

ES2

$$X = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$$

nella forma $\begin{pmatrix} 0 \\ h \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ con rotazioni di Givens

• Azzero il quarto elemento

$$G_1 = G_{(2,4)} = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ C & 1 & -S & \\ & 1 & & \\ S & & C & \end{bmatrix}$$

$$C = \frac{x_i}{\sqrt{x_i^2+x_j^2}} = \frac{0}{\sqrt{4}} = 0$$

$$S = \frac{-x_j}{\sqrt{x_i^2+x_j^2}} = \frac{-2}{\sqrt{4}} = 1$$

$$G_1 X = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ C & 1 & -S & \\ & 1 & & \\ S & & C & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ \sqrt{4} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

• Ora azzero il primo elemento

$$G_2 = G_{(2,1)} = \begin{bmatrix} C & S & & \\ -S & C & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \frac{x_i}{\sqrt{x_i^2+x_j^2}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{4+4}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{8}}$$

$$S = \frac{-x_j}{\sqrt{x_i^2+x_j^2}} = \frac{2}{\sqrt{8}}$$

$$G_2 G_1 X = \begin{bmatrix} C & S & & \\ -S & C & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ \sqrt{4} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{8} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

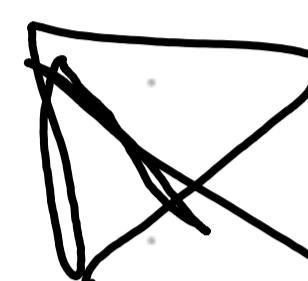
ES 3

$$g(x) = \alpha x + \beta$$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-9	-9	-3	-1	2	5	8

• Base per V_h

$$\{1, x\}$$



$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -2 \\ 1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A^T \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -2 \\ 1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 28 \end{bmatrix}$$

$$A^T \cdot y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} -9 \\ -9 \\ -3 \\ -1 \\ 2 \\ 5 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 \\ 84 \end{bmatrix}$$

SBAGLIATO

$$\begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 28 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 \\ 84 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 7\alpha = -7 & \alpha = -1 \\ 28\beta = 84 & \beta = 3 \end{cases}$$

ES4

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

• Controllo se è diagonalizzabile

$A \neq A^T$, quindi per il teorema spettrale potrebbe essere non diagonalizzabile.

$$\det(A - \lambda I) = \det \begin{bmatrix} 1-\lambda & 1 & 1 \\ 0 & -2-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{bmatrix} = 1-\lambda \cdot (2\lambda + \lambda^2) = 2\lambda - 2\lambda^2 + \lambda^2 - \lambda^3 \\ = -\lambda^3 - \lambda^2 + 2\lambda = -\lambda(\lambda^2 + \lambda - 2\lambda)$$

$$-\lambda(\lambda^2 + \lambda - 2) = 0$$

$$\lambda_1 = 0 \quad \lambda_2 = 1 \quad \lambda_3 = -2$$

Dal polinomio caratteristico emergono 3 autovali distinti la cui cardinalità è pari all'ordine della matrice, questa è condizione sufficiente per affermare che la matrice è diagonalizzabile

• Autospazio di $\lambda=1$

$$A - 1I = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{array} \right] \quad \left\{ \begin{array}{l} v_2 + v_3 = 0 \\ 4v_2 = 0 \\ v_3 = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} v_2 = 0 \\ v_3 = 0 \\ v_1 = 0 \end{array} \right. \quad \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

• Autospazio di $\lambda=2$

$$A+2\lambda = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{array} \right] \quad \begin{cases} 3U_1 = -U_2 \\ 0 = 0 \\ 2U_3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} U_1 = -\frac{U_2}{3} \\ 0 = 0 \\ U_3 = 0 \end{cases} \quad \begin{bmatrix} -U_2 \\ U_2 \\ 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

• Autospazio di $\lambda=0$

$$A - 0I = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \quad \begin{cases} U_1 + U_2 + U_3 = 0 \\ U_2 = 0 \\ 0 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} U_1 = -U_3 \\ U_2 = 0 \\ 0 = 0 \end{cases} \quad \begin{bmatrix} -U_3 \\ 0 \\ U_3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

• Diagonalizzazione

$A = X \cdot \Lambda \cdot X^{-1}$ dove Λ è la matrice ovante gli autovalori λ precedentemente calcolati sulla diagonale principale.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad X \quad X^{-1}$$

• Per quale punto il metodo delle potenze inverse converge con $\lambda=1$

$$P > 0,5$$

