

# Anderson localization in optical lattices

Federico Belliardo  
Relatore: Davide Rossini

Università di Pisa

29 Giugno 2017

# Anderson localization of a non-interacting Bose-Einstein condensate

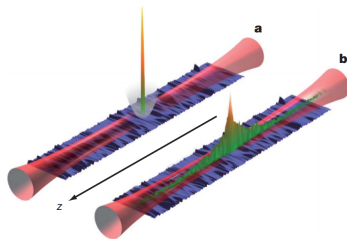
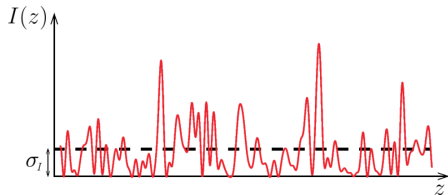
Giacomo Roati<sup>1,2</sup>, Chiara D'Errico<sup>1,2</sup>, Leonardo Fallani<sup>1,2</sup>, Marco Fattori<sup>1,2,3</sup>, Chiara Fort<sup>1,2</sup>, Matteo Zaccanti<sup>1,2</sup>, Giovanni Modugno<sup>1,2</sup>, Michele Modugno<sup>1,4,5</sup> & Massimo Inguscio<sup>1,2</sup>

Esperimento di *quantum simulation*.

$$\mathcal{H} = \frac{p^2}{2m} + A_1 \cos(k_1 x) + A_2 \cos(k_2 x).$$

$A_2 \ll A_1$ ,  $k_1$  e  $k_2$  **incommensurabili**.

Riconducibile al modello di Aubry-André che presenta uno **pseudo-disordine**.



Si parla di *disorder induced localization*: gli autostati sono **esponenzialmente localizzati**. Esperimento simile nel gruppo di A. Aspect a Parigi (2008).

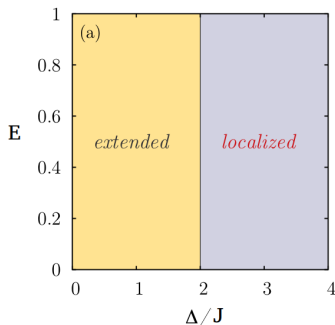
# Aubry-André self-duality

$$\mathcal{H} = \Delta \sum_{n=0}^{N-1} \cos(2\pi\beta n) a_n^\dagger a_n + J \sum_{n=0}^{N-1} (a_{n+1}^\dagger a_n + a_n^\dagger a_{n+1})$$

In trasformata di Fourier  $a_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N-1} e^{i2\pi\beta nm} \tilde{a}_m$ :

$$\mathcal{H} = 2J \sum_{n=0}^{N-1} \cos(2\pi\beta n) \tilde{a}_n^\dagger \tilde{a}_n + \frac{\Delta}{2} \sum_{n=0}^{N-1} (\tilde{a}_{n+1}^\dagger \tilde{a}_n + \tilde{a}_n^\dagger \tilde{a}_{n+1})$$

**Esteso**  $\leftarrow |\psi\rangle \rightarrow$  **Localizzato**



$\frac{\Delta}{J} = 2$   
 $\downarrow$   
Quantum phase transition

# Calcolo della lunghezza di decadimento

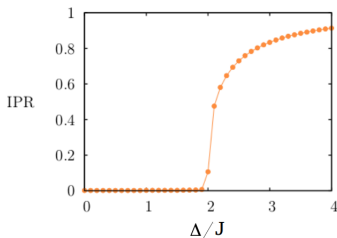
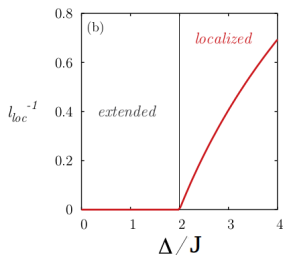
**Formula di Thouless:**  $\frac{1}{\ell_\beta} = \int \rho(E) \ln \left| \frac{E_\beta - E}{J} \right| dE$

Dalla dualità:  $\frac{1}{\ell_\beta} = \frac{1}{\ell_\beta^*} + \ln \left( \frac{\Delta}{2J} \right)$ . Se lo stato duale è esteso otteniamo la formula per la dimensione spaziale dell'autostato:

$$\frac{1}{\ell_\beta} = \ln \left( \frac{\Delta}{2J} \right)$$

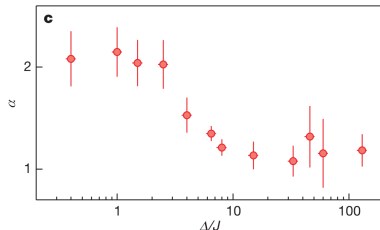
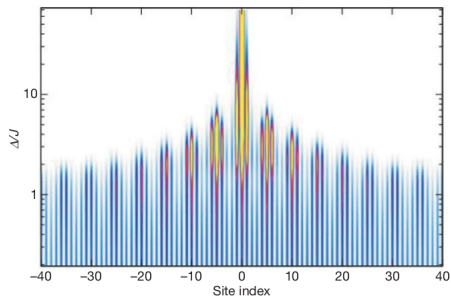
Indipendente dall'energia. Le simulazioni forniscono l'*inverse participation ratio*:

$$IPR_\beta = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} |c_n^\beta|^4}{\sum_{n=0}^{N-1} |c_n^\beta|^2}.$$



# Misure sul condensato e simulazioni

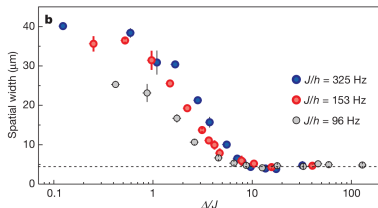
Simulazione del profilo di densità di uno stato centrato nell'origine al variare del disordine.



Il condensato non termalizza nell'espansione ma interviene il *dephasing*. Fit del profilo di densità:

$$f(x) = e^{-\left|\frac{x-x_0}{l}\right|^\alpha}$$

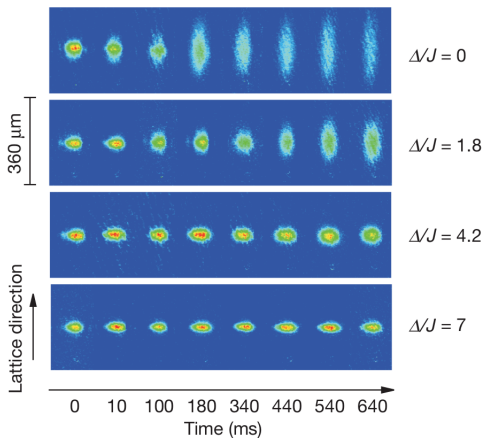
# Misure sul condensato



Prima osservazione diretta della  
**localizzazione di Anderson!**

Oggi (2017) si studia il ruolo  
delle interazioni nella  
localizzazione (*Many body  
localization*).

L'unico parametro rilevante per la  
transizione di fase è  $\frac{\Delta}{J}$ .



# Bibliografia

- Anderson, P. W. *Absence of diffusion in certain random lattices*. Phys. Rev. 109, 1492–1505 (1958).
- Thouless D. 1972, *A relation between the density of states and range of localization for one dimensional random systems*, J. Phys. C: Solid State Phys. 5 77.
- Modugno M. *Exponential localization in one-dimensional quasi-periodic optical lattices*, 2009 New J. Phys. 11 033023.
- G. Roati et al., *Anderson localization of a non-interacting Bose-Einstein condensate*, NATURE 453, 895 (12 June 2008).
- Billy J. et al., *Direct observation of Anderson localization of matter waves in a controlled disorder*, NATURE 453, 891, (12 June 2008).

**Grazie per l'attenzione!**