

# Esperienza 1 - Gruppo 10

## Ottica 1A e 1B

Loris Bagnasco

Tommaso Pajero

Alessandro Podo

23 febbraio 2015

L'esperienza si compone di due parti distinte. La prima è volta a dare una stima della lunghezza d'onda del doppietto giallo del sodio, per mezzo di uno spettroscopio a prisma tarato sullo spettro noto del cadmio. La seconda, mira a determinare la costante di Rydberg a partire dalla misura delle lunghezze d'onda delle righe Balmer dello spettro dell'idrogeno, effettuata per mezzo di uno spettroscopio a reticolo di diffrazione in riflessione. Infine, si dà una stima della risoluzione dello strumento, basandosi sulla misura delle lunghezze d'onda del doppietto giallo del sodio.

### PARTE A - Misura della lunghezza d'onda della riga gialla del sodio

Si è accesa la lampada al cadmio; dopo aver atteso che termalizzasse, la si è posta centralmente di fronte al diaframma dell'obiettivo. Tolta la torre del prisma, si è messo a fuoco il fascio di luce agendo su entrambi i telescopi (prima l'obiettivo, per controllare la focalizzazione del fascio, e poi l'oculare), avendo cura di controllare che il fascio uscente dall'obiettivo fosse ben collimato<sup>1</sup>. Dunque, si è reinserita la torre, facendo rifrangere la luce attraverso il prisma e osservandola all'oculare. Si è agito sulla slitta del diaframma in modo da minimizzare le dimensioni del fascio di luce, rispettando però la condizione che le righe del cadmio e il mirino dell'obiettivo si potessero distinguere nitidamente a occhio nudo<sup>2</sup>. Una volta effettuata l'operazione, si è traslata la lampada sul tavolo in modo da massimizzare la quantità di luce entrante nell'obiettivo. Ciò fatto, è stato possibile ridurre ulteriormente le dimensioni del diaframma.

#### A.1 Taratura del goniometro e determinazione della posizione di minima deviazione

Si è nuovamente tolta la torre del prisma e si è misurato l'angolo  $\alpha_0$  al quale veniva focalizzato il fascio di luce. La misura è stata presa da tutti i componenti del gruppo<sup>3</sup>, ottenendo i seguenti risultati (si è assunta un'incertezza pari alla risoluzione dello strumento):

1.  $\alpha_0^{(1)} = 260^\circ 21' \pm 1'$
2.  $\alpha_0^{(2)} = 260^\circ 20' \pm 1'$
3.  $\alpha_0^{(3)} = 260^\circ 20' \pm 1'$

Si è deciso di prendere come valore di  $\alpha_0$  la media aritmetica dei tre valori misurati e come incertezza la risoluzione del goniometro:  $\alpha_0 = 260^\circ 20.3' \pm 1'$ .

Si è dunque reinserita la torre, avendo cura di porre il prisma alla stessa quota del fascio di luce incidente dall'obiettivo. Osservando la riga verde del cadmio (cioè quella più vicina alla riga del sodio che si vuole osservare nel seguito dell'esperienza), si è ruotato il prisma fino a raggiungere il punto di minima deviazione, in corrispondenza del quale la riga inverte il verso del suo moto<sup>4</sup>.

---

<sup>1</sup>Tale operazione è stata eseguita illuminando un foglio di carta, e osservando come l'immagine disegnata su di esso variasse allontanandolo dall'obiettivo

<sup>2</sup>La visibilità delle righe e del mirino è condizione necessaria alla presa di misure; una volta soddisfatta questa, la misura è tanto più precisa quanto più la riga è sottile.

<sup>3</sup>Ognuno ha posizionato indipendentemente l'obiettivo e fatto la relativa lettura della scala graduata; per evitare influenzamenti, i risultati sono stati confrontati solo dopo che le tre misure erano state portate a termine.

<sup>4</sup>Per completezza, si è eseguita pure una misura del punto di inversione per la riga rossa, posto a  $1'$  di distanza da quello per la riga verde. Si è inoltre rieseguita la ricerca del punto di minima deviazione per la riga verde, misurando lo stesso valore ottenuto la prima volta: dunque l'imprecisione nella taratura dello strumento è inferiore alla risoluzione del goniometro, pari a  $1'$ .

## A.2 Calibrazione della scala spettrale

Si è misurato l'angolo al quale erano rifratte le righe principali del cadmio, ottenendo i risultati riportati in tabella 1<sup>5</sup>. Ogni misura è stata effettuata separatamente da tutti e tre i componenti del gruppo, come descritto al punto A.1. L'incertezza è stata assunta pari al massimo fra la semidispersione delle misure prese e la risoluzione dello strumento (tale valore è stato, per tutte le misure, pari a 1').

Tabella 1: Calibrazione della scala spettrale tramite lampada al cadmio. L'incertezza sulla lunghezza d'onda è di un *digit*; quella su  $\alpha$  pari a 1'.

Colore	$\lambda$ [nm]	$\alpha_{\text{letto}}$
rosso	643.8	212° 33'
verde	508.6	211° 15'
azzurro	480.0	210° 50'
blu	467.8	210° 39'
violetto	441.6	210° 5'

Si è eseguito un fit lineare di  $\alpha = \alpha_{\text{letto}} - \alpha_0$  in funzione di  $1/\lambda$ , limitatamente alle prime quattro serie di dati, ottenendo per il coefficiente angolare e per l'intercetta i valori  $m = -3.24 \pm 0.05 \text{ } ^\circ \cdot \mu\text{m}$  e  $q = -42.7 \pm 0.1 \text{ } ^\circ$  ( $\chi^2_{\text{rid}} = 0.8$ )<sup>6</sup>. I dati e la retta di interpolazione sono riportati in figura 1.

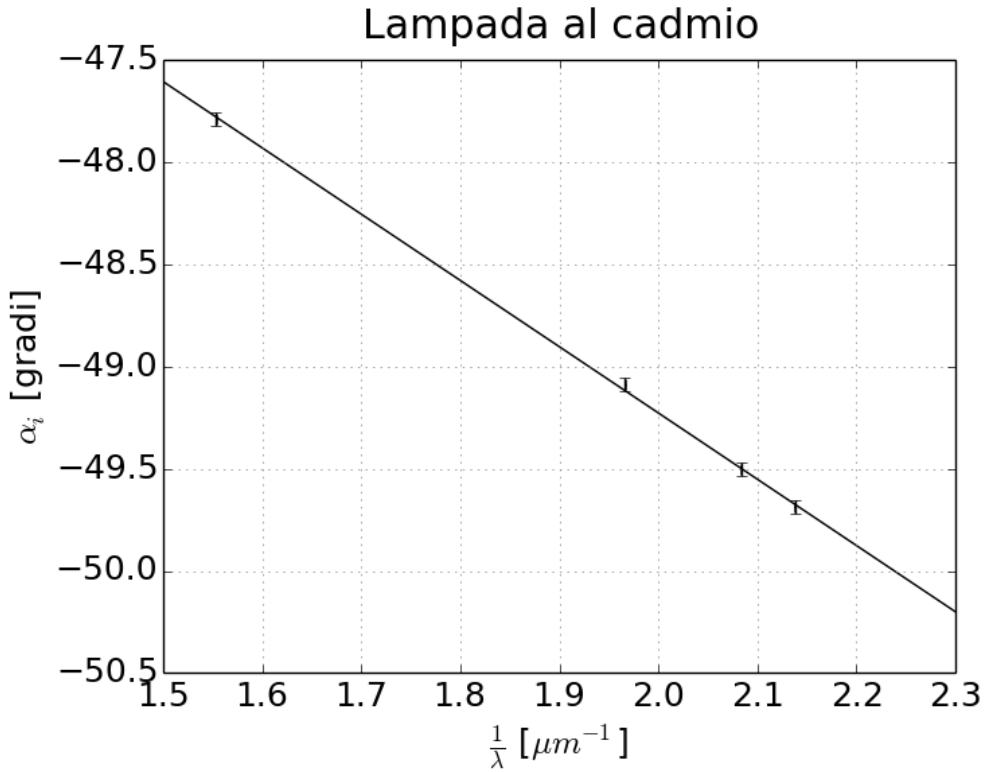


Figura 1: Fit lineare dei dati riportati in tabella 1, esclusi quelli relativi alla riga viola.

## A.3 Misura della lunghezza d'onda del doppietto giallo del sodio

Si è sostituita la lampada al cadmio con quella al sodio e, dopo averla lasciata riscaldare e averla traslata sul tavolo in modo da massimizzare l'intensità della luce trasmessa, si è misurato l'angolo di rifrazione del doppietto giallo<sup>7</sup> (le due righe non erano visibili separatamente):  $\alpha = 212^\circ 10' \pm 1'$ . Da questo valore, utilizzando la

<sup>5</sup>I valori delle lunghezze d'onda, eccetto l'ultimo, sono stati forniti dagli esercitatori all'inizio dell'esperienza. Per il violetto ci si è riferiti a A. G. Shenstone and J. T. Pittenger, *J. Opt. Soc. Am.* 39, 219 (1949).

<sup>6</sup>Non si è usato il dato relativo alla riga viola, poiché questo si discostava decisamente dalla retta di interpolazione degli altri quattro punti (*cfr.* fig 2). Ciò può essere dovuto al fatto che l'approssimazione lineare non costituisca più un buon modello quando ci si allontana troppo dalla lunghezza d'onda del verde, su cui si è tarato lo strumento.

<sup>7</sup>La procedura di misura e l'incertezza sono le stesse usate nel punto precedente.

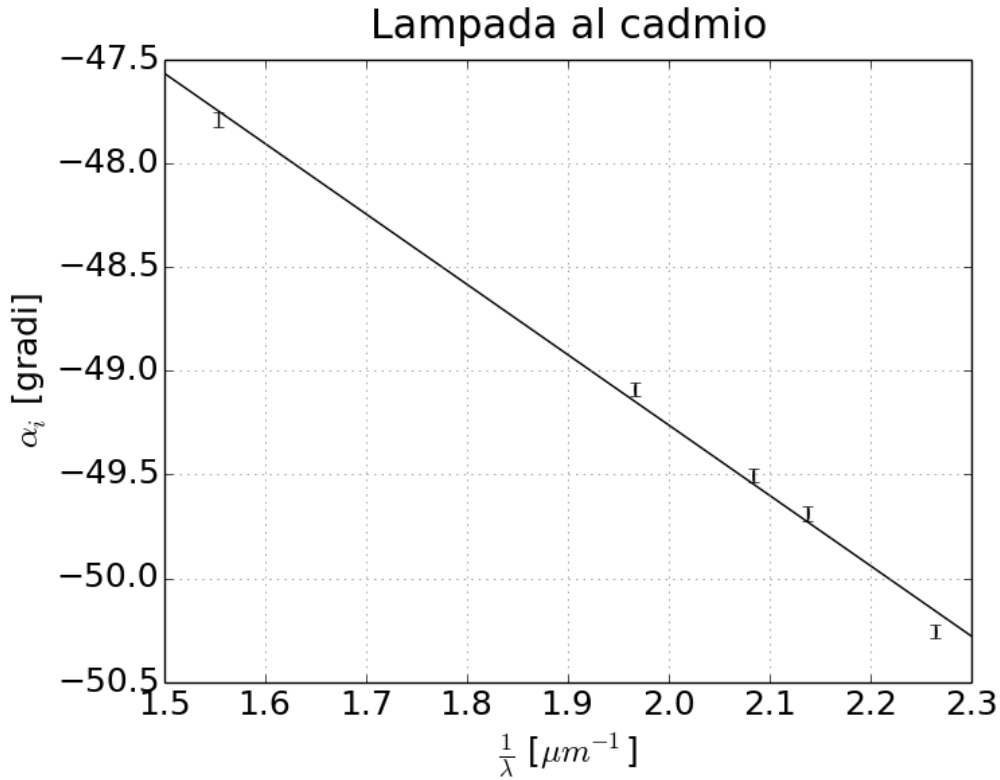


Figura 2: Fit lineare dei dati riportati in tabella 1, inclusi quelli relativi alla riga viola.

funzione interpolata al punto precedente, si è ricavato:

$$\lambda_{Na} = 598 \pm 17 \text{ nm}$$

Tale valore è compatibile entro una sigma con quello atteso  $\lambda_{Na}^{att} = 589.3 \pm 0.3 \text{ nm}^8$ .

## PARTE B - Misura della costante di Rydberg

Si è adoperato uno spettroscopio a reticolo di diffrazione in riflessione. Per la calibrazione dello strumento e la misura del passo reticolare si è usata una lampada al mercurio; in particolare la riga verde dello spettro di emissione del mercurio è stata presa come riferimento, con un valore della lunghezza d'onda supposto noto e pari a  $\lambda_{Hg} = 546.074 \text{ nm}$ . Successivamente la lampada al mercurio è stata sostituita con una lampada all'idrogeno e si è effettuata una misura della costante di Rydberg relativa a tale atomo. Infine, si è utilizzata una lampada al sodio per effettuare una misura del doppietto giallo nelle righe di emissione di tale elemento.

### B.1 Calibrazione dello strumento

Si è posizionata la lampada al mercurio sul tavolo<sup>9</sup>, allineandola con la fessura. Si sono osservate le righe del primo ordine di diffrazione, mettendo a fuoco i telescopi e controllando che il fascio uscente fosse ben focalizzato come al punto (A.1). Rispetto alla prima parte dell'esperimento, si è deciso di mantenere il diaframma un po' più aperto, in modo da aumentare l'intensità luminosa e da riuscire a visualizzare anche le righe più tenui dell'idrogeno (la cui lampada fornisce luce di intensità minore rispetto alle altre). A questo punto si è rimossa la torretta con il reticolo di diffrazione e si sono allineati i telescopi e la sorgente. Si è quindi misurato il corrispondente angolo di riferimento, ottenendo<sup>10</sup>:

$$1. \alpha_{rif}^{(1)} = 168^\circ 32' \pm 1'$$

$$2. \alpha_{rif}^{(2)} = 168^\circ 33' \pm 1'$$

<sup>8</sup>Media aritmetica delle lunghezze d'onda delle due righe gialle del sodio; l'incertezza è pari alla loro semidispersione.

<sup>9</sup>Le lampade sono sempre state accese con una decina di minuti di anticipo rispetto al loro utilizzo in modo che raggiungessero le condizioni stabili di funzionamento prima di essere usate.

<sup>10</sup>Si sono effettuate tre misure indipendenti come descritto nella prima parte dell'esperienza

3.  $\alpha_{rif}^{(3)} = 168^\circ 34' \pm 1'$

Si è dunque assunto come valore di riferimento la media aritmetica delle tre misure  $\alpha_{rif}^{(1)} = 168^\circ 33' \pm 1'$  (l'incertezza è pari alla loro semidispersione).

Si è inserita nuovamente la torretta con il reticolo di diffrazione, facendo in modo che l'angolo di incidenza fosse approssimativamente maggiore di  $60^\circ$ . Si è quindi fissata la torretta che non è stata più mossa nel corso dell'esperienza.

## B.2 Misura del passo reticolare

Si è misurato l'angolo  $\alpha_0$  dell'ordine zero di diffrazione (corrispondente alla riflessione speculare della fenditura)<sup>11</sup>; dal momento che non si è più mossa la torretta, tale angolo è rimasto invariato nel corso di tutta l'esperienza<sup>12</sup>. Successivamente si è misurato l'angolo  $\alpha_1$  relativo alla riga verde del mercurio al primo ordine di diffrazione. I valori ottenuti e le relative medie sono riportati in tabella 2.

Tabella 2: Misura dell'ordine zero e del primo ordine di diffrazione della riga verde del mercurio. L'incertezza sulla media è il massimo fra la semidispersione delle misure e la risoluzione dello strumento.

j	$\alpha_j^{(1)}$	$\alpha_j^{(2)}$	$\alpha_j^{(3)}$	$\langle \alpha_j \rangle$	$\sigma_{\langle \alpha_j \rangle}$
0	$224^\circ 28.5'$	$224^\circ 28.0'$	$224^\circ 28.0'$	$224^\circ 28.2'$	$0.5'$
1	$273^\circ 19.0'$	$273^\circ 18.0'$	$273^\circ 18.5'$	$273^\circ 18.5'$	$0.5'$

Tramite facili considerazioni geometriche si trova, detto  $\theta_i$  l'angolo di incidenza della luce sul reticolo e  $\theta_d$  quello di diffrazione:

$$\theta_i = \frac{180^\circ - \theta_0}{2}$$

$$\theta_d = 180^\circ - \theta_1 - \theta_i$$

Adoperando l'equazione del reticolo per il primo ordine di diffrazione  $d \sin(\theta_i - \theta_d^{Hg}) = \lambda_{Hg}$ , e utilizzando il valore fornito  $\lambda_{Hg} = 546.074 \pm 0.001$  nm, si è ricavato il passo reticolare:

$$d = 833.8 \pm 0.3 \text{ nm}$$

Dal passo reticolare si è ricavata immediatamente il numero di righe al millimetro  $n = 1199.3 \pm 0.4 \text{ mm}^{-1}$ , in buon accordo con il valore atteso per un reticolo di diffrazione nel visibile, pari a 1200 righe al millimetro.

## B.3 Misura della costante di Rydberg

Si è sostituita la lampada al mercurio con quella all'idrogeno, posizionando quest'ultima in modo da massimizzare l'intensità del fascio trasmesso. Si è quindi proceduto all'individuazione delle righe di emissione e alla misura dell'angolo di diffrazione relativo al prim'ordine per le diverse linee spettrali. Si è riusciti a individuare tutta la sequenza di linee spettrali attese; tuttavia, alcune erano particolarmente deboli e la loro misura è stata perciò affetta da un'incertezza maggiore che negli altri casi<sup>13</sup>. Gli errori attribuiti sono per lo più dovuti alla difficoltà nel posizionare la croce che indica il centro dell'obiettivo del telescopio in corrispondenza della linea spettrale a causa della bassa intensità della riga di emissione<sup>14</sup> (si è assunta come incertezza, al solito, il massimo fra la risoluzione dello strumento e la semidispersione delle misure effettuate). Per i diversi angoli di diffrazione si è ricavata la lunghezza d'onda corrispondente per mezzo dell'equazione del reticolo

$$\lambda = \frac{d(\sin \theta_i - \sin \theta_d)}{m} \quad (1)$$

in cui  $m$  è l'ordine di diffrazione. I valori ottenuti sono riportati in tabella 3.

<sup>11</sup>D'ora in poi la notazione  $\alpha_j$  si riferisce all'angolo letto sul goniometro, quella  $\theta_j$  al valore di tale angolo meno l'angolo di riferimento:  $\theta_j = \alpha_j - \alpha_{rif}$ .

<sup>12</sup>Questo fatto è stato controllato effettuando una seconda veloce misura quando si sono utilizzate la lampada all'idrogeno e poi quella al sodio.

<sup>13</sup>Per il doppietto verde, in particolare, si è riusciti ad effettuare la misura soltanto per una delle due righe, in quanto l'altra risultava troppo debole per essere centrata col puntatore del telescopio.

<sup>14</sup>Per riuscire a distinguere la croce, si è puntata per un breve lasso di tempo una lampada all'interno dell'oculare, dalla parte opposta all'osservatore. In questo modo, la persistenza dell'immagine sulla retina ha fatto sì che si riuscissero a osservare contemporaneamente la croce e la riga spettrale, di intensità inferiore a quella della luce della lampada.

Tabella 3: Angoli relativi al primo ordine di diffrazione delle righe spettrali dell'idrogeno (al secondo per l'ultima serie di valori), e relative lunghezze d'onda calcolate tramite l'equazione (1).

Colore	Intensità	$\alpha$	$\sigma_\alpha$	$\lambda$ [nm]	$\sigma_\lambda$ [nm]
violetto 1	poco intensa	$265^\circ 20'$	$2'$	435.4	0.5
violetto 2	debole	$265^\circ 47'$	$2'$	441.4	0.5
azzurro	intensa	$269^\circ 17'$	$2'$	489.5	0.5
verde 1	debole	$272^\circ 28'$	$3'$	534.2	0.8
rosso 1	abbastanza intensa	$278^\circ 18'$	$1'$	617.4	0.4
rosso 2	molto intensa	$281^\circ 4'$	$1'$	657.5	0.4
azzurro <sup>15</sup>	intensa	$302^\circ 56'$	$2'$	486.2	0.2

Lo spettro dell'idrogeno è descritto dall'equazione di Rydberg :

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (2)$$

dove  $n_1$  ed  $n_2$  sono interi con  $n_2 > n_1$ . Al variare di  $n_1$  si ottengono diverse serie, in particolare per  $n_1 = 1$  si ha la serie di Lyman, per  $n_1 = 2$  la serie di Balmer, per  $n_1 = 3$  la serie di Paschen, etc. Poiché le righe della serie di Lyman sono nello spettro dell'ultravioletto, mentre quelle della serie di Paschen e delle serie successive sono nello spettro dell'infrarosso, si è concentrata l'attenzione sulla serie di Balmer. Si sono confrontate le lunghezze d'onda misurate con quelle attese per le righe della serie di Balmer e si è individuata una corrispondenza per tre righe (violetto 1:  $n_2 = 5$ ; azzurro:  $n_2 = 4$ ; rosso 2:  $n_2 = 3$ ). Le altre righe osservate sono probabilmente dovute ad impurità nel gas della lampada.

Si è effettuato un fit lineare a un parametro per la funzione riportata nell'equazione (2) per questi tre valori di lambda (per l'azzurro, si è utilizzata la media ponderata dei valori ottenuti per il primo e per il secondo ordine), ottenendo un valore della costante di Rydberg pari a

$$R = 10.955 \pm 0.005 \mu\text{m}^{-1}$$

( $\chi_{rid}^2 = 1.9$ ), in accordo entro tre sigma con il valore atteso  $R_{att} = 10.968 \mu\text{m}^{-1}$ <sup>16</sup>. Si riportano i dati e la retta di interpolazione in figura 3.

## B.4 Misura del doppietto del sodio

Infine si è utilizzata la lampada al sodio per misurare le lunghezze d'onda del suo doppietto giallo. Come per il punto precedente non si è modificata la posizione della torretta per cui l'angolo di incidenza è rimasto invariato<sup>17</sup>. Si sono trovati per l'angolo del primo ordine di diffrazione i valori  $\alpha_{Na,1} = 276^\circ 25.0' \pm 1'$  e  $\alpha_{Na,2} = 276^\circ 27.5' \pm 1'$ . Dall'equazione del reticolo (1) si ottiene:

$$\lambda_{Na,1} = 590.4 \pm 0.4 \text{ nm}$$

$$\lambda_{Na,2} = 591.0 \pm 0.4 \text{ nm}$$

La misura risulta compatibile con quella effettuata con lo spettroscopio a prisma, ma è molto più precisa (ciò è legato al fatto che il reticolo di diffrazione in riflessione è uno strumento molto più sofisticato e consente una maggiore risoluzione rispetto a un semplice prisma). La distanza tra le due righe è di 0.6 nm come atteso e lo strumento risulta avere una risoluzione inferiore a 0.6 nm, valore confrontabile con l'incertezza attribuita alle lunghezze d'onda nella sezione (B.3). In effetti, lo strumento consente di distinguere righe molto più sottili e vicine (probabilmente fino a circa 1'). Tuttavia, se si vogliono estrarre dall'osservazione dei dati quantitativi, gli errori sistematici sulla misura degli angoli impediscono di ottenere una risoluzione inferiore a circa 0.4 nm.

## Note conclusive

Nella seconda parte dell'esperimento i valori ottenuti per le lunghezze d'onda sono sistematicamente maggiori di quelli attesi di circa 1 nm. Ciò può essere dovuto a un errore nella misura di  $\alpha_{rif}$  o  $\alpha_0$ . I valori moderatamente alti ottenuti per il  $\chi_{rid}^2$  suggeriscono inoltre che probabilmente si sono un po' sottostimati gli errori.

<sup>16</sup>Si è posto  $R = \frac{R_\infty}{(1+m_e/m_p)}$

<sup>17</sup>Si è comunque eseguita una veloce misura per verificare tale ipotesi.

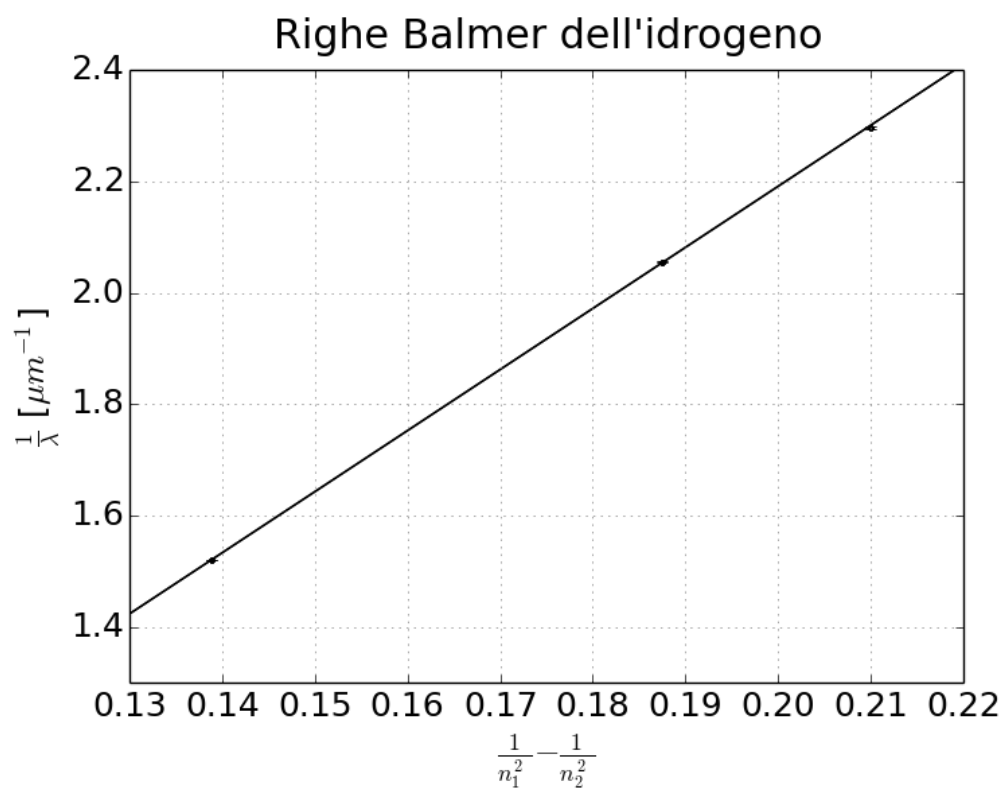


Figura 3: Fit lineare della funzione (2) per una selezione di dati della tabella 3 (si è posta l'intercetta a zero).