

# Simple Model of Spiking Neurons

Trabajo Final - Simulacion  
Facultad de ingenieria

Alumno:	Brasburg, Federico
Número de padrón:	96653
Email:	federico.brasburg@gmail.com

Contents

1	Absctract	2
2	Introducción	2
3	El Modelo	3
4	Resolucion de la ecuacion diferencial	4
5	Diferentes tipos de dinamicas	5
5.1	Regular spiking (RS) . . . . .	6
6	Referencias	7

# 1 Absctract

El objetivo de este trabajo es del replicar los resultados obtenidos en Simple Model of Spiking Neurons - Izhikevich(2003). [1] (a partir de ahora llamado "paper original"). El paper original presenta un modelo que tiene la capacidad de reproductir comportamientos conocidos de las neuronas corticales, como por ejemplo el *spiking* (una traduccion bastante desafortunada seria disparada) o el *bursting* (cuando hay mucho disparos). El modelo propuesto combina la plausibilidad biologica de las dinamicas de Hodgkin–Huxley [2] y la eficiencia computaciones de las neuronas de integracion y disparo. Estas ultimas neuronas son las que se utilizand para generar modelos de Machine Learning. Usango el modelo propuesto se puede simular miles de neuronas coritcales de disparo con una resolucion de 1ms utilizando cualquier PC (personal computer). Por fuera del paper original, se probó el modelo propuesto con diferentes paramentros y distintas cantidades neuronas conectadas.

Palabras clave: Bursting, Hodgkin–Huxley, PCNN, neuronas de integracion y disparo, spiking, corteza cerebral.

# 2 Introducción

Para entender como funciona el cerebro humano, se necesita combinar estudios experimentales sobre sistemas nerviosos de animales y humanos con simulaciones numericas de gran escala de modelos cerebrales. Al momento de desarrollar modelos de neuronas spiking, se tienen siempre dos requerimientos que son aparentemente mutuamente excluyentes sobre cada neurona:

1. Tienen que ser computacionalmente simples
2. Tienen que tener la capacidad de producir patrones de disparos mostrados por neuronas biologicas reales.

Usar modelos que sean biofisicamente semejantes a los de Hodgkin–Huxley es computacionalmente imposible, ya que solo se pueden simular muy pocas al mismo tiempo en tiempo real. Por el otro lado, usar un modelo puramente con neuronas que integren y disparen es muy efectivo computacionalmente pero es totalmente irrealista y es incapaz de generar las dinamicas de las neuronas reales como el spiking o el bursting.

En el paper original, se presenta un modelo simple de spiking que es bilogicamente plausible al de Hodgkin–Huxley y es computacionalmente eficiente como el de integracion y disparo. El modelo propuesto solo toma 4 parametros y con eso solo es capaz de reproducir los comportamientos de spiking, bursting y muchos mas conocidos de neuronas corticales reales. En la Fig 1 se puede observar algunos comportamientos conocidos reproducidos en la corteza cerebral de una rata.

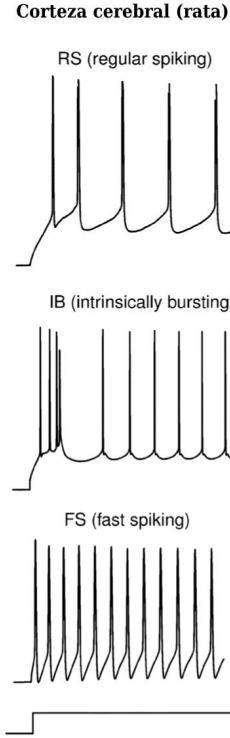


Figure 1: Imagen obtenida del paper original. Se pueden apreciar tres comportamientos conocidos como lo son el regular spiking (RS), el intrinsically bursting (IB) y el fast spiking (FS) en la corteza de una rata

El modelo completo fue publicado por primera vez en [3] en una forma trigonométrica. En este paper se presenta en una forma mas adecuada para simulaciones a gran escala

### 3 El Modelo

Las metodologías de bifurcación [4] nos permiten reducir el modelo neuronal de Hodgkin-Huxley a un sistema bidimensional de ecuaciones diferenciales ordinarias:

$$\frac{dv(t)}{dt} = 0.04v(t)^2 + 5v(t) + 140 - u(t) + I \quad (1)$$

$$\frac{du(t)}{dt} = a(bv(t) - u(t)) \quad (2)$$

Ademas, a (1) y (2) le agregamos la regla:

$$\text{Si } v(t) \geq 30\text{mV, entonces } v(t) = 30 \text{ y } u(t) = u(t) + d \quad (3)$$

Los parametros del sistema son  $a, b, c$  y  $d$ .  $t$  es el tiempo.

La variable  $v(t)$  representa el potencial de la neurona (medido en mV) y  $u(t)$  representa la variable de recuperacion de la neurona, que cuenta las activaciones

de los iones  $K^+$  y la desactivacion de los  $Na^+$ , ademas aporta negativamente a  $v(t)$

Se dice que sucede un *spike* cuando  $v(t)$  es mayor a 30mV. Luego de un spike, el voltaje de la membrana ( $v(t)$ ) y la variable de recuperacion ( $u(t)$ ) son reiniciadas de acuerdo a (3). A cada neurona la estimula una corriente sinaptica que se ve representada en el sistema de ecuaciones en la variable  $I$  (que puede ser una funcion dependiente del tiempo o constante).

La parte de  $0.004v(t)^2 + 5v(t) + 140$  fue obtenida adecuando las dinamicas del inicio de un spike de una neurona cortical, por lo que mV es la escala para  $v(t)$  y ms para el tiempo. El potencial de reposo (cuando un spike no esta sucediendo) ronda los -70 y -60 mV dependiendo del valor de  $b$ . Como la mayoria de las neuronas reales, el modelo no tiene un limite fijo (llamamos limite al voltaje del cual parte un spike). Dependiendo del historial de spikes de la neurona el potencial limite podria ser tan bajo como -55 mV o tan alto como -40 mV. Los parametros tienen los siguientes significados:

- El parametro  $a$  describe la escala de tiempo para la variable de recuperación ( $u(t)$ ), por lo que un  $a$  chico va a ser que la recuperacion de un spike sea mas lenta. Un valor normal es  $a = 0.02$
- El parametro  $b$  describe la sensibilidad de la variable de recuperación a la fluctuación del limite de potencial de la membrana. Mayores valores de  $b$  acoplan a  $v(t)$  y a  $u(t)$  fuertemente dando como resultado posibles oscilaciones de sublimites y dinamicas de spiking con un limite bajo. Un valor normal es  $b = 0$ . El caso  $b < a$  corresponde a una bifurcacion saddle-node del estado de reposo [3]
- El parametro  $c$  es el valor que se le asigna al potencial de la membrana ( $v(t)$ ) luego de un spike. Un valor normal es el de  $c = -65mV$ .
- El parametro  $d$  es el valor que se le agrega a la variable de recuperacion ( $u(t)$ ) luego de un spike. Un valor normal es el de  $d = 2$ .

Distintas combinaciones de parametros resultan en distintos patrones intrinsecos de disparos, incluidos los conocidos de las neuronas corticales ya mencionados y de las neuronas talamicas (del talamo). Una posible extension del modelo propuesto es el de tratar  $u(t)$ ,  $a$  y  $b$  como vectores y usar  $\sum u$  en lugar de  $u$  para el voltaje. Esto sirve para tener en cuenta conductancias lentas con multiples escalas de tiempo, pero el autor del paper considera que esta extensión es innecesaria para las neuronas corticales.

## 4 Resolucion de la ecuacion diferencial

Esta es una sección que no es parte del paper original pero me parecio importante de contar como hice las simulaciones. Para comenzar se intentó resolver el sistema de ecuaciones diferenciales con python con la libreria *simpy* [6] pudiendo llegar a una solucion para ambas ecuaciones ( $v(t)$  y  $u(t)$ ), se utilizó el sistema original

del paper y se tomo como condiciones iniciales las del reset luego de un spike de ambas funciones. Luego se presentó la dificultad de que dicha solución también tenga en cuenta la regla (3) del sistema original, lo cual resultó imposible e hizo que se tenga que buscar otra solución.

Finalmente, se adoptó como solución una encontrada utilizando la definición de derivada. La definición es la siguiente:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (4)$$

Luego se aproximó de la siguiente manera utilizando el método de Euler [5]:

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (5)$$

Luego se utilizó (5) para obtener las siguientes funciones ( $h$  es la resolución del sistema, en este caso va a ser 0.1ms):

$$v(t+h) \approx h(0.04v(t)^2 + 5v(t) + 140 - u(t) + I) + v(t) \quad (6)$$

$$u(t+h) \approx h(a(bv(t) - u(t))) + u(t) \quad (7)$$

Se puede apreciar claramente que dichas ecuaciones no son la solución al sistema de ecuaciones diferenciales. Lo único que proveen es, partiendo de valores iniciales  $v_0$  y  $u_0$ , la serie de valores  $u_0, \dots, u_n$  y  $v_0, \dots, v_n$ . Para simular solo necesitamos dichas series, no es necesaria la función solución, por lo que se dió como aceptable dicho resolución.

## 5 Diferentes tipos de dinamicas

La siguiente sección va a hablar sobre los distintos patrones que se ven en las neuronas y vale la pena destacar que cada simulación se realizó con los valores mencionados en el paper original y resolución de (0.1 ms).

Las neuronas neocorticales del cerebro mamífero pueden ser clasificadas en diferentes tipos de acuerdo al patrón de spiking y bursting visto en estudios intracelulares.

Todas las células corticales excitatorias pueden ser divididas en cuatro clases [7] [8]:

## 5.1 Regular spiking (RS)

## 6 Referencias

### References

- [1] Izhikevich *Simple Model of Spiking Neurons*. (Ingles) 2003
- [2] Martin Pospischil. Maria Toledo-Rodriguez. Cyril Monier. Zuzanna Piwkowska. Thierry Bal. Yves Frégnac. Henry Markram *Minimal Hodgkin–Huxley type models for different classes of cortical and thalamic neurons*. (Ingles) 2008
- [3] Int. J. Bifurc. *Neural excitability, spiking and bursting*. (Ingles) 2000
- [4] E. M. Izhikevich. *Dynamical Systems in Neuroscience: The Geometry of Excitability and Bursting*. (Ingles) A ser publicado
- [5] Euler. *Método de Eurler*. [https://en.wikipedia.org/wiki/Euler\\_method](https://en.wikipedia.org/wiki/Euler_method)
- [6] *Sympy*. <https://docs.sympy.org/latest/index.html>
- [7] B. W. Connrs y M. J Gutnick. *Intrinsic firing patterns of diverse neocortical neurons*. (Ingles) Trends in Neurosci., vol. 13, pp. 99-104, 1990.
- [8] C. M. Gray y D. A. McCormick. *Chattering cells: superficial pyramidal neurons contributing to the generation of synchronous oscillations in the visual cortex*. (Ingles) Science. vol 274, no. 5284, pp 109-113, 1996.