DEPARTAMENTO DE COMPUTACION

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

TP 3: Camino mínimo y Flujo máximo

20 de Junio, 2023 Algoritmos y Estructuras de Datos III

Integrante	LU	Correo electrónico
Zaid, Pablo	869/21	pablozaid2002@gmail.com
Arienti, Federico	316/21	fa.arienti@gmail.com

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Universidad de Buenos Aires

Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)

Intendente Güiraldes 2610 - C1428EGA

Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina

Tel/Fax: (++54 +11) 4576-3300

http://www.exactas.uba.ar

RESUMEN

En la teoría de grafos, el problema del *camino mínimo*[1] se refiere a una serie de problemas relacionados a encontrar, para un grafo —o digrafo— $G = (V,\ E)$ con función de peso $w : E \to \mathbb{R}$ asociada y ciertos pares de vértices $s,\ t \in V$, un conjunto de caminos para los cuales la suma total del peso de sus aristas —su *distancia*— es mínima de entre todos los caminos posibles con extremos en algún par s y t. En este informe, nos vamos a concentrar en la variante del problema conocida como *camino mínimo a partir de una única fuente*, donde interesa conocer la distancia de cualquier camino mínimo entre una fuente $s \in V$ y todo el resto de los vértices $v \in V \backslash \{s\}$.

Existen diversos métodos para la resolución de este problema. Entre ellos, los algoritmos de *Bellman-Ford* y de *Dijkstra*, que se basan en el concepto de *relajación de aristas*[2] para la construcción de una solución.

El siguiente informe evalúa el problema del *trafico*, explicado en el próximo apartado, y lo reformula como una aplicación particular del problema de *camino mínimo a partir de una única fuente* que aprovecha la propiedad de subestructura óptima de los caminos mínimos. Además, evalúa la eficiencia de la solución propuesta de manera empírica.

Palabras clave: *camino mínimo, algoritmo de Dijkstra.*

Índice

1. El problema del tráfico 2
1.1. Modelado como un problema de camino mínimo 2
1.2. Demostración de optimalidad 2
1.3. Demostración de correctitud 2
1.4. El algoritmo 2
1.5. Complejidad temporal y espacial 2
2. Evaluación empírica 2

[1] Ver Thomas H. Cormen; Charles E. Leiserson; Ronald L. Rivest y Clifford Stein. Introduction to algorithms. 2009. Sección 24: *Single-source shortest paths.*

[2] Podemos pensar en el proceso de relajación como un método por el cual se mejora, sucesivamente, la cota superior a la distancia que puede tener un camino mínimo. El mismo se basa en la propiedad de desigualdad triangular: si $\delta : E \to \mathbb{R}$ denota la distancia mínima entre cualquier par de vértices en V, entonces para cualquier par de vértices s y t y arista $(u,\ t) \in E$ con $u \neq s$, $\delta(s,\ t) \leq \delta(s,\ u) + w(u,\ t)$.

1. El problema del tráfico

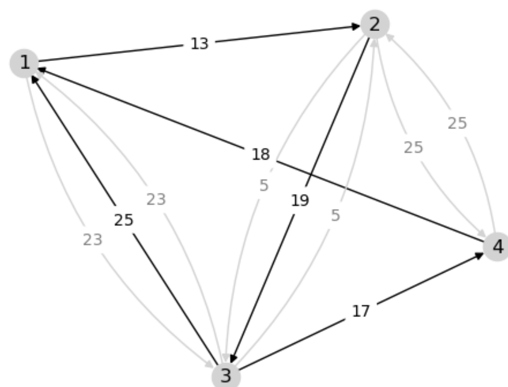
El problema del *trafico* que consideraremos tiene la siguiente premisa. Dado una ciudad representada por n puntos conectados por m calles unidireccionales, dos puntos críticos s y t, y un conjunto

$$P := \{p_1 \ldots p_k\}$$

de k calles bidireccionales candidatas, queremos saber por cuánto podemos mejorar la distancia mínima entre s y t, de construir una de estas calles.

Para ello, vamos a contar con la longitud l_i, $1 \leq i \leq n$ de cada calle en la ciudad y la longitud l_j, $1 \leq j \leq k$ de cada calle candidata.

Por ejemplo, si tuvieramos la siguiente ciudad, puntos críticos $s = 1$ y $t = 4$ y las calles candidatas marcadas en gris



podríamos construir la calle $2 \leftrightarrow 3$ con peso 5 para lograr una distancia mínima de largo 35.

1.1. Modelado como un problema de camino mínimo.

1.2. Demostración de optimalidad.

1.3. Demostración de correctitud.

1.4. El algoritmo.

1.5. Complejidad temporal y espacial.

2. Evaluación empírica