(0.49)
£
€
-log(2.04)

Bellman-Ford

- Caminos mínimos de uno a muchos
- Funciona con ejes con peso negativo en digrafos.
- Detecta ciclos negativos en la misma c.c. que se inicia.
- Rápido en la práctica (Bennister-Epstein, |V| / 3 iteraciones).
- Se usa en redes (RIP)!

Modelar problema en grafos

↓

Formular pregunta sobre el grafo que resuelva el problema

↓

Adaptar grafo a una pregunta conocida

↓

Usar mejor algoritmo que la responda

Relajo ejes
en algún orden
mientras puedo