

Esperienza 3 - Gruppo 10

Effetto fotoelettrico

Loris Bagnasco

Tommaso Pajero

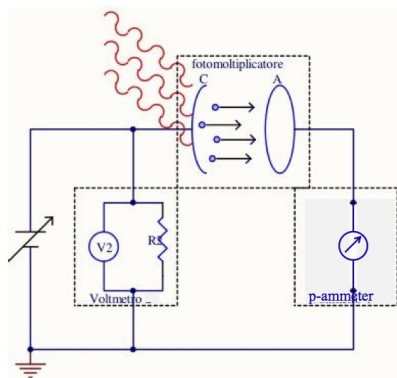
Alessandro Podo

9 marzo 2015

L'esperienza consiste nella verifica sperimentale dell'effetto fotoelettrico, che consente in particolare di dare una stima del valore del rapporto h/e .

1. Descrizione dell'apparato sperimentale

Figura 1: Circuito utilizzato per misurare l'energia cinetica dei fotoelettroni; il fotomoltiplicatore è posto in una scatola nera.



Si è montato il circuito in figura 1. Il fotomoltiplicatore e la lampada a LED utilizzata come sorgente luminosa erano fissati in due camere distinte di una scatola nera. Nel corso dell'esperienza, i vari filtri (puliti prima di essere utilizzati con la carta fornita, ed elencati in tabella 1) sono stati montati davanti al foro che collegava le due parti distinte della scatola. Nelle operazioni di sostituzione dei filtri si è posta particolare attenzione a non toccarli direttamente con le mani, a montarli in modo che fossero paralleli al setto separatorio della scatola e a evitare di esporre il fotomoltiplicatore a una luce intensa quando la scatola era aperta¹. A questo fine, si è posta una barriera opaca davanti al fotomoltiplicatore e lo si è coperto con un panno nero ogni qual volta si è aperta la scatola.

Si è preferito non utilizzare il cilindro nero fornito in dotazione per focalizzare il fascio di luce incidente sul filtro. Infatti, tale dispositivo, diminuendo la quantità di luce incidente sul filtro e quindi sul fotomoltiplicatore, deprimeva i valori di intensità di corrente di un fattore 10. Questa scelta ha comportato un aumento dell'imprecisione nella selezione della lunghezza d'onda da parte dei filtri². Tuttavia, poiché il raggio dei filtri era inferiore a 2 cm e la distanza fra essi e la lampadina di circa 15 cm, tale incertezza restava sotto l'1%, inferiore sia a quella relativa ai filtri Balzers (del 2.5%) sia a quella dei filtri Newport (del $1 \div 1.5\%$)³.

Una volta installato il filtro desiderato nella scatola nera, questa veniva chiusa ponendo un peso metallico sul coperchio e rivestendo l'intero apparato con un panno nero. In particolare, si è stati ben attenti a evitare che la luce penetrasse sotto il panno dalla zona dalla quale i cavi fuoriuscivano dalla scatola.

2. Misure

Per ogni filtro, si è effettuata una ventina di coppie di misure della tensione ai capi del fotomoltiplicatore e dell'intensità di corrente che vi scorreva attraverso, al variare della tensione erogata dal generatore. Ogni volta

¹Ciò avrebbe causato la presenza di una corrente residua nel fotomoltiplicatore nel corso delle misure successive.

²Per i filtri interferenziali, la lunghezza d'onda selezionata varia con il coseno dell'angolo di incidenza sul filtro.

³Si assume qui che la luce giungesse al foro prevalentemente senza essere riflessa dalle pareti nere della scatola.

Tabella 1: Filtri interferenziali utilizzati nel corso dell'esperimento. L'incertezza è la metà della $FWHM$ della banda passante.

Colore	λ [nm]	σ_λ [nm]	Produttore
giallo	577	6	Newport
verde	546	14	Balzers
verde-azzurro	499	6	Newport
azzurro	449	11	Balzers
blu	406	6	Newport

si è partiti da $V \simeq 0$ e si è proseguito fino a quando l'intensità di corrente non si stabilizzava su un valore asintotico.

Poiché movimenti anche piccoli effettuati nei pressi dell'apparato sperimentale perturbavano in maniera significativa la misura dell'intensità di corrente, le letture sono state fatte a distanza di qualche metro e in perfetta immobilità. Inoltre, si è aspettato per ogni misura che i valori della lettura si stabilizzassero, se necessario anche qualche minuto. Si è perciò deciso di assumere come incertezze quelle nominali dichiarate dai costruttori ($0.5\% + 1 \text{ digit}$ per il voltmetro e $0.4\% + 1 \text{ digit}$ e $0.2\% + 1 \text{ digit}$ per il picoamperometro, rispettivamente sulle scale dei 20 nA e dei 200 nA). I risultati sono riportati in figura 2 e in tabella 2.

Tabella 2: Misure della tensione ai capi del fotomoltiplicatore e della corrispondente intensità di corrente relative al filtro blu ($\lambda = 406 \text{ nm}$).

V [mV]	σ_V [mV]	I [nA]	σ_I [nA]
1.2	0.1	1.96	0.01
24.0	0.2	1.67	0.01
44.6	0.2	1.43	0.01
65.8	0.3	1.21	0.01
89.6	0.5	1.00	0.01
117.6	0.6	0.77	0.01
145.1	0.7	0.601	0.003
178.5	0.9	0.402	0.002
217	1	0.203	0.001
260	2	0.028	0.001
326	2	-0.171	0.001
395	2	-0.314	0.002
490	3	-0.438	0.002
608	3	-0.507	0.003
737	4	-0.540	0.003
917	5	-0.560	0.003
1250	6	-0.568	0.003
1719	9	-0.580	0.003
2100	10	-0.582	0.003

3. Elaborazione dei dati - primo approccio

Si sono interpolati i dati, separatamente per ogni colore, tramite la funzione:

$$I = \bar{I}(e^{a(\bar{V}-V)} - 1) \quad (1)$$

Quindi, si è stimata la tensione di arresto della corrente fotocatodica V_0 come la tensione in corrispondenza della quale l'intensità di corrente differiva dal valore asintotico $-\bar{I}$ dell'incertezza attribuita alla misura del valore asintotico di I , che indicheremo con δI^4 . La formula analitica per il calcolo di V_0 è:

$$V_0 = \bar{V} + \frac{1}{a} \log \frac{\bar{I}}{\delta I} \quad (2)$$

I fit sono riportati in sovrapposizione ai dati in figura 3; le relative stime di V_0 in tabella 4.

Figura 2: Misure della tensione ai capi del fotomoltiplicatore e della corrispondente intensità di corrente relative ai vari filtri interferenziali, eccetto quello blu (le cui misure sono riportate in tabella 2).

V [mV]	σ_V [mV]	I [nA]	σ_I [nA]
0.9	0.1	25.71	0.05
14.3	0.1	23.82	0.05
26.1	0.2	22.46	0.05
42.1	0.2	20.72	0.04
63.2	0.3	18.62	0.04
82.2	0.5	16.83	0.03
102.1	0.5	15.08	0.03
120.1	0.6	13.61	0.03
138.1	0.7	12.23	0.03
163.3	0.8	10.44	0.02
183.9	0.9	9.18	0.02
223	1	6.85	0.02
241	2	5.83	0.01
265	2	4.71	0.01
286	2	3.88	0.01
298	2	3.48	0.01
324	2	2.46	0.01
343	2	1.89	0.01
365	2	1.20	0.01
385	2	0.62	0.01
402	2	0.20	0.01
440	2	-0.69	0.01
485	3	-1.50	0.01
538	3	-2.21	0.01
613	3	-2.97	0.01
715	4	-3.55	0.01
847	4	-3.86	0.01
1024	5	-3.95	0.01
1261	6	-3.99	0.01
1661	8	-4.00	0.01

(a) Azzurro ($\lambda = 449$ nm).

V [mV]	σ_V [mV]	I [nA]	σ_I [nA]
1.2	0.1	30.82	0.06
19.7	0.1	26.80	0.05
39.7	0.2	23.02	0.05
58.7	0.3	19.77	0.04
79.1	0.4	16.66	0.03
99.5	0.5	13.89	0.03
120.8	0.6	11.41	0.02
142.0	0.7	9.22	0.02
167.8	0.8	6.93	0.02
189	1	5.41	0.01
217	1	3.67	0.01
249	2	2.10	0.01
289	2	0.51	0.01
335	2	-0.75	0.01
379	2	-1.65	0.01
422	2	-2.25	0.01
496	3	-2.84	0.01
589	3	-3.14	0.01
727	4	-3.24	0.01
1084	6	-3.40	0.01
1414	7	-3.44	0.01
1987	10	-3.49	0.01

(c) Verde ($\lambda = 546$ nm).

V [mV]	σ_V [mV]	I [nA]	σ_I [nA]
1.2	0.1	10.44	0.02
24.5	0.2	8.44	0.02
45.5	0.2	6.92	0.02
70.3	0.4	5.30	0.01
94.4	0.5	4.05	0.01
121.3	0.6	2.83	0.01
144.1	0.7	1.96	0.01
169.9	0.9	1.10	0.01
204	1	0.220	0.001
238	2	-0.51	0.01
279	2	-1.20	0.01
311	2	-1.57	0.01
333	2	-1.82	0.01
361	2	-2.05	0.01
398	2	-2.27	0.01
440	2	-2.47	0.01
482	3	-2.57	0.01
527	3	-2.66	0.01
602	3	-2.74	0.01
682	4	-2.80	0.01
800	4	-2.81	0.01
992	5	-2.86	0.01
1210	6	-2.89	0.01
1897	10	-2.95	0.01

(b) Giallo ($\lambda = 577$ nm).

V [mV]	σ_V [mV]	I [nA]	σ_I [nA]
1.2	0.1	8.10	0.02
26.6	0.2	6.76	0.02
58.4	0.3	5.33	0.01
87.3	0.5	4.19	0.01
111.6	0.6	3.40	0.01
132.5	0.7	2.78	0.01
158.3	0.8	2.14	0.01
185.1	0.9	1.55	0.01
207	1	1.12	0.01
240	2	0.51	0.01
280	2	-0.022	0.001
333	2	-0.585	0.003
381	2	-0.991	0.003
452	3	-1.51	0.01
528	3	-1.77	0.01
628	3	-2.01	0.01
748	4	-2.06	0.01
967	5	-2.08	0.01
1295	7	-2.13	0.01
2030	10	-2.15	0.01

(d) Verde-azzurro ($\lambda = 499$ nm).

Figura 3: Misure di tensione e di intensità di corrente relative ai vari filtri interferenziali; in sovrapposizione, la funzione di fit ricavata tramite il modello equazione 1.

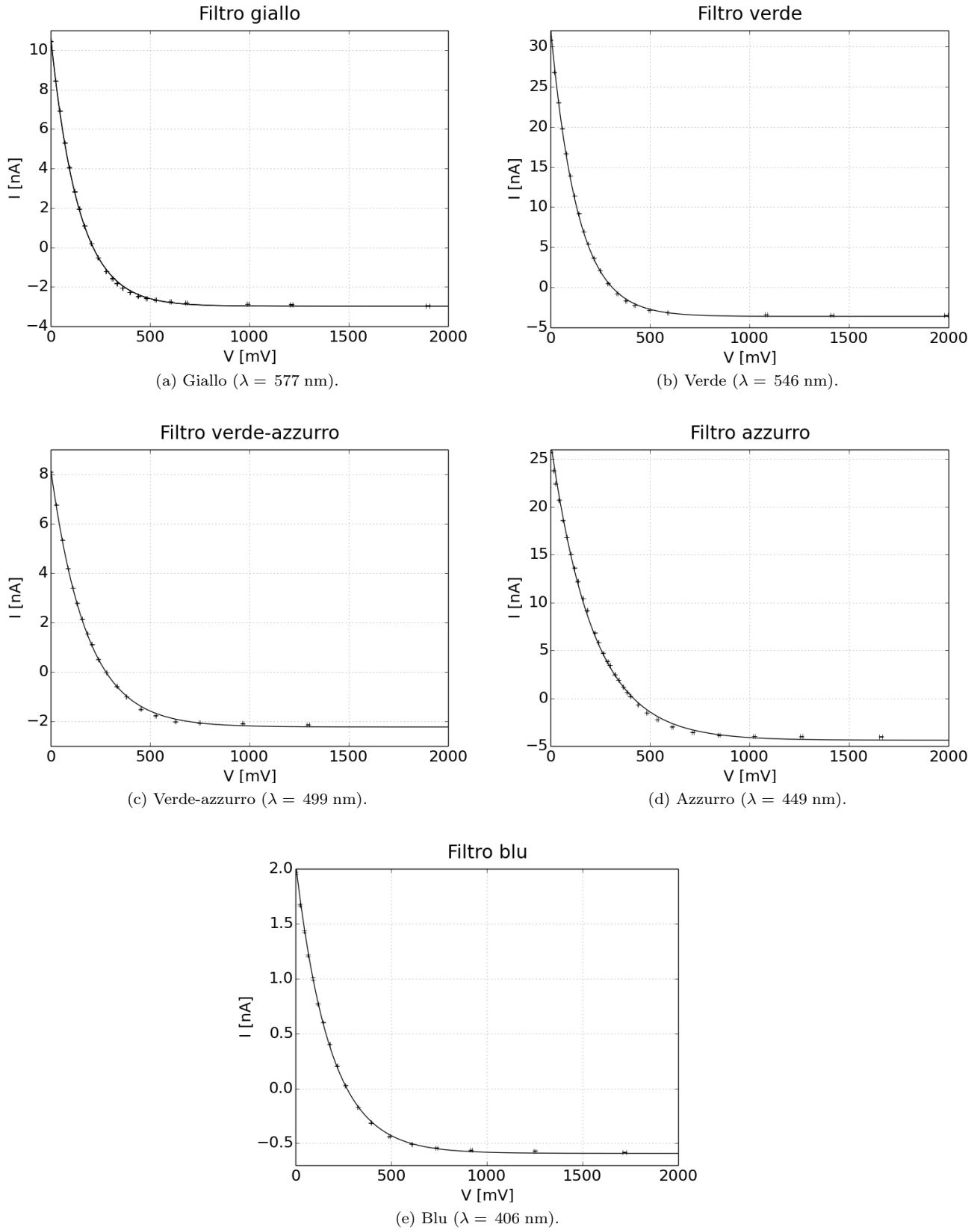


Tabella 3: Potenziali di azzeramento della corrente fotocatodica relativi ai vari filtri. Il calcolo è stato fatto sfruttando l'equazione 2, relativa al modello equazione 1.

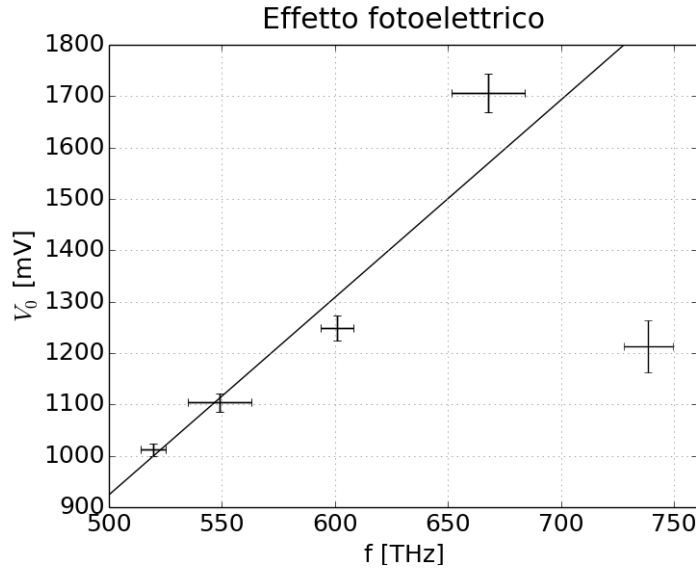
Colore	λ [nm]	σ_λ [nm]	V_0 [V]	σ_{V_0} [V]
giallo	577	6	1.01	0.01
verde	546	14	1.10	0.02
verde-azzurro	499	6	1.25	0.03
azzurro	449	11	1.71	0.04
blu	406	6	1.21	0.05

Il valore del coefficiente angolare del fit finale V_0 - f è invariante per traslazioni omogenee dei valori di V_0 . Nel nostro caso, scelte diverse del valore di δI ⁵ provocano una traslazione quasi omogenea dei valori di V_0 . La piccola inomogeneità è dovuta al fatto che il parametro a non assume lo stesso valore in tutti i fit. Tuttavia, nel caso in esame, il valore di a non varia significativamente (è compreso nell'intervallo $0.0060 \pm 0.0017 \text{ mV}^{-1}$). Ciò fa sì che la dipendenza del coefficiente angolare del fit finale dalla scelta di δI sia debole. Ad esempio, una modifica di δI di un fattore 2 porta a un'inomogeneità nella traslazione di al più 0.02 V, valore confrontabile con le σ_{V_0} calcolate (*cfr.* la tabella 3).

I valori di χ^2_{rid} per i vari fit sono tutti molto alti (variabili tra 40 e 400) conseguentemente al fatto che, a vista d'occhio, la funzione esponenziale dell'equazione 1 non descrive esattamente l'andamento dell'intensità di corrente in funzione della tensione. Tuttavia, ciò non è motivo di particolare apprensione, poiché siamo interessati solo a determinare l'andamento approssimativo di tale quantità⁶.

Il valore di V_0 relativo al filtro blu si discosta chiaramente dall'andamento lineare in frequenza previsto dalla teoria. Si è perciò deciso di effettuare un fit lineare del potenziale di azzeramento della corrente catodica in funzione della frequenza della luce incidente limitatamente ai primi quattro filtri⁷. Il risultato è riportato in figura 4.

Figura 4: Fit lineare dei dati riportati in tabella 3 (relativi al modello equazione 1), eccetto quelli relativi al filtro blu.



Si è ottenuto per il coefficiente angolare il valore $3.8 \pm 0.7 \text{ J} \cdot \text{s/C}$ ($\chi^2_{rid} = 3$, appena entro la soglia di significatività del 95%), in ottimo accordo col valore predetto dalla teoria $h/e = 4.1 \text{ J} \cdot \text{s/C}$.

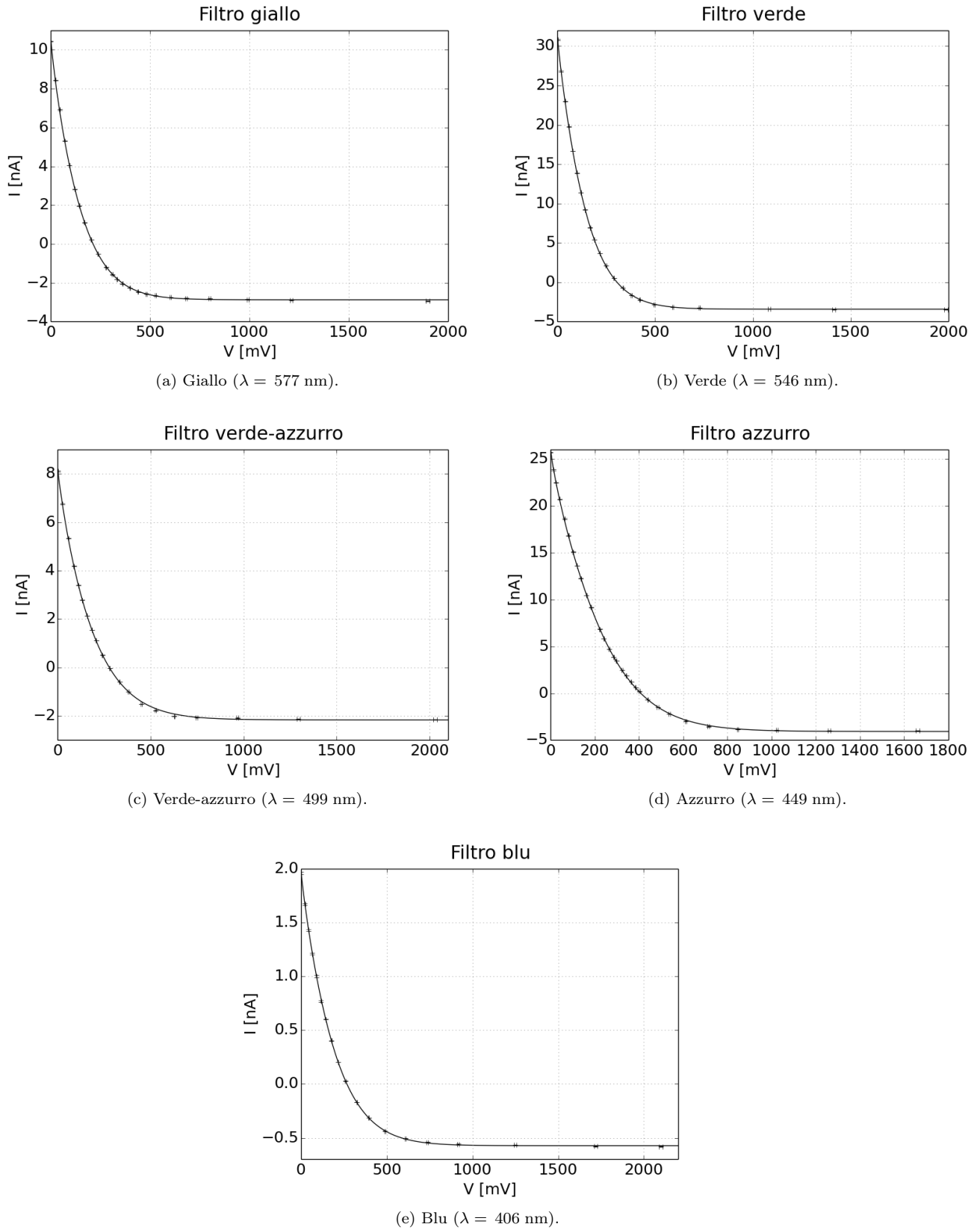
⁴ $\delta I = 0.01 \text{ nA}$ per tutti i filtri eccetto che per il blu, per il quale $\delta I = 0.003 \text{ nA}$ (*cfr.* le tabelle 1 e 2).

⁵Uguale per tutte le frequenze, eccetto il filtro blu, per il quale il discorso non vale. Nel nostro caso, però, si vedrà che i dati relativi al filtro blu sono palesemente in disaccordo con gli altri e il problema non si pone.

⁶Siamo cioè interessati non a descrivere in modo esatto tale andamento, ma a trovare un metodo per ottenere una stima ragionevole di V_0 .

⁷Per tener conto dell'incertezza non trascurabile sulle frequenze, la si è propagata e la si è sommata in quadratura con le incertezze sulla tensione.

Figura 5: Misure di tensione e di intensità di corrente relative ai vari filtri interferenziali; in sovrapposizione, la funzione di fit modello equazione 3.



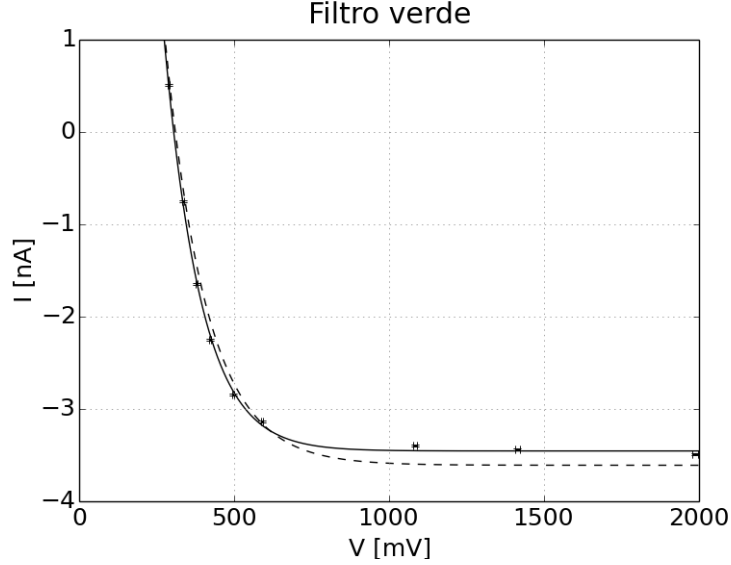
4. Elaborazione dei dati - secondo approccio

Si è cercato di trovare una funzione che descrivesse meglio l'andamento dei dati. In particolare, si è verificato che:

$$I = (a_1 + a_2 V^b) e^{-d \cdot V} - e \quad (3)$$

li descriveva in modo molto più accurato⁸, con valori del χ_{rid}^2 compresi tra 3 e 38, e dunque inferiori di un fattore 10 rispetto a quelli trovati nella parte (3). I fit sono riportati in sovrapposizione ai dati in figura 5; per poter confrontare le due diverse procedure di fit, si è riprodotto in figura 6 un ingrandimento del grafico dei dati vicino all'asintoto orizzontale della corrente anodica per il filtro verde, congiuntamente alle due diverse funzioni di fit.

Figura 6: Funzioni di fit relative alle equazioni 1 (in nero) e 3 (in rosso) per il filtro verde (ingrandimento).



Come nel caso del fit precedente, si è deciso di stimare la tensione di arresto della corrente fotocatodica V_0 come quella per cui l'intensità di corrente differiva dal valore asintotico $-\bar{I}$ dell'incertezza attribuita alla misura del valore asintotico di I ⁹. In questo caso, però, non è possibile trovare una formula analitica per tale valore e si è dovuti ricorrere ad un'analisi numerica. Le incertezze sono state stimate, in maniera molto grossolana e per eccesso, come la semidispersione dei valori di V_0 ottenuti intersecando la funzione di fit con i parametri $a_1 \pm \sigma_{a_1}$, $a_2 \pm \sigma_{a_2}$, $b \pm \sigma_b$ e $d \mp \sigma_d$ ¹⁰.

I risultati sono riportati in tabella 4. Come nel caso precedente, il valore relativo al filtro blu è evidentemente incoerente con gli altri. Si è perciò deciso di eseguire un fit lineare di V_0 in funzione della frequenza limitandosi ai primi quattro filtri¹¹. Tale fit (*cfr.* figura 7), restituisce come coefficiente angolare $3.2 \pm 0.1 \text{ J} \cdot \text{s/C}$ ($\chi_{rid}^2 = 0.03$), in completo disaccordo con il valore atteso.

Tabella 4: Potenziali di azzeramento della corrente fotocatodica relativi ai vari filtri, calcolati avvalendosi del modello equazione 3.

Colore	λ [nm]	σ_λ [nm]	V_0 [V]	σ_{V_0} [V]
giallo	577	6	0.86	0.06
verde	546	14	0.94	0.06
verde-azzurro	499	6	1.10	0.15
azzurro	449	11	1.3	0.1
blu	406	6	1.04	0.09

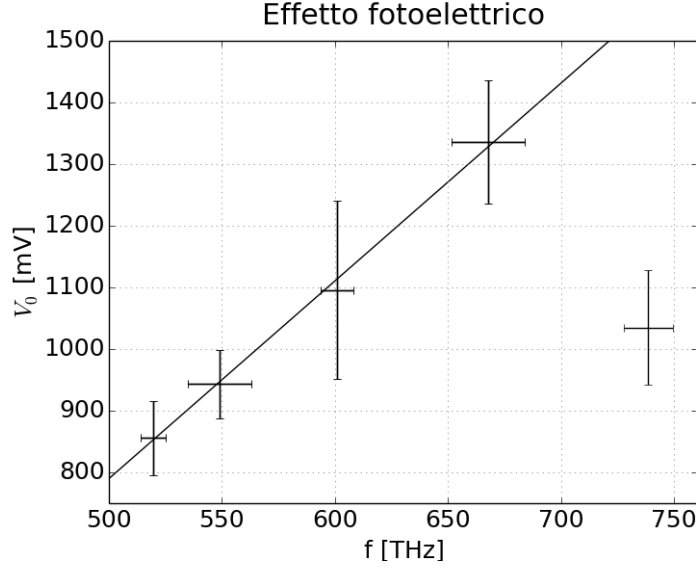
⁸La forma funzionale è stata suggerita da un tentativo di modellizzazione del fenomeno basato sulle nostre conoscenze di meccanica statistica.

⁹Cioè: $(a_1 + a_2 V_0^b) e^{-d \cdot V_0} = \delta I$.

¹⁰Questo metodo non tiene conto delle correlazioni fra i parametri di fit, né del fatto che le incertezze su tali parametri sono di tipo statistico e non assoluto.

¹¹Le incertezze sulle frequenze sono state propagate analogamente a quanto fatto nella parte (3).

Figura 7: Fit lineare dei dati riportati in tabella 4 (relativi al modello equazione 3), eccetto quelli relativi al filtro blu. Le incertezze su V_0 sono sovrastimate.



D'altra parte, l'incertezza su tale coefficiente e il valore del χ^2_{rid} sono privi di significato, poiché le incertezze attribuite a V_0 nell'eseguire il fit sono largamente sovrastimate. In conclusione, la misura non è significativa, e il valore più attendibile per il rapporto h/e è quello fornito nella parte (3). Si è deciso di riportare comunque anche questo secondo metodo di fit innanzi tutto poiché sembra descrivere molto meglio la distribuzione dei dati, e in secondo luogo poiché, almeno qualitativamente, sembra dare una buona descrizione dei dati sperimentali (i primi quattro punti della figura 7 sono ben allineati¹²).

Per ottenere una stima ragionevole delle incertezze sui vari V_0 , si sarebbe potuto procedere nel seguente modo per ogni filtro:

1. Generare in modo stocastico degli insiemi di numeri (a_1^* , a_2^* , b^* e d^*) compresi fra i valori ($a_1 \pm \sigma_{a_1}$, $a_2 \pm \sigma_{a_2}$, $b \pm \sigma_b$ e $d \pm \sigma_d$) calcolati in precedenza.
2. Calcolare, per ognuno di questi insiemi, il χ^2 relativo alla funzione di fit.
3. Selezionare solo gli insiemi per i quali il χ^2 differisce dal χ^2 iniziale al più di una deviazione standard.
4. Calcolare, per ognuna delle funzioni di fit così selezionate, il valore di V_0^* tramite la solita procedura: $(a_1^* + a_2^* V_0^{*b^*})e^{-d^* \cdot V_0^*} = \delta I$.
5. Un'incertezza ragionevole su V_0 sarebbe, a questo punto, lo scarto quadratico medio sulla distribuzione V_0^* così ottenuta.

Questa procedura è piuttosto lunga da implementare, e non è stata effettuata. Potenzialmente, però, dovrebbe abbassare considerevolmente la stima degli errori su V_0 , aumentando la significatività del fit finale usato per determinare h/e (nonché l'incertezza sulla stima di tale valore).

6. Studio della corrente anodica

Si è provato a studiare l'andamento della corrente anodica asintotica in funzione della lunghezza d'onda della radiazione incidente sul tubo fotomoltiplicatore. Graficando i valori della corrente non si riesce ad individuare un andamento chiaro al variare della lunghezza d'onda. Tuttavia questo non è sorprendente in quanto il valore asintotico della corrente dipende in modo determinante dal potere assorbente dei filtri utilizzati e dalla rilevanza della lunghezza d'onda nello spettro di emissione della lampada adoperata.

La corrente asintotica misurata corrisponde alla corrente generata da tutti i fotoelettroni emessi dall'anodo ed è quindi proporzionale all'intensità della radiazione incidente su quest'ultimo. Supponendo che i filtri abbiano trasmittanze simili per le rispettive frequenze di banda passante¹³ e che l'efficienza del processo di interazione

¹²Anche se questo, naturalmente, potrebbe essere dovuto solo al caso.

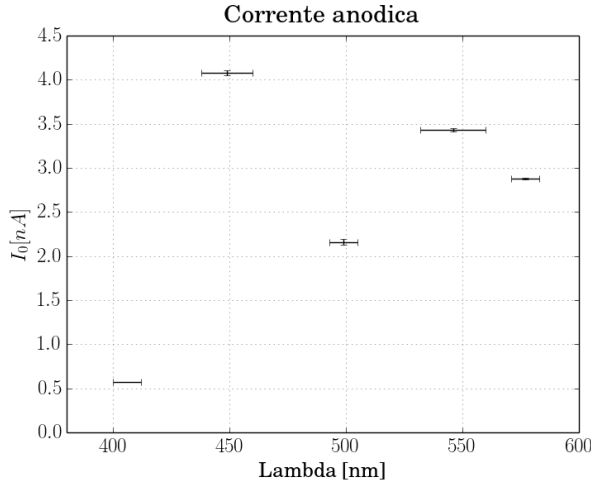
¹³Questo è stato verificato per i filtri della serie Newport consultando i relativi datasheet. Purtroppo non è stato possibile verificare questa ipotesi per i filtri Balzers in quanto non si è riusciti a trovare il datasheet relativo.

fotoelettrico sul catodo sia la stessa per le diverse frequenze¹⁴, l'intensità della radiazione incidente sull'anodo sarebbe proporzionale a quella della relativa componente spettrale del LED, con la stessa costante di proporzionalità per tutti i filtri.

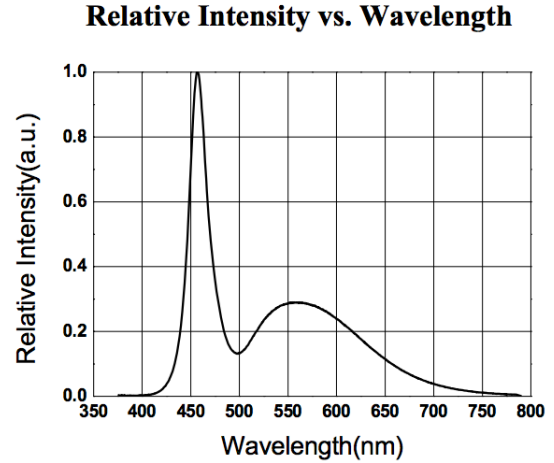
Pertanto la misura della corrente anodica per una data frequenza fornirebbe, nelle ipotesi precedenti, una misura dell'intensità della relativa componente nello spettro della lampada a LED.

In effetti, confrontando il grafico ottenuto con quello tipico dello spettro dei LED bianchi (figura 8) si vede che gli andamenti sono grossolanamente compatibili¹⁵.

Figura 8: Confronto tra le correnti anodiche asintotiche misurate e lo spettro di emissione di una lampada bianca a LED.



(a) Corrente anodica asintotica.



(b) Spettro di emissione tipico di un LED bianco.

7. Commenti finali

Si è provato a eseguire un fit utilizzando il primo metodo suggerito nel testo ($\sqrt{I - I_0} = aV + b$), ma il metodo dipende molto fortemente dal diverso numero di misure prese nel regime asintotico e in quello a piccole differenze di potenziale per i vari filtri. Inoltre, l'assunzione che la corrente anodica sia indipendente dalla differenza di potenziale applicata al fotomoltiplicatore, su cui si basa la procedura di fit, è errata. Per questo motivo non si sono riportati i relativi fit nella relazione.

L'andamento dell'intensità di corrente al variare del potenziale per il filtro blu è simile a quello degli altri filtri. Tuttavia, il valore di V_0 estrapolato da questi dati si discosta molto da quanto previsto; esso è stato dunque escluso dall'analisi dati successiva. Non si è riusciti a trovare una spiegazione soddisfacente di questo fatto.

¹⁴Questa ipotesi potrebbe non essere verificata in modo esatto in quanto la sezione d'urto del processo dipende dall'energia. Inoltre ci potrebbero essere effetti legati alla risposta del fotomoltiplicatore al variare della frequenza.

¹⁵Il picco a 450 nm ha altezze variabili a seconda del modello del LED. Le frequenze relative ai picchi sono tuttavia concordi.