

**1.1**

Anagrammi di VOLVO =  $\frac{5}{2!2!}$

**1.2**

• Trovo C

$$\int_0^1 x \cdot f(x) dx = \frac{C}{2} - \frac{0}{2} \rightarrow \boxed{\frac{C}{2}}$$

$$\frac{C}{2} = 1$$

$$\boxed{C = 2}$$

•  $E(X) = \int_0^1 x \cdot f(x)$

$$E(X) = \int_0^1 x \cdot 2x \rightarrow \int_0^1 2x^2 = \frac{2}{3}$$

•  $Var(X) = E[X^2] - (E[X])^2$

$$E(X) = \int_0^1 x^2 \cdot 2x \rightarrow \frac{1}{2}$$

$$Var(X) = \frac{1}{2} - \frac{4}{9} = \frac{1}{18}$$

1.3

$$P(1) = P(2) = P(3) = \frac{1}{4} \quad P(4) = P(5) = P(6) = \frac{1}{2}$$

•  $E[X] = \sum_{i=1}^n p(i) \cdot i$

$$E[X] = 1 \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{1}{4} + 4 \cdot \frac{1}{12} + 5 \cdot \frac{1}{12} + 6 \cdot \frac{1}{12} = \frac{6}{4} + \frac{15}{12} = \boxed{\frac{11}{4}}$$

•  $\text{Var}[X] = E[X^2] - (E[X])^2$

$$E[X^2] = 1^2 \cdot \frac{1}{4} + 2^2 \cdot \frac{1}{4} + 3^2 \cdot \frac{1}{4} + 4^2 \cdot \frac{1}{12} + 5^2 \cdot \frac{1}{12} + 6^2 \cdot \frac{1}{12} = \frac{42}{12} + \frac{77}{12} = \frac{119}{12}$$

$$\text{Var}[X] = \frac{119}{12} - \frac{121}{16} = \boxed{\frac{113}{48}}$$

1.4

	$X=1$	$X=3$	
$Y=3$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$P(Y=3) = \frac{4}{6}$
$Y=4$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$	$P(Y=4) = \frac{4}{12}$
$P(X=1) = \frac{7}{12}$	$P(X=3) = \frac{5}{12}$		

•  $E[X] = \sum_{i=1}^n p(i) \cdot i$

$$E[X] = 1 \cdot \frac{7}{12} + 3 \cdot \frac{5}{12} = \boxed{\frac{22}{12}}$$

•  $E(Y)$ 

$$E[Y] = 3 \cdot \frac{4}{6} + 4 \cdot \frac{4}{12} = \frac{12}{6} + \frac{8}{6} = \boxed{\frac{20}{6}}$$

•  $E[X \cdot Y]$ 

$$E[X \cdot Y] = 3 \cdot \frac{1}{2} + 9 \cdot \frac{1}{6} + 12 \cdot \frac{1}{4} + 4 \cdot \frac{1}{12} =$$

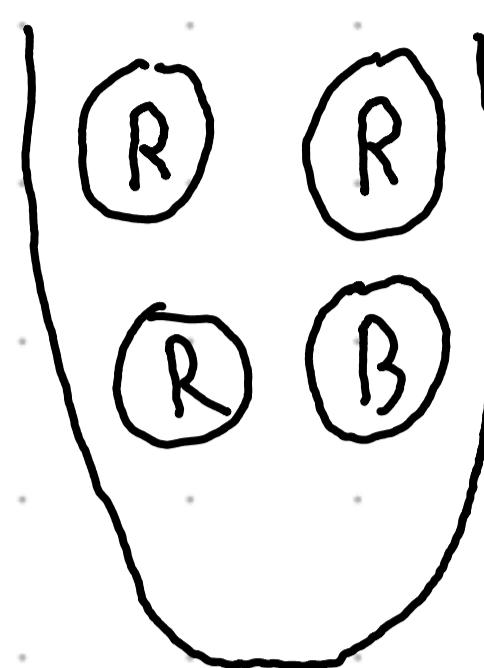
1.5

Se  $p(x|y) = p(x)$  allora  $x$  e  $y$  sono indipendenti.

3.1

$$\frac{16}{40}$$

3.3



$$P(T \text{ ESCE ROSSA}) = \frac{1}{4}$$

$$P(T \text{ ESCE BIANCA}) = \frac{3}{5}$$

Se erce testa:

• Per il teorema di Bayes

$$P(\text{ESCE ROSSA} | T) = \frac{P(T \text{ ESCE ROSSA}) \cdot P(\text{ESCE ROSSA})}{P(T)} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4}$$

$$P(\text{ESCE BIANCA} | T) = \frac{P(T \text{ ESCE BIANCA}) \cdot P(\text{ESCE BIANCA})}{P(T)} = \frac{\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5}}{\frac{1}{4}} = \frac{3}{10}$$

Il Bayesiano sceglie ovviamente rossa perché  $\frac{1}{4} > \frac{3}{10}$

• Per Principio di massima verosimiglianza

La massima verosimiglianza mi fa scegliere il colore bianco perché è più probabile testa ( $\frac{3}{5} > \frac{1}{4}$ ).

3.5

$$P = \begin{bmatrix} 3/5 & 2/5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

è riducibile e regolare?

• Controlla se è riducibile

- È riducibile se posso andare in tutti gli stati in passi finiti, in  $P$  non sono sicuro perché dallo stato 2 non posso andare allo stato 2.
- Controlla il secondo passo:

$$P^2 = \begin{bmatrix} 3/5 & 2/5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3/5 & 2/5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19/25 & 6/25 \\ 3/5 & 2/5 \end{bmatrix}$$

- Posso andare in tutti gli stati ed è quindi riducibile

• Controlla se è regolare

3.6

Transizione dallo stato 1 allo stato 2 in due passi

$$P^2 = \begin{bmatrix} 3/5 & 2/5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3/5 & 2/5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19/25 & 6/25 \\ 3/5 & 2/5 \end{bmatrix}$$



