



# POLITECNICO MILANO 1863

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

DIPARTIMENTO DI FISICA

TESI DI LAUREA TRIENNALE IN INGEGNERIA FISICA

## **Tecniche di caratterizzazione di impulsi ad attosecondi: interferometria $f$ - $2f$ e compressione impulsi con fibra cava**

*Laureandi:*

Gian Luca Dolso, Federico Vismarra

*Relatore:*

Prof. Mauro Nisoli

*Correlatore:*

Dott. Matteo Lucchini

Anno Accademico 2017 - 2018

# Indice

<b>I</b>	<b>Analisi con interferometro f-2f di Carrier Envelope Phase e dispersione in materiale</b>	<b>3</b>
1	Introduzione: Carrier Envelope Phase	4
2	Tecnica f-2f per la misura della stabilità della fase assoluta	7
3	Apparato sperimentale	11
3.1	Broadening spettrale con self-phase modulation . . . . .	12
3.2	Descrizione del setup sperimentale . . . . .	13
4	Tecnica f-2f risultati sperimentali	14
4.1	f-2f: Test di stabilizzazione . . . . .	14
4.2	Misura della dispersione di vetro sfruttando la tecnica f-2f . . . . .	18
<b>II</b>	<b>Hollow Fiber Technique: Accoppiamento laser con fibra cava e Compressione di impulsi a femtosecondi</b>	<b>21</b>
5	Introduzione: Descrizione Generale	22
5.1	Accoppiamento in fibra: descrizione teorica . . . . .	23
5.2	Self-Phase Modulation e Broadening spettrale . . . . .	25
6	Propagazione di fasci gaussiani in sistema ottico e legge ABCD	27
7	Tecnica Hollow Fiber: descrizione sperimentale	31
7.1	Accoppiamento in fibra: apparato sperimentale e analisi dati . . . .	31
7.1.1	Analisi di Efficienza di accoppiamento $\eta$ . . . . .	32
7.1.2	$M^2$ . . . . .	35
7.2	Compressione impulsi e misura della durata temporale con tecnica FROG: cenni . . . . .	39
	Conclusioni e ringraziamenti	42
	Appendice: Script I	43
	Appendice: Script II	44
	Riferimenti bibliografici	45

## Parte I

# Analisi con interferometro f-2f di Carrier Envelope Phase e dispersione in materiale

In questa prima parte, si è costruito un interferometro f-2f utilizzato per due diverse applicazioni:

-In primo luogo abbiamo verificato la stabilità della fase assoluta del laser CEP.

-In secondo luogo, si propone un possibile utilizzo di tale tecnica per la misura della dispersione introdotta da un materiale incognito, supposto essere fused silica.

# 1 Introduzione: Carrier Envelope Phase

In un laser a femtosecondi non vi sono meccanismi intrinseci di accoppiamento tra la velocità di propagazione della portante e la velocità dell'involuppo<sup>1</sup>. Pertanto il ritardo relativo <sup>2</sup> tra la portante e l'involuppo mostrerà valori irregolari variando da impulso a impulso. Si immagini ora la radiazione elettromagnetica di tale laser come un treno di impulsi a  $fs$  gaussiani distanti temporalmente decine di  $\mu s$ . Il singolo impulso, considerando solo la componente di campo elettrico, ha forma:

$$E(t) = A(t)\exp(i\omega_p t + i\varphi_0) \quad (1)$$

dove  $E(t)$  è il campo elettrico,  $A(t)$  è l'involuppo,  $\omega_p$  è la frequenza della portante e  $\varphi_0$  è la fase assoluta o carrier envelope phase, che da ora verrà indicata con *CEP*. La *CEP* non ha particolare valore per un impulso singolo<sup>3</sup>, sia se varia nel tempo sia se è costante, ma risulta un parametro chiave se si considera invece un treno di impulsi, che assume idealmente la forma:

$$E_{imp}(t) = A(t)\exp(i\omega_p t + i\varphi_0) \otimes \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(t - mT_R)\exp(i\varphi_m) \quad (2)$$

A questo punto si visualizza l'andamento temporale di un campo elettrico di forma (1) con involuppo gaussiano usando due soli impulsi in una scala temporale e spaziale arbitraria con lo scopo di evidenziare il ruolo di  $\varphi_0$ .

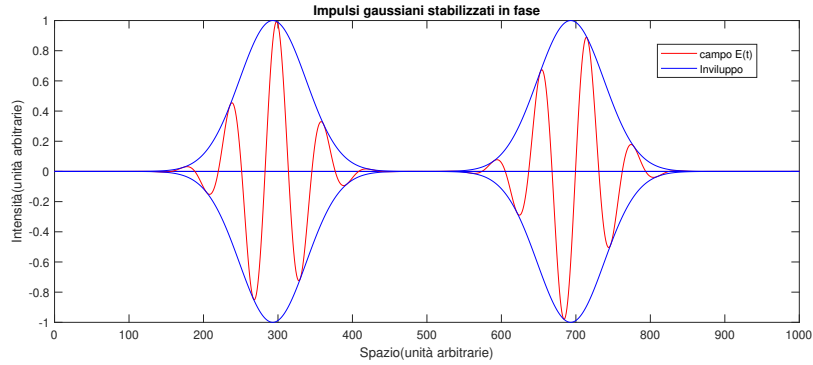


Figura 1: Impulsi gaussiani in traslazione rigida stabilizzata

<sup>1</sup>Da Helbing [1]

<sup>2</sup>Tale ritardo è dovuto generalmente a fluttuazioni di intensità e di posizione del fascio, legati a fenomeni di dispersione nella cavità laser.

<sup>3</sup>Basta infatti riscalarlo l'asse temporale o spaziale per avere il riferimento a  $\varphi_0 = 0$

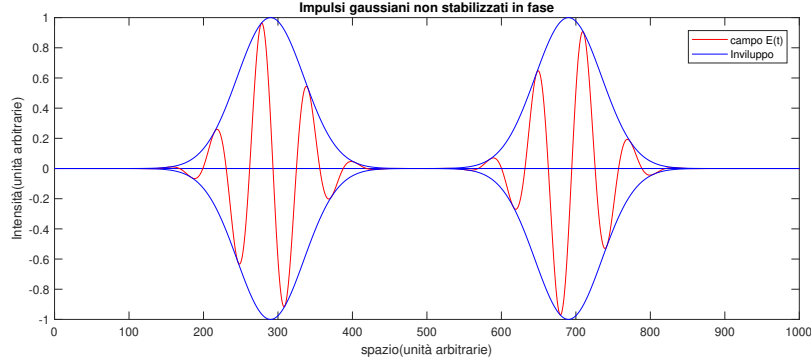


Figura 2: Impulsi gaussiani in traslazione rigida non stabilizzata

La differenza principale che si può banalmente osservare tra i due casi simulati è che se si sovrappongono tra loro i due impulsi di sinistra<sup>4</sup> essi sono evidentemente diversi.

Ora si immagini un esperimento il cui risultato dipenda non dall'intensità dell'onda ma dal valore di  $E(t)$ . Se ci si pone in un punto dello spazio dove in un dato istante è giunto l'impulso di destra, si vuole che il successivo impulso sia la replica esatta del primo. Questa richiesta può essere soddisfatta solo se la fase tra i due impulsi (sinistro e destro) è la medesima, quindi unicamente nel caso di fase non dipendente dal tempo e dunque "stabile".

Il grafico di figura 3<sup>5</sup> evidenzia meglio la sovrapposizione temporale degli impulsi in funzione di diversi valori di fase assoluta attribuita individualmente al singolo impulso del treno. In conclusione, se la  $CEP$  varia temporalmente, ogni impulso ha una fase assoluta  $\varphi_0$  diversa. Fissato quindi un punto nello spazio, vi sovrapporranno impulsi funzionalmente diversi e non avrò stabilizzazione<sup>6</sup>.

La stabilizzazione della  $CEP$  ha grande rilevanza in diverse applicazioni, ad esempio nella generazione di impulsi ad attosecondi. In questa linea di ricerca, l'involuppo a  $fs$  racchiude pochi cicli ottici e spesso è necessario che in una certa regione di spazio il campo assuma sempre il valore massimo in coincidenza del picco dell'involuppo. In tali applicazioni, si ha bisogno di avere un campo stabilizzato che arrivi dopo ogni periodo  $T_R$  con la stessa forma funzionale in modo da poter conoscere in maniera temporalmente stabile l'effetto che si avrà sul campione di indagine.

<sup>4</sup>Si sono fermati nella simulazione allo stesso istante di tempo

<sup>5</sup>da Florian W. Helbing in Carrier-Envelope Offset Phase-Locking With Attosecond Timing Jitter

<sup>6</sup>Se poi la fase varia in maniera aleatoria, non è nemmeno prevedibile quale sarà questo ritardo.

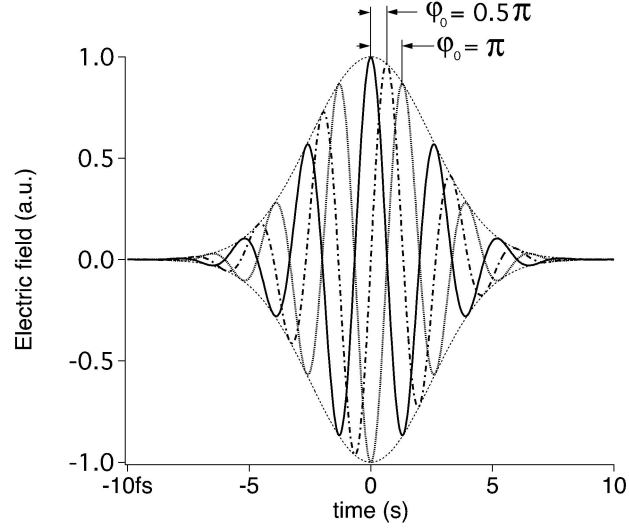


Figura 3: *CEP* di due impulsi distinti con  $\varphi_0$  di  $0.5\pi$  e di  $\pi$  rispetto all'impulso iniziale con  $\varphi_0 = 0$ .

Nell'esperimento, che si illustrerà nelle prossime pagine, si è posto l'obiettivo fondamentale di verificare, tramite la tecnica  $f - 2f$ , la stabilizzazione della fase della sorgente laser. Tale verifica è uno dei tanti step necessari per realizzare un sistema retroazionato complesso che stabilizza la fase assoluta. Infatti nell'apparato sperimentale da noi a disposizione la fase assoluta è soggetta a fluttuazioni assenti all'interno del sistema laser stabilizzato<sup>7</sup>. In secondo luogo, noto che la *CEP* è controllata, è possibile effettuare una misura della dispersione di campioni di vetro di spessore variabile confrontando i ritardi relativi tra le componenti spettrali del fascio laser.

---

<sup>7</sup>Nello specifico, nel sistema di misura le fluttuazioni rendono sui lunghi periodi la fase completamente instabile; all'interno del sistema laser vi sono fluttuazioni che variano rispetto al valore fissato di 100-200 mrad.

## 2 Tecnica f-2f per la misura della stabilità della fase assoluta

La tecnica  $f - 2f$  è teoricamente semplice e sfrutta fenomeni fisici ben noti. Si supponga di avere a disposizione una sorgente laser in regime di mode-locking con inviluppi separati di un  $T_R$  noto di durata temporale di qualche decina di  $fs$  come descritto dall'equazione (2). A questo punto, posso valutare la fase  $\varphi(t)$  variabile nel tempo come una termine di pulsazione aggiuntiva responsabile dello sfasamento tra componenti, come giustificato formalmente in [1]. Un modo matematicamente analogo<sup>8</sup> a (2) per descrivere la  $CEP$  in un treno di impulsi è definire  $\omega_{CEO} = \frac{\Delta\varphi_0}{T_R}$ <sup>9</sup>,

$$E_{imp}(t) = A(t)\exp(i\omega_p t + i\omega_{CEO}t) \otimes \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(t - mT_R) \quad (3)$$

. Il suo spettro in frequenza è

$$\tilde{E}_{imp}(f) = \tilde{A}(f - f_c) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(f - mf_{rep} - f_{CEO}) \quad (4)$$

.

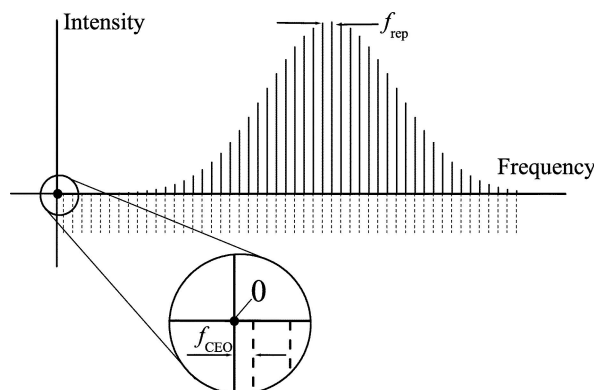


Figura 4: Spettro in frequenza di treno di impulsi di mode-locking sfasati

E' rilevante osservare che, qualora la fase venga stabilizzata, allora  $f_{CEO} = 0$ . Infatti avere la fase costante ad un valore arbitrario non influenza la trasformata di Fourier; ciò che conta per avere instabilità è la differenza di fase tra impulsi successivi. La  $\Delta\varphi_0(t)$ , a priori, può avere una dipendenza arbitraria dal tempo, il che provoca una variazione nel tempo detta *JITTER* della  $f_{CEO}(t)$ .

<sup>8</sup>Questo si basa sull'esprimere il treno di impulsi in funzione del ritardo accumulato tra due impulsi successivi dovuto alla variazione nel tempo della fase assoluta.

<sup>9</sup>CEO=carrier envelope offset

Ora si supponga di voler capire se, data la sorgente laser, essa sia stabilizzata in frequenza. Per ipotesi si assuma che lo sia; si ipotizzi inoltre di avere un fascio laser con uno spettro gaussiano in frequenza ampio più di un ottava, ovvero tale che il campo elettrico ammetta componenti  $\omega$  e  $2\omega$  per almeno un valore di  $\omega$ .

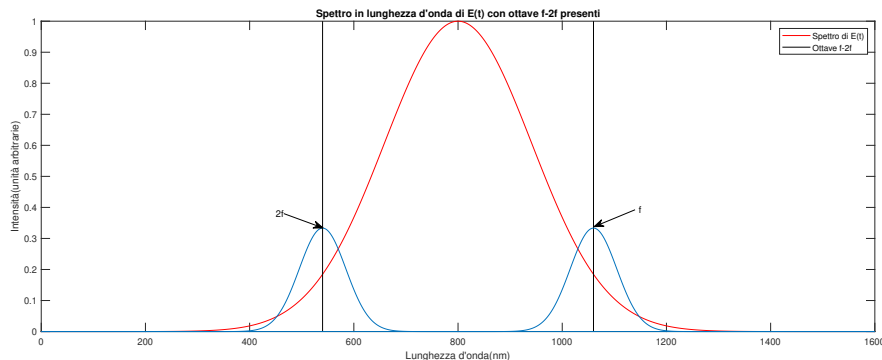


Figura 5: Spettro in lunghezza d'onda in cui si è evidenziata la presenza delle componenti  $\omega - 2\omega$  (o  $f - 2f$ )

A questo punto, si considera per fissare le idee due componenti spettrali di un impulso originale, una fondamentale e una generata per seconda armonica con la medesima frequenza  $\omega$  propagate per un tratto  $x$ .

$$E_f(\omega) = A_f(\omega) Re[e^{i\phi_f(\omega) + i\varphi_0}] \quad (5)$$

$$E_{sh}(\omega) = A_{sh}(\omega) Re[e^{i\phi_{sh}(\omega) + 2i\varphi_0 + i\omega\tau}] \quad (6)$$

Dove  $\phi_f$  e  $\phi_{sh}$  sono dipendenti dalla forma temporale dell'impulso mentre  $\tau_0$  indica il fatto che i due impulsi si sono propagati in precedenza (prima che venisse fatta la seconda armonica con due velocità di fase diverse). A questo punto, se si rende possibile una sovrapposizione spaziale tra i due campi, essi interagiranno e daranno luogo ad un'interferenza costruttiva o distruttiva in termini di intensità spettrale, assente nel caso in cui non interagiscano.

$$E_{tot}(\omega) = E_f(\omega) + E_{sh}(\omega)$$

$$I_{tot}(\omega) \propto \langle E_{tot}^2 \rangle = \frac{|E_{tot}|^2}{2} = \frac{1}{2}(E_{sh}E_f^* + E_{sh}^*E_f + |E_f|^2 + |E_{sh}|^2)$$

Procedendo nei calcoli, definendo  $A(\omega)$  e  $B(\omega)$  opportuni parametri dipendenti, si arriva all'espressione dell'intensità  $I(2\omega)$ :

$$I_{tot}(\omega) = A(\omega) + B(\omega) \cos(\omega\tau - \varphi_0 - \phi_f(\omega) + \phi_{sh}(\omega)) \quad (7)$$



Il parametro  $A(\omega)$  esprime la somma delle intensità dell'impulso laser e della seconda armonica generata. Funzionalmente, sarà dato dalla somma di due gaussiane. Per quanto riguarda  $B(\omega)$ , esso contiene informazioni riguardo a dove si trovano spettralmente le regioni in cui si sovrappongono impulso e seconda armonica. A parte un termine di fase, ciò che si osserva nello spettro in frequenza è una modulazione dell'intensità spettrale totale con un termine cosinusoidale di interferenza che produce delle frange localizzate. Si simula a questo punto tale interferenza sovrapponendo lo spettro iniziale del fascio laser con lo spettro di seconda armonica, opportunamente pesato<sup>10</sup>.

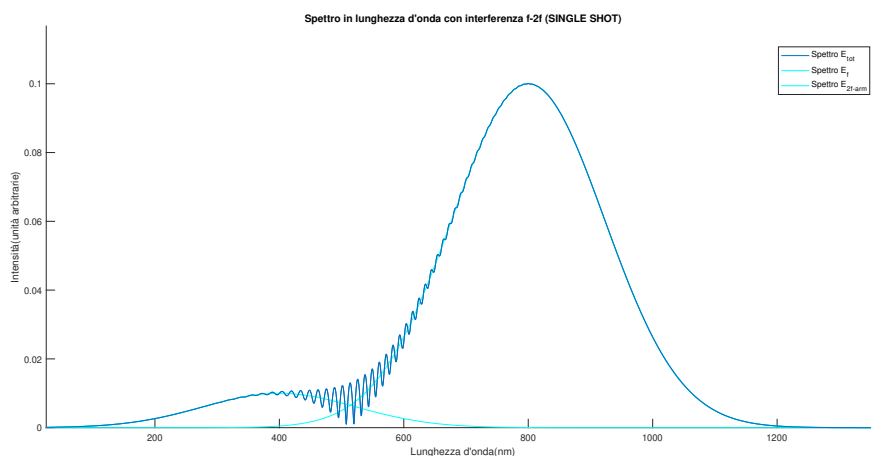


Figura 6: Spettro con interferenza singolo impulso  $E_\omega$  con  $E_{2armonica}$

Il risultato ottenuto è valido a priori per ogni singolo impulso, e dunque tale effetto di per sé non può essere usato per capire se la fase sia stabilizzata o meno; tuttavia, se si pensa di eseguire una misura integrata su più impulsi, essa risulterà coerente<sup>11</sup> solo se la fase è stabile<sup>12</sup>. La fase può essere estratta dal termine di interferenza utilizzando il metodo denominato *FTSI Fourier transform spectral interferometry*. Riscrivendo:

$$I(\omega) = A(\omega) + C(\omega)e^{i\omega\tau} + C^*(\omega)e^{i\omega\tau}$$

<sup>10</sup>Come è noto, infatti, l'efficienza di seconda armonica è molto bassa. Questo implica che il campo  $E_{2armonica}$  interagente sia meno intenso rispetto ad  $E$ ; inoltre, si sta qui supponendo in maniera inesatta che tutte le componenti spettrali abbiano stessa probabilità di generare seconda armonica, ma in prima approssimazione questo può bastare.

<sup>11</sup>Manterrà stabilmente l'andamento in Figura 6

<sup>12</sup>Si pensi, infatti, di sommare molti impulsi con fase instabile tra  $0-2\pi$  e poi mediarli; si può ragionevolmente pensare di accoppiare uno ad uno gli impulsi circa in contro-fase per ottenere un andamento spettrale privo del fenomeno di interferenza.

Allora procedo in due fasi:

-Si separa il termine di interferenza da quello che dipende solo dai moduli, ovvero  $A(\omega)$ , calcolando la trasformata di Fourier inversa di  $I_{tot}$  nel dominio dei ritardi allora avrò tre termini:

$$i(t) = a(t) + c(t + \tau) + c^*(t - \tau)$$

Il primo rappresenta la parte di somma coerente tra intensità, i due laterali, invece, mostrano i termini di interferenza legati al coseno.

-Si applica la trasformata di Fourier solo a  $c^*(t - \tau)$  positivo si ottiene proprio la  $C(\omega)$  da essa posso infine suddividendo la parte reale dalla parte immaginaria e risalire alle variazioni di  $\varphi_0$ , siccome in generale le variazioni di  $\phi(\omega)$  da impulso a impulso sono trascurabili.

*Un impulso è stabile se queste variazioni sono nulle da impulso a impulso.*

### 3 Apparato sperimentale

In questa breve sezione si descrive l'apparato sperimentale utilizzato, per lo scopo dichiarato, e le principali tecniche utilizzate per mettersi nella condizione ottimale di misura.

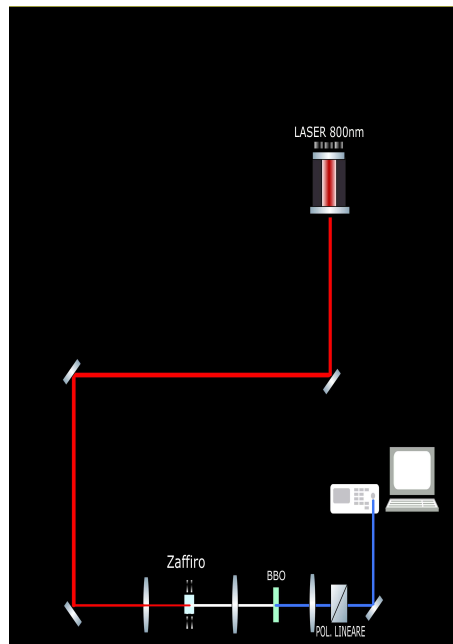


Figura 7: Apparato sperimentale f-2f schema

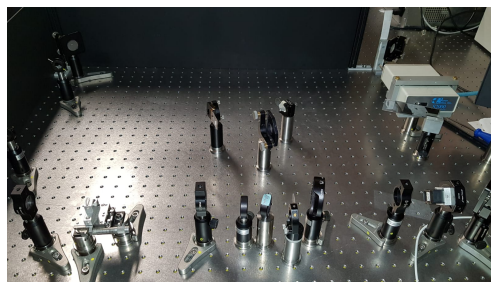


Figura 8: Apparato sperimentale f-2f reale

### Apparato sperimentale:

- Laser Ti-Sapphire Freq  $800nm$  , Cadenza impulsi  $10kHz$ , Durata impulso  $25fs$
- 2 Lenti  $f = 8cm$ ,  $1 f = 10cm$
- Iridi
- Cristallo di Zaffiro
- Cristallo BBO
- Polarizzatore
- Spettrometro banda spettrale  $300 - 600nm$  tempo di integrazione  $2ms$ (Ocean Optics usb 2000)
- Filtro Neutral Density
- Campioni di Fused Silica

## 3.1 Broadening spettrale con self-phase modulation

Per avere un impulso con banda sufficientemente larga da fare l'effetto desiderato, si deve prendere l'impulso laser a  $800nm$  e allargarlo spettralmente in modo che sia più largo di un'ottava. Nell'esperimento, si è ottenuto l'effetto di allargamento spettrale desiderato tramite self-phase modulation dell'impulso fondamentale. Questo è reso possibile dall'effetto Kerr, che ha luogo nel cristallo di zaffiro. Infatti, per effetto Kerr<sup>13</sup> l'indice di rifrazione dipende linearmente dall'intensità  $I$  dell'onda.

$$n = n_0 + n_2 I.$$

Consideriamo il caso semplice di un' onda piana monocromatica di frequenza  $\omega$  e vettore d'onda  $k$  propagante lungo il tratto  $L$ , assunto essere la lunghezza del cristallo. La fase accumulata in propagazione si può scrivere nella forma:

$$\Phi = \omega t + kL = \omega t + (2\pi n) \frac{L}{\lambda_0} = \omega t + (2\pi n_0) \frac{L}{\lambda_0} + (2\pi n_2) \frac{IL}{\lambda_0} \quad (8)$$

dove si è usata la relazione  $k = (\frac{2\pi n}{\lambda_0})$ . Ricordando ora la definizione di frequenza come  $\frac{d\Phi}{dt}$ , si ottiene

$$\frac{d\Phi}{dt} = \omega_0 + (2\pi n_2) \frac{dI}{dt} \frac{L}{\lambda_0}$$

---

<sup>13</sup>Effetto non lineare del 3° ordine

Dall'espressione trovata, si vede come la dipendenza dell'indice di rifrazione dall'intensità dell'onda comporti la generazione all'interno del cristallo di nuove frequenze assenti nell'impulso fondamentale in ingresso. *Esse si sommeranno a tutte quelle preesistenti allargando lo spettro in frequenza; se poi queste assumono la stessa fase, allora si può ottenere anche la generazione di un impulso ultrabreve.*

### 3.2 Descrizione del setup sperimentale

Il fascio laser, polarizzato parallelamente al piano di lavoro, giunge al cristalli di zaffiro in seguito ad una guida di specchi e due iridi che riducono le aberrazioni. Qui il fascio entra lunghezza d'onda centrale a 800 nm, lo spettro invece che si misura copre da 450 al limite superiore dello spettrometro utilizzato 1100 nm. Questo fascio presenta uno spettro più ampio un'ottava, il che rende possibile l'impiego della tecnica f-2f. Successivamente il fascio viene focalizzato in un cristallo di BBO<sup>14</sup> dove ha luogo la generazione di seconda armonica lungo l'asse straordinario, ovvero lungo la direzione perpendicolare al piano di lavoro. Dalle caratteristiche note del cristallo si conosceva la direzione di polarizzazione del campo in ingresso necessaria per avere phase-matching di tipo I alla lunghezza d'onda di 800 nm. Poiché era necessario far interferire spettralmente la seconda armonica con il fascio laser in uscita dallo zaffiro, è stato necessario ruotare il cristallo rispetto alla direzione di incidenza per indurre la generazione di seconda armonica ad una lunghezza d'onda superiore. A questo punto si ha a disposizione la seconda armonica sull'asse perpendicolare e la componente del fascio laser iniziale alla medesima frequenza sull'asse parallelo. Per farle interferire, è necessario che siano dirette lungo lo stesso asse, e pertanto si introduce un polarizzatore lineare con asse di trasmissione orientato a 45° rispetto all'asse parallelo. A questo punto si è focalizzato il fascio totale in uno spettrometro cercando di ottimizzare l'accoppiamento spaziale.

---

<sup>14</sup>Borato di Bario, cristallo uniassico anisotropo

## 4 Tecnica f-2f risultati sperimentali

### 4.1 f-2f: Test di stabilizzazione

Si mostra il risultato sperimentale ottenuto e lo si confronta con quello che ci si aspetta teoricamente.

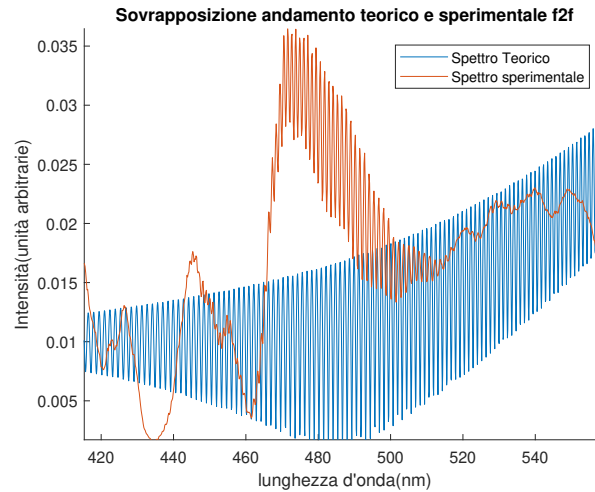


Figura 9: Confronto spettrale andamento teorico e sperimentale (*dettaglio*)

A parte difetti di accoppiamento cromatico, limiti di banda dello spettrometro e intensità non uniforme della seconda armonica, che si descriveranno ampiamente in seguito, ciò che emerge è che, adattando opportunamente il  $\tau$  teorico, si ha la formazione di frange di interferenza spettrale simili localizzate nella stessa regione spettrale<sup>15</sup>.

Esse non si formano invece se la fase non è stabilizzata. Infatti, come detto in precedenza, siccome si vuole un metodo per testare la stabilità o meno della fase, si opera integrando su più impulsi. Si avrà la stabilità solo se la fase rimane stabile, entro i limiti sperimentali, per impulsi vicini e si misura l'interferenza.

---

<sup>15</sup>Il plot di curca teorica in Matlab è stata adattata in termini di  $\tau$  e di ampiezza della gaussiana per migliorare il fit, mentre è stata centrata a  $800nm$  per rispettare le informazioni note sulla sorgente laser d'analisi

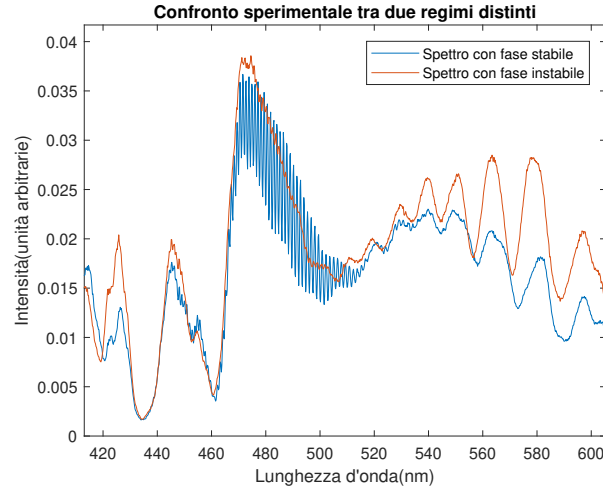


Figura 10: Confronto spettrale andamento sperimentale con fase stabile e fase non stabile (*dettaglio*)

In maniera più rigorosa si afferma:

Dal momento che *in un laser a femtosecondi non vi sono meccanismi intrinseci di accoppiamento tra la velocità di propagazione della portante e la velocità dell'involuppo*, allora si osserva che, se non si opera in alcun modo sul laser, si ha una situazione<sup>16</sup> che si può ragionevolmente assumere come il caso non stabile. Si consideri ora una diversa condizione in cui si compia una qualche operazione sul treno di impulsi. Se dal setup sperimentale si osserva un fenomeno di interferenza stabile *nel periodo di integrazione dello strumento*, localizzato nella zona prevista teoricamente, che vari al variare del cammino ottico nei modi previsti<sup>17</sup>, che si manifesti solo se si riesce a far interagire spazialmente i due campi vettoriali 5 e 7, allora ha senso affermare che l'azione svolta sul laser **ha stabilizzato la fase**<sup>18</sup>.

<sup>16</sup>Andamento in rosso *Figura 8*

<sup>17</sup>Variando il cammino ottico cambia il ritardo tra le componenti  $\omega$  e  $2\omega$

<sup>18</sup>Andamento in blu *Figura 9*, entro i limiti sperimentali si intende

Si presentano e si discutono ora le misure effettuate con l'apparato sperimentale descritto, con lo scopo di testare la stabilizzazione della fase. Lo spettrometro permette di acquisire solamente una porzione dell'intera banda dello spettro allargato, da 350 – 650 nm, dunque non sarà possibile vedere l'andamento di figura 6, il cui range spettrale è ampio 200 – 1200 nm<sup>19</sup>. Si nota, poi, la presenza delle frange di interferenza all'interno del range 460 – 510 nm. In corrispondenza delle lunghezze d'onda maggiori vi sono le componenti spettrali residue generate per self-phase modulation, mentre nell'intorno di 400 nm si riconosce il residuo della seconda armonica dell'impulso originale.

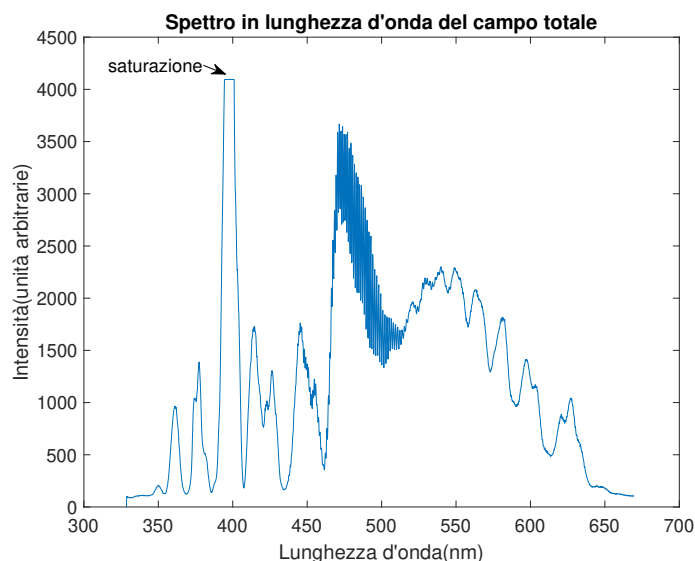


Figura 11: Spettro del segnale da spettrometro

Si è eseguita, poi, una rapida verifica della natura interferometrica delle frange osservate introducendo dei disturbi meccanici controllati. Si è cioè verificato che esse non si osservassero per l'intervallo di tempo in cui il disturbo era in atto<sup>20</sup>. Il tempo di integrazione del sistema di misura è pari a  $T = 2$  ms, che corrisponde all'integrazione su 20 impulsi laser successivi, essendo la frequenza del laser pari a  $f = 10$  kHz. Il risultato ottenuto<sup>21</sup> **porta a concludere che il laser sia stabilizzato in fase**: in caso contrario, infatti, la fase stessa dovrebbe essere una

<sup>19</sup>Quello reale non è, inoltre, perfettamente gaussiano a causa del broadening spettrale e della generazione di seconda armonica. Infatti, esse non si comportano allo stesso modo per tutte le frequenze

<sup>20</sup>Basta infatti una piccola variazione degli spessori per cambiare il  $\tau$  in maniera sensibile da non vedere più interferenza, nel periodo di integrazione del segnale

<sup>21</sup>Supportato da tutta la discussione nella sezione 2



variabile non controllata su  $[0, 2\pi]$ , e pertanto l'interferenza non sarebbe visibile su un numero così elevato di impulsi integrati. In riferimento all'equazione (7), ci si aspetta che la distanza delle frange osservate nello spettro riproducano il ritardo  $\tau$ . Ricaviamo quindi  $\tau$  e  $\varphi_0$  tramite l'antitrasformata di Fourier del segnale di interferenza. Operativamente, questo calcolo è stato svolto implementando un codice Matlab. Tramite la moltiplicazione dello spettro per una super-gaussiana.

$$SuperGaussian = (e^{\frac{-(f-f_0)^2}{2\Delta f^2}})^{24}$$

Si è selezionato, così, l'intervallo spettrale relativo alle frange. Per l'analisi dello spettro in figura 12, ad esempio, si è impiegata super-gaussiana con parametri  $f_0 = 6.210^{14} Hz$ ,  $\sigma_{std} = 0.8 * 10^{14} Hz$ , questi valori sono in realtà modificabili per ottimizzare l'analisi sullo spettro d'interesse. La posizione e l'ampiezza di questo intervallo, infatti, risultano sensibili a piccole variazioni del setup sperimentale e sono pertanto soggette a lievi variazioni <sup>22</sup>.

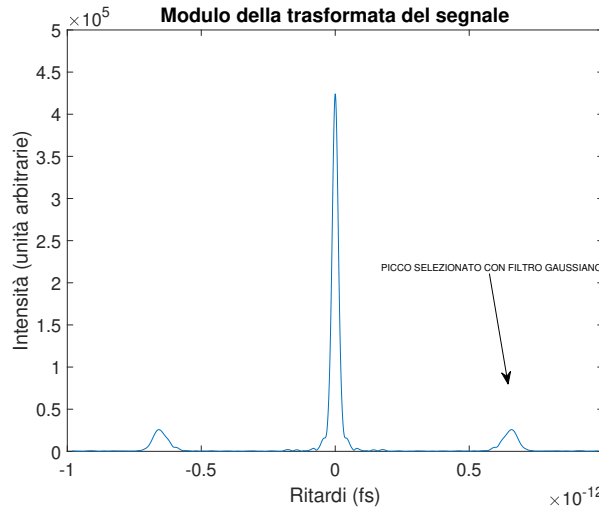


Figura 12: Modulo dell'antitrasformata del segnale "dominio dei ritardi  $\tau$ "

Sempre in riferimento all'equazione (7), l'analisi del modulo dell'antitrasformata fornisce un primo picco corrispondente al termine  $A(\omega)$ , a cui associamo  $\tau = 0$  s, e un secondo picco meno intenso che fornisce il valore  $\tau$  cercato, di valore 500-700 fs coerente in tutte le analisi svolte senza inserimento di spessori di fused silica. Il

<sup>22</sup>Le variazioni maggiori sono state registrate nelle misure, successivamente esposte, dell'indice di rifrazione, in cui sono stati inseriti vari spessori di fused silica nel tragitto compiuto dal fascio: ciò è ragionevolmente dovuto all'incremento delle aberrazioni cromatiche.

valore  $\tau$  viene ricavato dal grafico per interpolazione gaussiana<sup>23</sup>. Il valore assoluto  $\tau$  risulta molto sensibile a piccole fluttuazioni della posizione degli elementi ottici appartenenti al setup sperimentale. Alcune fluttuazioni di  $\tau$  ( $\sim 10$  fs) sono state registrate anche tra misure compiute senza effettuare modifiche alle distanze relative tra gli elementi ottici e troppo ravvicinate nel tempo affinché le variazioni di temperatura potessero essere rilevanti. Si può attribuire tale fenomeno a lievi fluttuazioni dell'intensità del fascio laser, a piccoli spostamenti d'aria, o ad errori introdotti dall'interpolazione gaussiana utilizzata.

Si conclude che, *la presenza dei due picchi nel dominio trasformato  $\tau$  previsti teoricamente da (7) è un'ulteriore conferma della stabilizzazione in fase.*

## 4.2 Misura della dispersione di vetro sfruttando la tecnica f-2f

*Lo sforzo computazionale svolto non aveva solo lo scopo di ottenere un'altra conferma sperimentale della previsione teorica, ma fornisce anche un utile strumento per misurare la variazione della differenza tra i cammini ottici della fondamentale e della seconda armonica e confrontarla con quella prevista teoricamente. Questo consente anche di verificare l'attendibilità dei valori di indice di rifrazione dichiarati.*

Si svolge ora la stessa analisi dello spettro del segnale nel caso in cui si inserisca nel tragitto ottico del cristallo alcuni spessori di vetro, al fine di misurare la variazione  $\Delta(\tau)$  della differenza di cammino ottico compiuto dall'impulso fondamentale e la seconda armonica e confrontarla con il valore previsto teoricamente. Nell'ipotesi che la fase sia stabilizzata, infatti, il ritardo è legato alla differenza di cammino ottico introdotta dall'inserimento dello spessore di vetro dalla relazione.

$$\Delta\tau = \frac{\Delta(\text{cammino} - \text{ottico})}{c},$$

$$\Delta(\text{camminoottico}) = L[n(2\omega) - n(\omega)]$$

Gli indici di rifrazione alle lunghezze d'onda di interesse sono

---

<sup>23</sup>La variabilità di tale parametro è legato a molteplici fattori uno dei principali è che, in realtà, per ogni coppia di frequenze spettrali f-2f avrò, a priori,  $\tau$  lievemente diversi. Nel calcolo teorico si era assunto costante per semplicità di calcolo

$n(490 \text{ nm}) = 1.4629$  ,  $n(980 \text{ nm}) = 1.4507$  per il vetro (fused silica)<sup>24</sup>. Considerando uno spessore di vetro pari a  $L = 1 \text{ mm}$ , si ottiene quindi dal punto di vista teorico:

$$\tau = \frac{[0.0122 \times 10^{-3}]}{c} = 4.0803 \times 10^{-14} \text{ s}$$

cioè un incremento di  $\sim 41 \text{ fs}$  per ogni millimetro di vetro. Sperimentalmente, sono state raccolte 6 serie di misure per gli spessori da 0.0 mm a 0.5 mm con passo pari a 0.25. I dati raccolti sono riassunti nel seguente grafico:

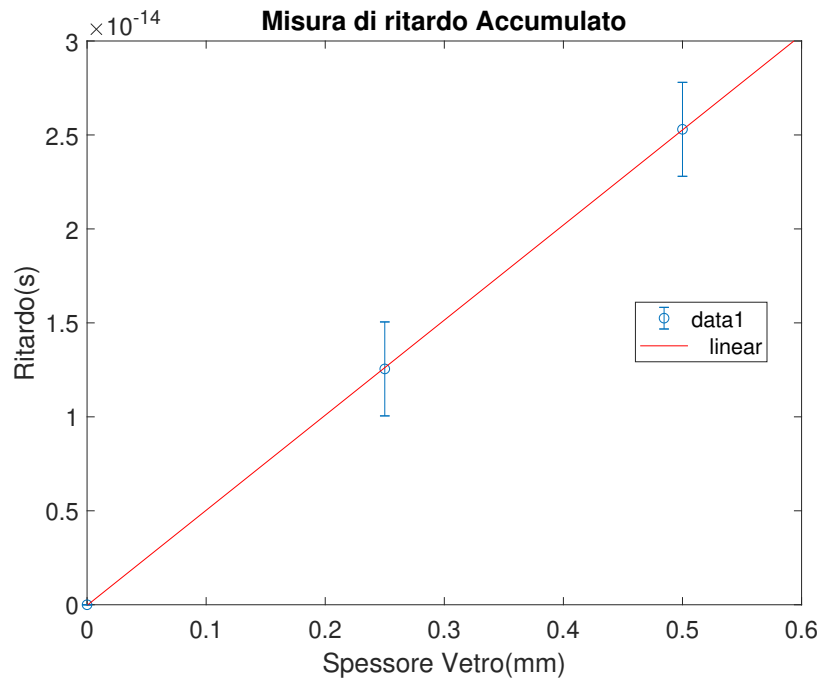


Figura 13: Regressione lineare ritardi accumulati

---

<sup>24</sup>Da [www.refractiveindex.info](http://www.refractiveindex.info)

I coefficienti forniti dalla regressione lineare sono:

$$y = p_1 x + p_2$$

$$\text{Coefficients : } p_1 = 5.002 \cdot 10^{-14} \frac{s}{mm} \quad p_2 = -5.1499 \cdot 10^{-30} s$$

$$R^2 = 0.998$$

I risultati sperimentali confermano quindi la dipendenza lineare di  $\Delta\tau$  dallo spessore  $L$  del vetro prevista dalla teoria, ma prevedono un ritardo pari a  $p_1 \cdot 51$  fs per ogni millimetro di vetro introdotto, mentre il valore teorico è pari a 41 fs. Tale discrepanza non è lievissima in quanto si sta utilizzando una tecnica interferometrica e non vi è nulla di più preciso, ma vi sono diversi fattori ai quali può essere attribuita. Innanzi tutto, bisogna considerare l'incertezza con cui si conoscono gli spessori di vetro impiegati, che sono stati misurati con una risoluzione confrontabile con l'incremento di spessore adottato tra una misura e la successiva, ovvero 0.25 mm. A questo si deve aggiungere il fatto che piccoli disallineamenti degli spessori di vetro portano ad uno spessore "efficace" maggiore, aumentando il cammino ottico e conseguentemente il  $\Delta\tau$  misurato. Un altro motivo per cui il  $\Delta\tau$  misurato è superiore a quello teorico potrebbe risiedere nel trattamento antiriflesso delle superfici degli spessori di vetro impiegati.

Un'ultima possibile ragione, che non esclude a priori la presenza degli errori sopra citati ma potrebbe portare ad avvinare i due risultati, è che il campione analizzato potrebbe non essere completamente fuso di silice e potrebbero esserci impurezze di altro materiale. Affermare che il materiale non è fuso di silice sarebbe corretto solo se si riuscisse a stimare quantitativamente il contributo di ciascun errore citato. In tal caso, allora, si può ragionevolmente disquisire se il discostamento tra misura ottenuta e quella dalla fonte possa indicare se bisogna o meno mettere in dubbio l'entità del materiale di indagine.

## Parte II

# Hollow Fiber Technique: Accoppiamento laser con fibra cava e Compressione di impulsi a femtosecondi

In questa seconda parte si discute e si analizza l'accoppiamento di un laser con una fibra cava. L'utilizzo della fibra cava è fondamentale per allargare la banda spettrale di impulsi a femto-secondi. Tale tecnica è stata sviluppata al Politecnico di Milano nel '96 da M.Nisoli S.De Silvestri O.Svelto, grazie ad essa si è ottenuto un impulso di 10  $fs$ .

Lo scopo è quello di comprendere qualitativamente come ottimizzare e caratterizzare tale processo per generare impulsi sempre più corti.

## 5 Introduzione: Descrizione Generale

La tecnica di compressione ottica tramite l'impiego della fibra cava è una tecnica molto efficace al fine di comprimere temporalmente impulsi ad alta energia. La fibra cava ha la struttura mostrata in figura con la caratteristica che le permette di poter essere riempita con un gas. Per la tecnica citata, sono impiegati gas nobili. Il diametro interno ha dimensioni tipiche di  $10\ \mu\text{m}$  -  $1\ \text{mm}$ .

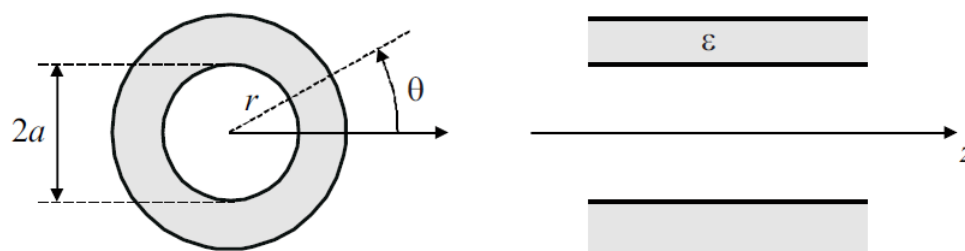


Figura 14: Fibra cava

Le principali condizioni per ottenere l'allargamento spettrale di impulsi laser sono: avere un impulso ad alta intensità di picco concentrato in un intervallo temporale sufficientemente breve così da incrementare gli effetti non lineari e, ovviamente, un buon accoppiamento laser e fibra. Il fenomeno grazie al quale avviene allargamento spettrale è la self-phase modulation<sup>25</sup>. Essendo l'indice di rifrazione del gas nobile inferiore all'indice del capillare, si ottiene propagazione guidata tramite riflessione ad incidenza radente sulla superficie interna della fibra cava. L'impulso dovrà, poi, essere compresso da un opportuno sistema ottico che compensi i ritardi relativi accumulati dalle diverse frequenze dello spettro allargato. Questo sistema ottico è spesso costituito da specchi dielettrici particolari chiamati "*chirped mirrors*". Poiché il carattere guidante della fibra non è ottenuto tramite il fenomeno della riflessione totale, le perdite di una fibra cava sono superiori rispetto a quelle caratteristiche di una fibra dielettrica. Tuttavia, l'impiego di fibre ottiche in fused silica, per la compressione di impulsi laser è possibile solamente per impulsi con un'energia massima di qualche decina di  $nJ$ . Impulsi più energetici provocano danni irreversibili al materiale. L'impiego della fibra ottica cava, invece, permette di comprimere impulsi ottici con energie fino a qualche decina di  $mJ$ : ha cioè il grande vantaggio di avere un'energia di soglia di danneggiamento molto superiore,

<sup>25</sup>Discussa sia nella sezione 3.2 sia successivamente in 5.2

legata all'energia di ionizzazione del gas nobile impiegato.

Un altro aspetto importante e vantaggioso dell'impiego della fibra ottica cava riempita con gas nobili è che le non-linearità introdotte possono essere considerate istantanee, essendo legate a processi puramente elettronici<sup>26</sup>. È inoltre possibile progettare il setup affinché la propagazione degli impulsi all'interno della fibra cava riempita con il gas non influenzi la stabilità della carrier-envelope phase, il che è di cruciale importanza per molte applicazioni per i motivi già discussi nella prima parte.

## 5.1 Accoppiamento in fibra: descrizione teorica

Per poter eseguire la tecnica di compressione descritta è necessario ottimizzare l'accoppiamento tra la luce laser e la fibra cava. Si presentano, dunque, gli aspetti teorici principali della propagazione di un impulso lungo una fibra cava, trascurando inizialmente gli effetti non lineari<sup>27</sup>.

I modi di propagazione che la fibra è in grado di ospitare sono:  $TE_{0m}$ <sup>28</sup>, in cui il campo elettrico ha solo componente tangenziale,  $TM_{0m}$ <sup>29</sup>, in cui il campo elettrico ha solo componenti assiale e radiale e  $EH_{nm}$ <sup>30</sup>, in cui il campo elettrico ha tutte e tre le componenti non nulle. In quest'ultimo caso, tuttavia, la componente assiale è abbastanza piccola da poter considerare il modo trasverso. Nei limiti delle approssimazioni fatte, l'accoppiamento del fascio laser in ingresso risulta più efficace con i modi  $EH_{1m}$ . Per questi modi, il vettore d'onda nel mezzo o costante di propagazione  $\zeta$  si può approssimare<sup>31</sup>

$$\zeta \approx \frac{2\pi}{\lambda} \left[ 1 - \frac{(u_m \lambda)^2}{2(a2\pi)^2} \left( 1 - \frac{i\lambda(\nu^2 + 1)}{a\pi\sqrt{\nu^2 - 1}} \right) \right] \quad (9)$$

dove  $\nu(\omega)$  è il rapporto tra gli indici di rifrazione del mezzo di cui è costituito il capillare<sup>32</sup> e del gas nella cavità, e  $u_m$  è l' $m$ -esimo zero della funzione di Bessel

---

<sup>26</sup>La grandezza responsabile per gli effetti non lineari è la polarizzazione: nel caso dei gas nobili, che hanno distribuzione elettronica a simmetria sferica, gli unici effetti presenti sono legati alla deformazione della nube elettronica e sono pertanto caratterizzati da tempi caratteristici molto più brevi rispetto agli altri fenomeni in gioco.

<sup>27</sup>Si lavorerà nelle ipotesi semplificative di avere una lunghezza d'onda in vuoto  $\lambda$  molto minore rispetto al raggio interno della fibra  $a$ , ed una costante di propagazione lungo la direzione assiale  $\zeta$  molto vicina alla costante di propagazione in vuoto  $k$ .

<sup>28</sup>Transverse Circular Electric

<sup>29</sup>Transverse Circular Magnetic

<sup>30</sup>ovvero i modi ibridi

<sup>31</sup>Se l'indice di rifrazione del gas vale circa 1

<sup>32</sup>Fused silica

di ordine zero  $J_0(r)$ , a il raggio interno della fibra. La parte immaginaria della costante di propagazione  $\zeta$  fornisce il valore della costante di attenuazione  $\frac{\alpha_{1m}}{2}$

$$\frac{\alpha_{1m}}{2} = \frac{u_m^2}{2\pi^2} \frac{\lambda^2}{2a^3} \frac{\nu^2 + 1}{\sqrt{\nu^2 - 1}}$$

da cui si vede che è sempre possibile ridurre le perdite scegliendo un raggio interno della fibra cava sufficientemente grande rispetto alla lunghezza d'onda  $\lambda$ , dal momento che  $\alpha \propto (\frac{\lambda^2}{a^3})$ .

La parte reale della costante di propagazione vale

$$\beta_{1m} = \frac{2\pi}{\lambda} \left[ 1 - 0.5 \left( \frac{u_m \lambda}{2\pi a} \right)^2 \right]$$

Ora, assumendo di avere un fascio gaussiano linearmente polarizzato in ingresso alla fibra, di forma  $I_{in}(r) = I_0 e^{-\frac{r^2}{w^2}}$  con  $r$  distanza dall'asse ottico e  $w$  lo spot size, si ottiene l'andamento per l'efficienza di accoppiamento tra il fascio in ingresso e i modi della fibra mostrato in figura. Qui è riportata l'espressione per l'efficienza di accoppiamento per i modi ibridi:

$$\eta = \frac{4 \left[ \int r J_0(u_{1m} r/a) \exp(-r^2/w_{in}^2) dr \right]^2}{w_{in}^2 \int r J_0^2(u_{1m} r/a) dr}$$

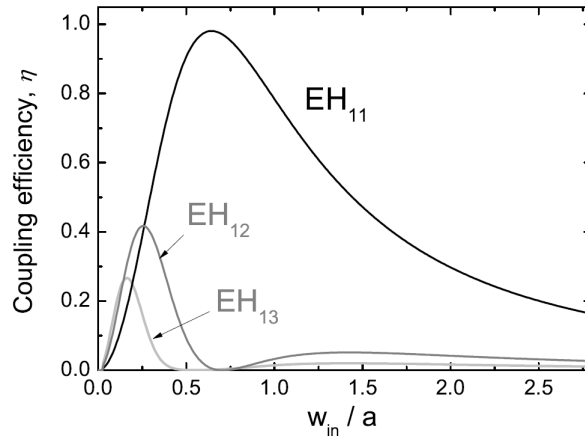


Figura 15: Rendimento dei modi in fibra in funzione del rapporto beam waist in ingresso e raggio della fibra

33

In particolare, è rappresentato l'andamento teorico previsto per l'efficienza di accoppiamento dei modi  $EH_{1m}$  per  $m = 1, 2, 3$  nel caso in cui  $\nu < 2.02$ . Come si



vede,  $EH_{11}$  è il modo a minore attenuazione. Per tale modo, il massimo dell'efficienza si ottiene per un rapporto  $\frac{w_{in}}{a} \approx 0.65$ , e il valore del massimo vale  $\sim 0.98$ . Bisogna inoltre considerare che i modi  $EH_{1m}$ , con  $m > 1$ , sono caratterizzati da perdite maggiori, rispetto al modo  $EH_{11}$ , all'aumentare della lunghezza di propagazione dell'impulso all'interno della fibra. Per fibre cave sufficientemente lunghe, allora, l'unico modo che riuscirà a propagarsi sarà allora  $EH_{11}$ , che ha un profilo di intensità radiale pari a

$$I(r) = I_0 J_0^2(2.405 \frac{r}{a}) \quad (10)$$

essendo  $I_0$  l'intensità di picco dell'impulso e  $J_0$  la funzione di Bessel di ordine zero. Per garantire un accoppiamento monomodale ottimale, dunque, bisognerà operare per ottenere un beam waist in ingresso alla fibra tale da massimizzare l'efficienza di accoppiamento del modo fondamentale  $EH_{11}$ , cioè  $w_{in} \approx 0.65a$ .

## 5.2 Self-Phase Modulation e Broadening spettrale

Ottimizzato l'accoppiamento, si torna a discutere la tecnica di compressione hollow fiber. Bisogna, ora, trattare gli effetti non lineari che generano allargamento spettrale. Essi sono dovuti principalmente alla dipendenza dell'indice di rifrazione dall'intensità  $I$  dell'impulso:

$$n(\omega) = n_0 + n_2 I.$$

Da questo scaturisce il processo di self-phase modulation già visto nell'equazione (8). Si può descrivere la generazione spaziale delle nuove frequenze scrivendo il campo  $E$  nella fibra come:

$$E(x, y, z, \omega) = A(z, \omega) F(x, y) e^{i\beta(\omega)z} \quad (11)$$

La variazione  $\Delta\beta$ <sup>34</sup>, contenuta in  $\beta(\omega) = \beta_0 + \Delta\beta$ , dovuta a  $\Delta n = n_2 I$ , può essere studiata perturbativamente, con l'espressione:

$$\Delta\beta = \frac{\omega_0}{c} \frac{\iint \Delta n |F(x, y)|^2 dx dy}{\iint |F(x, y)|^2 dx dy} \quad (12)$$

Come si vede, la perturbazione  $\Delta\beta$  risulta indipendente dalle coordinate  $x$  e  $y$ . L'integrale a numeratore indica come  $\Delta\beta$  dipenda dalla media spaziale della perturbazione  $\Delta n$  effettuata sul profilo trasversale della fibra. L'effetto di self-phase modulation, e di conseguenza l'allargamento spettrale, risultano in questo modo spazialmente uniformi, che è essenziale per poter ottenere una compressione su tutto il profilo trasversale del fascio<sup>35</sup>. È possibile regolare il parametro  $n_2$ , e

<sup>34</sup>Legata alla generazione spaziale delle nuove frequenze

<sup>35</sup>Questo risultato non si avrebbe invece nel caso di propagazione non guidata.

controllare quindi l'entità della variazione  $\Delta\beta$ , modificando opportunamente la pressione del gas. Risulta infatti  $n_2 = \kappa_2 p$ , con  $\kappa_2$  è dell'ordine di  $10^{-23} \frac{m^2}{Wbar}$  per i gas nobili solitamente utilizzati, ovvero argon e kripton. In conclusione, regolando la pressione del gas, si riesce ad incrementare l'effetto di self-phase modulation e dunque produrre uno spettro più largo, entro i limiti sperimentali.

## 6 Propagazione di fasci gaussiani in sistema ottico e legge ABCD

Al fine di accoppiare un fascio laser con un fibra cava, è indispensabile che il fascio laser giunga al punto di accoppiamento nel suo punto di beam waist<sup>36</sup>. Tale condizione può essere ottenuta solo se si conosce la posizione in cui il sistema di lenti focalizza il fascio. La ricerca del punto di fuoco del fascio può essere facilmente eseguita con un beam-profiler, cercando il punto in cui lo spot size è minimo con l'ausilio di un software grafico. A questo punto, nota la posizione del fuoco, è possibile verificare se il sistema di indagine segue, in prima approssimazione, le leggi dell'ottica geometrica. Per fare questo, a partire dalla posizione del fuoco e dalla dimensione di macchia misurata, si risale, con un semplice conto analitico, allo spot size di ingresso teorico e lo si confronta con quello misurato sperimentalmente.

Si supponga, dunque, di avere un fascio perfettamente gaussiano in approssimazione parassiale propagantesi nel seguente sistema ottico. Sia  $L$  la distanza fra le due lenti e  $d$  la distanza tra la lente convergente e la posizione del fuoco.

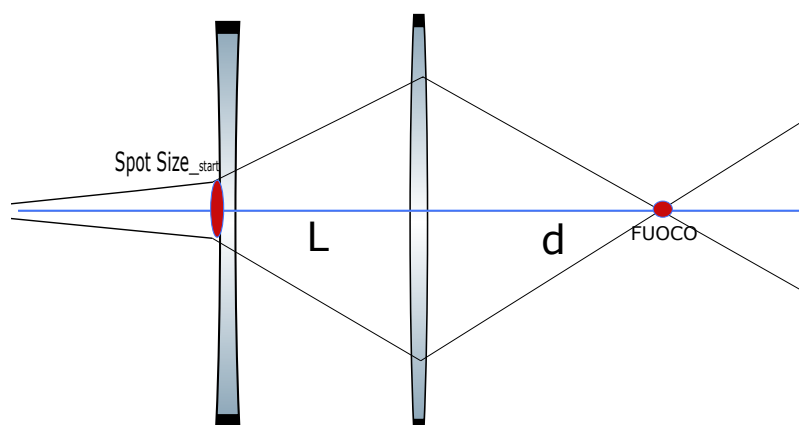


Figura 16: Setup ottico lente divergente-convergente

Dalla teoria dei fasci gaussiani si ha

$$E(x, y, z) = E_0(z) e^{\frac{-ik(x^2+y^2)}{2q_1}} \quad (13)$$

dove  $E$  è il campo elettrico scalare,  $k$  vettore d'onda e  $q_1$  è il parametro del fascio alla posizione fissata. Vale:

$$\frac{1}{q_1} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi w_0^2(z)} \quad (14)$$

<sup>36</sup>Il punto di minima della dimensione del fascio

con  $w_0(z)$  spot size e  $R(z)$  raggio della superficie equifase. Ora, se propago un tale fascio in un sistema ottico ABCD,<sup>37</sup> si ottiene in approssimazione parassiale:

$$q(z) = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D} \quad (15)$$

La matrice ABCD del sistema<sup>38</sup> è descritto dalla matrice

$$\begin{bmatrix} 1 - \frac{d}{f_2} - \frac{(d-L)(\frac{d}{f_2}-1)}{f_1} & d - L(\frac{d}{f_2} - 1) \\ -\frac{(f_1-L+f_2)}{f_1 f_2} & 1 - \frac{L}{f_2} \end{bmatrix}$$

A questo punto, si nota che al variare della distanza  $L$  tra le lenti la posizione del fuoco  $d$  e il parametro  $q_{finale}$ <sup>39</sup> assumono diversi valori. Per ogni valore di  $L$ , si determina teoricamente la dimensione del fascio in ingresso che fornisce la distanza e il beam waist determinati sperimentalmente, e lo si confronta poi con la dimensione del fascio in ingresso misurata.

Nella simulazione si sono utilizzati i valori delle lenti  $f_1 = -50$  cm e  $f_2 = 40$  cm

Tabella 1: Risultati della misura

Misura	L(cm)	L(cm)+d(cm)	2xbeam waist(cm)
1	27.5	127.5	0.0435
2	32.5	122.5	0.0367
3	35.5	122.5	0.0340
4	37	121	0.0326
5	38	120	0.0316
6	40	119.5	0.03
7	42	120	0.0286
8	47	120.5	0.0252
9	55	124	0.021

poste a distanza fissata  $L$ . Misurando la distanza  $d$  e il beam waist  $w_0$ , si risale attraverso la legge  $ABCD(15)$ <sup>40</sup> al  $q_{iniziale}$ . Dal calcolo attraverso la legge ABCD si trova un certo valore di spot size iniziale. Esso, a livello teorico, dovrebbe essere unico, ma a causa di errori sperimentali e imperfezioni legati alle misure riportate in tabella non sarà né uguale agli altri teorici stimati, né uguale a quello sperimentale. Nel grafico si confrontano per diversi valori di  $L$  e  $d$  la previsione teorica di

<sup>37</sup>La derivazione teorica corretta passa attraverso l'integrale di Kirchhoff Huygens Fresnel generalizzato, conto che si omette in quanto oltre gli scopi della trattazione

<sup>38</sup>Calcolata con prodotto di matrici in to out

<sup>39</sup>Si ricorda che nel beam waist  $q$  è puramente immaginario  $R(z) = \infty$

<sup>40</sup>Qui per comodità di calcolo si ricava la matrice ABCD out to in e si propaga il fascio all'inverso

spot size in ingresso e il valore sperimentale:

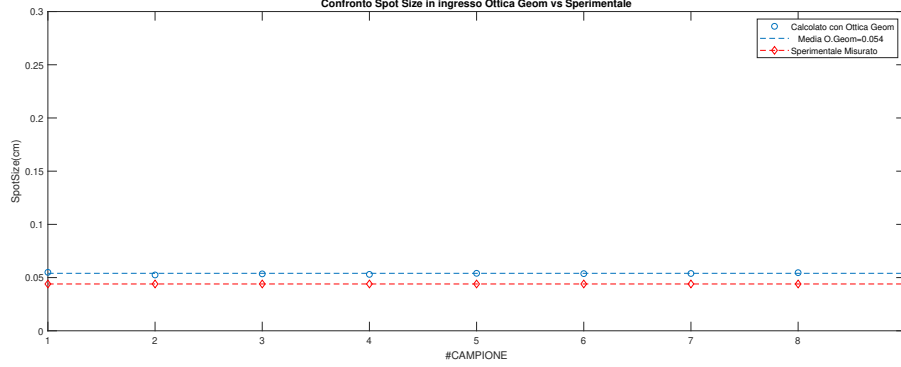


Figura 17: Verifica legge ABCD da confronto teoria ed esperimento

Si osserva che la previsione teorica dello spot size in ingresso è maggiore rispetto allo 0.043 cm misurato sperimentalmente. Infatti, i valori ricavati teoricamente si distribuiscono con varianza piccola attorno al valore medio 0.054 cm: il modello prevede che per avere quel beam-waist a quella distanza sarebbe necessario un fascio in ingresso più grande. Questo è assolutamente ragionevole, poiché in ottica geometrica un fascio perfettamente gaussiano si allarga di meno rispetto ad un fascio non perfettamente gaussiano in un sistema ottico reale non parassiale. Il risultato teorico, pur non coincidendo numericamente, stima in maniera ragionevole l'andamento reale sperimentale.

Si vuole a questo punto stimare teoricamente la posizione e le dimensioni del beam waist sulla base dell'ottica geometrica. Si considera in particolare la propagazione del parametro  $q$  del fascio laser in ingresso alla lente divergente, che si assume essere gaussiano, tramite la matrice ABCD opportuna. Non essendo tuttavia possibile determinare  $q$  tramite una misura sperimentale diretta<sup>41</sup>, si è deciso di ottenere questo parametro tramite un calcolo teorico preliminare, basata ancora sull'ottica geometrica. In particolare, si considera i risultati di un'unica misura per la distanza fra le due lenti  $L = 27.5$  cm  $L + d = 127.5$  cm,  $w_0 = 0.0217$  cm. Con questi dati, si risale al parametro  $q$  iniziale facendo una propagazione invertita nel sistema ottico rispetto a quella fatta da  $q_{finale}$  per ottenere  $q_{iniziale}$ <sup>42</sup>. Assumendo questo valore di  $q_{iniziale}$  uguale per ogni successivo valore di  $L$ <sup>43</sup>, si può ora stimare la posizione

<sup>41</sup>Non è possibile misurare il valore del raggio di curvatura della superficie equifase del fascio con gli strumenti di misura a disposizione.

<sup>42</sup>Per dettagli si veda lo script IV

<sup>43</sup>Ciò è ragionevole perché il valore di  $q_{iniziale}$  non può cambiare se si varia la posizione di un elemento ottico posizionato a valle della lente in ingresso

e le dimensioni del beam-waist al variare della distanza  $L$  fra le lenti. I valori ottenuti sono riassunti nella seguente tabella, in cui vengono inoltre confrontati con i dati sperimentali. Come si vede, questo metodo fornisce una previsione teo-

Tabella 2: Risultati del modello

$w_0$ <b>Sp.(cm)</b>	$w_0$ <b>Geom.(cm)</b>	<b>Fuoco Sp.(cm)</b>	<b>Fuoco Geom.(cm)</b>
0.0217	0.0217	127.5	127.5
0.0190	0.0182	122.5	124.04
0.0170	0.0166	122.5	122.88
0.0165	0.0159	121	122.52
0.0157	0.0154	120	122.35
0.0150	0.01466	119.5	122.17
0.1425	0.0139	120	122.18
0.0126	0.0123	120.5	122.9
0.0105	0.0104	124	125.6

rica sostanzialmente corretta dei parametri di interesse del punto di beam-waist. Si tratta di un metodo utilizzabile per stimare in tempo reale la posizione in cui deve avvenire l'accoppiamento tra fascio e fibra, e può quindi risultare di un certo interesse pratico, soprattutto in sistemi ottici più complessi. Richiedendo, inoltre, una sola misura preliminare, il metodo è di facile implementazione. Si osservi, infine, il sorprendente potere predittivo dell'ottica geometrica: le stime teoriche sono corrette, pur basandosi su un valore di  $q_{iniziale}$  non sperimentale, e che anzi si discosta dal valore reale. Come si è visto, infatti, le dimensioni di macchia sperimentali e dedotte dalla legge ABCD presentano una certa discrepanza, quindi il valore  $q_{iniziale}$  si discosta dal valore reale almeno per quanto riguarda la parte immaginaria. L'utilizzo di un parametro  $q_{iniziale}$  costruito 'ad hoc' per riprodurre una particolare misura sperimentale riesce a compensare il lieve scostamento del comportamento del sistema da quanto previsto dall'ottica geometrica e dalle leggi di propagazione dei fasci gaussiani, ed è in grado di prevedere correttamente anche gli altri dati sperimentali.

## 7 Tecnica Hollow Fiber: descrizione sperimentale

A questo punto si procede con la descrizione, divisa in due parti, della tecnica di compressione di impulsi a femtosecondi. Nella prima parte si discuteranno i risultati sperimentali ottenuti riguardo l'accoppiamento tra il laser e la fibra cava, ponendo in particolare l'accento sulla forma spaziale del modo in uscita dalla fibra. Si introdurranno inoltre alcuni parametri importanti ai fini della caratterizzazione della fibra. Nella seconda parte, si discuterà direttamente la tecnica: si valuterà l'allargamento spettrale e, dunque, la compressione temporale dell'impulso in funzione della pressione del gas.

### 7.1 Accoppiamento in fibra: apparato sperimentale e analisi dati

#### Apparato sperimentale:

- Laser He-Ne  $632.8nm$ , potenza emessa in continua  $< 10$  mW
- 3 Lenti  $f_1 = -50$  cm,  $f_2 = 40$  cm,  $f_s = 20$  cm
- Specchi dielettrici
- Iridi per l'allineamento
- Fibra cava  $500 \mu m$  di diametro
- Beam Profiler (Spiricon)
- Power Meter (Coherent)

Fissato il laser a He-Ne su un sostegno, si fa incidere il fascio laser tramite un sistema di specchi sulla lente divergente. In seguito, dopo un tratto opportunamente fissato  $L$ , si fa incidere il fascio su una lente convergente. Si presta attenzione in questa fase a rendere la retro-riflessione con angoli il meno inclinati possibile rispetto al fascio incidente: in tale modo si ha la certezza di ottenere un buon allineamento del setup. Il fascio laser presenterà un beam waist a distanza  $d$  dalla lente convergente. A questo punto, si accoppia il fascio con la fibra nel punto di beam waist per ottimizzare l'accoppiamento con il modo  $EH_{11}$ . Infine, con l'ausilio di un beam profiler e un power meter si determinano sperimentalmente le caratteristiche e l'efficienza di accoppiamento.

### 7.1.1 Analisi di Efficienza di accoppiamento $\eta$

Si vuole ora caratterizzare sperimentalmente l'efficienza di trasmissione della fibra cava, e confrontare i risultati ottenuti con le previsioni teoriche. L'efficienza di trasmissione è definita come il rapporto tra la potenza del fascio in uscita alla fibra e la potenza in ingresso. Si tratta di un parametro di cruciale importanza, poiché la tecnica di compressione ottica tramite l'impiego della fibra cava è impiegata per la generazione di impulsi molto energetici, di cui si vogliono minimizzare le perdite.

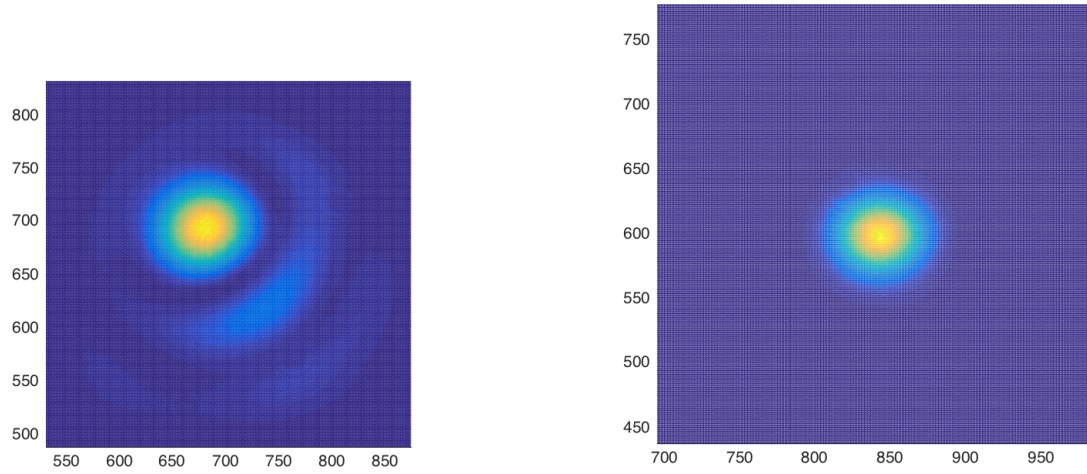
Dal punto di vista teorico, ci si aspetta che l'efficienza dipenda dal beam waist in ingresso alla fibra, e in particolare presenti un massimo in corrispondenza del valore  $w_{in} \sim 0.65a$ . Sono state quindi effettuate misure ripetute dell'efficienza variando la dimensione del beam waist in ingresso. Operativamente, questo è stato ottenuto variando la distanza  $L$  fra le due lenti. Ad ogni misura:

- Si è effettuato un riposizionamento della lente convergente lungo l'asse ottico tramite spostamenti di entità variabile, mantenendo invariata la posizione della lente divergente, la cui posizione è stata usata come riferimento<sup>44</sup>.
- Si è determinata la posizione del punto di vita, misurando con il beam profiler in quale posizione lungo la direzione di propagazione del fascio fossero minime le dimensioni di macchia.
- Si è misurato le dimensioni di macchia nel beam waist  $w_0$
- Si è riallineata la fibra cava, assicurandosi che l'ingresso della fibra coincidesse con la posizione del beam waist. Per effettuare l'allineamento, si osservava il profilo di intensità in uscita dalla fibra, e si operava per ottenere un profilo quanto più simile possibile a quello del modo  $EH_{11}$  atteso.
- Si sono prese 5 misure della potenza del fascio in ingresso alla fibra, e 5 misure della potenza in uscita (La necessità di prendere misure ripetute è dovuta al fatto che la potenza letta dallo strumento di misura presentava fluttuazioni temporali di circa 0.1 mW). Questa operazione è stata computa 5 volte, avendo cura di alternare le misure della potenza in uscita con quelle della potenza in ingresso. Questo accorgimento è stato necessario per impedire che le fluttuazioni della potenza emessa dal laser falsassero la misura dell'efficienza.
- Si è osservato un lieve astigmatismo del fascio in ingresso alla fibra, attribuibile verosimilmente a lievi disallineamenti, imperfezioni degli elementi ottici, o anche ad un astigmatismo caratteristico del fascio in uscita dal laser. Poiché tuttavia  $|w_x - w_y| < 10 \mu\text{m}$ , si è deciso di non eseguire un'analisi dati differente per  $x$  e per  $y$ , e procedere con l'analisi considerando come beam waist la media dei valori corrispondenti.

---

<sup>44</sup>Si sono effettuati spostamenti di entità non costante per prendere più misure in corrispondenza del valore massimo dell'efficienza, ovvero nella regione  $0.5a < w < 0.7a$ .





(a) *Post fibra accoppiamento  $EH_{11}$ .*

(b) *Prima della fibra gaussiano.*

Figura 18: Misure (in pixel) dello spot size del fascio in diverse condizioni, effettuate con beam profiler

La teoria prevede che in uscita alla fibra si osservi il modo  $EH_{11}$ <sup>45</sup>. Questo modo è caratterizzato da un profilo di intensità circolare, circondato da una corona di intensità minore. Le piccole distorsioni osservate sperimentalmente possono essere dovute al lieve astigmatismo del fascio in ingresso, a disallineamenti e piccole imperfezioni della fibra. I profili di intensità ottenuti sono mostrati nella figura (18).

---

<sup>45</sup>Caratterizzato da minori perdite e maggior efficienza di accoppiamento.

I dati raccolti sono riassunti nel grafico di figura (19). L'incertezza delle efficienze calcolate assume valori tra 2% e 3%. La dimensione di macchia minima

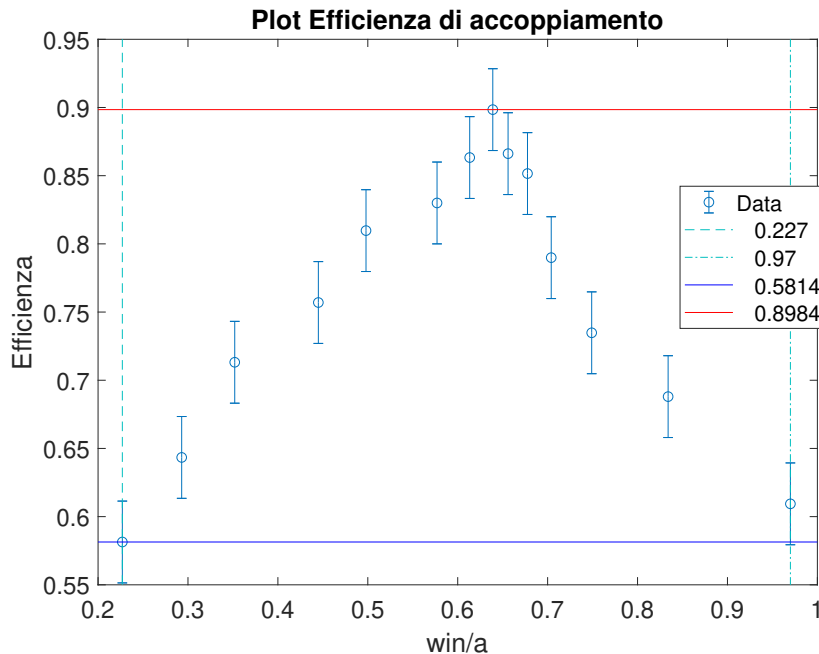


Figura 19: Efficienza di accoppiamento rispetto a  $\frac{w}{a}$

per la quale si è misurata l'efficienza è  $2w = 114 \mu\text{m}$ , la dimensione massima è  $2w = 495 \mu\text{m}$ . Si è misurata l'efficienza massima, pari a 89.8%, in corrispondenza di una dimensione di macchia pari a  $2w = 320 \mu\text{m}$ . Confrontando i risultati sperimentali con la teoria, che prevede il massimo dell'efficienza per uno spot size pari a  $w \sim 0.65a$ , si nota che vi è un ottimo accordo. Infatti, avendo la fibra cava diametro pari a 0.5 mm<sup>46</sup>, si trova sperimentalmente  $w = \frac{320}{500}a \sim 0.64a$ . Dal grafico, inoltre, si vede che l'andamento sperimentale dell'efficienza ricalca quello previsto dalla teoria. I valori sperimentali per le efficienze per  $\frac{w_{in}}{a} < 1$  risultano inferiori ai valori teorici: questo è ragionevolmente dovuto all'accoppiamento non ideale tra fascio in ingresso e fibra, oltre che alle non idealità già discusse. Le efficienze sperimentali per valori di  $\frac{w_{in}}{a} \sim 0.2 - 0.3$  sono invece significativamente superiori a quelle previste dalla teoria per il modo  $EH_{11}$ . Si può imputare tale discrepanza al fatto che per tali valori di  $\frac{w_{in}}{a}$  l'accoppiamento mono-modo risultava di più difficile attuazione, poiché l'efficienza di trasmissione<sup>47</sup> per i modi  $EH_{12}$  e

<sup>46</sup>In realtà anche questa misura dichiarata potrebbe essere soggetta ad un errore del 5% questo rende il valore trovato ancora in buon accordo con la teoria

<sup>47</sup>Vedi figura (15)

$EH_{13}$  è elevata e la fibra cava non è in questo caso abbastanza lunga da introdurre sufficienti perdite per tali modi.

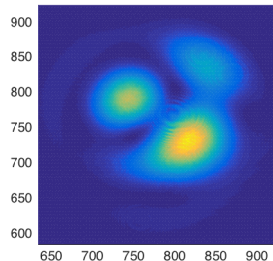


Figura 20: Caso di accoppiamento non ottimale con presenza multimodale

### 7.1.2 $M^2$

Per calcolare quanto un modo si avvicina alla forma gaussiana, si confronta la divergenza del fascio reale con quella di un fascio ideale gaussiano. Il parametro di confronto è  $M^2$ .

$$\Theta_d = M^2 \frac{\lambda}{\pi w_0} \quad (16)$$

Si calcola ora il beam waist del fascio in uscita dalla fibra utilizzando una lente focalizzante di focale  $f_s = 20$  cm. Note la posizione del fuoco e la dimensione del beam waist<sup>48</sup>, si può risalire in prima approssimazione al  $q_{iniziale}$ <sup>49</sup>, sfruttando l'ottica geometrica e la legge ABCD. Dal calcolo svolto si trova che il beam waist del modo propagante nella fibra vale:

$$\begin{aligned} w_{0y} &= 0.0067 \text{ cm} \\ w_{0x} &= 0.0085 \text{ cm} \end{aligned}$$

A questo punto, trovato il valore del beam waist del modo uscente dalla fibra, si rimuove la lente e si misura la divergenza reale del fascio. Si calcola tale valore misurando l'andamento spaziale della dimensione del fascio a distanze crescenti dal punto di beam waist, sufficientemente lontano da quest'ultimo. Infatti, è noto che in tale regione<sup>50</sup> la crescita della dimensione di macchia ha andamento lineare. Tale andamento si riassume nel parametro di divergenza  $\Theta_d$ .

A questo punto si riportano i valori misurati di spot size con il beam profiler.

<sup>48</sup>analizzate in maniera distinta lungo x e lungo y per tenere conto dell'astigmatismo

<sup>49</sup>Entro le limitazioni discusse nella sezione 6

<sup>50</sup>Circa oltre lo  $Z_R$  del fascio gaussiano, definito da  $q(z) = (z - z_0) + iZ_R$

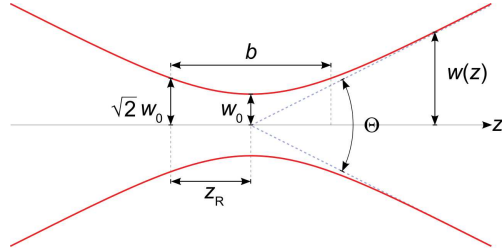
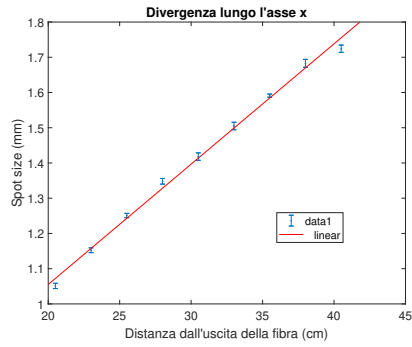


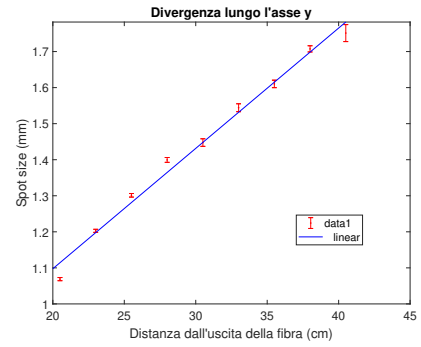
Figura 21: Rappresentazione andamento spaziale Spot Size  $\Theta = 2\Theta_d$

Tabella 3: Spot Size post fibra

Distanza da Fibra(cm)	Media valori X(cm)	Media valori Y(cm)
20.5	1.0511	1.0688
22.5	1.1523	1.2027
25	1.2509	1.3013
27.5	1.3489	1.3994
29.5	1.4181	1.4476
32	1.5049	1.5442
34.5	1.5911	1.6102
37	1.6828	1.7075
39.5	1.7244	1.7512



(a) *Analisi divergenza x.*



(b) *Analisi divergenza y.*

Figura 22: Misure successive di spot size post fibra per ricavare la divergenza del fascio: la divergenza è in approssimazione parassiale la tangente dell'angolo, e dunque la pendenza della retta

I valori di divergenza ricavati sono:

$$\Theta_d x = 0.003415 \text{ rad}$$

$$R - square : 0.9951$$

$$\Theta_d y = 0.003338 \text{ rad}$$

$$R - square : 0.9884$$

Si trova  $\Theta_d x = 3.415 \text{ mrad}$ ,  $\Theta_d y = 3.338 \text{ mrad}$ . Dalla formula (16) trovo in maniera separate per  $x, y$

$$M_y^2 = 1.1309$$

$$M_x^2 = 1.4348$$

$$M_{medio}^2 = 1.2829$$

Il risultato è buono, si può dunque assumere che il fascio abbia un buon andamento gaussiano. Si osserva che se si riuscisse a migliorare l'accoppiamento iniziale con la fibra, riducendo così la presenza dei multimodi e ottimizzando il modo  $EH_{11}$ , l'astigmatismo del fascio di uscita risulterebbe meno accentuato e migliorerebbe molto probabilmente anche l' $M^2$ .

## 7.2 Compressione impulsi e misura della durata temporale con tecnica FROG: cenni

Si è accennato a come la fibra cava sia impiegata per generare impulsi, tipicamente molto energetici, di breve durata, inferiori a 10 fs. L'allargamento spettrale necessario è ottenuto per self-phase modulation, indotta dagli effetti non lineari che avvengono nella fibra cava, quando questa viene riempita da gas. I ritardi che questo processo introduce tra le varie frequenze dell'impulso vengono compensati da un sistema di chirped mirrors in uscita alla fibra. Si sono verificati sperimentalmente, con l'impiego della tecnica FROG, l'effetto della presenza del gas della fibra cava sull'impulso laser. In particolare, si sono determinati l'allargamento dello spettro e il restringimento temporale del segnale in funzione della pressione del gas introdotto nella fibra. Si presentano in quest'ultima sezione senza discutere nel dettaglio la tecnica i risultati ottenuti<sup>51</sup>. La variazione di cammino ottico introdotta dallo stadio di ritardo assumeva i valori compresi tra  $-20000$  a  $+20000$  nm nel corso della misura, con passo 100 nm. I grafici di autocorrelazione sono stati ottenuti dal sistema di acquisizione mediando su 400 spettri. Operativamente, si sono misurati la durata dell'impulso e il suo spettro a valle del sistema di specchi chirpati innanzi tutto in assenza di gas (Neon), e poi per i valori di pressione da 0.1 bar a 0.9 bar, variando la pressione di 0.1 bar tra una misura e la successiva. Di seguito, si mostra i due spettri relativi a 0 bar (assenza di gas) e 0.9 bar. Si è verificato come, al crescere della pressione del gas, aumenta l'ampiezza dello spettro dell'impulso in uscita.

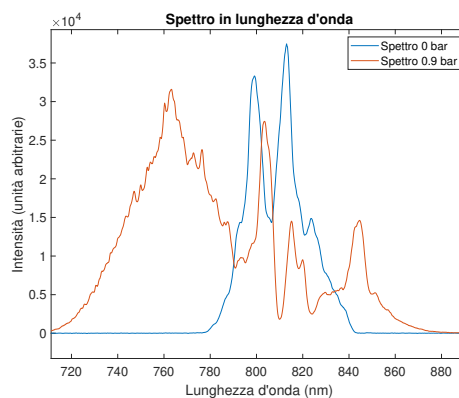


Figura 23: Spettro misurato nei due casi estremi per mettere in risalto l'incremento di componenti spettrali da self-phase modulation

<sup>51</sup>Per gli scopi di questa tesi si può trattare la tecnica FROG come una black box che fornisce il risultato ricercato di misura della durata temporale dell'impulso

Nel seguente grafico, vengono raffigurati i risultati ottenuti per la durata dell'impulso in funzione della pressione del gas nel capillare.

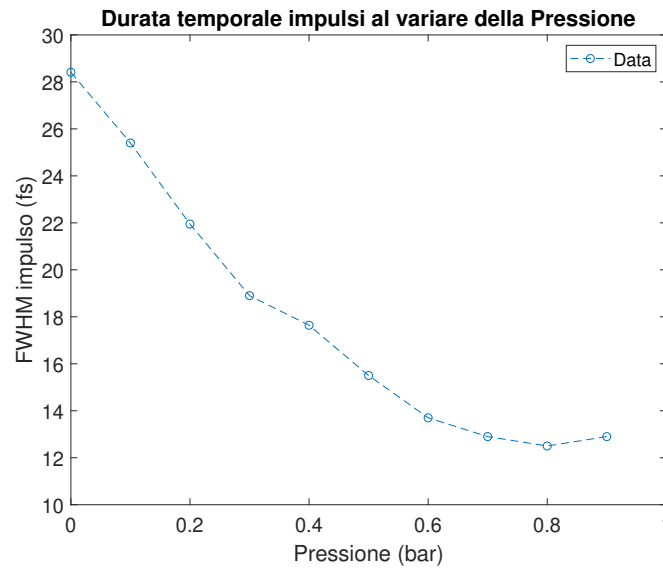


Figura 24: Andamento della durata temporale dell'impulso al variare della pressione nella fibra cava

Come si vede, risulta qui confermato che la durata minima dell'impulso, a parità di impulso laser in ingresso all fibra cava, dipende fortemente dalla pressione del gas nella fibra cava. In particolare, si osserva che si raggiunge la saturazione per una pressione pari a 0.8 bar, in corrispondenza di cui si ottiene la durata minima di 12.5 fs.



# Conclusioni e Appendice

## Conclusioni e ringraziamenti

In questa breve trattazione si sono elencate alcune delle tecniche base necessarie per realizzare impulsi ad attosecondi: la tecnica  $f-2f$  per la misura della stabilizzazione della fase assoluta e l'accoppiamento in fibra cava per la compressione temporale di impulsi a femtosecondi, utilizzabile poi per realizzare impulsi ad attosecondi. La fisica dei processi ultra-veloci sta subendo, negli ultimi anni, un rapido incremento nell'importanza all'interno della ricerca di base. Come studenti di Fisica, ci siamo appena affacciati con curiosità a questo mondo. Sono state proprio le persone che vi lavorano a darci molti spunti, e senza di loro non sarebbe stato possibile vivere costruttivamente questa esperienza. Riteniamo dunque opportuno ringraziare il Professore Mauro Nisoli, per aver messo a disposizione il laboratorio a noi studenti di triennale, e il Dott. Matteo Lucchini.

Un ringraziamento di cuore va ai dottorandi di ricerca Dott. Davide Lucarelli e Dott. Mario Murari che ci hanno guidato con esperienza, passione e pazienza in queste settimane. Infine un grazie al tesista magistrale Dott. Bruno Moio per gli ottimi consigli su Matlab.

05/06/2018,

*Gian Luca Dolso, Federico Vismarra*

## Appendice: Script I

```
1 - x=[0:1000];
2 - w=5;
3 - count=1;
4 - count1=1;
5 - I1=0;
6 - I2=0;
7 - for t=0:0.1:100
8 -     Y0=0;
9
10
11 - A=exp(-(x-30*t).^2/4000);
12 - E=A.*cos(+w*t-0.1*x+Y0);
13
14 - A1=exp(-(x+400-30*t).^2/4000);
15 - E1=A1.*sin(+w*t-0.1*(x-400)+Y0);
16
17
18 - plot(x,E,'r');
19 - hold on
20 - plot(x,A,'b');
21 - plot(x,-A,'b');
22 - plot(x,E1,'r');
23 - plot(x,A1,'b');
24 - hold off
25 - %prendi alcuni valori che cadino allo stesso punto e controlla
26
27
28 - pause(0.1)
29 - end
```

Figura 25: Simulazione propagazione due onde con inviluppo gaussiano

```
1 - lambda0=800;
2 - var=20000;
3 - lambda=[0:0.1:2500];
4 - Y0=pi;
5 - t=1/100*lambda;
6 - E=1/10*exp(-(lambda-lambda0).^2/(2*var)).*exp(ii*(lambda.*t+Y0));
7 - E2=1/100*exp(-(lambda-lambda0/2).^2/(2*var)).*exp(ii*(lambda.*t/2+Y0/2+pi/2));
8 - Et=E+E2;
9
10 - hold on
11 - %plot(lambda,abs(E),'r');
12 - %plot(lambda,abs(E2),'r');
13 - %plot(lambda,abs(Et));
14 - F=fft(Et);
15 - plot(abs(F))
```

Figura 26: Interferenza spettrale di campo con spettri gaussiano e 2°armonica

## Appendice: Script II

```

1 | %previsione teorica
2 | L=[127.5,122.5,121,122.5,120,119.5,120,120.5,124];%distanza dei fuochi sper
3 | lambda=6.328*10^-5;
4 | L=[27.5,32.5,35.5,37,38,40,42,47,55];
5 | w0=[217*10^-4,190*10^-4,170*10^-4,165*10^-4,157*10^-4,150*10^-4,142.5*10^-4,126
6 | f1=-50;
7 | f2=40;
8 | for i=1:9
9 |     Mi=[1,0;0,1] %distanza rispetto alla misura di W0 quello iniziale che caratteri
10 |     M0=[1,0;-1/f1,1];
11 |     M1=[1,L(i);0,1];
12 |     M2=[1,0;-1/f2,1];
13 |     M3=[1,L(i)-L(i);0,1];
14 |     %noto la misura del beam waisto
15 |     Zr=(pi*w0(i)^2)/lambda;
16 |     qfin=1i*Zr;
17 |     Mtot=Mi*M0*M1*M2*M3;
18 |     qin=(Mtot(1,1)*qfin+Mtot(1,2))/(Mtot(2,1)*qfin+Mtot(2,2));
19 |     SPOTSIZEinTheo(i)=sqrt(lambda/(imag(-1/qin)*pi));
20 | end
21 | SPOTSIZEEsper=0.034*ones(9,1)
22 | plot(SPOTSIZEinTheo,'o')
23 | hold on
24 | plot(SPOTSIZEEsper)
25 | %il fascio non è gasussiano ho un astigmatismo sensibile di poco ma il
26 | %risultato ottenuto entro gli errori sperimentali torna circa.

```

Figura 27: Calcolo di  $q_{iniziale}$  con matrici ABCD definita in sistema ottico, noto  $q_{finale}$

```

26 | %Calcolo posizioni dei fuochi e beam waist\
27 | for i=1:9
28 |     M0=[1,0;-1/f1,1];
29 |     M1=[1,L(i);0,1];
30 |     M2=[1,0;-1/f2,1];
31 |     Mtot2=M2*M1*M0;
32 |     %qin prendo quello stimato faccio la media
33 |     A=-real(1/mean(qin(1)))+1i*imag(1/mean(qin(1)));
34 |     qIn=1/A;
35 |     %propago
36 |     qFin(i)=(Mtot2(1,1)*qIn+Mtot2(1,2))/(Mtot2(2,1)*qIn+Mtot2(2,2));
37 |     %Ho il vettore dei qfin mi basta ora calcolare posizione del beam waist
38 |     w0Theo(i)=sqrt(lambda*imag(qFin(i))/pi);
39 |     PosFuoco(i)=-real(qFin(i))+L(i);%dovrebbe essere L-L11
40 | end

```

Figura 28: Calcolo di  $q_{finale}$  con matrici ABCD definita in sistema ottico, noto  $q_{iniziale}$  da assunzione per verificare la predittività dell'ottica geometrica nel calcolo di Fuoco e Beam-Waist

## Riferimenti bibliografici

- [1] Florian W. Helbing, Günter Steinmeyer and Ursula Keller  
*Carrier-Envelope Offset Phase-Locking With Attosecond Timing Jitter.*  
IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, vol. 9, no. 4, pg.  
1030 (2003)
  
- [2] M. Nisoli, S. De Silvestri, and O. Svelto  
*Generation of high energy 10 fs pulses by a new pulse compression technique*  
Appl. Phy. Lett. 68, 2793 (1996)
  
- [3] David J. Jones, Scott A. Diddams, Steven T. Cundiff  
*Carrier-Envelope Phase Control of Femtosecond Mode-Locked Lasers and  
Direct Optical Frequency Synthesis.*  
Science, vol. 288, pg 639 (2000)
  
- [4] M. Kakehata, Fujihira, Takahashi  
*Measurements of carrier-envelope phase changes of 100-Hz amplified laser  
pulses*  
Appl. Phys. B 74, pg S43 (2002)