

Matemática 3

PRÁCTICA 7: Intervalos de Confianza.

1. Se sabe que la duración en horas, de un foco de 75 watts tiene una distribución aproximadamente normal, con una desviación estándar de 25 horas. Se toma una muestra aleatoria de 20 focos, la cual resulta tener una duración promedio de 1040 horas.
 - a) Construya un intervalo de confianza del 95 % para la duración media.
 - b) Suponga que se desea una confianza del 95 % en que el error en la estimación de la duración media sea menor que 5 horas, ¿qué tamaño de muestra debe utilizarse?
 - c) Suponga que se desea que el ancho total del intervalo de confianza sea de 6 horas, con una confianza del 95 %, ¿qué tamaño de muestra debe utilizarse para este fin?
2. Un proceso novedoso para elaborar gasolina ecológica toma biomasa en la forma de sacarosa y la convierte en gasolina usando reacciones catalíticas. En un paso en un proceso de la planta piloto, un ingeniero químico mide la salida de cadenas de carbono de longitud tres. Nueve corridas con el mismo catalizador dieron los rendimientos (en galones):

0,63, 2,64, 1,85, 1,68, 1,09, 1,67, 0,73, 1,04, 0,68

Suponga que el rendimiento tiene una distribución normal.

- a) ¿Qué puede afirmar el ingeniero químico con 95 % de confianza acerca del error máximo, si usa la media muestral para estimar el verdadero rendimiento medio?
 - b) Obtenga un intervalo de confianza del 95 % para el verdadero rendimiento medio del proceso de la planta piloto.
3. Se calculan tres intervalos de confianza para la media de la fuerza de corte (en ksi) de pernos de anclaje de un tipo dado, todos de la misma muestra.

Los intervalos son:

(4,01, 6,02), (4,20, 5,83), (3,57, 6,46)

Los niveles de los intervalos son 90 %, 95 % y 99 %. ¿Qué intervalo tiene cada nivel? Justifique.

4. En una muestra aleatoria de 100 baterías producidas por cierto método, el promedio del tiempo de vida fue de 150 horas y la desviación estándar de 25 horas.
 - a) Determine un intervalo de confianza de 95 % para la media del tiempo de vida de las baterías producidas por este método.
 - b) Un ingeniero afirma que la media del tiempo de vida está entre 147 y 153 horas. ¿Con qué nivel de confianza se puede hacer esta afirmación?

5. Las siguientes mediciones se registraron para el tiempo de secado, en horas, de cierta marca de pintura látex:

3,4 2,5 4,8 2,9 3,6 2,8 3,3 5,6 3,7 2,8 4,4 4,0 5,2 3,0 4,8

Suponiendo que las mediciones representan una muestra aleatoria de una población normal, encuentre un intervalo de confianza de nivel 99 % para la media de los tiempos de secado.

6. Se prueban dos fórmulas diferentes de un combustible oxigenado para motor en cuanto al octanaje. Se sabe que la distribución del octanaje del combustible es Normal y que la varianza del octanaje para la fórmula 1 es $\sigma_1^2 = 1,5$, mientras que para la fórmula 2 es $\sigma_2^2 = 1,2$. Se prueban dos muestras aleatorias de tamaño $n_1 = 15$ y $n_2 = 20$. Los octanajes promedio observados son $\bar{x}_1 = 89,6$ y $\bar{x}_2 = 92,5$.

- Construya un intervalo de confianza del 95 % para la diferencia en el octanaje promedio.
- Si tomamos $n_1 = n_2$, ¿qué tamaño de muestra se necesitaría para que la longitud del intervalo se reduzca a la mitad del encontrado en a)?

7. Se comparan las resistencias de dos clases de hilo. Cincuenta piezas de cada clase de hilo se prueban bajo condiciones similares. La marca A tiene una resistencia a la tensión promedio de 78,3 kg con una desviación estándar de 5,6 kg; en tanto que la marca B tiene una resistencia a la tensión promedio de 87,2 kg con una desviación estándar de 6,3 kg. Construya un intervalo de confianza de 95 % para la diferencia de las medias poblacionales.
8. Una determinada empresa de material fungible puede adquirir los cartuchos de tóner de impresora de dos proveedores distintos. Con el fin de determinar a qué proveedor comprar se toma una muestra de tamaño 12 de cada uno de los proveedores obteniendo los siguientes resultados (número de hojas impresas):

$$\text{Proveedor A : } \bar{x}_A = 5459 \quad s_A^2 = 33703 \quad \text{Proveedor B : } \bar{x}_B = 5162 \quad s_B^2 = 199928$$

Si suponemos que las poblaciones son normales con varianzas iguales, construir un intervalo de confianza de nivel 95 % para la diferencia entre el número medio de hojas que imprime el cartucho de cada proveedor..

9. Dos empresas competidoras (A y B) en un mismo sector han puesto en marcha, casi simultáneamente, páginas de internet para la venta electrónica. Se han elegido al azar ocho clientes que han visitado la página A y, de manera independiente, otros ocho que han visitado la B y se han medido el tiempo (en minutos) de la duración de la visita de cada cliente. Los resultados fueron los siguientes:

Página A: 2,3 3,5 4,2 3,2 4,4 2,1 1,6 5,3

Página B: 1,3 2,3 4,4 3,7 2,8 6,5 3,6 4,5

Suponer que los datos provienen de poblaciones normales. Construir un intervalo de confianza de nivel 99 % para la diferencia entre los tiempos medios.

10. Una muestra de 10 camiones diesel fue operada tanto caliente como fría para calcular la diferencia en el ahorro de combustible. Los resultados, en millas/galón, se presentan en la tabla:

Camión	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Caliente	4,56	4,46	6,49	5,37	6,25	5,90	4,12	3,85	4,15	4,69
Frío	4,26	4,08	5,83	4,96	5,87	5,32	3,92	3,69	3,74	4,19

Determine un intervalo de confianza de 98 % para la diferencia en la media del millaje entre motores calientes y fríos. Asuma que la muestra de las diferencias entre motores calientes y fríos es aproximadamente normal.

11. Para los datos del ejercicio 4:
- Construya un intervalo de confianza de 99 % para la varianza del tiempo de secado de la pintura.
 - Construya un intervalo de confianza de 99 % para la desviación estándar del tiempo de secado de la pintura.
12. Para los datos del ejercicio 8) hallar un intervalo de confianza de nivel de 95 % para el cociente de las varianzas de los tiempos de visita.
13. Un fabricante de calculadoras electrónicas está interesado en estimar la fracción de unidades defectuosas que se producen. Una muestra aleatoria de 800 calculadoras incluye 18 defectuosas. Calcule un intervalo de confianza de nivel 99 % para la verdadera fracción de unidades defectuosas.
14. a) Suponga que se quiere estimar qué porcentaje de todos los conductores excede el límite de velocidad de 80 km/h en cierto tramo del camino. ¿Qué tan grande debe ser la muestra para tener al menos 99 % de confianza de que el error de su estimación es a lo sumo de 3,5 %?
- b) ¿Cómo se vería afectado el tamaño de la muestra requerida, si se sabe que el porcentaje a estimar es a lo sumo de 40 %?
15. En una prueba del efecto de la humedad en conexiones eléctricas, se probaron 100 conexiones eléctricas bajo condiciones húmedas y 150 en condiciones secas. Veinte de las primeras fallaron y solo diez de las segundas no pasaron la prueba. Determine un intervalo de confianza de 90 % para la diferencia entre las proporciones de las conexiones que fallaron, húmedas y secas.