



UNIVERSITÀ DI PISA

CORSO DI LAUREA IN FISICA

LABORATORIO DI FISICA 3

ESERCITAZIONE 15
MISURA DELLA COSTANTE DI
BOLTZMANN

Prof. Francesco Forti

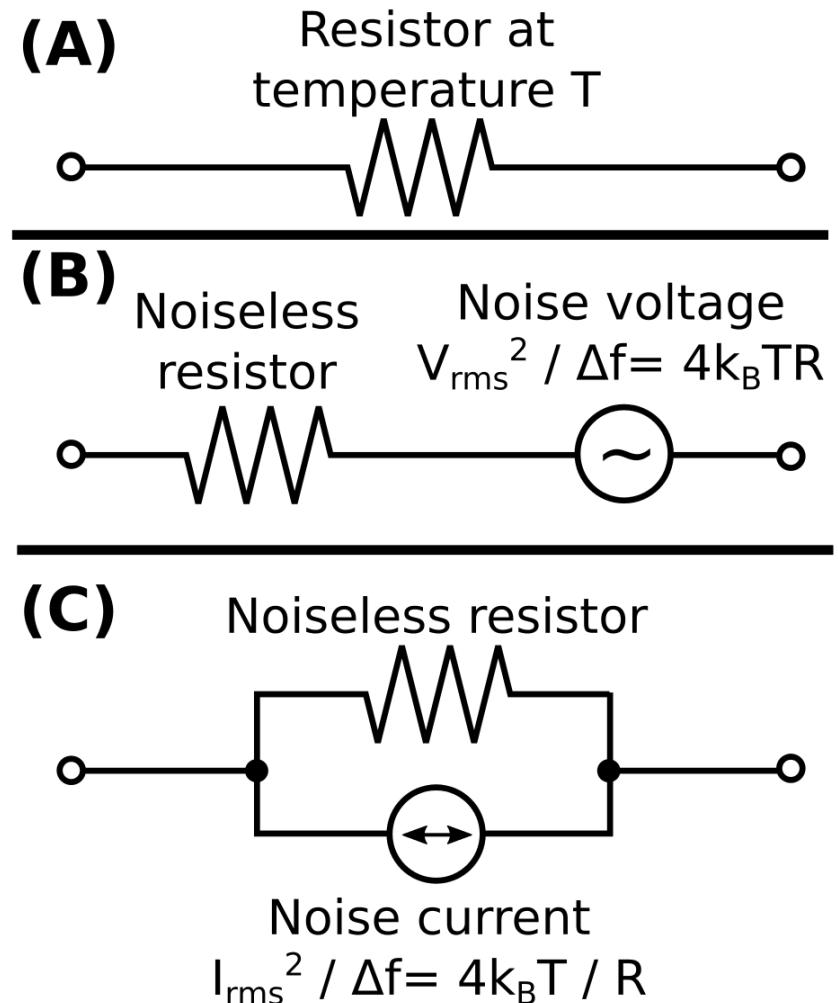
Rumore di Johnson-Nyquist

2

- Il rumore termico in una resistenza dipende dalla temperatura attraverso una delle due relazioni

$$S_V(f) = 4k_B T R$$

$$S_I(f) = 4k_B T / R$$



Principio della misura

3

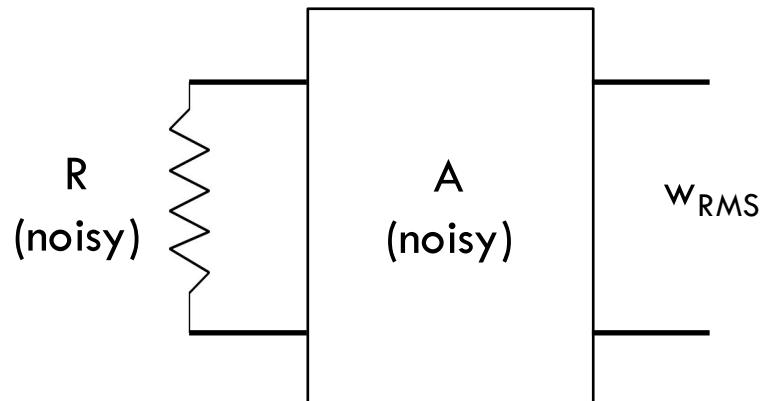
- Se si riesce a misurare V_{rms} della resistenza R in una banda di frequenza definita (Δf) ed a temperatura nota si può ottenere

$$k_B = \frac{V_{RMS}^2}{4TR\Delta f}$$

- In pratica è necessario amplificatore forteamente il segnale di rumore per poterlo misurare:
 - Necessario conoscere l'amplificazione
 - Qualunque circuito reale introduce del rumore proprio non noto a priori, che deve essere simultaneamente estratto dalla misura.

Schema misura

4



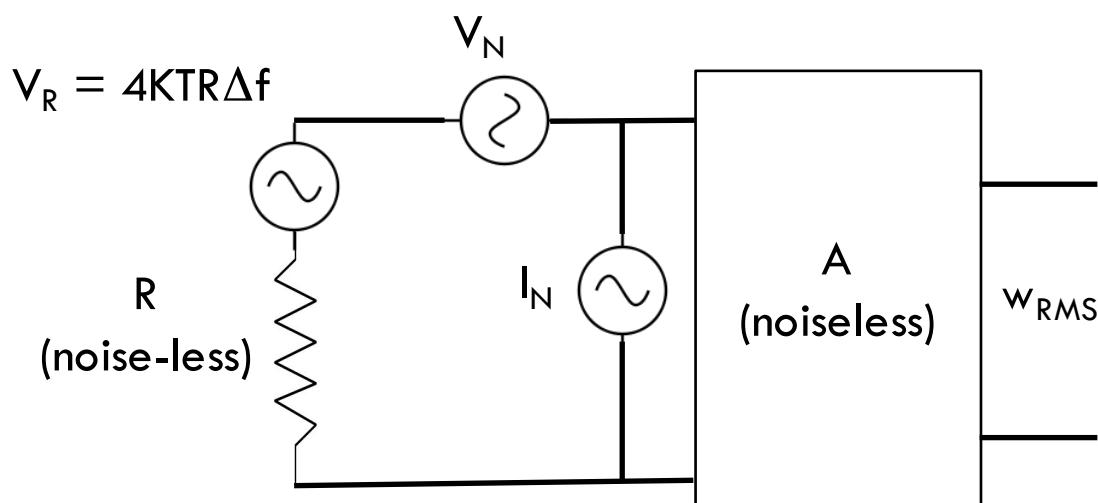
Si sostituiscono i componenti con componenti noiseless e rumore equivalente riferito all'ingresso

$$\begin{aligned} w_{RMS}^2 &= A^2(V_N^2 + (RI_N)^2 + 4k_B T R \Delta f) \\ &= A^2 V_N^2 \left(1 + \frac{R}{V_N^2 / 4k_B T \Delta f} + \frac{R^2}{V_N^2 / I_N^2} \right) \end{aligned}$$

$V_{RMS} = V_{0n} \sqrt{1 + \frac{R}{R_T} + \frac{R^2}{R_n^2}}$, dove R è la resistenza in ingresso;

$V_{0n} = A_0 V_n$ è il rumore in uscita a resistenza nulla

$R_T = \frac{V_n^2}{4k_B T \Delta f} = \frac{V_{0n}^2}{4k_B T A_0^2 \Delta f}$ è la resistenza equivalente del rumore serie dell'amplificatore riferito all'ingresso

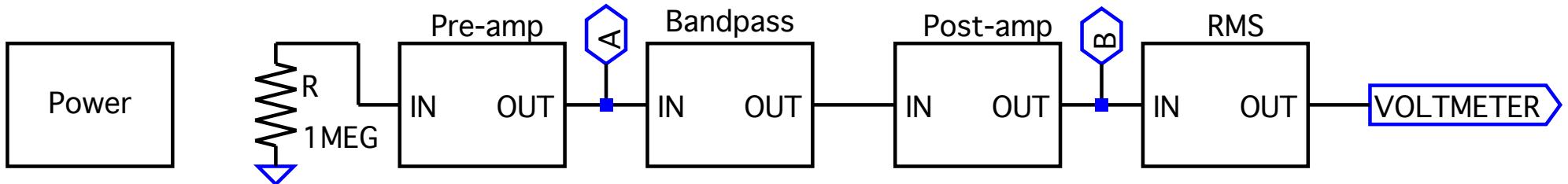


Es. 15

$R_n = V_n / I_n$ è il rapporto tra il rumore parallelo ed il rumore serie dell'amplificatore, riferiti all'ingresso

Schema a blocchi (Sottocircuiti di LTSpice)

5



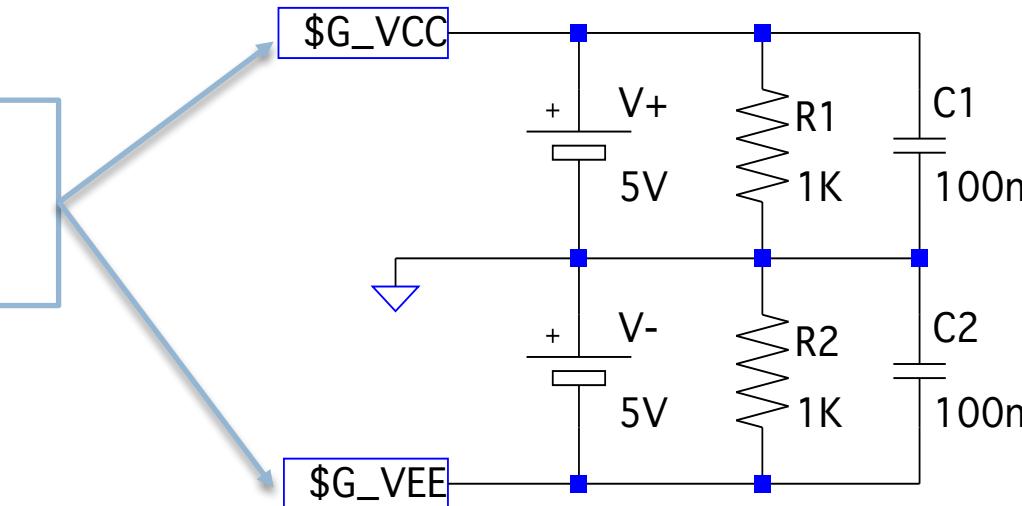
- Costruire il pre-amp e misurare la sua amplificazione e risposta in frequenza nel punto A
- Costruire il filtro passa banda ed il post-amp, e misurare amplificazione e risposta in frequenza tra A e B
- Costruire il convertitore RMS e verificarne il funzionamento con un segnale sinusoidale
- E' possibile misurare direttamente la amplificazione e risposta in frequenza del circuito complessivo mandando segnali molti piccoli in ingresso utilizzando un partitore 1000:1.

Power filter

6

- Serve a ridurre il rumore sulle alimentazioni
- Va montato sulle stesse linee di distribuzione V+/V- usate per alimentare gli operazionali.

Simboli “Globali” di LTSpice.
Sono nodi della rete comuni a tutti i sottocircuiti.

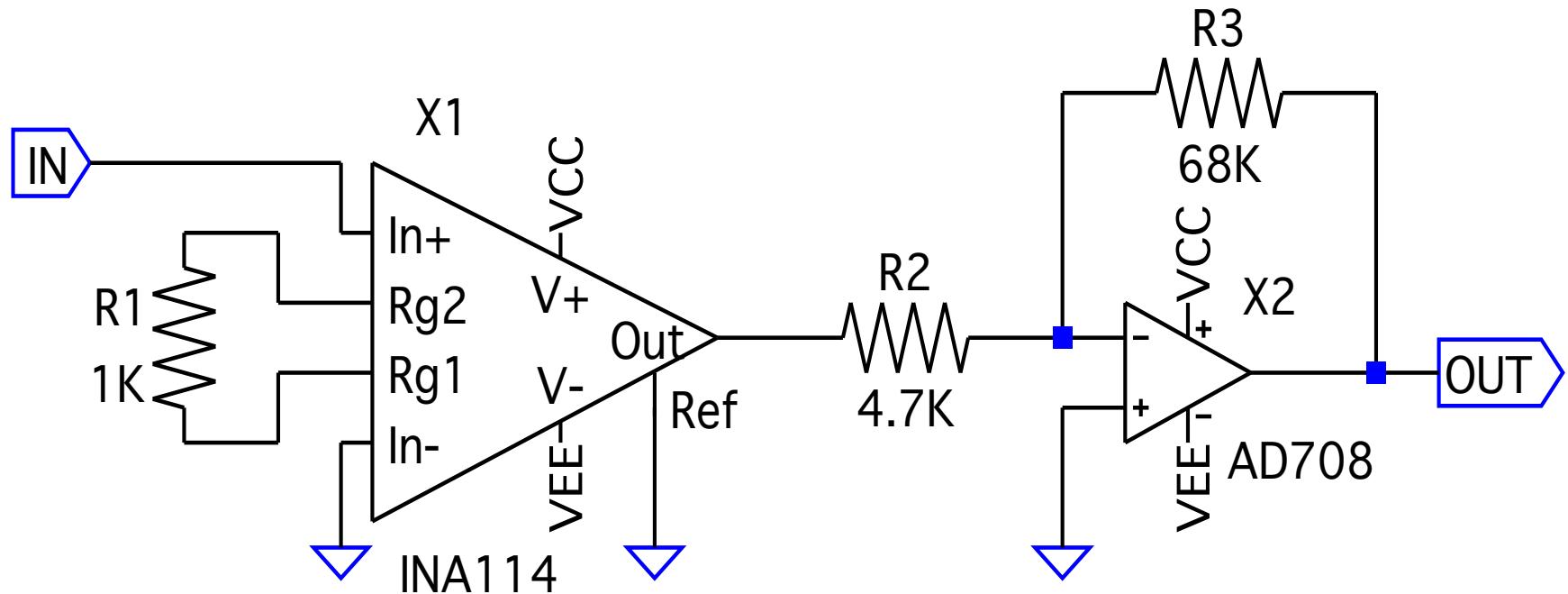


Pre-amplificatore

7

Misurarne la risposta in frequenza ed amplificazione, mandando un segnale sinusoidale in ingresso.

Dal datasheet del INA114, il guadagno del primo stadio è $1 + \frac{50k\Omega}{1k\Omega} = 51$, mentre del secondo è $\frac{68k\Omega}{4.7k\Omega} = 14.5$. Fare attenzione non saturare il circuito.

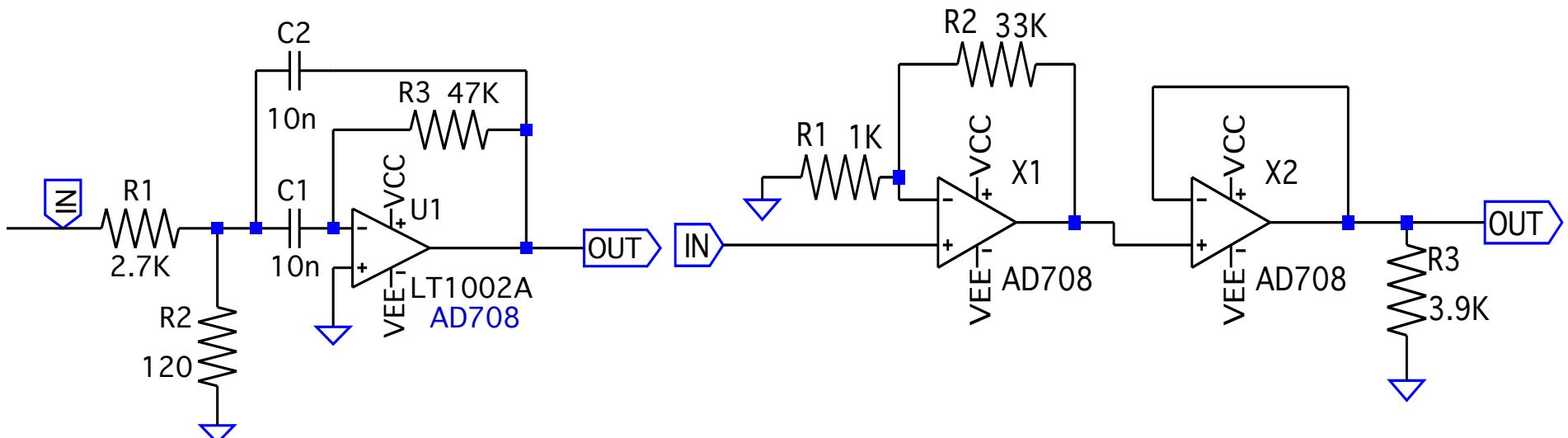


Filtro passabanda e post-amp

8

Misurare la risposta in frequenza da A a B, in particolare misurando la larghezza di banda $\Delta f = f_{MAX} - f_{MIN}$ e l'amplificazione a centro banda che dovrebbe essere

$$\frac{47k\Omega}{2 \cdot 2.7k\Omega} \cdot \left(1 + \frac{33k\Omega}{1k\Omega}\right) = 296$$



$f_0=6.7\text{kHz}$ (teorico)
 $f_0=6.4\text{kHz}$ (dovuto ai poli dell'opamp)

Es. 15

Passa banda 1-opamp (biquad)

9

$$H_0 = R3/(2*R1)$$

$$\Delta\omega = (\omega_0/Q) = 2/(R3*C)$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{C^2 R_3} \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

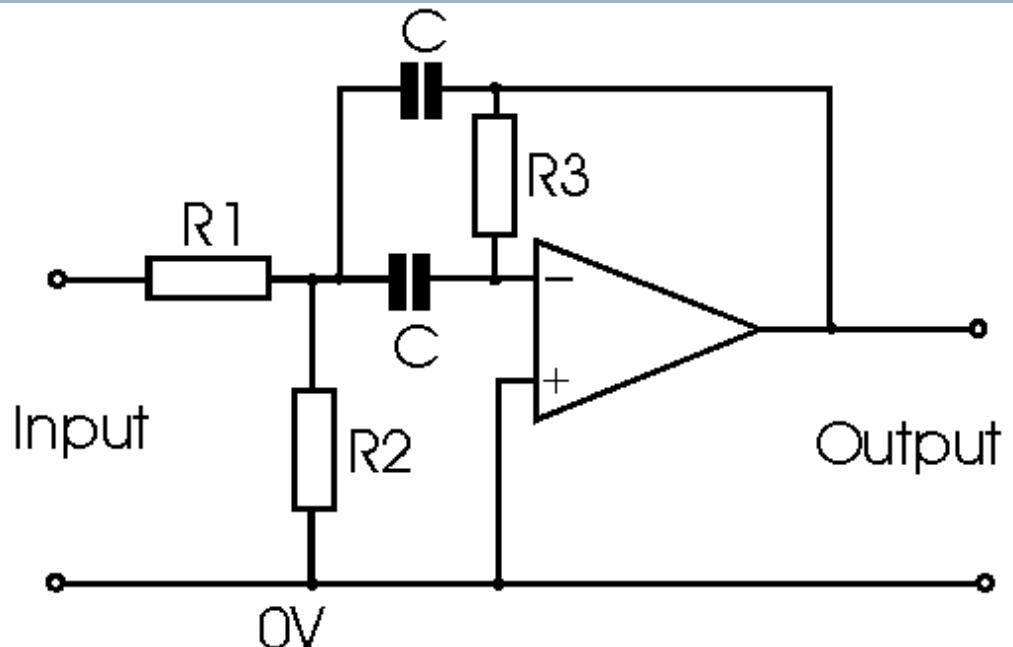
$$R1 = \frac{Q}{H_0 \omega_0 C}$$

$$R2 = \frac{Q}{(2Q^2 - H_0) \omega_0 C}$$

$$R3 = \frac{2 Q}{\omega_0 C}$$

$$H_0 = \text{gain} \quad \& \quad \omega_0 = 2\pi f$$

Es. 15



http://www.radio-electronics.com/info/circuits/opamp_band_pass_filter/op_amp_bandpassfilter.php

Convertitore RMS

10

Misurare la risposta del convertitore ad un segnale sinusoidale in ingresso di frequenza opportuna, ricordando che in tal caso $V_{RMS} = V_{MAX}/\sqrt{2}$

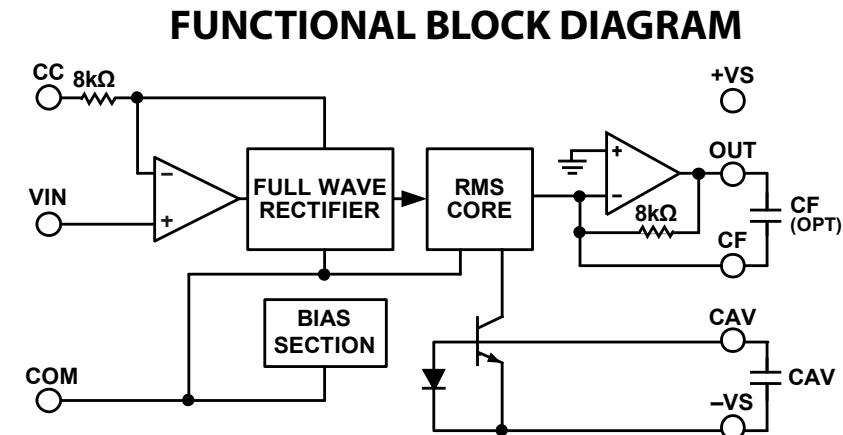
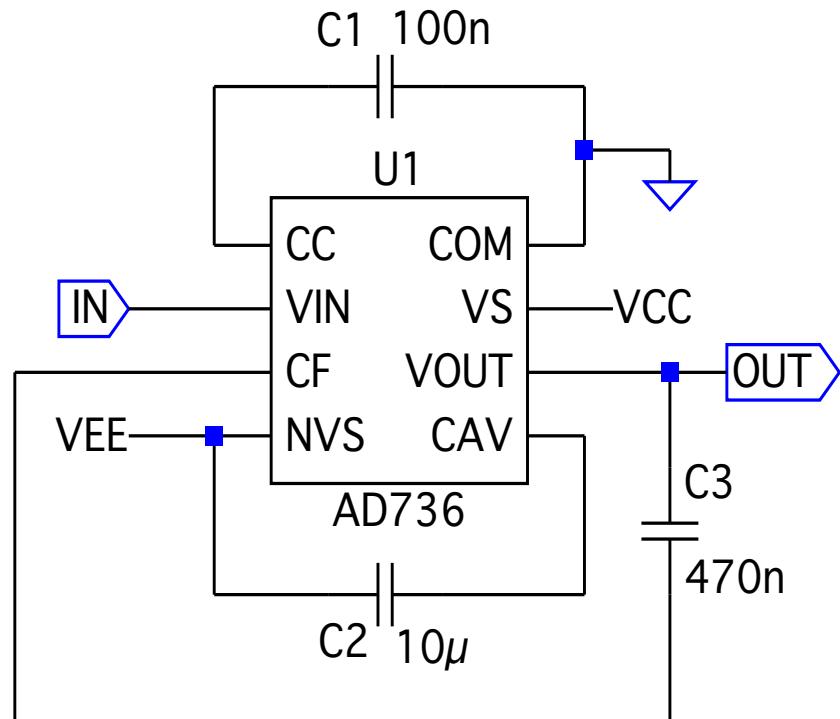


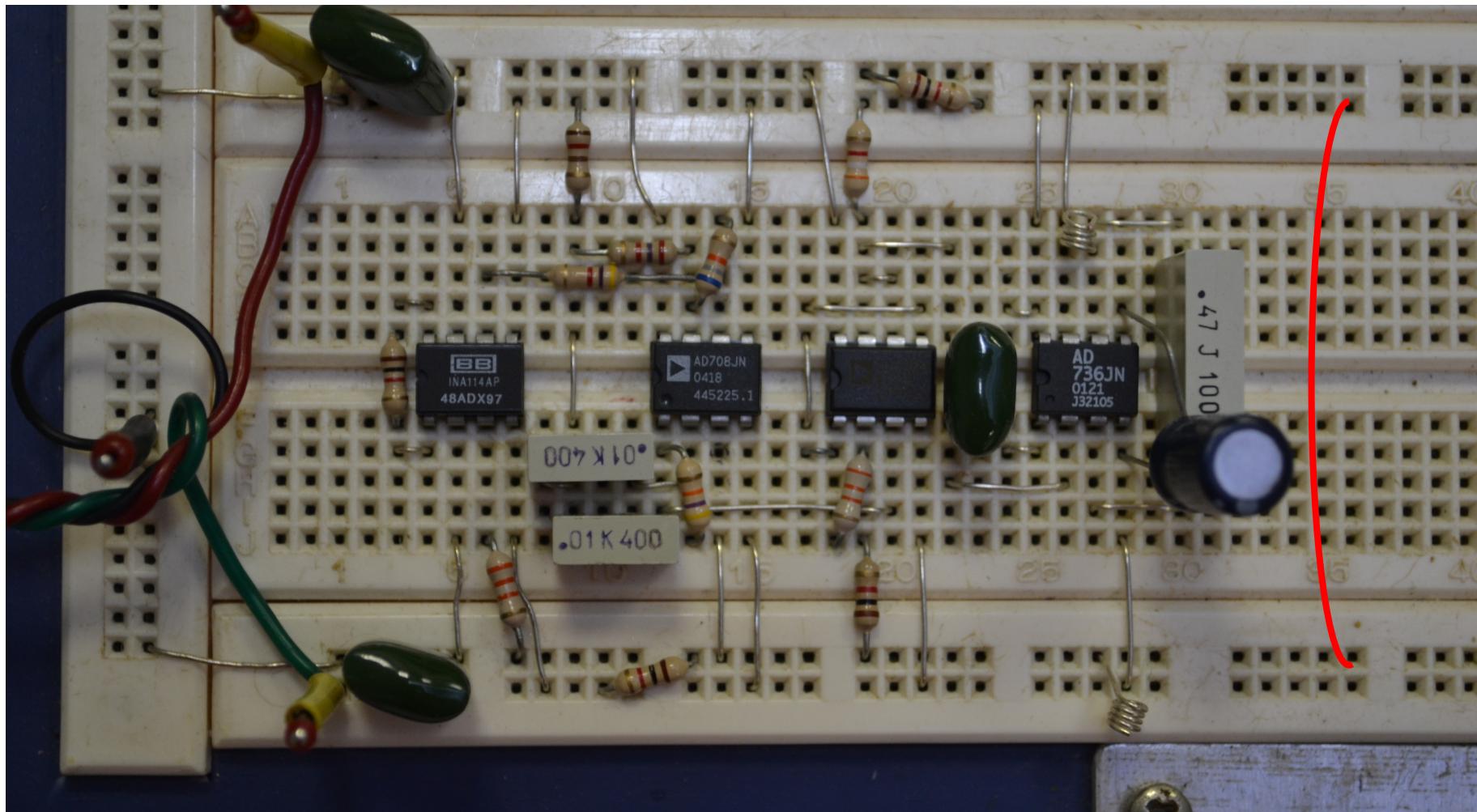
Figure 1.

00834-001

Foto circuito di esempio

Collegamenti
addizionali
tra linee di massa

11



Es. 15

Misura di k_B

12

- a. Collegare i tre circuiti e misurare la tensione V_{RMS} in uscita in funzione della resistenza in ingresso, collegando resistenze di valore diverso. Ci si aspetta la seguente relazione:

$$V_{RMS} = V_{0n} \sqrt{1 + \frac{R}{R_T} + \frac{R^2}{R_n^2}}, \text{ dove } R \text{ è la resistenza in ingresso;}$$

- $V_{0n} = A_0 V_n$ è il rumore in uscita a resistenza nulla
 - $R_T = \frac{V_n^2}{4k_B T \Delta f} = \frac{V_{0n}^2}{4k_B T A_0^2 \Delta f}$ è la resistenza equivalente del rumore serie dell'amplificatore riferito all'ingresso
 - $R_n = V_n/I_n$ è il rapporto tra il rumore parallelo ed il rumore serie dell'amplificatore, riferiti all'ingresso
- b. I tre parametri V_{0n} , R_T ed R_n devono essere determinati dal fit, mentre l'amplificazione totale A_0 (= prodotto delle amplificazioni dei singoli circuiti) e la larghezza di banda Δf devono essere determinati in modo indipendente dalle misure sul circuito. Invertendo le relazioni indicate sopra è possibile quindi determinare k_B .