F210 Programación Aplicada a Finanzas
Examen Parcial

Instrucciones: Ud dispone como máximo de 3hs. **Administre bien el tiempo**. Si ve que un problema le resulta mas sencillo, arranque por ahi. Se espera que dedique a lo mas una hora a cada problema.
El examen es a libro abierto en lo que respecta al uso de Python. Si necesita consultar como se usa una determinada instruccion, puede hacerlo, pero eso solamente. Todo código desarrollado por usted en el marco de la materia es de libre uso y puede ser reutilizado. Solo puede usar librerías auxiliares de Python como `os`, `sys`, `importlib`,`matplotlib` etc, si las llegara a necesitar, no librerías numéricas. Si el código que reutiliza fue hecho con otra persona del curso, explicítelo al inicio de su código. Omitir este paso puede llevar a que su examen sea considerado un caso de plagio. Es SU RESPONSABILIDAD aclarar esto en el código al momento de entregarlo.
Para cada problema, debera subir al campus TODO el código utilizado, y un documento word o pdf conteniendo capturas de pantalla de las salidas de su algoritmo mostrando los resultados en la consola.

1. **MCM y MCD (30 puntos)** Al igual que con numeros enteros, con polinomios podemos plantear el problema de la búsqueda del máximo común divisor y del mínimo común múltiplo. En este caso se pide, dada una lista arbitraria de polinomios de entrada $\{p_1(x), p_2(x) ..., p_n(x)\}$ donde ninguno de ellos es el polinomio nulo , que encuentre el polinomio $q(x)$ de MAYOR grado posible que divide exactamente a TODOS los polinomios $p_i(x)$ – MCD – y el polinomio de MENOR grado posible que es divisible exactamente por TODOS los polinomios $p_i(x)$ –MCM–.

   Si le sirve de algo le repito las definiciones de MCD y MCM que vieron en la escuela:

   - Cálculo del máximo común divisor:
     (a) Se descomponen todos los números en factores primos.
     (b) Se toman los factores comunes con menor exponente.
     (c) Se multiplican los factores comunes con menor exponente.
   - Cálculo del mínimo común múltiplo:
     (a) Se descomponen los números en factores primos.
     (b) Se toman los factores comunes y no comunes con mayor exponente.
     (c) Se multiplican los factores comunes y no comunes con mayor exponente.

   Se pide:

   (a) (25 puntos) En el archivo con la clase poly, escriba a continuacion de la clase y antes del bloque de prueba `if __name__ == '__main__':` dos funciones llamadas `MCD_poly(lista=list())` y `MCM_poly(lista=list())`, que reciban a la entrada una lista de polinomios (objetos de tipo poly), y devuelvan a la salida los polinomios máximo común divisor y mínimo común múltiplo respectivamente. Considere que dos polinomios tienen una misma raíz si éstas difieren en valor absoluto en menos de 0.00001.

(b) (5 puntos) En el bloque de prueba `if __name__ == '__main__':` considere los siguientes polinomios

$$\begin{aligned} p_1(x) &= -x^5 + 9x^4 - 29x^3 + 43x^2 - 30x + 8 \\ p_2(x) &= x^3 - 10x^2 + 29x - 20 \\ p_3(x) &= x^4 - 5x^3 + 4x^2 \end{aligned}$$

y encuentre el MCD y MCM entre ellos

1.

2. **Flujo de fondos (40 puntos)** Usted trabaja para una empresa de ingeniería. Vienen desarrollando un proyecto que tiene un flujo de fondos que les tomó como cuatro meses armarlo y que, por cuestiones de confidencialidad, está encriptado y solo el jefe de division tiene la clave. Lamentablemente, el jefe renunció por un problema laboral y "accidentalmente" la clave se perdió para siempre.

   Ud habla con sus compañeros de equipo, y buscan información que les pueda servir para reconstruir el vector de flujo de fondos. Solamente les quedo (y de casualidad) una tabla en excel en un chat (ver archivo ParcialEj2.xlsx) con un ejercicio que hizo para determinar la tir del proyecto.

   La primer columna tiene las tasas de descuento y la segunda el van que resulta de descontar los flujos buscados a dichas tasas. Piense en una forma de reconstruir los flujos (no sabe ni siquiera la cantidad de flujos que tenía al proyecto, aunque cree que no supera los 50 periodos) a partir de la información provista. Puede usar todo el código construido en el curso de programación, cuyas clases podrá modificar a voluntad (o bien crear scripts que las usen) para resolver este problema tremendo que tienen en la empresa.

   Se le pide:

   (a) (30 puntos) Diseñar, desarrollar e implementar un algoritmo que permita reconstruir los flujos de fondos a partir de la información provista en el archivo Excel; y recuperar el flujo de fondos buscado

   (b) (10 puntos) Describa brevemente en el docstring de la solucion la estrategia de solución que va a implementar. Tendrá puntaje obviamente si la estrategia es correcta.

3. **Autovalores (30 puntos)** En álgebra lineal, decimos que una matriz cuadrada $M \in \mathbb{R}^{nxn}$ posee un autovalor $\lambda \in \mathbb{R}$, si y solo si existe un vector $v_\lambda \in \mathbb{R}^{nx1}$ no nulo – llamado autovector – que satisface la siguiente ecuación:

$$Mv = \lambda v \quad , v \neq 0_v$$

Por ejemplo, la matriz

$$M = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

tiene dos autovalores $\lambda = \{5, 1\}$, ya que existen los vectores $v_5 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ y $v_1 = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix}$ que satisfacen las ecuaciones

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 5 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ y } \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix} = 1 \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Los autovalores y autovectores son atributos esenciales de toda matriz cuadrada, y se utilizan en una amplia gama de aplicaciones en estadisticas, finanzas e ingeniería. Ya aprenderán a usarlos en Mate III, pero por ahora nos interesa algo mucho más acotado: desarrollar un método para hallarlos.

Una forma de hacerlo es buscando las raíces de lo que se da en llamar el *polinomio característico* de la matriz M – que, como ya dijimos varias veces, debe ser cuadrada – . Dicho polinomio característico $p_n(\lambda)$ resulta de computar el siguiente determinante

$$p_n(\lambda) = \det(M - \lambda I_n)$$

donde M es la matriz de nxn, I_n es la matriz identidad de nxn y $\lambda \in \mathbb{R}$ es el autovalor a buscar.

La matriz $M - \lambda I_n$ es

$$M - \lambda I_n = \begin{bmatrix} m_{1,1} - \lambda & m_{1,2} & \cdots & m_{1,N-1} & m_{1,N} \\ m_{2,1} & m_{2,2} - \lambda & \cdots & m_{2,N-1} & m_{2,N} \\ \vdots & \cdots & \ddots & \cdots & \vdots \\ m_{N-1,1} & & & m_{N-1,N-1} - \lambda & m_{N-1,N} \\ m_{N,1} & & & & m_{N,N} - \lambda \end{bmatrix}$$

la podemos pensar como un objeto del tipo de **myarray**, pero conteniendo elementos de tipo **poly** en lugar de escalares (monomios en la diagonal y polinomios de grado 0 extradiagonales). De esta forma computar el determinante $\det(M - xI_n)$ dentro de la clase myarray, pero con elementos de tipo poly da como resultado un polinomio de la familia poly, a quien le podemos sacar las raices reales usando el método de factorizacion de la clase poly que han desarrollado. Se le pide entonces:

(a) (15 puntos) Expanda la clase myarray incorporando un método con signature **poly_car(self)** que devuelva el polinomio característico (de tipo poly) de la matriz, solamente si ésta es cuadrada. Caso contrario, debe alertar de la imposibilidad via un mensaje impreso y devolver None .

(b) (10 puntos) Incorpore también a la clase el método de signature **autoval(self,**kwargs)**, que lleve a cabo la construcción del polinomio característico y la búsqueda de todas las raíces reales, a fin de encontrar todos los autovalores de la matriz. Use **kwargs para setear los parametros del buscador de raices.

(c) (5 puntos) En el bloque de prueba `if __name__ == '__main__':` lleve a cabo los siguientes ejercicios

- Defina la matriz

$$M = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

  y use el método **autoval** para encontrar los autovalores $\lambda = \{5, 1\}$ ya mencionados usando las semillas 10 y -10 respectivamente. Verifique que, efectivamente los autovalores encontrados satisfacen que

$$Mv = \lambda v$$

  para los autovectores v presentados más arriba.

- Defina la matriz

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 7 \end{bmatrix}$$

  y verifique los 3 autovalores que tiene: 12.245, -0.245 y 1.