

• PRODOTTO TRA MATRICI

$$A_{22} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad B_{22} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$$

↑
STESO NUMERO
Righe A·B # Colonne A·B

• MATRICE INVERSA

A è invertibile se esiste B tale che:

$$A \cdot B = I_n = B \cdot A$$

B si denota come A^{-1}

$$A \cdot A^{-1} = I_n = A^{-1} \cdot A$$

$$\boxed{A \cdot A^{-1} = I}$$

$$2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

• DETERMINANTE

$$\det \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

$$\det \begin{bmatrix} \bar{a}_{11} & \bar{a}_{12} & \bar{a}_{13} \\ \bar{a}_{21} & \bar{a}_{22} & \bar{a}_{23} \\ \bar{a}_{31} & \bar{a}_{32} & \bar{a}_{33} \end{bmatrix} = +a_{11}\det \begin{bmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} - a_{12}\det \begin{bmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{bmatrix} + a_{13}\dots$$

Una matrice è invertibile se $\det \neq 0$.

• TEOREMA DI BINET

$$A^T \cdot A = A \cdot (A^T)$$

$$\det(A \cdot B) = \det(A) \cdot \det(B)$$

• TEOREMA di CRAMER (vale solo per M_{nn})

- Se M_{nn} allora $Ax = b$ ha 0 o più soluzioni solo se $\det(M) = 0$.

- Se M_{nn} allora $Ax = b$ ha un'unica soluzione solo se $\det(M) \neq 0$.

• TEOREMA RAUCHE - CAPELLI (vale sia per M_{mn} che per M_{nn}).

$Ax = b$ ammette soluzioni solo se $rK(A) = rK(A|B)$

In questo caso le soluzioni sono $\infty^{n-rK(A)}$

- Non ci sono soluzioni se $rK(A) < rK(A|B)$.

- Unica soluzione se $rK(A) = n \rightarrow \infty^{n-rK(A)} = \infty^0 = 1$

- ∞ soluzioni se $rK(A) = rK(A|B)$

• RANGO

- Se $\det \neq 0$ il rango è l'ordine della matrice.
- Se $\det = 0$ il rango è l'ordine del minore più grande
- In ogni caso il rango coincide con il numero di pivot

• VETTORI

- Lunghezza: $\|v\| = \sqrt{v_1^2 + \dots + v_n^2}$

- Prodotto scalare: $v \cdot w = (v_1, v_2) \cdot \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix} = v_1 \cdot w_1 + v_2 \cdot w_2$

$$v \cdot w = 0 \Leftrightarrow v \perp w$$

\rightarrow vettori sono lin. dipendenti se $[v \ w | 0]$ ha soluzioni diverse da $\begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$ e quindi se ha $rK > n^o$ di colonne.

\rightarrow vettori sono lin. indipendenti se $[v \ w | 0]$ ha come soluzione solo $\begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$ e quindi se ha $rK = n^o$ di colonne.

- Prodotto vettoriale: $v \wedge w =$
(TROVO VETTORE LIN. IND)

$$\det \begin{vmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \\ w_1 & w_2 & w_3 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} v_2 w_3 - v_3 w_2 \\ -v_1 w_3 + v_3 w_1 \\ v_1 w_2 - v_2 w_1 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$