

Esercitazione N.6: Amplificatore operazionale: circuiti lineari

Gruppo AC

Federico Belliardo, Giulia Franchi, Francesco Mazzoncini

November 21, 2016

1 Scopo dell'esperienza

Misurare le caratteristiche di amplificatori invertenti e non invertenti realizzati con un op-amp TL081 in fig.1.

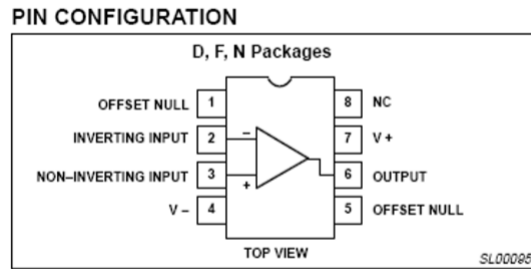


Figure 1: Configurazione pin dell'opAmp.

2 Amplificatore invertente

2.1 Realizzazione circuito

Si vuole realizzare un amplificatore invertente con un'impedenza di ingresso superiore a $1k\Omega$ e con un'amplificazione di 10. Per fare ciò abbiamo montato il circuito in fig. 2: Tale circuito infatti presenta una resistenza di ingresso $R_{in} = R_1$ e un'amplificazione $A_V = -R_2/R_1$.

Si sono scelte $R_1 = 2.18 \pm 0.02 k\Omega$ e $R_2 = 21.5 \pm 0.02 k\Omega$ e abbiamo inoltre misurato le tensioni di alimentazione dell'OpAmp $V_+ = 14.99 \pm 0.08 V$ e $V_- = -15.00 \pm 0.08 V$.

Con questo circuito la resistenza interna attesa è quindi $R_{in.ATT} = R_1 = 2.18 \pm 0.02 k\Omega$ e $A_{V.ATT} = -9.9 \pm 0.1$ in accordo con le richieste.

2.2 Misura del guadagno a frequenza fissata

Abbiamo misurato per un segnale sinusoidale di frequenza $f = 3.00 \pm 0.03 kHz$ la tensione picco-picco V_{OUT} in funzione di V_{IN} (sempre picco-picco) riportando i dati nella tabella 1.

Abbiamo interrotto la presa dati al valore della tensione in ingresso per il quale abbiamo osservato clipping, misurando però anche il massimo valore della tensione in uscita $V_{OUT} = 27.0 \pm 0.2 V$, ci saremmo aspettato una tensione picco-picco in questo caso limite di $V_{p,p} = 30 V$, cioè la differenza delle tensioni di alimentazione.

Abbiamo eseguito inoltre un grafico di V_{OUT} in funzione di V_{IN} e un fit con una retta riportato in fig. 3 ricavando come guadagno $A_V = 9.74 \pm 0.04$ ¹, compatibile entro l'errore con il guadagno atteso anche se decisamente inferiore.

Per il fit si è utilizzata la funzione *curvefit* della libreria *pylab* con l'opzione *absolute sigma = "true"*, poichè abbiamo considerato gli errori come statistici. Riportiamo di seguito parametri m e q della retta $y = mx + q$, con la relativa matrice di covarianza: $m = 9.74 \pm 0.04$, $q = 0.03 \pm 0.03 V$, $\Sigma_{ij} = \begin{pmatrix} 2.10 \cdot 10^{-3} & -7.54 \cdot 10^{-4} \\ -7.54 \cdot 10^{-4} & 4.37 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix}$.

¹Nella propagazione degli errori e nel fit si è trascurato l'errore sistematico di calibrazione del 3% dell'oscilloscopio perchè questo tende a semplificarsi del rapporto di due tensioni.

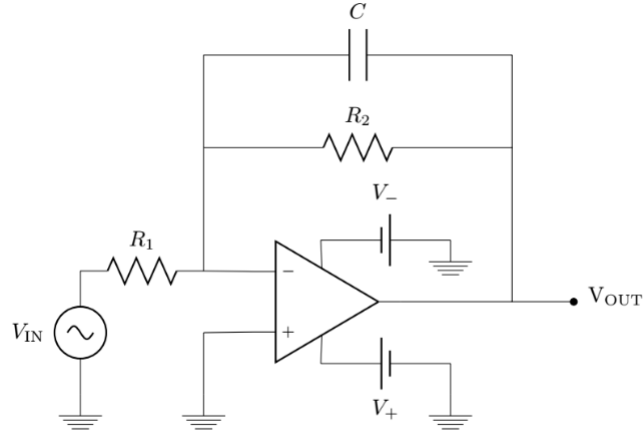


Figure 2: Schema circuitale amplificatore invertente.

| $V_{IN}(V)$ | $\sigma V_{IN}(V)$ | $V_{OUT}(V)$ | $\sigma V_{OUT}(V)$ | A_V | σA_V |
|-------------|--------------------|--------------|---------------------|-------|--------------|
| 2.74 | 0.02 | 26.6 | 0.2 | -9.7 | 0.1 |
| 2.28 | 0.02 | 22.4 | 0.2 | -9.8 | 0.1 |
| 1.80 | 0.02 | 17.6 | 0.2 | -9.8 | 0.2 |
| 1.29 | 0.01 | 12.6 | 0.1 | -9.8 | 0.1 |
| 0.904 | 0.008 | 8.80 | 0.08 | -9.7 | 0.1 |
| 0.624 | 0.008 | 6.00 | 0.08 | -9.6 | 0.2 |
| 0.464 | 0.004 | 4.64 | 0.04 | -10.0 | 0.1 |
| 0.316 | 0.002 | 3.12 | 0.02 | -9.87 | 0.09 |
| 0.232 | 0.002 | 2.28 | 0.02 | -9.8 | 0.1 |

Table 1: Dati delle tensioni V_{IN} , V_{OUT} e ampiezze calcolate A_V .

Con un $\chi^2/ndof = 8.4/7$.

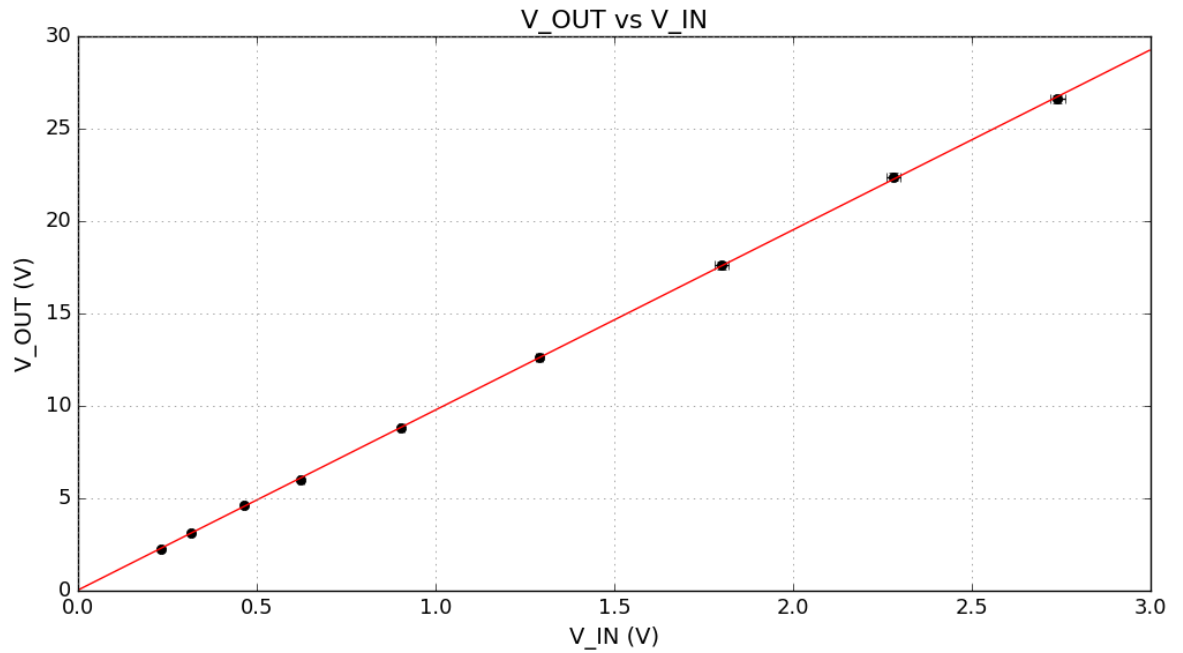


Figure 3: Fit della tensione V_{OUT} in funzione di V_{IN} .

2.3 Misura dell'impedenza d'ingresso

Ci aspettiamo una resistenza di ingresso pari a R_1 . Abbiamo misurato la tensione di uscita del circuito a $V_{IN} = 1.00 \pm 0.01 V$, in modo da evitare fenomeni di clipping, dapprima con lo stesso circuito, poi successivamente aggiungendo una resistenza $R_S = 2.19 \pm 0.02 k\Omega$ ² in serie al generatore di funzioni, ottenendo rispettivamente $V_1 = 9.68 \pm 0.08 V$ e $V_2 = 4.88 \pm 0.04 V$. Dalla formula del partitore otteniamo $R_S/R_{IN} = \frac{V_1}{V_2} - 1$, cioè: $R_{IN} = R_S \frac{1}{\frac{V_1}{V_2} - 1} = 2.22 \pm 0.06 k\Omega$, in buon accordo con quella prevista entro l'errore sperimentale.

3 Risposta in frequenza del circuito e slew rate

3.1 Misura della risposta in frequenza

Abbiamo studiato la risposta in frequenza del circuito misurando V_{OUT} al variare della frequenza (scegliere l'intervallo) con $V_{IN} = 0.800 \pm 0.008 V$ sinusoidale fissata.³

I dati ottenuti sono stati riportati nella tabella 2 e sono stati graficati in un diagramma di Bode in fig. 4.

Le frequenze sono state misurate con il frequenzimetro dell'oscilloscopio, ad esse si è assegnato un errore dell'1%, poiché è anche l'errore con cui riusciremmo a stimare il periodo con il cursore dei tempi.

| $f(kHz)$ | $\sigma f(kHz)$ | $V_{OUT}(V)$ | $\sigma V_{OUT}(V)$ |
|----------|-----------------|--------------|---------------------|
| 0.00511 | 0.00005 | 7.84 | 0.08 |
| 0.0098 | 0.0001 | 7.76 | 0.08 |
| 0.0292 | 0.0003 | 7.76 | 0.08 |
| 0.102 | 0.001 | 7.92 | 0.08 |
| 0.307 | 0.003 | 7.92 | 0.08 |
| 1.02 | 0.01 | 8.00 | 0.08 |
| 3.04 | 0.03 | 8.00 | 0.08 |
| 10.2 | 0.1 | 8.00 | 0.08 |
| 30.9 | 0.3 | 7.84 | 0.08 |
| 48.2 | 0.5 | 7.52 | 0.04 |
| 92.7 | 0.9 | 7.04 | 0.04 |
| 156 | 2 | 6.36 | 0.04 |
| 212 | 2 | 5.64 | 0.04 |
| 312 | 3 | 4.36 | 0.02 |
| 505 | 5 | 2.98 | 0.02 |
| 704 | 7 | 2.16 | 0.02 |
| 1000 | 10 | 1.560 | 0.008 |
| 1600 | 20 | 0.904 | 0.008 |

Table 2: Frequenze f del segnale in ingresso e relativo V_{OUT} picco-picco misurato.

Abbiamo notato che il circuito si comporta come un filtro passa-basso ed abbiamo quindi eseguito un fit con la funzione $A = \frac{A_{MAX}}{\sqrt{1+(f/f_t)^2}}$.

Il fit fornisce: $f_T = 206 \pm 4 kHz$ e $A_{max} = 9.85 \pm 0.04$, con matrice di covarianza:

$$\Sigma_{ij} = \begin{pmatrix} 14.1 & -6.23 \cdot 10^{-2} \\ -6.23 \cdot 10^{-2} & 1.57 \cdot 10^{-3} \end{pmatrix}. \text{ Con un } \chi^2/ndof = 4.46/16.$$

Il guadagno massimo anche in questo fit è compatibile con quello atteso, $A_{V,ATT} = -9.9 \pm 0.1$.

3.2 Slew rate

Abbiamo impostato il generatore di funzioni in modo che fornisca al circuito un'onda quadra. Si è studiato l'andamento di V_{OUT} nella parte del segnale corrispondente al transiente fra i due stati dell'onda: la tensione osservata presenta inizialmente un andamento qualitativamente esponenziale, successivamente un andamento lineare per poi rallentare in prossimità del suo valore limite.

Nella zona di crescita lineare si è dunque presa una misura della differenza di tensione $dV_{OUT} = 1.00 \pm 0.04 V$

² R_S è stata scelta dello stesso ordine della resistenza interna attesa, in modo da non alterare troppo il circuito, ma più grande, in modo da minimizzare l'incertezza

³ V_{IN} è stata scelta in modo da non avere effetti di distorsione e ci siamo accertati che l'ampiezza del segnale in ingresso rimanesse costante al variare della frequenza, avendo cura in caso di necessità di agire sul generatore di funzioni in modo da avere il segnale voluto.

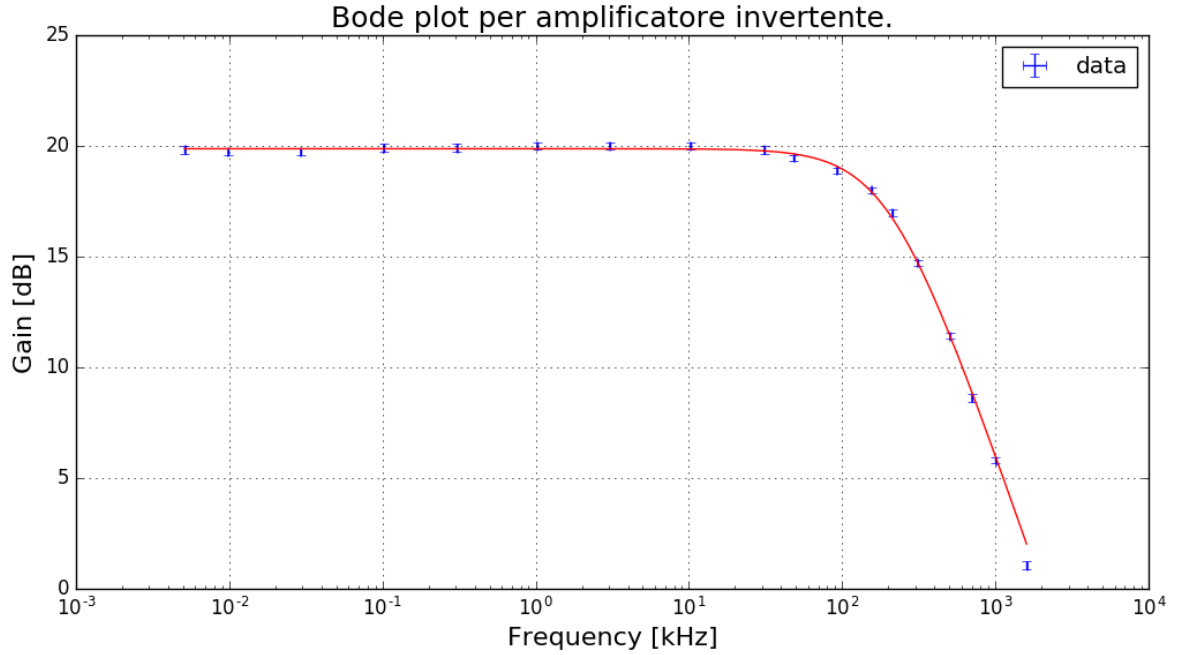


Figure 4: Plot di Bode amplificatore invertente.

relativa a un piccolo intervallo di tempo $dt = 90 \pm 1 \text{ ns}$. Dal loro rapporto si ottiene il valore dello *slew rate* $= 11.1 \pm 0.5 \frac{\text{V}}{\mu\text{s}}$ ⁴. Il *datasheet* dell'integrato riporta un valore nominale di $13 \frac{\text{V}}{\mu\text{s}}$ che non è compatibile entro l'errore con il valore misurato, ma un valore di $11 \frac{\text{V}}{\mu\text{s}}$ rientra nella variabilità del processo di costruzione.

4 Amplificatore non invertente

Abbiamo montato il circuito in fig. 5 con $R_1 = 218 \pm 2 \Omega$ e un potenziometro di resistenza massima $P_{1MAX} = 97.8 \pm 0.8 \text{ k}\Omega$. La tensione di ingresso è stata fissata a $V_{IN} = 340 \pm 2 \text{ mV}$. Il valore di V_{OUT} nella tabella si riferisce al massimo guadagno (A_{max}) ottenibile, mentre la frequenza di taglio f_H è stata determinata cercando a quale frequenza il guadagno è $A(\text{dB}) = A_{max}(\text{dB}) - 3 \text{ dB}$. Questo è in linea con l'ipotesi che la funzione di trasferimento dell'amplificatore sia della stessa forma di un sistema passa-basso. Si vuole verificare l'ipotesi che il prodotto-banda guadagno definito come $BG = A_{max}f_H$ rimanga costante al variare della frequenza.

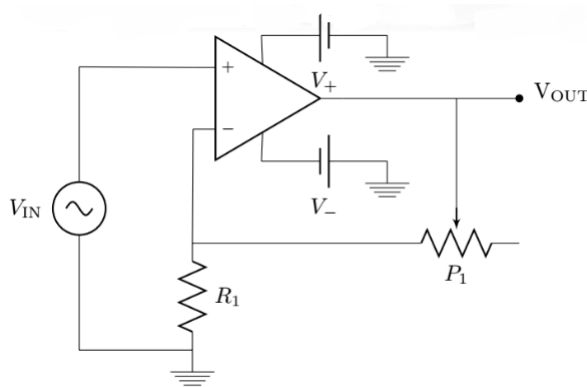


Figure 5: Schema operatore amplificazione non invertente.

Come si può vedere dalla tabella il valore del prodotto BG rimane circa costante, è stato sottostimato l'errore sulla nostra capacità di individuazione della frequenza di taglio avendo inserito solamente l'errore di misura dell'1%, e non un errore dovuto al fatto che la frequenza selezionata per il dato guadagno calcolato non fosse precisa. Il valore medio del prodotto banda-guadagno è: $BG = 2.15 \pm 0.02 \text{ MHz}$.

⁴Per calcolare lo *slew rate*, nell'errore sulle misure di tensione è stato considerato anche l'errore sistematico del 3% dell'oscilloscopio.

| $V_{OUT}(V)$ | $\sigma V_{OUT}(V)$ | $f_H(kHz)$ | $\sigma f_H(kHz)$ | A_{max} | σA_{max} | $BG(MHz)$ | $\sigma BG(MHz)$ |
|--------------|---------------------|------------|-------------------|-----------|------------------|-----------|------------------|
| 17.4 | 0.2 | 41.0 | 0.4 | 51.2 | 0.7 | 2.10 | 0.03 |
| 6.56 | 0.02 | 111 | 1 | 19.3 | 0.1 | 2.14 | 0.01 |
| 1.96 | 0.02 | 380 | 4 | 5.76 | 0.07 | 2.19 | 0.03 |
| 4.00 | 0.04 | 187 | 2 | 11.8 | 0.1 | 2.20 | 0.03 |
| 13.0 | 0.1 | 55.0 | 0.6 | 38.2 | 0.4 | 2.10 | 0.02 |

Table 3: Tensioni massime in uscita, frequenze di taglio e prodotto banda-guadagno.

5 Circuito integratore

Abbiamo utilizzato come segnale di ingresso fornito dal generatore di funzioni un'onda sinusoidale di ampiezza $V_{IN} = 460 \pm 4 mV$ ⁵. I componenti scelti per realizzare l'integratore sono: $R_1 = 984 \pm 8\Omega$, $R_2 = 11.8 \pm 0.1k\Omega$ e $C = 45 \pm 2$.

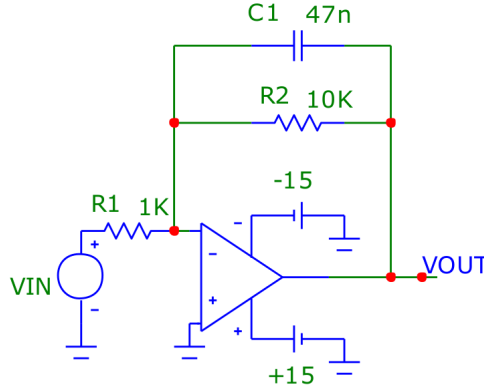


Figure 6: Schema di circuito integratore con opAmp

Si sono misurate la tensione in uscita e lo sfasamento al variare della frequenza, i dati sono riportati nella tabella 4.

| $f(Hz)$ | $\sigma f(Hz)$ | $V_{OUT}(V)$ | $\sigma V_{OUT}(V)$ | $\phi(\pi rad)$ | $\sigma \phi(\pi rad)$ |
|---------|----------------|--------------|---------------------|-----------------|------------------------|
| 2.12 | 0.02 | 5.44 | 0.04 | 0.98 | 0.02 |
| 5.23 | 0.05 | 5.44 | 0.04 | 1.00 | 0.02 |
| 19.1 | 0.2 | 5.44 | 0.04 | 0.98 | 0.02 |
| 59.2 | 0.6 | 5.40 | 0.04 | 0.93 | 0.03 |
| 196 | 2 | 4.60 | 0.04 | 0.81 | 0.01 |
| 497 | 5 | 2.84 | 0.02 | 0.69 | 0.02 |
| 337 | 3 | 3.64 | 0.02 | 0.75 | 0.02 |
| 907 | 9 | 1.74 | 0.02 | 0.60 | 0.02 |
| 1990 | 20 | 0.808 | 0.008 | 0.56 | 0.02 |

Table 4: Dati di tensione V_{OUT} e sfasamento per l'integratore.

Il fit riportato nel grafico 7 è stato eseguito con la funzione di trasferimento del passa-basso: $A = \frac{A_{max}}{\sqrt{1+(f/f_t)^2}}$, otteniamo i valori: $f_t = 303 \pm 2 Hz$ e $A_{max} = 11.87 \pm 0.02$, la matrice di covarianza è:

$$\Sigma_{ij} = \begin{pmatrix} 4.27 & -2.45 \cdot 10^{-2} \\ -2.45 \cdot 10^{-2} & 5.31 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix}. \text{ Con un } \chi^2/ndof = 1.36/7.$$

Il χ^2 è inferiore al valore atteso questo significa che gli errori sono stati sovrastimati.

Il valore del guadagno massimo è decisamente superiore a quello atteso dal rapporto tra le resistenze: $A_{V.ATT} = -9.9 \pm 0.1$, questo perchè la legge *fttata* per l'integratore è da considerarsi un'approssimazione.

⁵Anche in questo caso abbiamo eseguito le accortezze sperimentali descritte nella nota precedente sul controllo della tensione in ingresso V_{IN} .

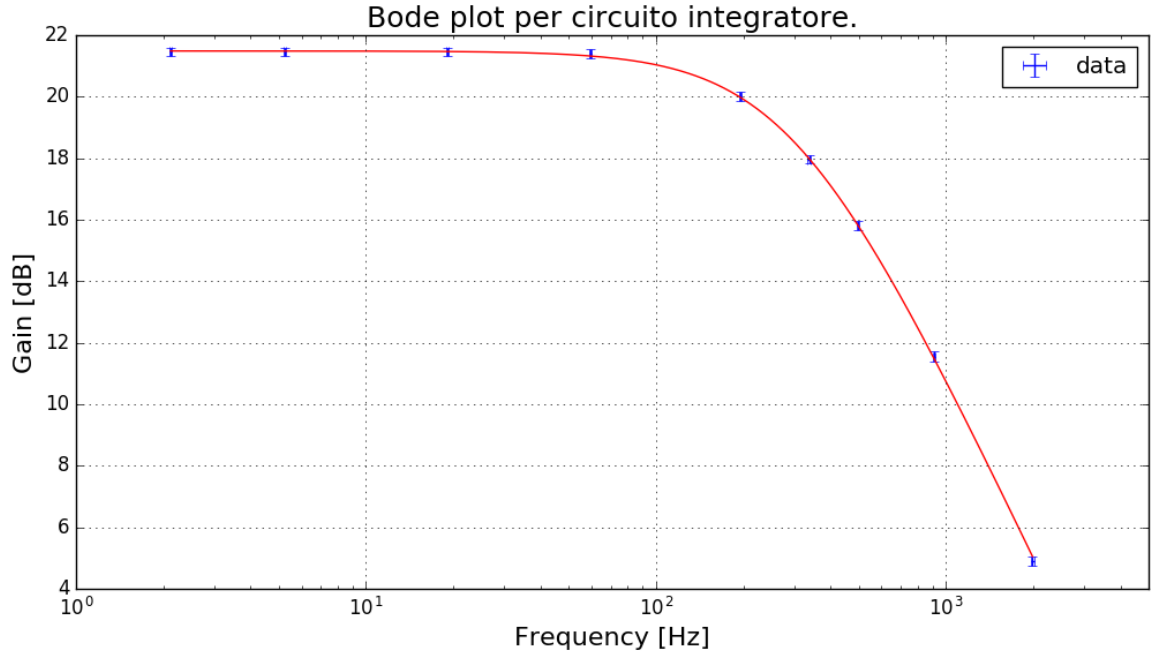


Figure 7: Plot di Bode per il circuito integratore.

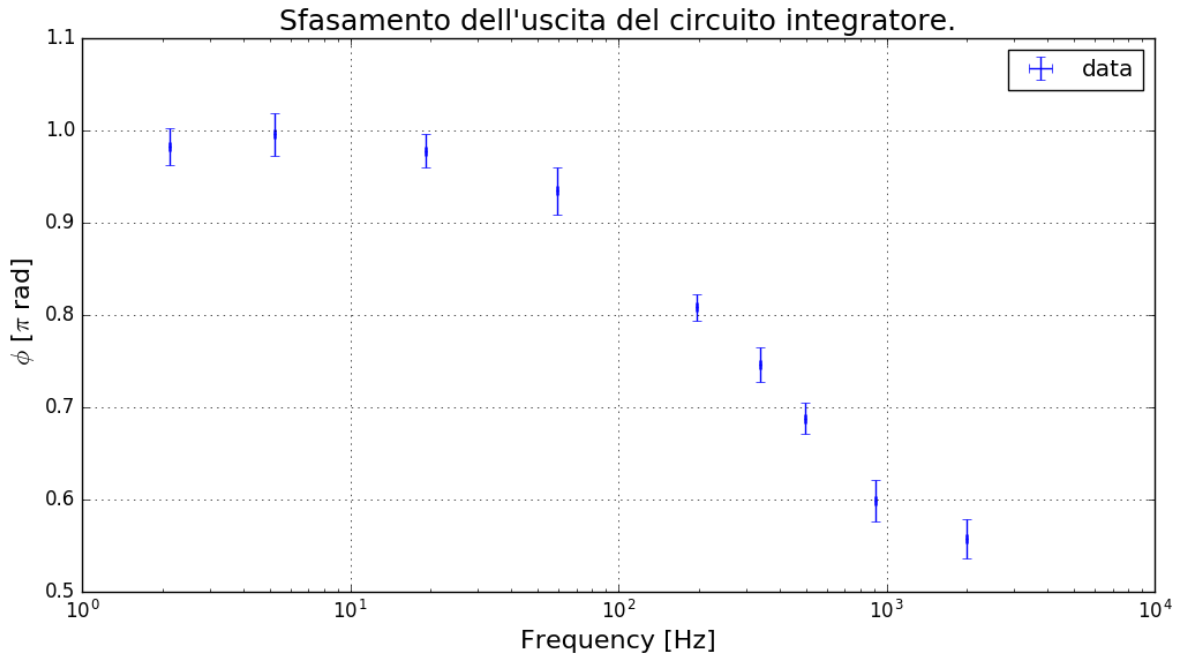


Figure 8: Sfasamento della risposta per il circuito integratore.

Sia il plot di bode che lo sfasamento sono in linea con quanto atteso per un circuito passa-basso. Lo sfasamento è dato da $\phi = \pi - \arctan\left(\frac{f}{f_0}\right)$, dove si aggiunge il π perchè vi è inversione del segnale.

Risposta all'onda quadra. Si è studiata la risposta del circuito ad un'onda quadra di frequenza $f = 10 \text{ kHz}$ come si vede nella fig. 9, le tensioni picco-picco in ingresso e uscita sono rispettivamente: $V_{IN} = 476 \pm 4 \text{ mV}$ e $V_{OUT} = 256 \pm 2 \text{ mV}$, dunque il guadagno a questa frequenza è $A_{10 \text{ kHz}} = 0.538 \pm 0.006$. Per un'ond sinusoidale a questa frequenza ci aspetteremmo $A_{fit} = 0.35 \pm 0.02$, ma chiaramente l'onda quadra contiene tutte le armonihe dispari nello sviluppo di Fourier, per ognuna delle quali bisogna calcolare il guadagno, quindi non ci aspettiamo che i due risultati siano simili.

Per una frequenza di circa $f = 200 \text{ kHz}$, si osserva che la risposta dell'integratore a un'onda quadra è

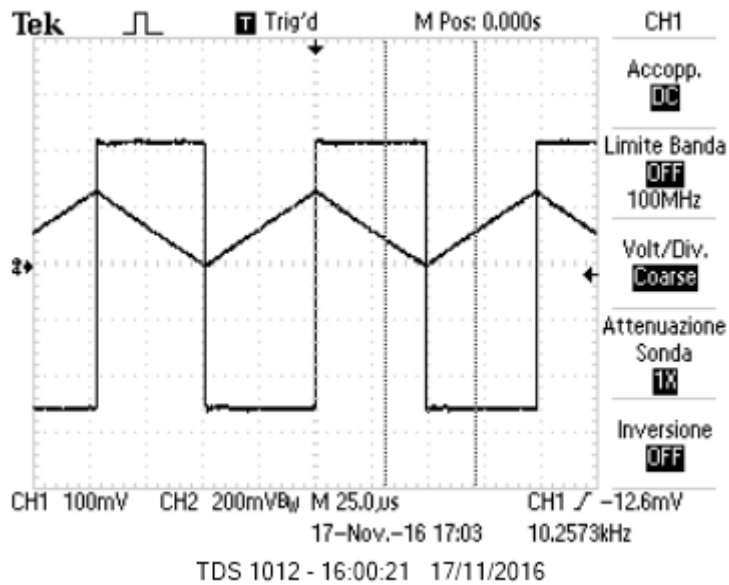


Figure 9: Risposta dell'integratore a un'onda quadra a 10 kHz

un segnale a pinna di squalo (cioè presenta la caratteristica salita esponenziale della carica e scarica di un condensatore), come si vede nella fig. 10. Questo è dovuto al fatto che la frequenza fondamentale (essendo al di sotto della frequenza di taglio) viene amplificata all'uscita, mentre le armoniche superiori vengono integrate dando il tipico comportamento esponenziale.

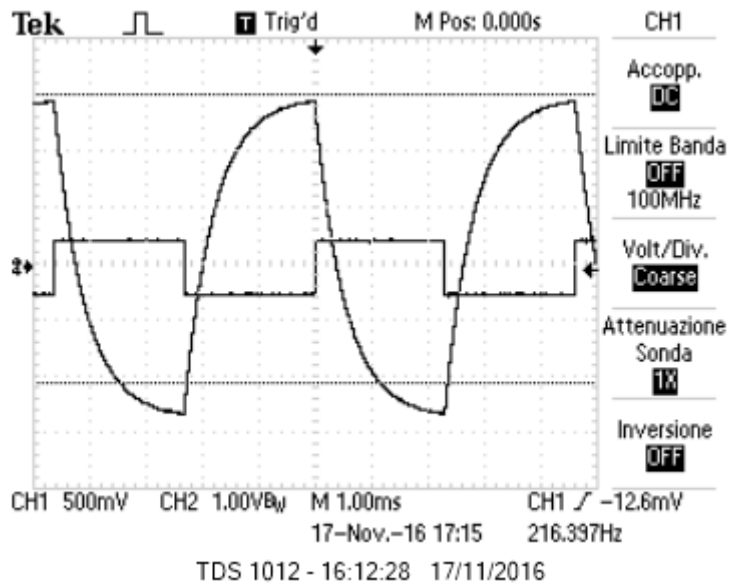


Figure 10: Risposta a pinna di squalo dell'integratore.

A frequenze ancora più basse (dell'ordine di $f = 10\text{ Hz}$) il circuito si comporta come un amplificatore invertente come ci si aspetta dal segno meno nella formula dell'amplificazione, si può vedere la fig. 11.

Senza la resistenza R_2 la funzione di trasferimento del circuito sarebbe: $A = -\frac{1}{\omega RC}$, R_2 serve proprio per spostare il polo dallo zero della frequenza (stabilizzando il circuito) e introdurre quindi un guadagno massimo a frequenza nulla. La resistenza R_2 è quindi responsabile della presenza di una frequenza di taglio per l'integratore.

6 Circuito derivatore

Bode plot. Si è realizzato il circuito derivatore come in fig. 5, spostando il condensatore in serie alla resistenza R_1 . Si sono presi dati a varie frequenze riportati nella tabella 5, lavorando con una tensione di ingresso $V_{IN} = 448 \pm 4\text{ mV}$.

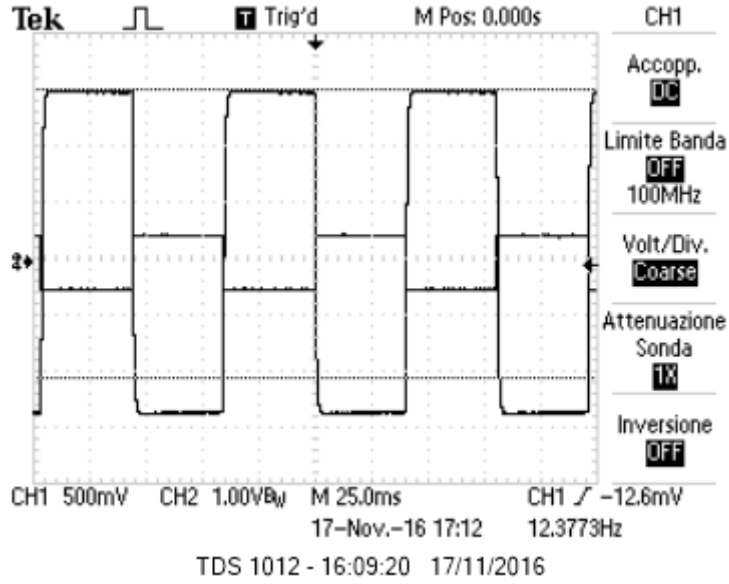


Figure 11: Risposta a bassissima frequenza del circuito integratore.

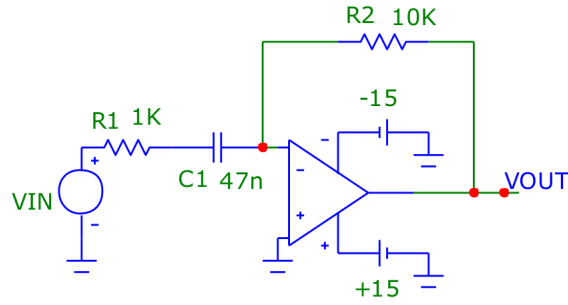


Figure 12: Circuito derivatore con OpAmp

| $f (Hz)$ | $\sigma f (Hz)$ | $V_{OUT} (V)$ | $\sigma V_{OUT} (V)$ | $\phi (\pi rad)$ | $\sigma \phi (\pi rad)$ |
|----------|-----------------|---------------|----------------------|------------------|-------------------------|
| 695 | 7 | 1.25 | 0.01 | 0.46 | 0.01 |
| 296 | 3 | 2.56 | 0.02 | 0.60 | 0.02 |
| 49.5 | 0.5 | 5.12 | 0.04 | 0.921 | 0.004 |
| 19.7 | 0.2 | 5.16 | 0.04 | 0.976 | 0.008 |
| 9.8 | 0.1 | 5.00 | 0.04 | 0.913 | 0.008 |
| 68.9 | 0.7 | 5.00 | 0.04 | 0.879 | 0.006 |
| 28.5 | 0.3 | 5.24 | 0.04 | 0.975 | 0.002 |
| 5.01 | 0.05 | 4.40 | 0.04 | 0.800 | 0.004 |
| 0.912 | 0.009 | 1.30 | 0.01 | 0.577 | 0.008 |
| 1.88 | 0.02 | 2.42 | 0.04 | 0.65 | 0.02 |
| 0.393 | 0.004 | 0.576 | 0.008 | 0.53 | 0.02 |
| 0.0920 | 0.0009 | 0.134 | 0.001 | 0.52 | 0.02 |

Table 5: Dati di tensione V_{OUT} e sfasamento per il derivatore.

Si è eseguito un fit della funzione di trasferimento nota per il circuito passa-alto, cioè: $A = \frac{A_{max}}{\sqrt{1+(f_t/f)^2}}$, l'algoritmo ha fornito i valori ottimali: $f_t = 3.4 \pm 0.1 kHz$ e $A_{max} = 11.6 \pm 0.1$, la matrice di covarianza è: $\Sigma_{ij} = \begin{pmatrix} 0.018 & -6.75 \cdot 10^{-3} \\ -6.75 \cdot 10^{-3} & 0.011 \end{pmatrix}$. Con un $\chi^2/ndof = 22/8$.

Il χ^2 ottenuto è maggiore del valore atteso, poichè ad alte frequenze (sopra la frequenza di taglio) osserviamo che il comportamento dell'opAmp si discosta dal comportamento ideale di sistema passa-alto, come si può vedere

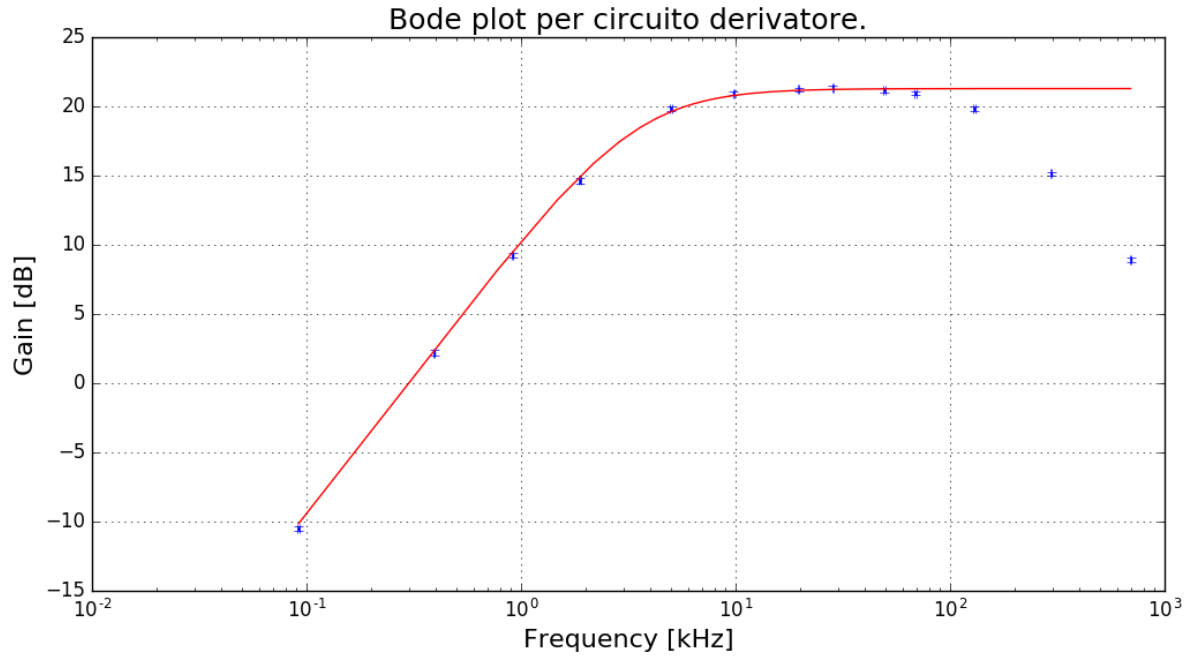


Figure 13: Bode plot per il circuito derivatore.

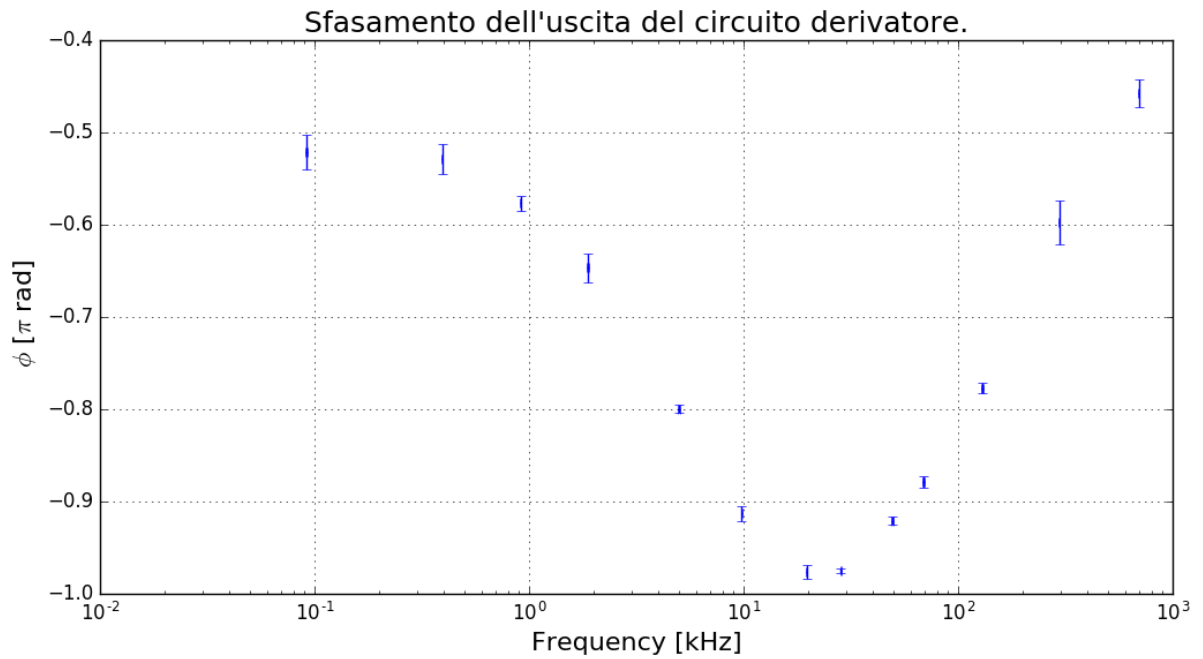


Figure 14: Sfasamento per il circuito derivatore.

dagli ultimi dati presi sul grafico dello sfasamento.

Il valore del guadagno massimo è decisamente superiore a quello atteso dal rapporto tra le resistenze: $A_{V.ATT} = -9.9 \pm 0.1$, questo perchè la legge *fittata* per il derivatore è da considerarsi un'approssimazione.

Sia il plot di bode che lo sfasamento sono in linea con quanto atteso per un circuito passa-alto per basse frequenze. Lo sfasamento è dato da $\phi = \arctan\left(\frac{f_0}{f}\right) - \pi$, dove si aggiunge il π perchè vi è inversione del segnale. Alle alte frequenze (ordine delle centinaia di kHz) il comportamento del circuito devia da quello ideale. Sappiamo che per alte frequenze l'amplificazione di ogni sistema fisico deve andare a 0, dunque il guadagno a $-\infty$ come si vede succede nel Bode. Anche lo sfasamento devia considerevolmente dal valore di π atteso ad alta frequenza.

Risposta all'onda triangolare. Come si vede nella fig. 5 per frequenze di $f = 100 \text{ Hz}$ il sistema si comporta bene come un derivatore. L'onda quadra presenta come una modulazione esponenziale dovuta probabilmente alla scarica del condensatore.

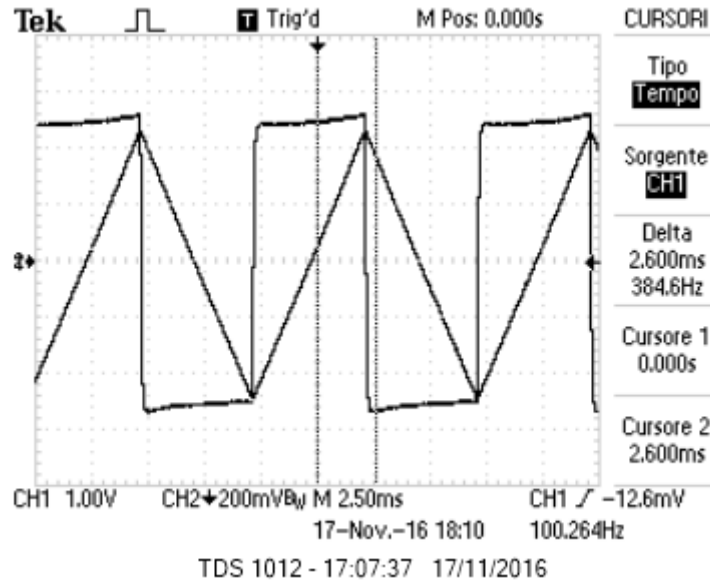


Figure 15: Risposta del derivatore ad un'onda triangolare di 100 Hz .

A questa frequenza abbiamo preso una misura della tensione in ingresso e uscita ottenendo: $V_{IN} = 4.68 \pm 0.02 \text{ V}$, $V_{OUT} = 1.02 \pm 0.02 \text{ V}$, che danno un valore per l'amplificazione: $A = 0.218 \pm 0.004$, da confrontare con il valore atteso per un segnale sinusoidale: $A = 0.34 \pm 0.05$. I due valori non sono in accordo perchè chiaramente l'onda quadra non è un'armonica pura, bisognerebbe considerare l'amplificazione per ogni componente.

Alle basse frequenze (circa $f = 20 \text{ Hz}$) il circuito si comporta come un ottimo derivatore, come si vede nella fig. 16

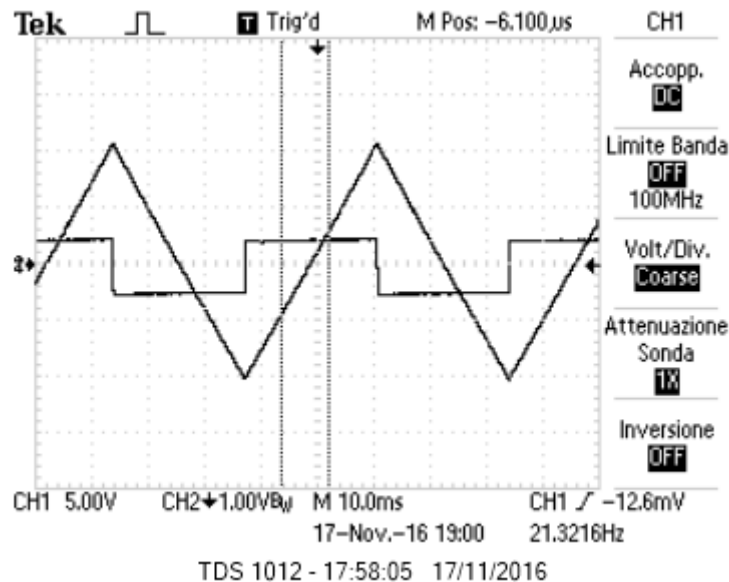


Figure 16: Risposta del derivatore ad un'onda triangolare di 20 Hz .

Abbiamo osservato che per frequenze di circa 500 Hz il comportamento del circuito non è più quello ideale di un derivatore (per un'onda triangolare) perchè l'onda è costituita dalle armoniche dispari, quindi le componenti ad alta frequenza sono amplificate senza essere derivate, come si può vedere in fig. 17 (il segnale sembra a pinna di squalo). A riprova di ciò per un segnale sinusoidale di 500 Hz il comportamento è visibilmente lineare ed è quello di un derivatore.

A riprova di questa interpretazione per altissime frequenze (intorno a $f = 3.3 \text{ kHz}$) l'uscita del segnale presenta evidentemente la caratteristica forma a pinna di squalo, dunque le alte frequenze sono state amplificate.

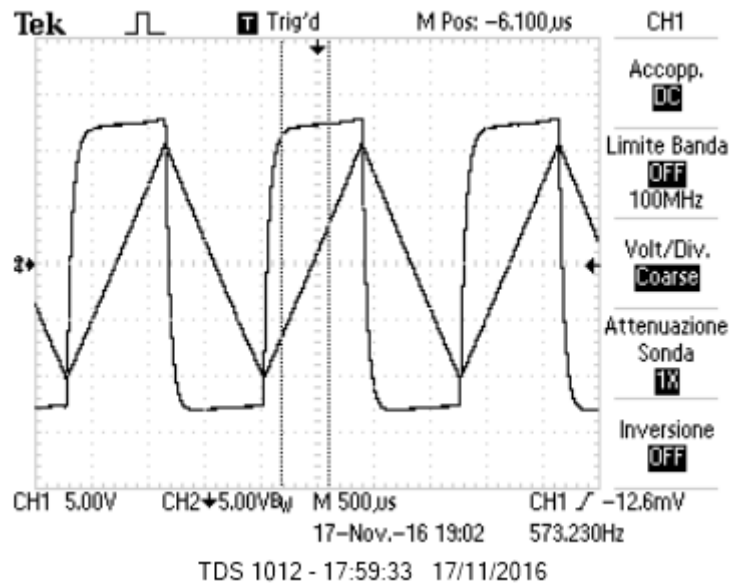


Figure 17: Risposta del derivatore ad un'onda tringolare di 500 Hz .

E' stato stimato lo *slew-rate* per la risposta ad un'onda triangolare di frequenza $f = 277\text{ kHz}$. L'uscita è un'onda triangolare limitata in frequenza dallo *slew rate* dell'opAmp, le misure con i cursori hanno dato: $dV = 1.00 \pm 0.03\text{ V}$ e $dt = 88 \pm 4\text{ ns}$, da queste stimiamo $\text{slew rate} = 11.4 \pm 0.6 \frac{\text{V}}{\mu\text{s}}$, che è compatibile con il valore precedentemente misurato.

Senza la resistenza R_1 la funione di trasferimento del circuito sarebbe: $A = -\omega RC$, R_1 serve proprio per spostare il polo dallo zero della frequenza (stabilizzando il circuito) e introdurre quindi un guadagno massimo a frequenza "infinita". La resistenza R_1 è quindi responsabile della presenza di una frequenza di taglio per il derivatore.